

countyCigaretteDistributionAlgorithm 算法说明

1. 数学模型

该算法解决的是一个带约束的优化问题。其核心目标是：在给定预投放总量（TargetAmount）的条件下，为多个区域（Regions）的30个档位（Grades）分配一个最优的卷烟投放数量，使得最终的"实际投放量"与"预投放量"之间的误差最小。

变量定义

- 设共有 R 个投放区域和 $B = 30$ 个档位（从 D30 到 D1）。
- c_{ij} ：表示区域 i 在档位 j 的客户数量。这是一个已知矩阵。
- x_{ij} ：待求变量，表示分配给区域 i 档位 j 的卷烟包数， x_{ij} 必须为非负整数。
- T ：预设的总投放量（TargetAmount）。

目标函数

最小化误差 E ，即实际投放量 S 与预投放量 T 的绝对差值：

$$\min E = |S - T| = \left| \left(\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^B x_{ij} \cdot c_{ij} \right) - T \right|$$

核心约束条件 (非递增约束)

对于任何一个区域 i ，其从高档位到低档位（即从 D30 到 D1）的分配数量必须是非递增的。也就是说，分配给更高档位的数量不能少于分配给更低档位的数量：

$$x_{i,j} \geq x_{i,j+1} \quad \forall i \in [1, R], \forall j \in [1, B-1]$$

这个约束确保了投放策略的合理性，即高档位客户的满足度不应低于低档位客户。

2. 算法描述

该算法采用了一种"贪心填充 + 迭代微调"的启发式策略来求解上述优化问题。它不保证找到全局最优解，但旨在高效地找到一个高质量的近似解。

算法主要分为三个阶段：

1. 初始贪心填充 (greedyFill 方法)

- 目标:** 快速构建一个满足非递增约束且总投放量不超过预设目标的基础解。
- 步骤:**
 - 初始化一个全为0的分配矩阵 X 。
 - 从最高档位（D30）开始，逐一遍历所有区域的所有档位。
 - 在每个位置 (i, j) ，检查如果将 x_{ij} 增加1，是否会违反非递增约束 (即 $x_{ij} + 1 \leq x_{i,j-1}$)。
 - 如果约束满足，并且增加后的总投放量 S 不会超过预设目标 T ，则将 x_{ij} 加1，并更新当前总投放量 S 。
 - 重复此过程，直到无法再增加任何位置的分配值（因为再增加就会超过 T ），贪心阶段结束。
- 特点:** 此阶段构建的解非常"靠前"，即分配值集中在高档位，且与目标值有一定差距。

2. 迭代微调 (iterativeRefinement 方法)

- 目标:** 在贪心填充的基础上，通过小步长的调整来逐步减小误差 $|S - T|$ 。
- 步骤:**
 - 设定最大迭代次数 (MAX_ITERATIONS = 100)。

- ii. 在每次迭代中，遍历分配矩阵 X 的每一个元素 x_{ij} 。
- iii. 对每个 x_{ij} ，尝试两种操作：**增加1** 或 **减少1**。
- iv. 对于每一种尝试的操作，检查操作后的新矩阵是否仍然满足完整的非递增约束。
- v. 如果满足约束，则计算新的总投放量和新的误差。
- vi. 在所有可能的"增一"或"减一"操作中，找到那个能使误差变得最小的操作，并记录下是哪个位置（best_i，best_j）和哪种变化（best_change）。
- vii. 将本次迭代找到的最佳操作应用到分配矩阵上，更新当前误差。
- viii. 如果一轮迭代下来没有找到任何可以减小误差的操作，则提前终止迭代。
- **特点:** 这是一个局部搜索过程，通过反复的、细微的调整来优化解的质量，使其更接近目标投放量。

3. 最终强约束 (enforceMonotonicConstraint 方法)

- **目标:** 作为最后一道保险，确保最终输出的分配矩阵严格满足非递增约束。
- **步骤:**
 - i. 遍历每个区域的分配方案（矩阵的每一行）。
 - ii. 从第二个档位（D29）开始，检查其值 x_{ij} 是否大于前一个更高档位的值 $x_{i,j-1}$ 。
 - iii. 如果 $x_{ij} > x_{i,j-1}$ ，则强制将 x_{ij} 的值修正为 $x_{i,j-1}$ ，以确保非递增。
- **特点:** 这是一个校正步骤，虽然迭代微调过程已考虑了约束，但此步骤能修复任何可能因算法逻辑不完美而产生的微小违反。