## • 全市卷烟投放预测的数学模型与算法描述

## 数学模型

全市卷烟投放预测问题可以建模为一个单区域(全市)的优化问题。其核心目标是在满足**非递增约束**的前提下, 为全市30个档位的客户制定一个统一的分配方案,使得最终的实际总投放量与预设的总投放量误差最小。

- $\circ$  设投放区域 R=1,代表"全市"这一个整体区域。
- 。 设档位数量 B=30,从最高档位D30(对应 j=1)到最低档位D1(对应 j=30)。
- o 对于每个档位 j,令  $c_j$  表示全市范围内该档位的客户总数。此数据从 <code>city\_clientnum\_data</code> 表中 <code>URBAN\_RURAL\_CODE</code> 为"全市"的记录里获取。
- o 令  $x_j$  为分配给全市档位 j 的卷烟数量(即每个该档位的客户获得的数量)。 $x_j$  是一个非负数,并满足**非递增约束**:

$$x_1 \ge x_2 \ge \cdots \ge x_B$$

 $\circ$  实际总投放量 S 的计算公式为:

$$S = \sum_{j=1}^B x_j c_j$$

- $\circ$  预投放量 T 从  $demo_test\_ADV data$  表中获取,对应每个卷烟品种。
- 算法的目标是:最小化误差 |S-T|。

## 算法描述

该算法在 CityCigaretteDistributionAlgorithm.java 中实现,通过贪心填充和迭代微调相结合的方式,在 满足约束的同时,逐步逼近预设的投放总量 T。

- 1. **确定客户数向量**:从 city\_clientnum\_data 表中查询"全市"的记录,获取一个包含30个档位客户数的向量  $C = [c_1, c_2, \ldots, c_{30}]$ 。
- 2. **初始化分配方案**:在 calculateDistribution 方法中,创建一个大小为 [1][30] 的分配矩阵 allocationMatrix,并将其所有元素  $x_i$  初始化为0。
- 3. 贪心填充过程 (greedyFill 方法):
  - 这是一个初步的粗调过程,旨在快速接近目标投放量T而不超过它。
  - 算法会循环遍历所有档位(从D30到D1)和所有区域(在此模型中仅有"全市"一个区域)。
  - 在每次循环中,只要增加一个单位的投放量(INCREMENT ,值为1)后,计算出的总投放量  ${\tt currentAmount}$  仍然小于等于  ${\tt T}$  ,并且满足非递增约束(通过  ${\tt isValidIncrement}$  方法检查),就会将该档位的分配值  $x_i$  增加1。
  - 此过程会持续进行,直到无法再增加任何档位的分配值为止,形成一个基础的分配方案。
- 4. 迭代微调过程 (iterative Refinement 方法):
  - lacktriangle 在贪心填充的基础上,进行精细调整以进一步减小误差 |S-T|。
  - 此方法会进行最多 MAX\_ITERATIONS (预设为100次)的循环。
  - 在每次迭代中,算法会遍历所有30个档位,尝试对每个档位的分配值  $x_j$  进行两种操作:增加1或减少 1。

- 每次尝试调整后,都会使用 [isMonotonic] 方法检查整个分配方案是否仍然满足**非递增约束**。
- 如果调整有效(满足约束),则计算新的总投放量和新的误差。算法会记录下在本次迭代中能够使误差 变得最小的那一次调整(哪个档位、增加还是减少)。
- 在单次迭代结束后,采纳那个最优的调整。如果没有任何调整能减小误差,则提前终止微调。
- 5. 最终约束强制执行 (enforceMonotonicConstraint 方法):
  - 在微调过程结束后,为确保最终结果的绝对可靠,此方法会最后进行一次检查。
  - 它会从第二个档位(D29)开始遍历,如果发现任何档位的分配值  $x_j$  大于了它前一个(更高一级)档位的分配值  $x_{j-1}$ ,就会强制将  $x_j$  设为与  $x_{j-1}$  相等,从而保证最终输出的分配方案严格遵守非递增约束。

## 关键因素

- o **非递增约束**: 这是算法的核心约束,确保高等级客户的配额不会低于低等级客户。此约束在 iterativeRefinement 和 greedyFill 过程中被持续检查,并在 enforceMonotonicConstraint 中被最终强制执行,确保了分配方案的合理性与公平性。
- 。 **误差最小化**:算法通过"粗调 (greedyFill) + 精调 (iterativeRefinement)"的两阶段设计,致力于找到一个能使实际投放总量 S 与预设目标 T 最为接近的分配方案。
- **全市统一方案**:此算法是为全市预测场景设计的,因此它不处理多区域的复杂分配矩阵,而是生成一个统一的、适用于"全市"范围的一维档位分配方案。