

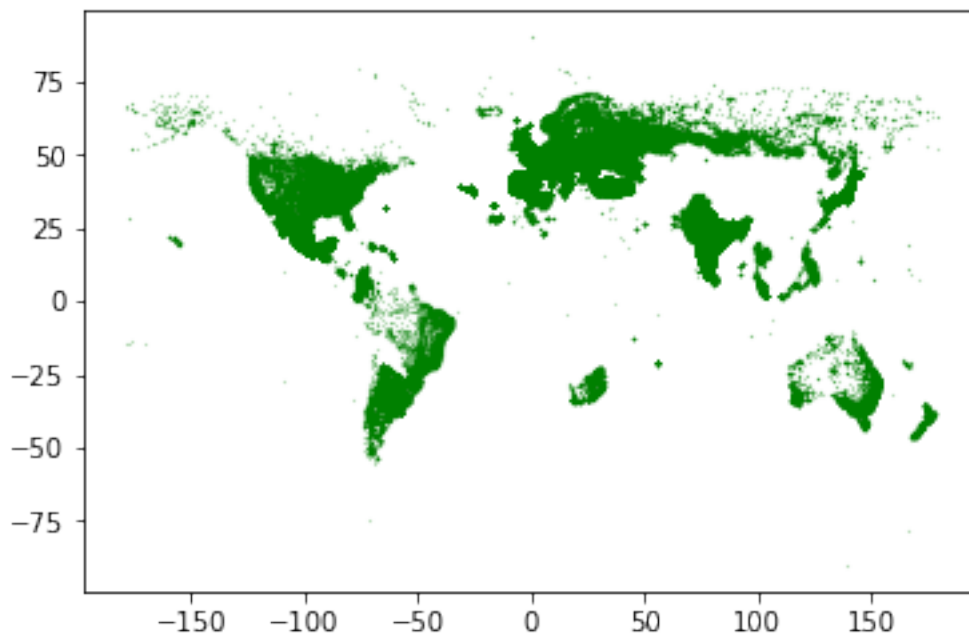
```
In [1]: from _fcm import cmeans
        from _pfcmm import pfcmm
        import numpy as np
        from matplotlib import pyplot as plt
        import csv
        from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
        import scipy.spatial as spat
        import itertools
        import imageio
        import PIL
        import math as mat
```

```
In [2]: #####
        ##### Geodatenatz mit vielen Punkten, aber wenigen Dimensionen #####
        ##### http://download.geonames.org/export/zip/ #####
        #####

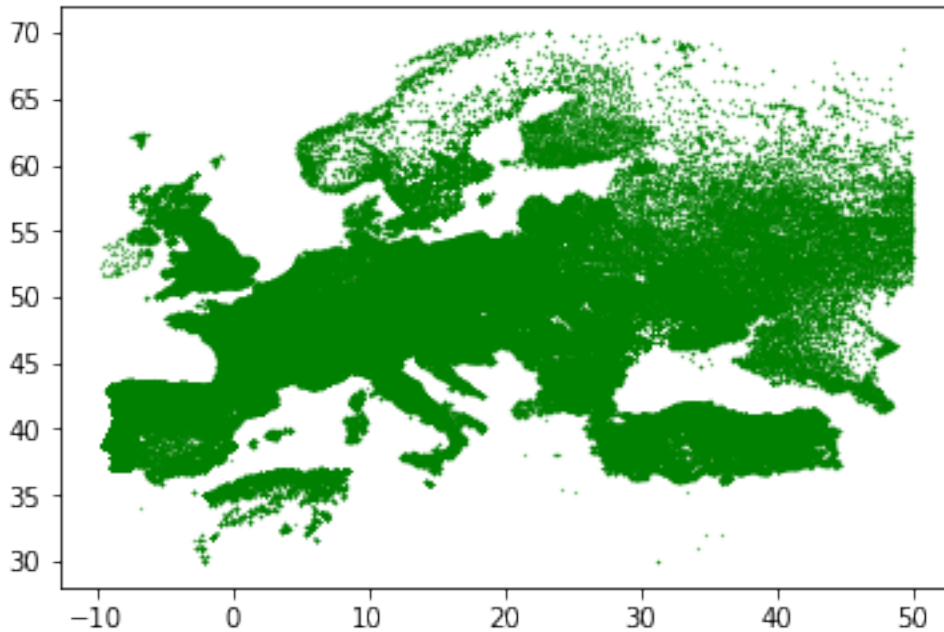
        text_file = open("allCountries.txt", "r", encoding="utf8")
        ac_lines = text_file.read().split('\n')
        text_file.close()
        geonames = np.empty([np.size(ac_lines)-1,np.size(ac_lines[0].split('\t'))],dtype=object)
        for i in range(0,np.size(ac_lines)-1):
            geonames[i] = ac_lines[i].split('\t')
        print("Dieser Datensatz hat "+str(geonames.shape[0])+" Datenpunkte und "
              +str(geonames.shape[1])+" Attribute.")
```

Dieser Datensatz hat 1264940 Datenpunkte und 12 Attribute.

```
In [3]: #Visualisierung aller Punkte als "Landkarte" mittels pyplot:
        worldplot = plt.plot(geonames[0:,10].astype(float), geonames[0:,9].astype(float), 'g.')
        plt.setp(worldplot, markersize=0.2)
        plt.show()
```



```
In [4]: #Ausschnitt der Landkarte (hier Europa) betrachten:
breitengrad = geonames[0:,9].astype(float)
laengengrad = geonames[0:,10].astype(float)
condition = [(breitengrad>30) & (breitengrad <70)
              & (laengengrad>-10) & (laengengrad <50)]
cond_a = np.extract(condition, breitengrad)
cond_b = np.extract(condition, laengengrad)
euplot = plt.plot(cond_b,cond_a, 'g. ')
plt.setp(euplot, markersize=0.5)
plt.show()
```



```
In [5]: #####
##### Hochdimensionaler Geodatenatz #####
##### https://www.kaggle.com/reubencpereira/spatial-data-repo #####
#####
```

```
In [6]: def isFloatable(value):
        """
        Überprüft, ob ein gegebener Wert in Typ "float" umgewandelt werden kann.
        value: zu überprüfender Wert
        """
        try:
            float(value)
            return True
        except ValueError:
            return False
```

```
In [7]: def readKivaDataset():
        """
        Spatial Data Repository auslesen und vorbereiten für Plots.
        Gibt außerdem aus, welche Daten in welcher Spalte stehen.
        kivaArray: gefilterter Datensatz
        """
        text_file = open("kivaData_augmented.txt", "r", encoding="utf8")
        lines = text_file.read().split('\n')
        text_file.close()
        kivaList = []
        for l in csv.reader(lines, quotechar='"', delimiter=',',
                            quoting=csv.QUOTE_ALL, skipinitialspace=True):
            if(len(l)>2):
                #Filter für nicht vorhandene Werte
                if(#isFloatable((l[2]) #Breitengrade
                    & isFloatable((l[3]) #Längengrade
                    # & isFloatable((l[30]) #Höhenwerte
                    # & isFloatable((l[27]) #Reisezeit bis zur nächsten Großstadt in Std.
                    # & isFloatable((l[28]) #Durchschnittl. nächtliche Beleuchtungszeit
                    # & isFloatable((l[25]) #Populationsdichte (Bewohner pro m²)
                    isFloatable((l[26])) #Niederschlag
                    & isFloatable((l[29])) #Landnutzungsklassifikator
                    & isFloatable((l[31]))): #Temperatur
                    kivaList.append(l)
                elif(l[0]=="region"):
                    kivaList.append(l)
        #In numpy-Array umwandeln und die Legende entfernen:
        kivaArray = np.empty([len(kivaList)-1,len(kivaList[0])],dtype=object)
        for l in range(1,len(kivaList)):
            kivaArray [l-1] = kivaList [l]
        #Ausgabe der Attributbeschreibungen je Index:
        for i in range(0,43):
            print("Index "+str(i)+" : "+str(kivaList[0][i]))
        return kivaArray
```

```
In [8]: kivaArray = readKivaDataset()
```

```
Index 0: region
Index 1: country
Index 2: latitude
Index 3: longitude
Index 4: id
Index 5: funded_amount
Index 6: loan_amount
Index 7: activity
Index 8: sector
Index 9: use
Index 10: country_code
Index 11: currency
Index 12: partner_id
Index 13: posted_time
Index 14: disbursed_time
Index 15: funded_time
Index 16: term_in_months
Index 17: lender_count
Index 18: tags
Index 19: borrower_genders
Index 20: repayment_interval
Index 21: date
Index 22: location_type
Index 23: latlngImputed
Index 24: useforspatial
Index 25: popDensity
Index 26: precipitation
Index 27: TimeToCity
Index 28: AvgNightLight
Index 29: LandClassification
Index 30: Elevation
Index 31: Temperature
Index 32: Evaporation
Index 33: Modis_LAI
Index 34: Modis_EVI
Index 35: soil_orgc
Index 36: soil_phaq
Index 37: soil_clay
Index 38: soil_silt
Index 39: soil_sand
Index 40: Conflicts_total
Index 41: Conflicts_totalDeaths
Index 42: Conflicts_totalDeathsCivilians
```

```
In [9]: #####
        ##### Fuzzy C-Means #####
        #####
```

```
In [10]: niederschlag = kivaArray[:,26][0::50].astype(float)
         landnutzung = kivaArray[:,29][0::50].astype(float)
         temperatur = kivaArray[:,31][0::50].astype(float)
         fcm_kivaArray = np.vstack((niederschlag, temperatur, landnutzung))
```

```
#FCM ausführen:
[kiva_cntr_fcm,kiva_u_fcm,_,_,_,_,_] = cmeans(fcm_kivaArray, c=20,m=2,
                                              error=0.001, maxiter=100)
```

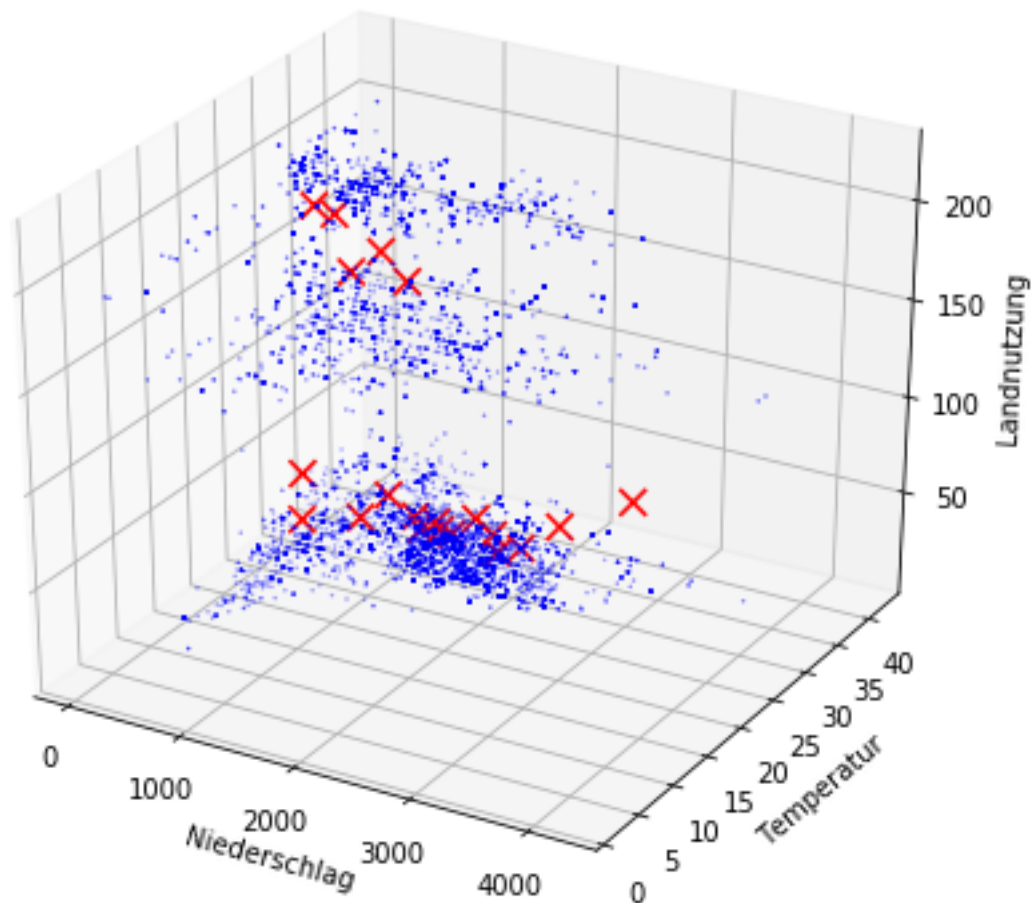
```
In [11]: #Clusteringergebnisse plotten:
fcm_fig = plt.figure(figsize=(6,5))
fcm_ax = Axes3D(fcm_fig)

fcm_ax.scatter(kiva_cntr_fcm.T[0], kiva_cntr_fcm.T[1],
               kiva_cntr_fcm.T[2], alpha = 1,
               s=100,c='r', marker='x',zorder=10)
fcm_ax.scatter(niederschlag, temperatur, landnutzung,
               s=0.5,c='b',marker='.',zorder=-1)

fcm_ax.set_xlabel('Niederschlag')
fcm_ax.set_ylabel('Temperatur')
fcm_ax.set_zlabel('Landnutzung')

plt.show()

#FCM zeigt in diesem sehr unscharfen Fall erst bei hoher
#Clusteranzahl korrekte Gruppierungstendenzen an.
#Die oberen Cluster werden dabei immer zusammengefasst
```



```

In [12]: #####
##### PFCM #####
#####

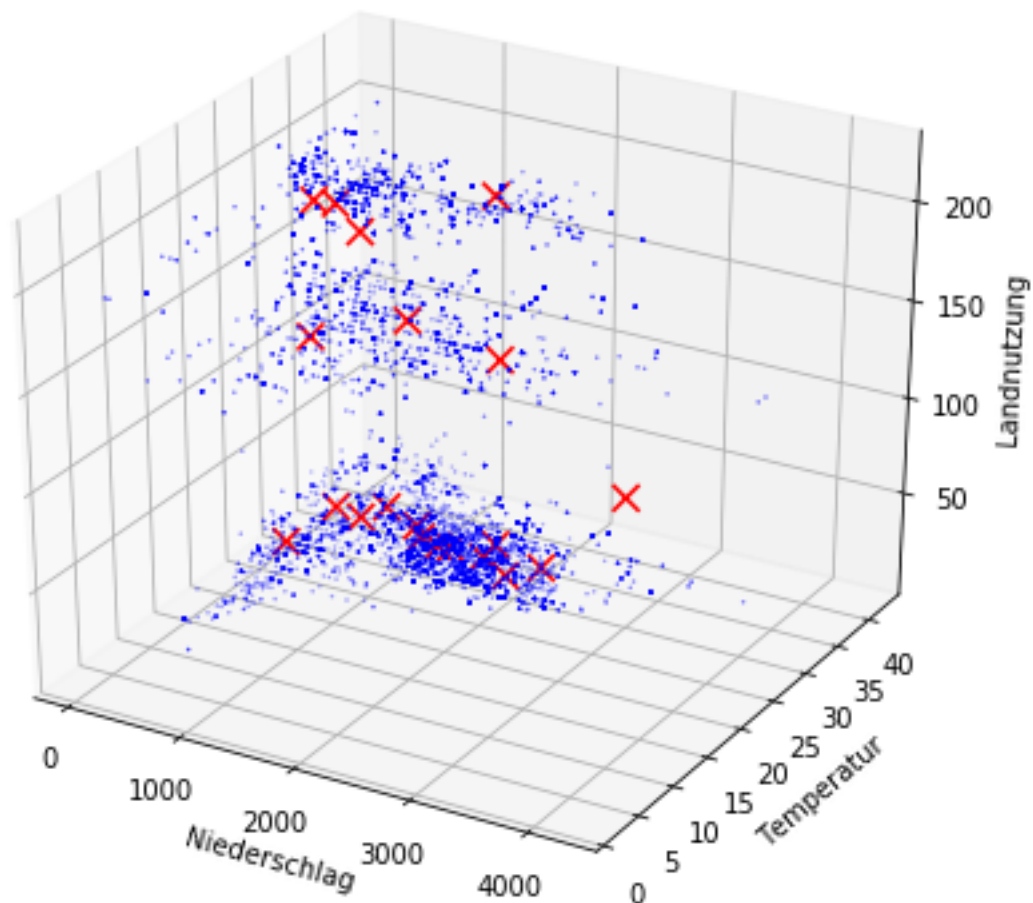
In [13]: #PFCM ausführen:
[kiva_cntr_pfc, kiva_u_pfc, _, _, _] = pfc(data=fcm_kivaArray.T, c=20, m=2, eta=2, a=1,
                                         b=3, k=1, error_fcm=0.01, error_pfc=0.001,
                                         maxiter_fcm=100, maxiter=100)

In [14]: #Clusteringergebnisse plotten:
pfc_fig = plt.figure(figsize=(6,5))
pfc_ax = Axes3D(pfc_fig)
pfc_ax.scatter(kiva_cntr_pfc[:,0], kiva_cntr_pfc[:,1], kiva_cntr_pfc[:,2],
               alpha=1, s=100, c='r', marker='x', zorder=10)
pfc_ax.scatter(niederschlag, temperatur, landnutzung, s=0.5, c='b',
               marker='.', zorder=-1)

pfc_ax.set_xlabel('Niederschlag')
pfc_ax.set_ylabel('Temperatur')
pfc_ax.set_zlabel('Landnutzung')

plt.show()
#Clustererkennung von PFCM etwas besser bei kleinen Werten  $c \sim 3$ ,
#aber immer noch unzureichend genau, da Ergebnisse von den initialen
#Clusterprototypen (die nie angegeben wurden) stark abhängig sind.

```



```
In [15]: ##### NSFCDT #####
#####
```

```
In [16]: class Triangle:
    """
    Modifizierte Delaunay-Dreieck-Datenstruktur - visited soll
    speichern, ob das betrachtete Dreieck schon besucht wurde.
    Somit lässt sich in Erfahrung bringen, ob ein Nachbardreieck
    im Clusteringprozess schon zugeordnet wurde oder nicht.
    """
    def __init__(self):
        self.id = -1
        self.points = []
        self.visited = False
        self.neighbors = []
```

```
In [17]: def convertTriangles(points,tri):
    """
    Wandelt die Dreiecke der Triangulation tri in Triangle um.
    points: Die betrachtete Punkte der Dreiecke
    tri: Delaunay-Triangulation
    """
    convertedTriangles = []
    for i in range(0,len(tri.simplices)):
        newT = Triangle()
        newT.id = i
        newT.points = points[tri.simplices[i]]
        newT.neighbors = finde_nachbardreiecke(i,tri)
        convertedTriangles.append(newT)
    return convertedTriangles
```

```
In [18]: def finde_nachbardreiecke(dindex,tri):
    """
    Diese Funktion findet alle Nachbarn eines Dreiecks und löscht die
    Einträge nicht gefundener Nachbarn (z.B. wenn es <3 Nachbarn gibt)
    dindex: Der Index des betrachteten Dreiecks
    tri: Delaunay Triangulation
    nachbarn: Liste an Nachbardreiecken als Liste von Indizes dieser Dreiecke
    """
    nachbarn = tri.neighbors[dindex][tri.neighbors[dindex]>0]
    return nachbarn
```

```
In [19]: def satisfiable(triangle,lower_limit,upper_limit,min_angle):
    """
    Berechne, ob das Dreieck bzgl. der Grenzwerte die richtige Größe und Winkel hat
    triangle: Das betrachtete Dreieck
    lower_limit: Untergrenze für den Flächeninhalt des Dreiecks
    upper_limit: Obergrenze für den Flächeninhalt des Dreiecks
    min_angle: Der kleinste Winkel im Dreieck muss mindestens angle Grad haben
    """
    a = np.linalg.norm(triangle.points[0]-triangle.points[1])
    b = np.linalg.norm(triangle.points[0]-triangle.points[2])
    c = np.linalg.norm(triangle.points[1]-triangle.points[2])
    smallest_angle_found = -1
```

```

if (a + b >= c) and (b + c >= a) and (c + a >= b):
    A = mat.degrees(mat.acos((b**2 + c**2 - a**2)/(2*b*c)))
    B = mat.degrees(mat.acos((c**2 + a**2 - b**2)/(2*c*a)))
    C = mat.degrees(mat.acos((a**2 + b**2 - c**2)/(2*a*b)))
    smallest_angle_found = np.min([A,B,C])
else:
    return False
s = (a + b + c) / 2
area = (s*(s-a)*(s-b)*(s-c)) ** 0.5
if((area >= lower_limit) & (area <= upper_limit)
    & (smallest_angle_found > min_angle)):
    return True
else:
    return False

```

```

In [20]: def NSFCDT(points, lower_limit, upper_limit, min_angle):
        """
        Originales NSFCDT ohne Unterscheidung der Cluster. Die Dreiecke
        können also nur in einer Farbe dargestellt werden.
        points: Array mit Datenpunkten
        lower_limit: Untergrenze für den Flächeninhalt des Dreiecks
        upper_limit: Obergrenze für den Flächeninhalt des Dreiecks
        min_angle: Der kleinste Winkel im Dreieck hat >angle Grad
        """

        tri = Delaunay(points)
        DT = convertTriangles(points,tri)
        clusterSet = set()
        tmpSet = set()
        stack = []
        for dt in DT:
            if(dt.visited == False):
                newSet = set()
                stack.append(dt)
                while(len(stack) > 0):
                    t = stack.pop()
                    if(satisfiable(t,lower_limit, upper_limit,min_angle)
                        & (t.visited == False)):
                        t.visited = True
                        newSet = newSet.union({t})
                        tmpSet = t.neighbors
                        for el in tmpSet:
                            if(DT[el].visited == False):
                                stack.append(DT[el])
                    clusterSet = clusterSet.union(newSet)
        return tri,clusterSet

```



```

In [21]: #Für Unterscheidung der Cluster und verschiedene Einfärbung
def NSFCDT2(points, lower_limit, upper_limit, min_angle):
    """
    Modifiziertes NSFCDT mit Unterscheidung der Cluster. Die Dreiecke
    können also in verschiedenen Farben dargestellt werden.
    points: Array mit Datenpunkten
    lower_limit: Untergrenze für den Flächeninhalt des Dreiecks
    upper_limit: Obergrenze für den Flächeninhalt des Dreiecks
    min_angle: Der kleinste Winkel im Dreieck hat >angle Grad
    """

    tri = spat.Delaunay(points)
    DT = convertTriangles(points,tri)
    clusterList = []
    tmpSet = set()
    stack = []
    for dt in DT:
        if(dt.visited == False):
            newList = list()
            stack.append(dt)
            while(len(stack) > 0):
                t = stack.pop()
                if(satisfiable(t,lower_limit, upper_limit,min_angle)
                    & (t.visited == False)):
                    t.visited = True
                    newList.append(t)
                    tmpSet = t.neighbors
                    for el in tmpSet:
                        if(DT[el].visited == False):
                            stack.append(DT[el])
            if (len(newList)>0):
                clusterList.append(newList)
    return tri,clusterList

```

```

In [22]: def findColorPoints(I,limR,limG,limB):
        """
        Finde alle Punkte in angegebenem Farbraum
        I: Das betrachtete Bild als (n x 5)-Array, dabei ist die erste Spalte der
        Zeilenindex des Pixels, die zweite Spalte enthält den Spaltenindex des Pixels,
        Spalten drei, vier und fünf enthalten die RGB-Werte des Pixels
        n: Anzahl der Pixel im Bild I
        limR: Bereich des roten Farbraumanteils, in dem sich der Pixel befinden darf
        limG: Bereich des grünen Farbraumanteils, in dem sich der Pixel befinden darf
        limB: Bereich des blauen Farbraumanteils, in dem sich der Pixel befinden darf
        """
        found = []
        for el in I:
            if ((el[2] in limR)
                & (el[3] in limG)
                & (el[4] in limB)):
                found.append([el[0],el[1]])
        return np.array(found)

In [23]: #Alternative Implementierung von findColorPoints, leider trotz numpy etwas langsamer!
def findColorPoints2(I,limR,limG,limB):
    found = []
    for idx in np.ndindex(I0.shape[0:2]):
        if ((I[idx][0] in limR) & (I[idx][1] in limG) & (I[idx][2] in limB)):
            found.append(list(idx))
    return np.array(found)

In [24]: def reshapeImg(image):
        """
        Wandelt das (a x b x 3) Bildarray in ein (a*b x 5) Array um
        image: (a x b x 3) Bildarray
        """
        newI = []
        for a in range(0,image.shape[0]):
            for b in range(0,image.shape[1]):
                newI.append(np.concatenate([[a,b],image[a,b]]))
        return np.array(newI)

In [25]: #Selbsterstellter 2D-Datensatz zum Testen von crisp-NSFCDT:
xe = np.concatenate(tuple([[x for x in range(0,4)] for y in range(0,4)]))
ye = np.concatenate(tuple([[y for x in range(0,4)] for y in range(0,4)]))
xe = np.concatenate((xe,[1.1,1.2,1.3,0.9,0.8,1.2,1.3,0.9],
                        [3.1,3.2,3.3,2.9,2.8,3.2,3.3,2.9,2.8],
                        [0,0.1,0.15,0.2,0.05,0.3,0.25,0.17,0.22,0.6,0.5]))
ye = np.concatenate((ye,[1,1.1,1.1,1.2,0.8,0.9,0.95,1],
                        [3,2.95,2.9,2.8,3.2,3.1,3.1,3,2.9],
                        [2.6,2.9,3,2.2,2.85,2.91,2.44,2.89,2.77,2.5,2.7]))

testPoints = np.array([xe,ye]).T
[triangulation0,clusters0] = NSFCDT2(testPoints,0,0.05,10)
print("Der Datensatz hat "+str(len(clusters0))+" Cluster.")
print("Es existieren "+str(len(triangulation0.simplices))
      +" Dreiecke in der Triangulation.")

```

Der Datensatz hat 3 Cluster.

Es existieren 75 Dreiecke in der Triangulation.

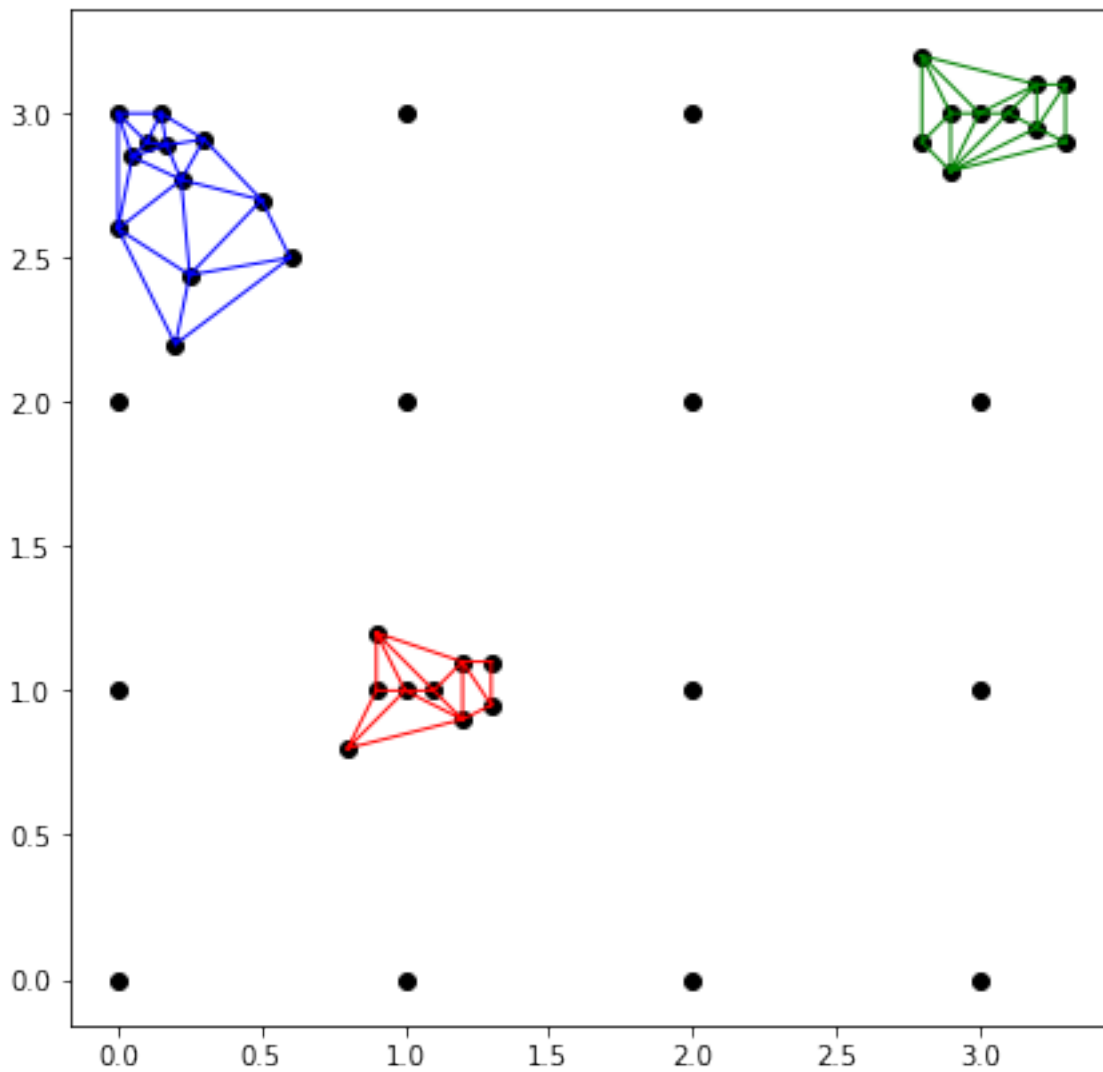
```

In [26]: def getColor(nat):
        """
        Gibt für alle natürlichen Zahlen (hier Integers) einen Farbwert zurück
        nat: natürliche Zahl
        """
        colormap = ['g','b','r','c','#C0FF20','#FFB720','#852FFF','y','m']
        return colormap[np.mod(nat,9)]

In [27]: def plotTriangles(triangulation,clusters,printImage,printDots,linewidth,figuresize):
        """
        Routine zum Plotten von Datensätzen mit geclusterter Triangulation
        triangulation: Delaunay Triangulation
        clusters: Liste von Listen mit Dreiecken, jede äußere Liste ist ein Cluster
        printImage: Soll ein Hintergrundbild geplottet werden?
        printDots: Sollen die Datenpunkte ebenfalls eingezeichnet werden?
        linewidth: Dicke der Dreieckskanten
        figuresize: Maße des Plots als Integer-Tupel
        """
        fig = plt.subplots(figsize = figuresize)
        xcord = triangulation.points.T[0]
        ycord = triangulation.points.T[1]
        if(printDots):
            plt.plot(xcord,ycord,'ko',zorder = 1)
        if(printImage==True):
            img = imageio.imread("mars1.jpg") #Hintergrundbild
            plt.imshow(img,zorder=0,extent=[0,I0.shape[1],I0.shape[0],0])
            for i in range(0,len(clusters)):
                simplices = np.array([triangulation.simplices[x.id] for x in clusters[i]])
                plt.triplot(ycord,xcord,simplices,linestyle = '-',
                            color = getColor(i),lw=linewidth)
        else:
            for i in range(0,len(clusters)):
                simplices = np.array([triangulation.simplices[x.id] for x in clusters[i]])
                plt.triplot(xcord,ycord,simplices,linestyle = '-',
                            color = getColor(i),lw=linewidth)
        plt.show()

```

```
In [28]: #Visualisierung der Ergebnisse von NSFCDT auf selbsterstelltem Datensatz:
plotTriangles(triangulation0,clusters0,False,True,1,(7,7))
```



```
In [29]: I0 = np.asarray(PIL.Image.open('mars2.jpg')) #Gesampeltes Bild, aus Performancegründen.
I1 = reshapeImg(I0)
foundInRange = findColorPoints(I1,range(30,70),range(30,70),range(40,70))
print("Es wurden im angegebenen Farbraum "
      +str(foundInRange.shape[0])+" Punkte gefunden.")
```

Es wurden im angegebenen Farbraum 25396 Punkte gefunden.

```
In [30]: [triangulation1,clusters1] = NSFCDT2(foundInRange,0,10,1)
print("Der Datensatz hat "+str(len(clusters1))+" Cluster.")
print("Es existieren "+str(len(triangulation1.simplices))
      +" Dreiecke in der Triangulation.")
```

Der Datensatz hat 22 Cluster.

Es existieren 50762 Dreiecke in der Triangulation.

```

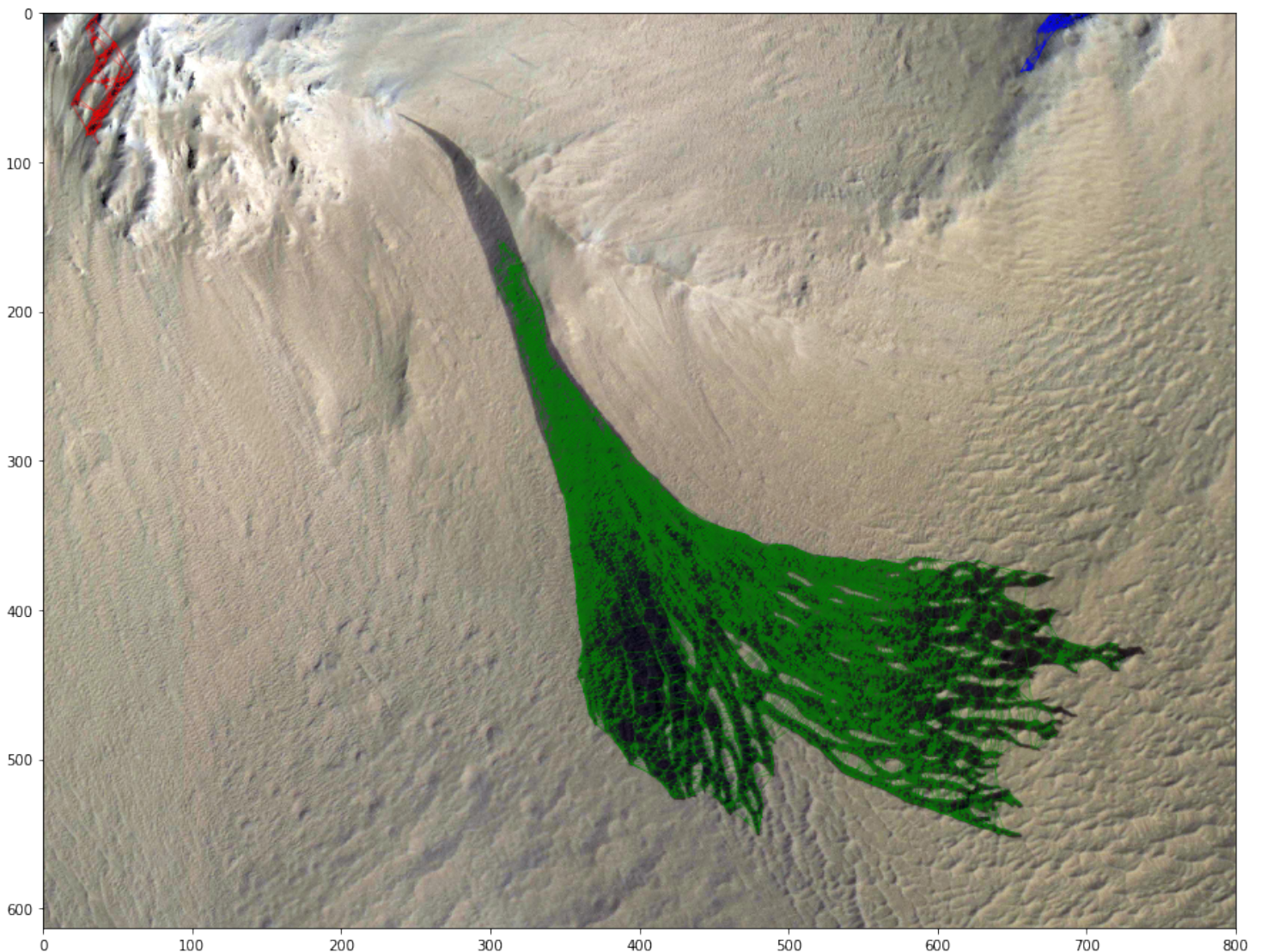
In [31]: #Alle zu kleinen Cluster (bzw. Rauschen) entfernen:
clusters1 = np.extract(np.array([len(x)>100 for x in clusters1]),clusters1)

In [32]: #Wie viele Dreiecke haben die Cluster jeweils?
for el_index in range(0,len(clusters1)):
    print("Cluster "+str(el_index)+" hat "+str(len(clusters1[el_index]))+" Dreiecke.")

Cluster 0 hat 48544 Dreiecke.
Cluster 1 hat 389 Dreiecke.
Cluster 2 hat 566 Dreiecke.

In [33]: #Visualisierung des Clusterings eines Mars-Satellitenbildes "Splitting Slope Streaks"
#von der NASA (https://www.jpl.nasa.gov/spaceimages/details.php?id=pia22240)
plotTriangles(triangulation1,clusters1,True,False,0.2,(15,15))

```



```
In [34]: ##### Cluster Validity Indices #####
#####
```

```
In [35]: def covariance(i,u,x,v,m):
    """
        Hilfsfunktion für die Berechnung des Fuzzy Hypervolume CVI
        Kovarianzmatrix für einen Cluster v_i
        i ist der betreffende Clusterindex
        d ist die Anzahl der Features
        n ist die Anzahl der Datenpunkte
        ci ist die zu berechnende Kovarianzmatrix mit Dimension dxd
        nenner ist der Nenner im Bruch für die Formel der Kovarianzmatrix
        zaehler ist der Zaehler im Bruch für die Formel der Kovarianzmatrix
        l und p sind Laufvariablen für die Features
    """
    d = x.shape[1]
    n = x.shape[0]
    ci = np.zeros((d,d))
    nenner = np.power(u[i],m).sum()

    for p in range(0, d):
        for l in range(0, d):
            zaehler = 0
            for k in range(0,n):
                zaehler = zaehler+((u[i,k]**m)*(x[k,p]-v[i,p])*(x[k,l]-v[i,l]))
            ci[p,l] = zaehler/nenner
    return np.asmatrix(ci)
```

```
In [36]: def getMinPermutation(cntr0, cntr1):
    """
        Diese Funktion bringt cntr1 in die richtige Reihenfolge, indem die
        Permutation mit dem geringsten Abstand zu cntr0 gewählt wird
        cntr0: Initiale Clusterzentroiden in der richtigen Reihenfolge
        cntr1: Berechnete Clusterprototypen in ungewisser Reihenfolge
        minPerm: Initial kleinste Permutation von cntr1
        minDistance: Initial kleinste Distanz von cntr1 zu cntr0
        newDistance: Neu berechnete Distanz in jedem Schleifendurchlauf
        Auch anwendbar auf die Zugehörigkeitsmatrix u!
    """
    minPerm = cntr1
    minDistance = np.absolute(cntr1-cntr0).sum()
    for p in itertools.permutations(cntr1.tolist()):
        newDistance = np.absolute(p-cntr0).sum()
        if newDistance < minDistance:
            minPerm = p
            minDistance = newDistance
    return np.asmatrix(minPerm)
```

```
In [37]: ##### Normalised Partition Coefficient #####
#####
def npc(u):
    """
        u ist die Zugehoerigkeitsmatrix
        c ist die Anzahl der Cluster
        vpc ist der Wert von NPC vor der Normalisierung
    """
    c = u.shape[0]
    vpc = (np.power(u,2)).sum()/u.shape[1]
    vnpc = 1-((c/(c-1))*(1-vpc))
    return vnpc
```

```
In [38]: ##### Fuzzy Hypervolume #####
#####
def fhv(u,x,v,m):
    """
        Fuzzy Hypervolume Clustervaliditätsindex
        c ist die Anzahl der Clusterzentroide
        vfhv ist der initiale Wert für die Zielfunktion
    """
    c = v.shape[0]
    vfhv = 0

    for i in range(0,c):
        vfhv += np.sqrt(np.linalg.det(covariance(i,u,x,v,m)))

    return vfhv
```

```
In [39]: def c_analysis():
    """
        Berechnung der durchschnittlichen Zugehörigkeitsmatrizen und Clusterprototypen
        über fcm_times_upper Durchläufe für c = 2..max_cluster.
        Anschließend Berechnung der CVIs (NPC,FHV) mithilfe der o.g.
        Durchschnittsmatrizen und Ermittlung der optimalen Clusteranzahl c_opt.
        data: Datensatz
        npc_arr: Array mit allen NPC-Werten aus Schleifendurchläufen i
        fhv_arr: Array mit allen FHV-Werten aus Schleifendurchläufen i
        cntr_avg: Durchschnittlich berechnete Clusterprototypen
        u_avg: Durchschnittlich berechnete Zugehörigkeitsmatrix
        cvi_npc: Berechneter NPC-Wert für aktuellen Schleifendurchlauf i
        cvi_fhv: Berechneter FHV-Wert für aktuellen Schleifendurchlauf i
        opt_c: Optimale Anzahl an Clusterzentren
    """
    data = np.vstack((kivaArray[:,26][0::100].astype(float),
                      kivaArray[:,29][0::100].astype(float),
                      kivaArray[:,31][0::100].astype(float))).T
    npc_arr = np.array([])
    fhv_arr = np.array([])
    fcm_times_upper = 3
    max_cluster = 7
    """
```

*Im Folgenden wird FCM für verschiedene Clusteranzahlen jeweils fcm\_times\_upper-1 mal durchgeführt.  
In den Clusteringergebnissen werden alle Zentroide permutiert und die Daten derjenigen Permutation gefunden, welche bezüglich ihrer Zentroide und Zugehörigkeiten den kleinsten Abstand zu allen anderen Permutationen hat. Diese Partitionierung ist das jeweils beste Ergebnis für die betrachtete Clusteranzahl i.*

```

"""
for i in range (2,max_cluster):
    cntr_avrg = np.zeros((i,3))
    u_avrg = np.zeros((i,data.shape[0]))
    [cntr_init,u_init,_,_,_,_,_] = cmeans(data.T, i, 2, 0.001, 50)
    for j in range(1,fcm_times_upper):
        [cntr,u,_,_,_,_,_] = cmeans(data.T, i, 2, 0.001, 50)
        cntr_avrg += getMinPermutation(cntr_init,cntr)
        u_avrg += getMinPermutation(u_init,u)
    cntr_avrg /= (fcm_times_upper-1)
    u_avrg /= (fcm_times_upper-1)
    cvi_npc = npc(u_avrg)
    cvi_fhv = fhv(u_avrg,data,cntr_avrg,2)
    npc_arr = np.append(npc_arr,cvi_npc)
    fhv_arr = np.append(fhv_arr,cvi_fhv)
    print("\nCvIs für "+str(i)+" Cluster:")
    print("NPC: "+str(cvi_npc))
    print("FHV: "+str(cvi_fhv))

    fig2 = plt.figure(figsize=(6,5))
    ax = Axes3D(fig2)
    ax.scatter(cntr_avrg.T[0],cntr_avrg.T[2],cntr_avrg.T[1],
               alpha = 1, s=100,c='r', marker='x',zorder=10)
    ax.scatter(data.T[0], data.T[2], data.T[1],s=0.1,c='b',marker='.',zorder=-1)
    plt.show()

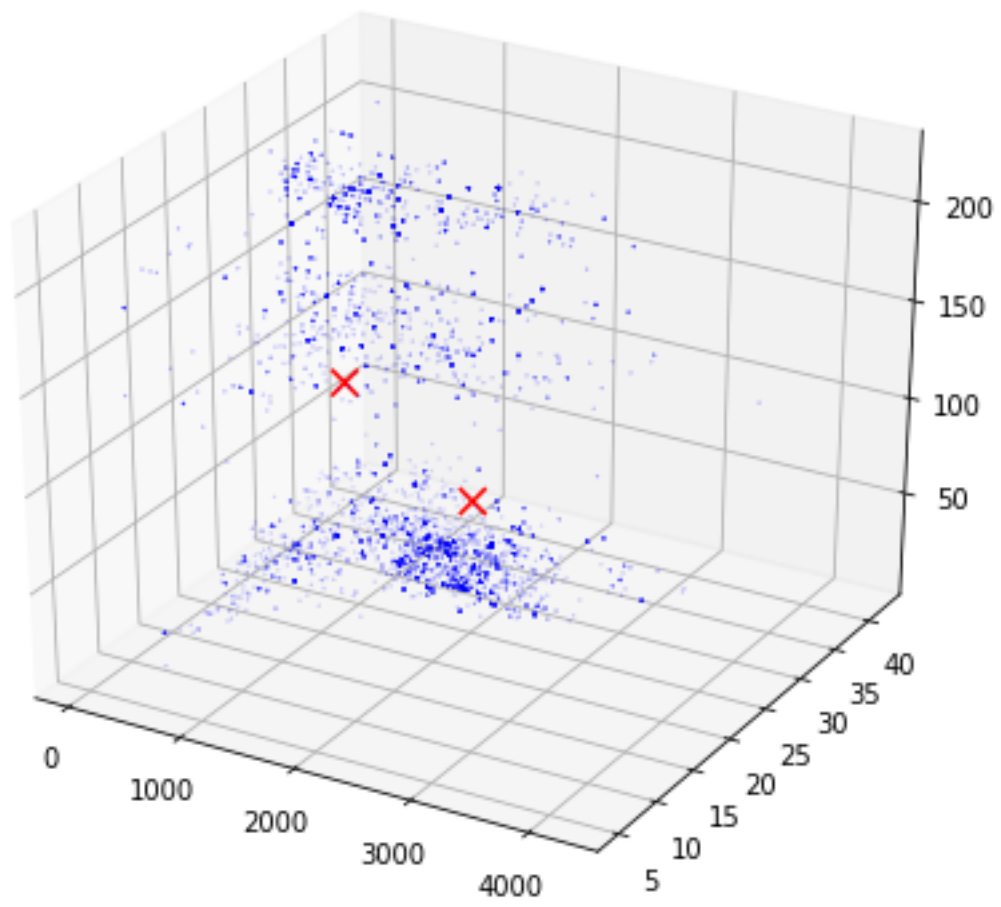
"""
Strategie zur Ermittlung der optimalen Clusteranzahl mithilfe der beiden CVI:
Ein optimaler Wert für NPC ist 1. Ein optimaler Wert für FHV ist 0.
- Quetschen der FHV-Werte auf [0;1] (Normalisierung mit fhv_arr/max(fhv_arr))
- argmax(NPC+(1-NORMALIZED(FHV))) ist der Index des besten Wertes
"""
opt_c = np.argmax(npc_arr+(1-fhv_arr/np.max(fhv_arr)))+2
print("Nach FHV beträgt die optimale Clusteranzahl: "+str(np.argmax(fhv_arr)+2))
print("Nach NPC beträgt die optimale Clusteranzahl: "+str(np.argmax(npc_arr)+2))
print("Die optimale Clusteranzahl für diese Daten ist: "+ str(opt_c))

```

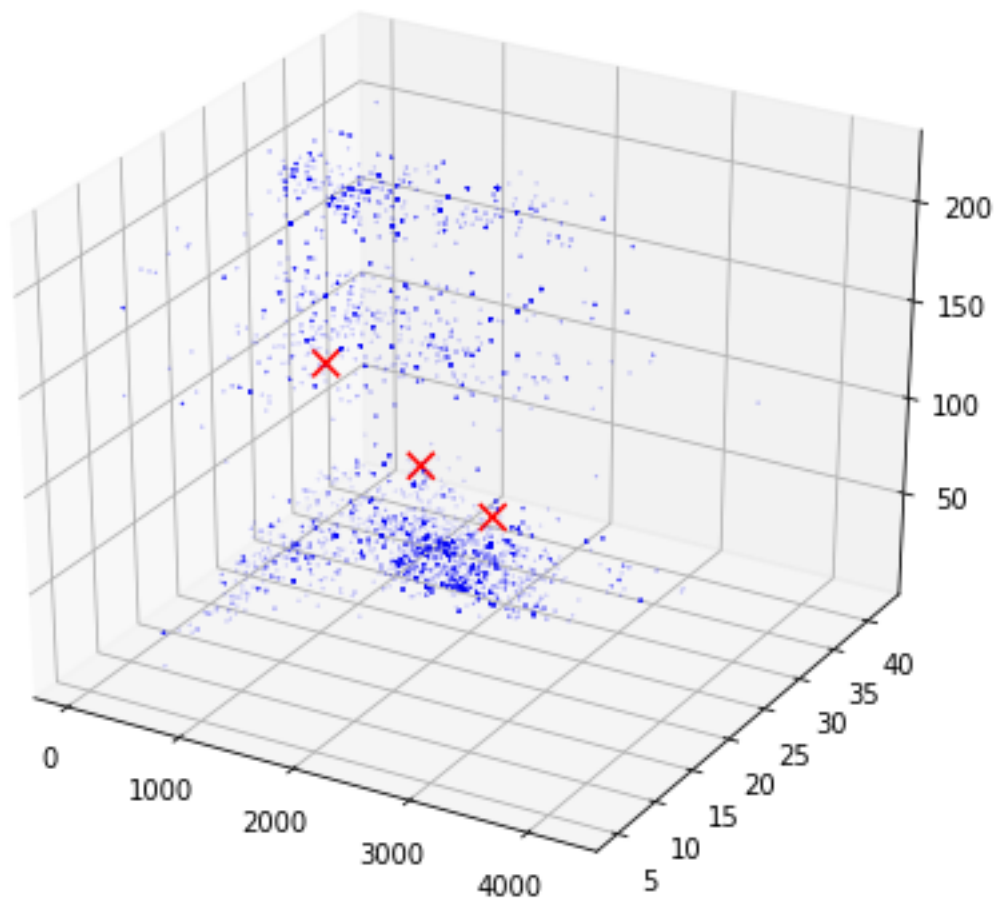
In [40]: c\_analysis()

CvIs für 2 Cluster:  
NPC: 0.68921407755634  
FHV: 189118.20786113362

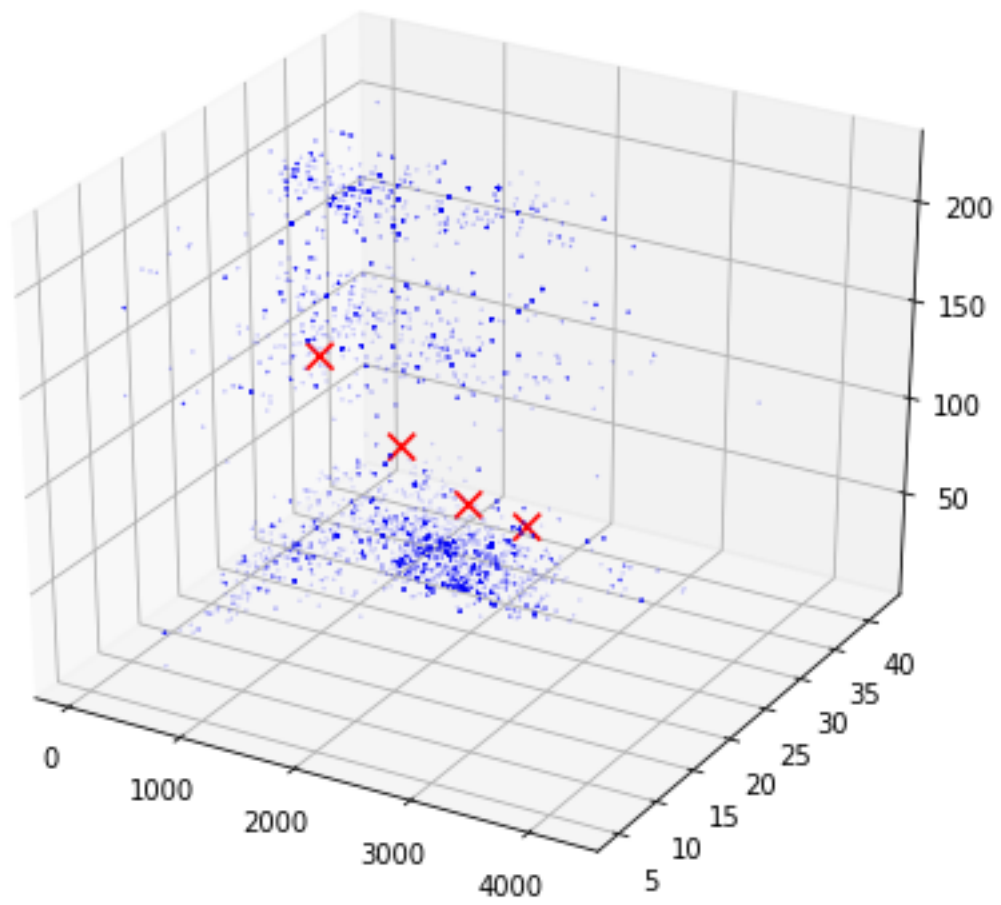




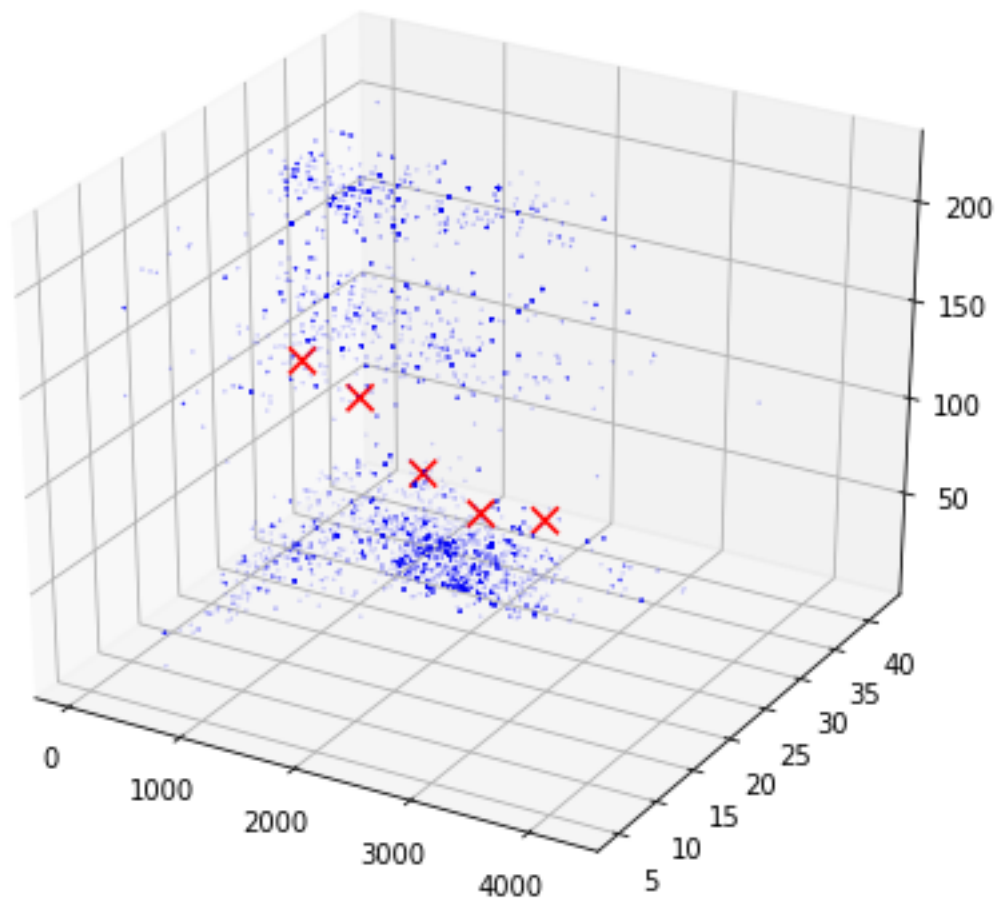
CVIs für 3 Cluster:  
NPC: 0.6690587048921179  
FHV: 194085.24971467216



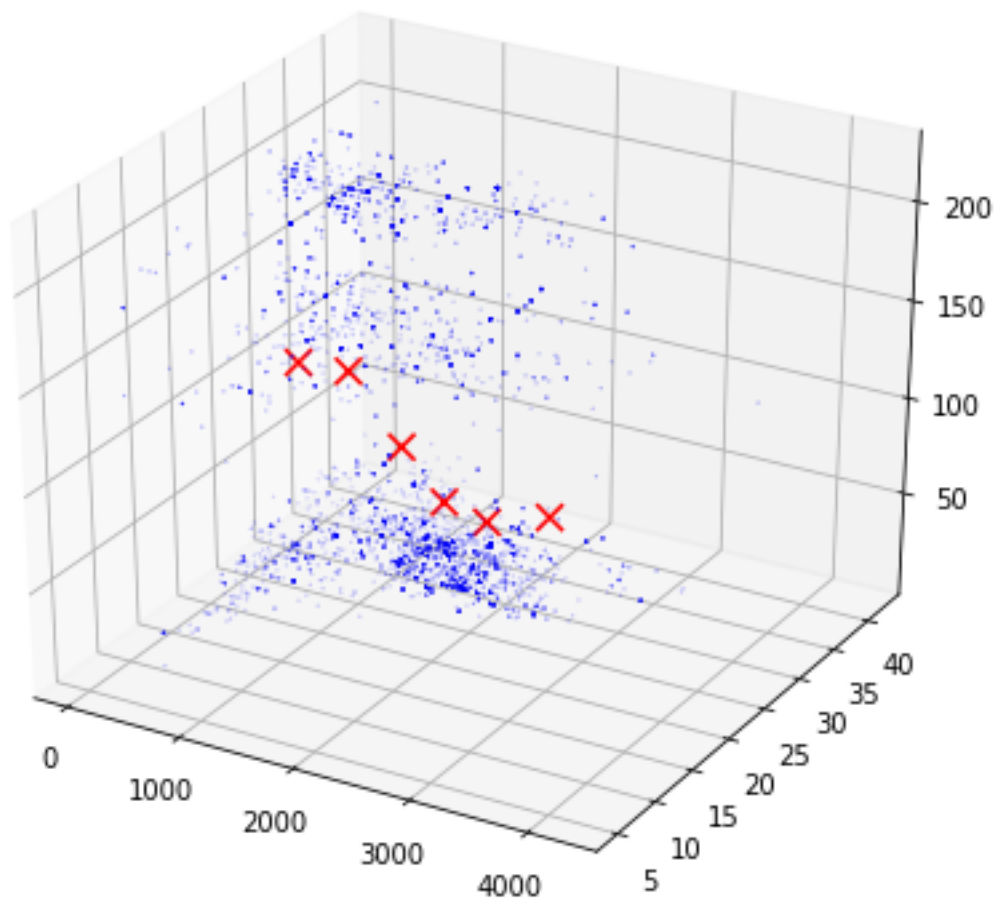
CVIs für 4 Cluster:  
NPC: 0.6160156469400961  
FHV: 210435.67653616116



CVIs für 5 Cluster:  
NPC: 0.6453955616332192  
FHV: 216359.58222048287



CVIs für 6 Cluster:  
NPC: 0.6273769879384633  
FHV: 215135.14925282725



Nach FHV beträgt die optimale Clusteranzahl: 5  
Nach NPC beträgt die optimale Clusteranzahl: 2  
Die optimale Clusteranzahl für diese Daten ist: 2

```
In [41]: #####
##### VAT-Algorithmus #####
#####
```

```
In [42]: def argmin(I,J,R):
        """
        Gibt die Indizes des kleinsten Elements in R bezüglich der Zeilen
        und Spalten, die in den Mengen I und J angegeben sind, zurück
        """

        minimum = np.iinfo(np.int32).max
        for i in I:
            for j in J:
                if(R[i,j] < minimum):
                    minimum = R[i,j]
                    [min_i,min_j] = [i,j]
        return min_i,min_j
```

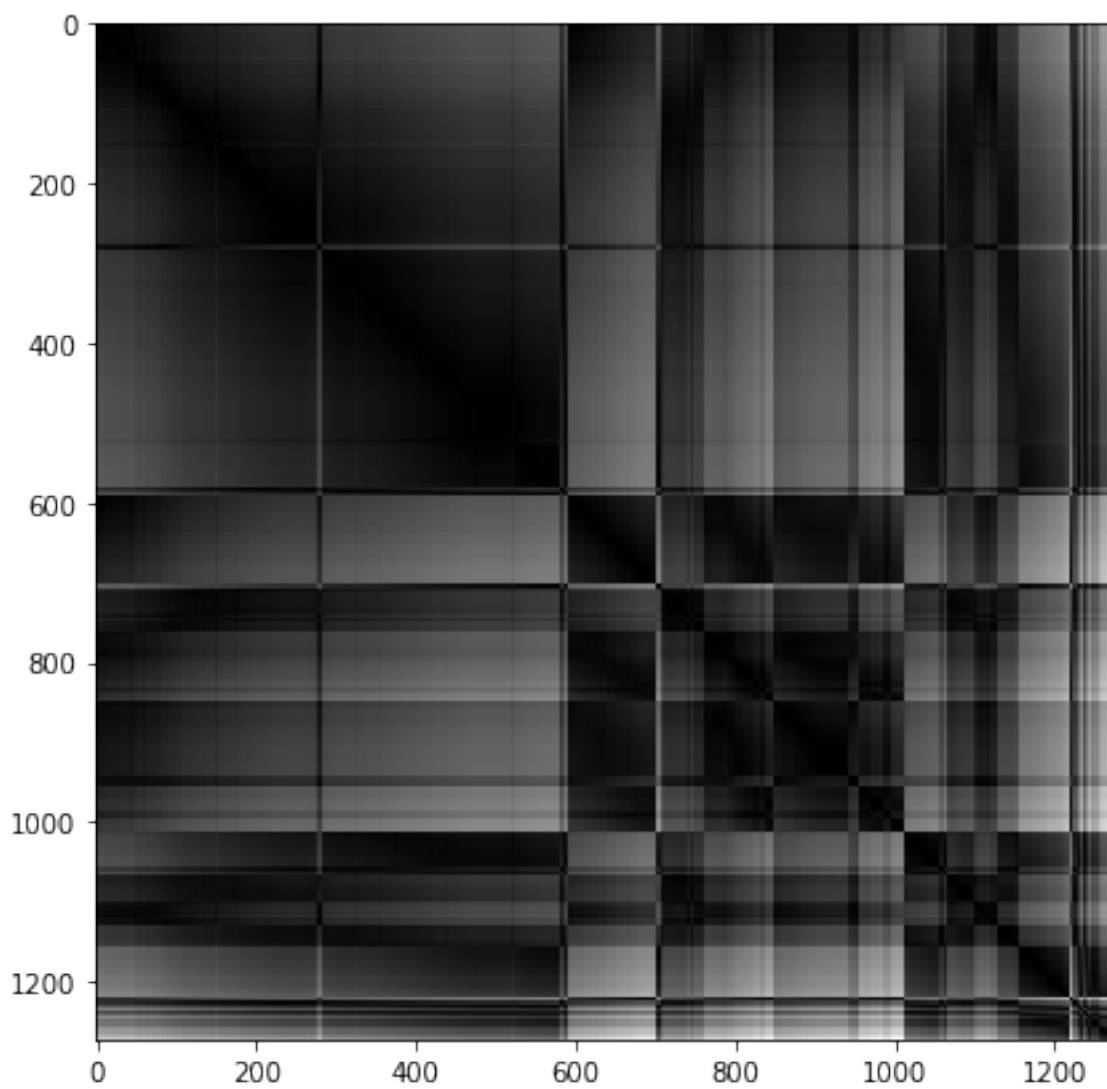
```
In [43]: def vat(data):
        """
        Stellt einen Datensatz als Graustufenbild so dar, dass sich Cluster entlang
        der Hauptdiagonalen als dunkle Quadrate ablesen lassen
        data: Array mit Datenpunkten
        """

        n = data.shape[0]
        R = spat.distance.cdist(data,data)
        R_grey = np.zeros(R.shape)
        I = set()
        J = set(range(0,n))
        P = np.zeros(n,dtype=np.int)
        [i,j] = argmin(J,J,R)
        P[0] = j
        I = I.union({j})
        J = J.difference({j})
        for t in range(1,n):
            [i,j] = argmin(I,J,R)
            P[t] = j
            I = I.union({j})
            J = J.difference({j})
        for x in range(0,n):
            for y in range(0,n):
                R_grey[x,y] = R[P[x],P[y]]
        I_grey = (R_grey/np.max(R_grey)*255).astype(dtype=np.uint8)
        return PIL.Image.fromarray(I_grey, 'L')
```

```
In [44]: #Vorverarbeitung des kiva-Datensatzes für VAT-Algorithmus
vat_data = np.vstack((kivaArray[:,26][0::500].astype(float),
                      kivaArray[:,29][0::500].astype(float),
                      kivaArray[:,31][0::500].astype(float))).T
```

```
In [45]: #Anwenden des VAT-Algorithmus und Ergebnisse visualisieren:
vatfig,vatax = plt.subplots(figsize=(7,7))
vatax.imshow(vat(vat_data),cmap='gray')
#Es sind drei große und viele kleine Subcluster zu erkennen
```

Out[45]:



```
In [46]: #####  
##### Subset-Similarity Index #####  
#####
```

```
In [47]: def ssi(P,Q):  
    """  
        Subset Similarity Index (Standardnorm) für den  
        Vergleich zweier Partitionierungen P und Q  
        k ist die Anzahl der Cluster in P  
        l ist die Anzahl der Cluster in Q  
        s ist die Ähnlichkeitsmatrix bzgl. der beiden Cluster P und Q  
        S ist das Endergebnis  
    """  
    k = P.shape[1]  
    l = Q.shape[1]  
    s = np.zeros((k,l))  
  
    for i in range(0,k):  
        for j in range(0,l):  
            s[i,j] = np.minimum(P[:,i],Q[:,j]).sum()/np.maximum(P[:,i],Q[:,j]).sum()  
    S = max(min(np.amax(s, axis=0)),min(np.amax(s, axis=1)))  
    return S  
  
def ssi_dist(P,Q):  
    return 1-ssi(P,Q)
```

```
In [48]: ssi(kiva_u_fcm.T, kiva_u_pfcmm.T)
```

```
Out[48]: 0.2533264666458796
```



```
In [49]: #####
##### Partitionierungsstabilität #####
#####
```

```
In [50]: def part_stability(data,name,m,cmin,cmax):
        """
        Berechnet die optimale Clusteranzahl c_opt basierend auf dem Prinzip der
        Partitionierungsstabilität mit der Distanzfunktion des Subset Similarity Index
        data: Zu partitionierende Datensatz
        name: Name des Datensatzes
        m: Anzahl der Partitonierungen pro Clusteranzahl
        cmin: Minimale Clusteranzahl für Zerlegungen
        cmax: Maximale Anzahl für Zerlegungen
        U: Liste mit den m Zugehörigkeitsmatritzen für eine Clusteranzahl c
        S: Liste mit Partitionierungsstabilitäten für alle Clusteranzahlen
        """
        combs = list(itertools.combinations(range(0,m),2))
        S = np.empty((cmax-cmin+1))

        print("Ergebnis für den "+name+"-Datensatz:\n")

        for c in range(cmin,cmax+1):
            sc = 0
            U = []
            for i in range(0,m):
                [_,u,_,_,_,_,_] = cmeans(data.T, c, 2, 0.0001, 100)
                U.append(u.T)
            for comb in combs:
                sc += ssi_dist(U[comb[0]],U[comb[1]])
            sc /= (m*(m-1)/2)
            print("s("+str(c)+") = "+str(sc))
            S[c-cmin] = sc

        print("\nDie optimale Clusteranzahl beträgt: "+str(np.argmin(S)+cmin))
```

```
In [51]: part_stability(data = fcm_kivaArray, name = "kiva", m = 10, cmin = 2, cmax = 10)
        #Die Partitionierungsstabilität zeigt mit drei Clustern ein korrektes Ergebnis an!
```

Ergebnis für den kiva-Datensatz:

```
s(2) = 1.8580290353200882e-08
s(3) = 0.0
s(4) = 0.48602052570739496
s(5) = 0.6141894075190071
s(6) = 0.7401654892229432
s(7) = 0.8469170685749501
s(8) = 0.7530099601745857
s(9) = 0.7804406775580689
s(10) = 0.7945281541581399
```

Die optimale Clusteranzahl beträgt: 3