

档位+市场分类代码分配算法的数学模型和算法描述

数学模型

卷烟按市场类型比例投放问题可以建模为一个带有多重约束的优化问题。其核心目标是在满足各市场类型（如“城网”、“农网”）预设投放比例的前提下，使得最终实际投放总量尽可能接近预设的总投放量。同时，分配结果必须满足档位间严格的平滑非递增约束。

基本定义

- 设共有 R 个市场类型（例如 $R = 2$ ，分别为城网和农网）。
- 设共有 B 个档位，通常 $B = 30$ (从 D30 到 D1)。
- c_{ij} : 市场类型 i 中档位 j 的客户总数。
- x_{ij} : 分配给市场类型 i 中档位 j 的卷烟投放标准量（最终结果，为一个非负整数）。
- T : 预设的总投放量。
- P_i : 市场类型 i 的预设投放量比例，满足 $\sum_{i=1}^R P_i = 1$ 。例如，城网比例 $P_{\text{城网}}=0.4$ ，农网比例 $P_{\text{农网}}=0.6$ 。

目标与约束

1、区域投放目标：首先将总投放量按比例分解到各市场类型，得到每个市场类型的目标投放量 T_i :

$$T_i = T \times P_i$$

2、实际投放量：每个市场类型的实际投放量 S_i 和总实际投放量 S 分别为：

$$S_i = \sum_{j=1}^B x_{ij} c_{ij}$$
$$S = \sum_{i=1}^R S_i = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^B x_{ij} c_{ij}$$

3、优化目标：最小化总误差 $|S - T|$ 。这通过对每个市场类型独立进行优化，以最小化其各自的投放误差 $|S_i - T_i|$ 来实现。

4、核心约束（平滑非递增约束）：此约束包含两个层面，对于任意一个市场类型 i ，其内部分配给各档位的投放标准量必须同时满足：

- **非递增**：高档位（序号小）的分配量不能低于相邻的低档位（序号大）的分配量。

$$x_{i,j} \geq x_{i,j+1} (\text{其中 } D30 \text{ 对应 } j = 1, D1 \text{ 对应 } j = B - 1)$$

- **平滑递减**：相邻两个档位的分配量差值不能大于 1。

$$x_{i,j} - x_{i,j+1} \leq 1$$

算法描述

算法采用“分而治之”的策略，将一个复杂的总体分配问题分解为多个针对单一市场类型的、独立的子问题进行求解，最后将结果合并。

1、数据准备：

- 获取总预投放量 T 。
- 获取所有目标市场类型（如“城网”、“农网”）及每个类型下 30 个档位的客户数，构建客户数矩阵 c_{ij} 。
- 获取为各市场类型预设的投放比例 P_i （例如，代码中指定的 `urbanRatio` 和 `ruralRatio`）。

2、目标分解：

- 根据预设比例 P_i 和总投放量 T ，计算出每个市场类型 i 的目标投放量 $T_i = T \times P_i$

3、独立分配计算 (runCoreAlgorithm):

- 对每一个市场类型 i 单独执行核心分配算法，输入为该市场的客户数向量 $\{c_{ij}\}_{j=1}^B$ 和目标投放量 T_i 。

a. **初始化**：为该市场类型创建一个全为 0 的分配向量 $(x_{i,1}, \dots, x_{i,B})$ 。

b. **贪心填充 (greedyFill)**：采用轮询方式，从最高档位(D30)到最低档位(D1)迭代，尝试为每个档位增加一个投放单位(INCREMENT)。每次增加前，都会通过 `canIncrementSmoothly` 函数检查是否会破坏平滑非递增约束。此过程持续进

行，直到无法在任何档位上增加投放量（因超出总目标或破坏约束）为止，从而得到一个初步的、满足约束的分配方案。

c. 迭代微调 (iterativeRefinement): 在贪心填充的基础上，进行多轮迭代。每一轮都遍历所有档位，尝试增加或减少一个单位，并计算调整后的投放总量误差。选择能使误差最小化的那次调整。在每次尝试调整后，都会调用 `isSmoothlyDecreasing` 函数确保调整后的方案依然满足**平滑非递增约束**。如果一轮迭代后误差没有减小，则微调过程终止。

d. 强约束 enforceSmoothDecreaseConstraint): 算法最后，再次检查并强制修正整个分配向量，确保其严格满足**平滑非递增约束**，修正任何可能在微调过程中产生的微小偏差。

结果合并与验证:

- 将每个市场类型计算出的分配向量 $(x_{i,1}, \dots, x_{i,B})$ 合并，形成最终的全局分配矩阵 $\{x_{ij}\}$ 。

- 计算最终的实际总投放量 S 并与目标总量 T 进行比较，评估总体误差。

关键因素

- **按比例分配:** 此算法的首要规则。它首先确保了宏观上不同市场类型之间的投放量能严格遵循预设的业务比例。

- **平滑非递增约束:** 这是确保投放策略公平性、合理性和稳定性的核心技术约束。它保证了高价值档位的客户获得的投放标准量**大于或等于**低价值档位的客户，并且投放量的下降是**平滑的、逐级**的，避免了断崖式的下跌。

- **分而治之:** 算法通过将一个大的、多变量的优化问题分解为多个小的、独立的子问题，显著降低了计算的复杂性，并保证了各市场类型分配的独立性。

- **贪心与微调结合:** 通过 `greedyFill` 快速生成一个基础解，再通过 `iterativeRefinement` 精细调整，算法在效率和精度之间取得了良好的平衡，以在满足所有约束的前提下，使实际投放量尽可能地逼近计划投放量。