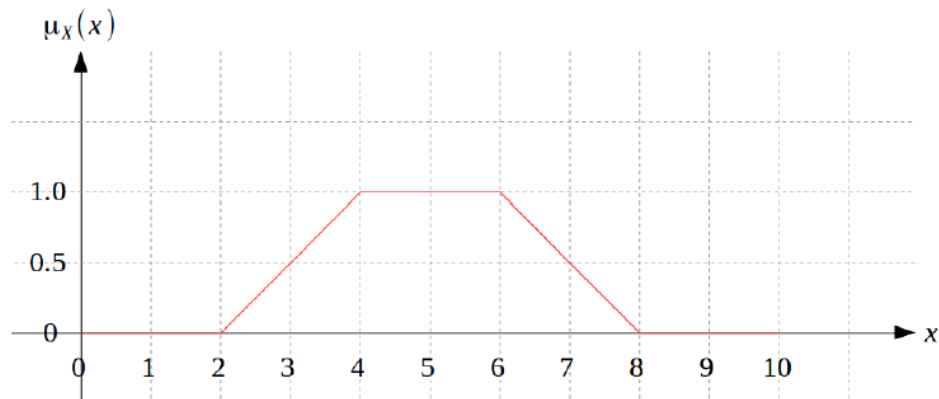


Resolução Lista de Exercícios

Aula 6 – Fuzzy

5) Considere o conjunto Fuzzy abaixo:



Responda às seguintes questões:

a. O conjunto está normalizado? Justifique.

Sim, pois para todos conjuntos, há pelo menos um elemento com grau de pertinência igual a 1.

b. Calcule a altura do conjunto, ou seja, $ALT(X)$.

$$ALT(X) = 1$$

c. Calcule o suporte de conjunto, ou seja, $SUPP(X)$.

$$SUPP(B) = \{2 < x < 8\}$$

d. Indique se os pontos $x_1 = 3$ e $x_2 = 7$ (considerando $\lambda = 0.5$) constituem um conjunto convexo ($\mu_A(\lambda * x_1 + (1 - \lambda) * x_2) \geq MIN[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$).

$$\mu_A(3 \times 0,5 + 7 \times 0,5) \geq MIN[\mu_A(3), \mu_A(7)]$$

$$\mu_A(5) \geq MIN[0,5, 0,5]$$

$$1 \geq 0,5 \text{ (Verdadeiro)}$$

Logo, os pontos x_1 e x_2 constituem um conjunto convexo em X.

e. Represente o subconjunto $x \in [2,8]$ na forma discreta.

$$X = \frac{0}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{0,5}{7} + \frac{0}{8}$$

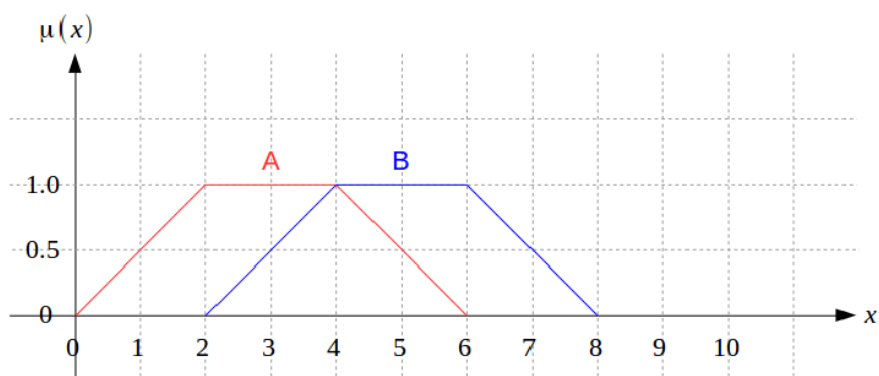
f. Calcule a cardinalidade do conjunto, ou seja, $CARD(X)$.

$$CARD(X) = \infty$$

- g. Calcule o conjunto obtido através do corte $\alpha = 0.5$, ou seja, $X_{0.5}$.

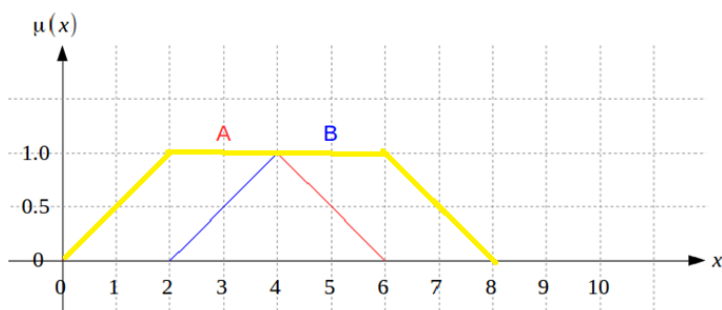
$$A_{0.5} = \{x \in X \mid 3 \leq x \leq 7\} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

- 7) Considere os conjuntos Fuzzy abaixo:



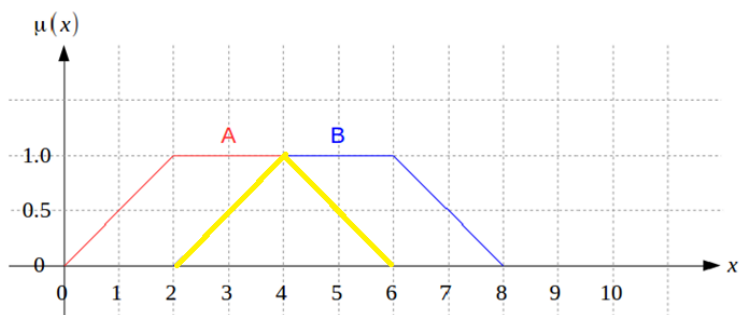
Responda às seguintes questões:

- a. Calcule e desenhe $\mu_A(x) \cup \mu_B(x)$ (dica: $\mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \text{MAX}[\mu_A(x), \mu_B(x)]$).



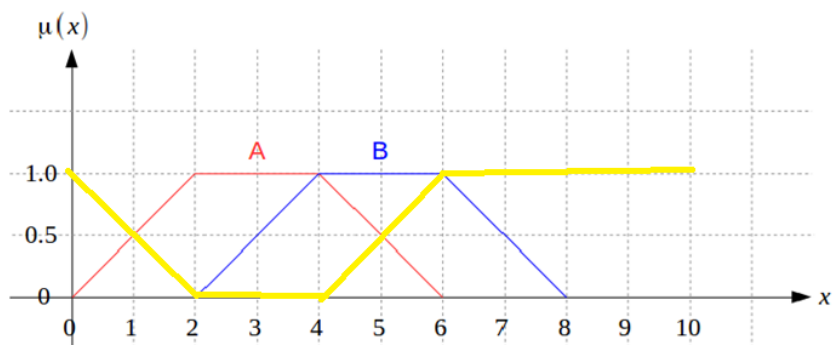
$$\mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \frac{0}{0} + \frac{0,5}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{0,5}{7} + \frac{0}{8}$$

- b. Calcule e desenhe $\mu_A(x) \cap \mu_B(x)$ (dica: $\mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \text{MIN}[\mu_A(x), \mu_B(x)]$).



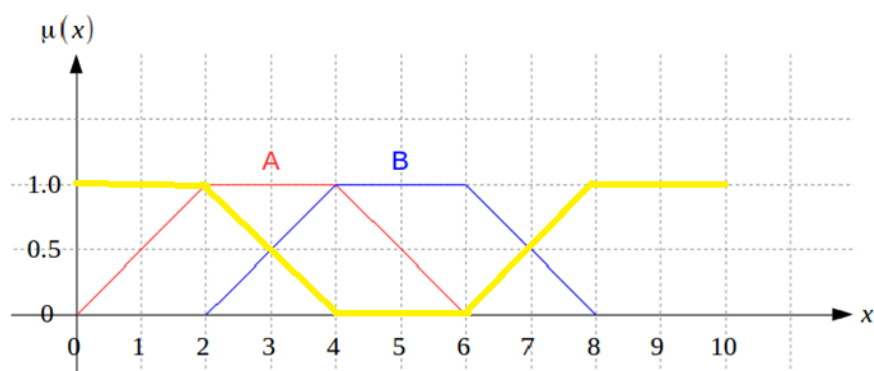
$$\mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \frac{0}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0}{6}$$

- c. Calcule e desenhe $\mu_{\bar{A}}(x)$ (dica: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$).



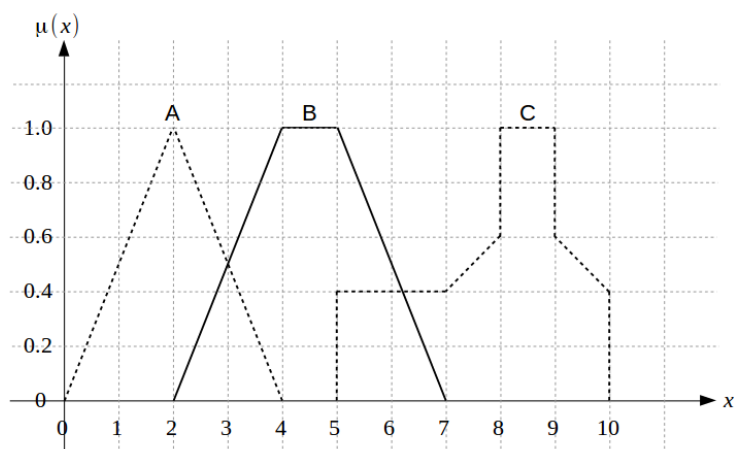
$$\mu_A(x) = \frac{1}{0} + \frac{0,5}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$$

- d. Calcule e desenhe $\mu_{\bar{B}}(x)$ (dica: $\mu_{\bar{B}}(x) = 1 - \mu_B(x)$).



$$\mu_{\bar{B}}(x) = \frac{1}{0} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5} + \frac{0}{6} + \frac{0,5}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$$

- 8) Considere o gráfico dos conjuntos Fuzzy a seguir.



- a) Os conjuntos estão normalizados? Justifique.

Sim, pois para todos conjuntos, há pelo menos um elemento com grau de pertinência igual a 1.

b) Calcule a altura do conjunto A , ou seja, $ALT(A)$.

$$ALT(A) = 1$$

c) Calcule o suporte do conjunto B , ou seja, $SUPP(B)$.

$$SUPP(B) = \{2 < x < 7\}$$

d) Calcule a cardinalidade do conjunto C , ou seja, $CARD(C)$.

$$CARD(C) = \infty$$

e) Calcule o resultado do corte do conjunto A quando $\alpha = 0.4$, ou seja, $A_{0.4}$.

$$A_{0.4} = \{0.8 \leq x \leq 3.2\}$$

f) Os pontos $x_1 = 4$ e $x_2 = 6$ (com $\lambda = 0.5$) constituem um conjunto convexo em B ?

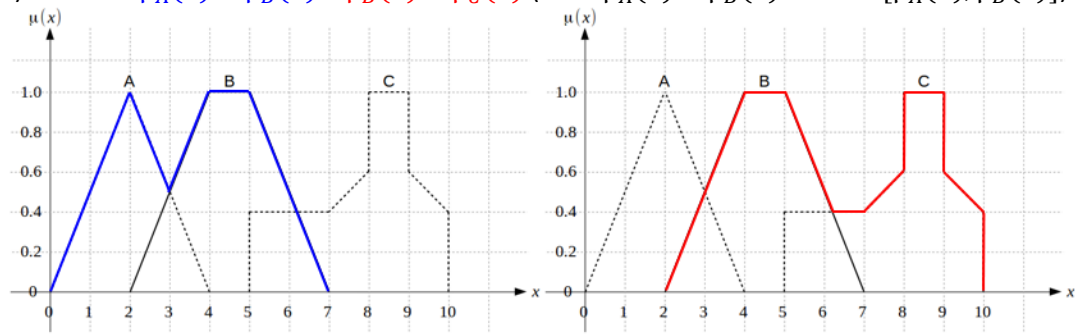
(dica: um conjunto A é convexo se $\mu_A(\lambda * x_1 + (1 - \lambda) * x_2) \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$).

$$\mu_B(0.5 * 4 + (1 - 0.5) * 6) \geq \min[1; 0.5] \therefore \mu_B(5) \geq 0.5 \therefore 1.0 \geq 0.5 \therefore \text{Sim, constituem.}$$

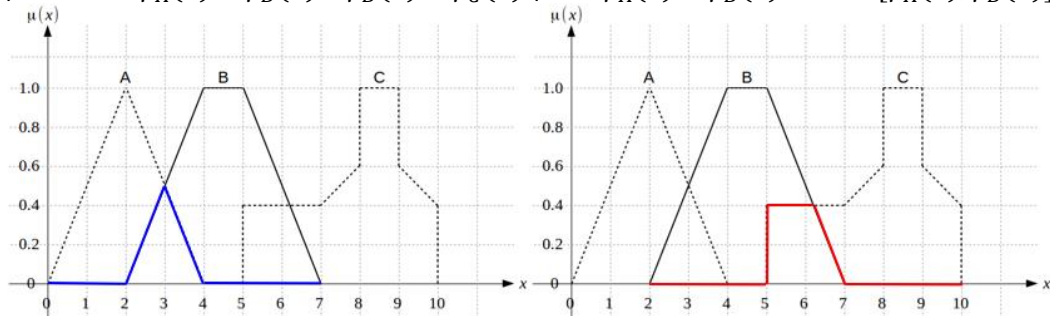
g) Os pontos $x_1 = 8$ e $x_2 = 10$ (com $\lambda = 0.5$) constituem um conjunto convexo em C ?

$$\mu_C(0.5 * 8 + (1 - 0.5) * 10) \geq \min[1.0; 0.4] \therefore \mu_C(9) \geq 0.4 \therefore 1.0 \geq 0.4 \therefore \text{Sim, constituem.}$$

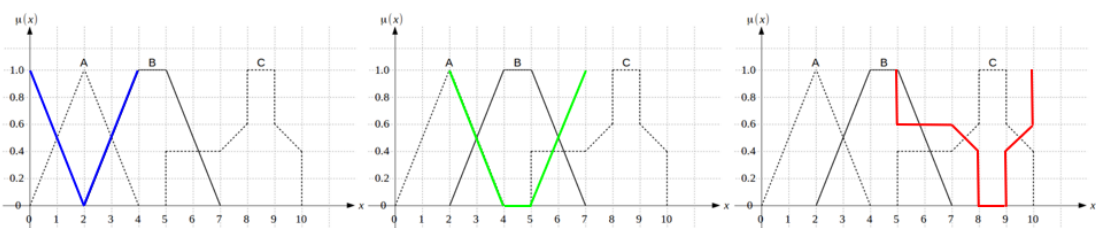
h) Calcule $\mu_A(x) \cup \mu_B(x)$ e $\mu_B(x) \cup \mu_C(x)$ (dica: $\mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$).



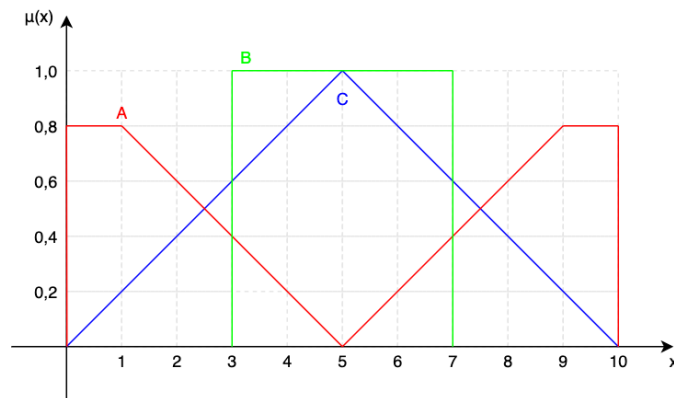
i) Calcule $\mu_A(x) \cap \mu_B(x)$ e $\mu_B(x) \cap \mu_C(x)$ (dica: $\mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$).



j) Calcule $\mu_{\bar{A}}(x)$, $\mu_{\bar{B}}(x)$ e $\mu_{\bar{C}}(x)$ (dica: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$).



9) Considere o gráfico dos conjuntos Fuzzy abaixo.



a) Os conjuntos estão normalizados? Justifique.

Não, pois nem todos os conjuntos possuem pelo menos um elemento com grau de pertinência igual a 1.

b) Calcule a altura do conjunto A, ou seja, $ALT(A)$.

$$ALT(A) = 0,8$$

c) Calcule o suporte do conjunto B, ou seja, $SUPP(B)$.

$$SUPP(B) = \{x \in X | 3 < x < 7\} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

d) Calcule a cardinalidade do conjunto C, ou seja, $CARD(C)$.

$$CARD(C) = \infty$$

e) Calcule o resultado do corte do conjunto A quando $\alpha=0.5$.

$$A_{0,5} = \{x \in X | 0 \leq x \leq 2,5 \text{ ou } 7,5 \leq x \leq 10\} = \{0, 1, 2, 8, 9, 10\}$$

f) Os pontos $x_1=3$ e $x_2=7$ (com $\lambda=0.5$) constituem um conjunto convexo em A? Justifique.

$$\mu_A(3 \times 0,5 + 7 \times 0,5) \geq MIN[\mu_A(3), \mu_A(7)]$$

$$\mu_A(5) \geq MIN[0,4, 0,4]$$

$$0 \geq 0,4 \text{ (Falso)}$$

Logo, os pontos x_1 e x_2 NÃO constituem um conjunto convexo em A.

g) Os pontos $x_1=1$ e $x_2=9$ (com $\lambda=0.5$) constituem um conjunto convexo em C? Justifique.

$$\mu_C(1 \times 0,5 + 9 \times 0,5) \geq MIN[\mu_C(1), \mu_C(9)]$$

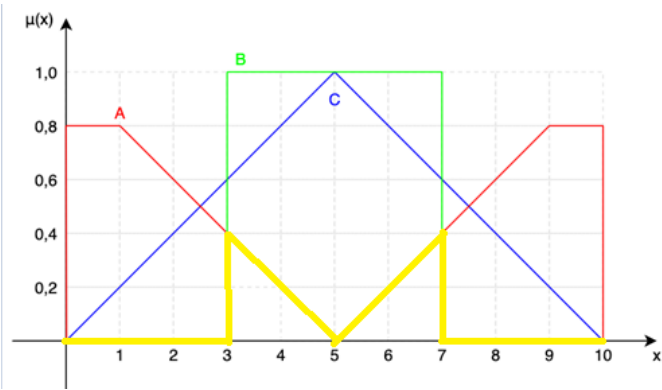
$$\mu_C(5) \geq MIN[0,2, 0,2]$$

$$1 \geq 0,2 \text{ (Verdadeiro)}$$

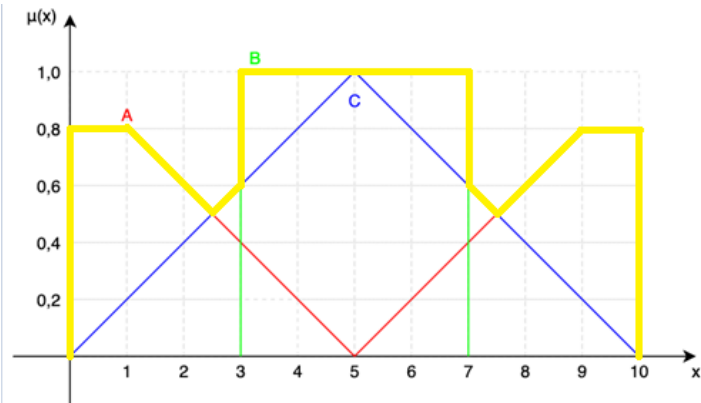
Logo, os pontos x_1 e x_2 constituem um conjunto convexo em C.

Para os itens a seguir, dê o resultado na forma de um gráfico ou escreva-o na forma de um conjunto Fuzzy discreto, com cada x sendo um inteiro $\in [0,10]$.

h) Calcule a interseção dos conjuntos A, B e C.

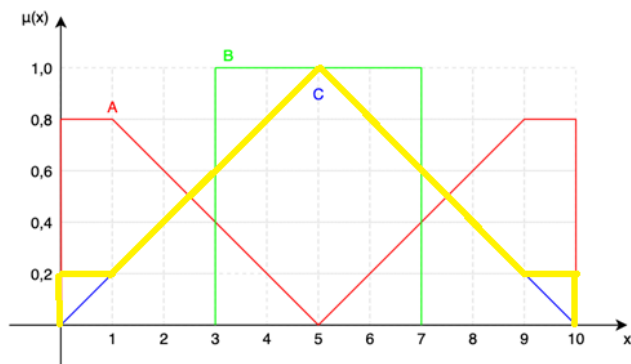


i) Calcule a união dos conjuntos A, B e C.

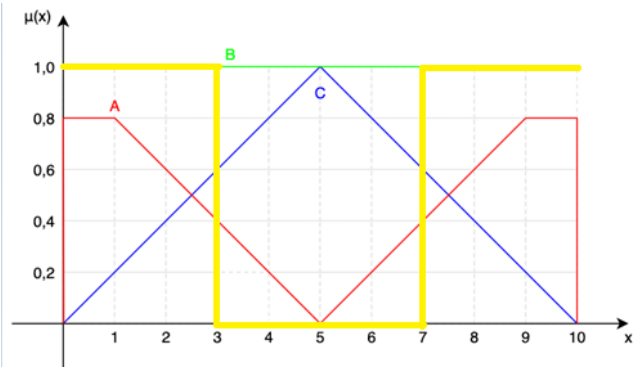


j) Calcule o complemento dos conjuntos A, B e C.

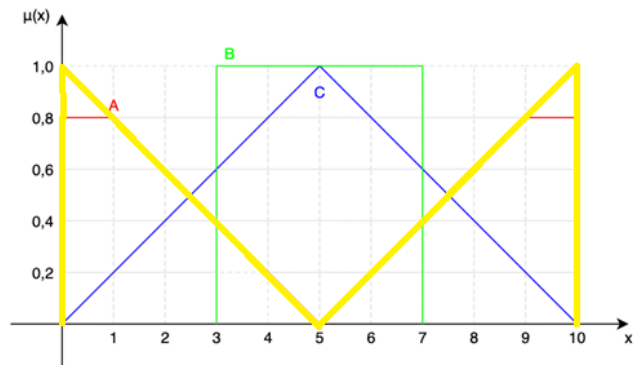
Complemento de A



Complemento de B

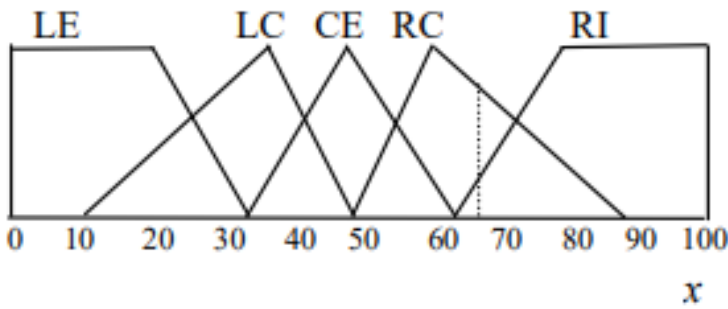


Complemento de C

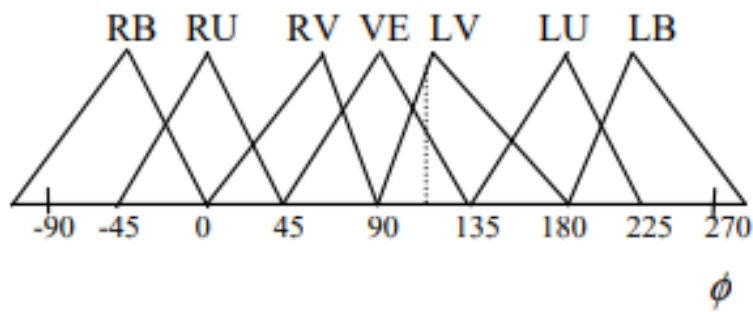


6) Considere a descrição do Sistema Fuzzy MISO abaixo e faça o que se pede:

- Considere as seguintes variáveis de entrada:

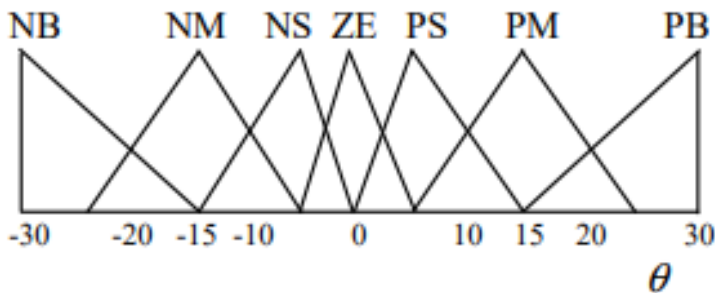


Distância do Eixo Horizontal (x)



Ângulo do Veículo com Relação ao Eixo Horizontal (ϕ)

- Considere a seguinte variável de saída:



Ângulo da Roda do Veículo (θ)

- Dado $x = 80 \text{ m}$ e $\phi = 90^\circ$, qual o valor da variável de saída considerando o seguinte conjunto de regras e o método do centróide para defuzzificação.

$\phi \backslash x$	LE	LC	CE	RC	RI
RB	PS	PM	PM	PB	PB
RU	NS	PS	PM	PB	PB
RV	NM	NS	PS	PM	PB
VE	NM	NM	ZE	PM	PM
LV	NB	NM	NS	PS	PM
LU	NB	NB	NM	NS	PS
LB	NB	NB	NM	NM	NS

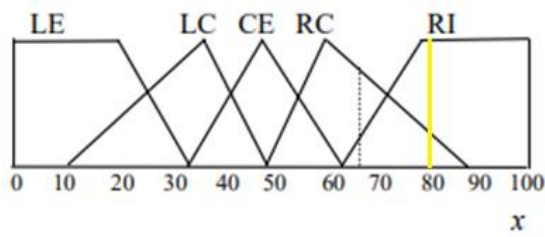
Considere:

- Conectivo \rightarrow E (Mínimo), OU (Máximo)
- Implicação \rightarrow Mamdani
- Agregação \rightarrow Máximo
- Defuzzificação \rightarrow Centróide

- **Centróide** $\rightarrow CoG = \frac{\sum x.\mu(x)}{\sum \mu(x)}$

1. Fuzificação:

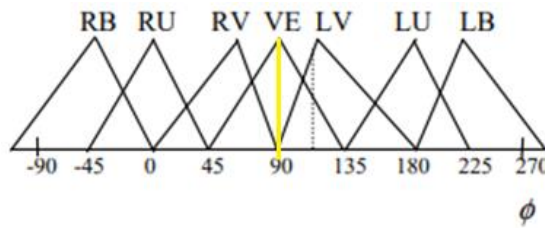
$x = 80\text{ m}$



$RC - \mu_{RC}(80) = 0,25$

$RI - \mu_{RI}(80) = 1,0$

$\phi = 90^\circ$



$VE - \mu_{VE}(90) = 1,0$

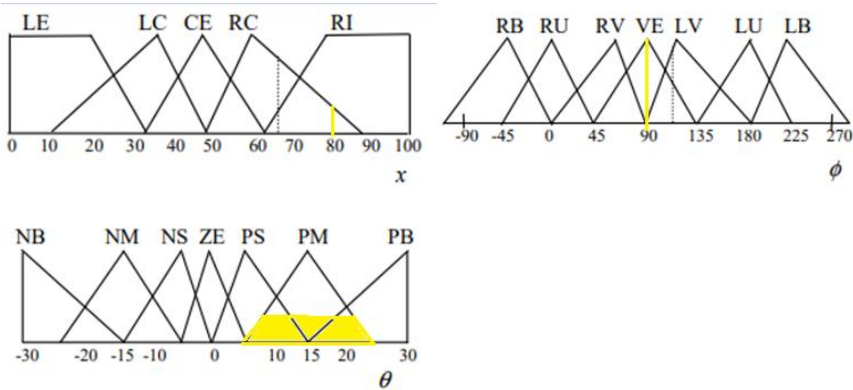
2. Inferência:

$\phi \backslash x$	LE	LC	CE	RC	RI
RB	PS	PM	PM	PB	PB
RU	NS	PS	PM	PB	PB
RV	NM	NS	PS	PM	PB
VE	NM	NM	ZE	PM	PM
LV	NB	NM	NS	PS	PM
LU	NB	NB	NM	NS	PS
LB	NB	NB	NM	NM	NS

DUAS Regras Atividades:

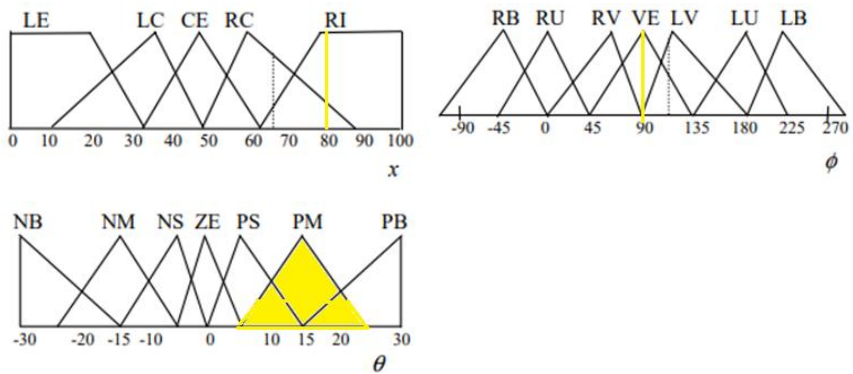
- Se RC e VE então PM
- Se RI e VE então PM

Regra 1:



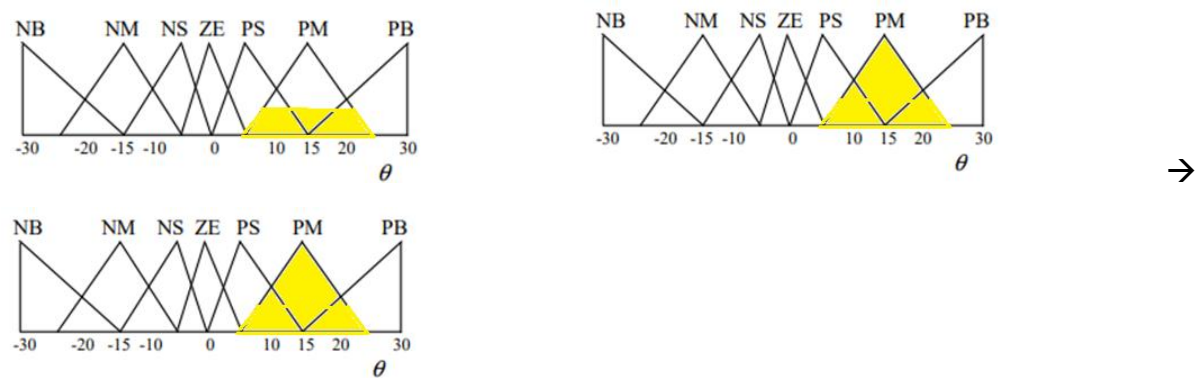
RC [$\mu_{RC}(80) = 0,25$] **E (MIN)** **VE** [$\mu_{VE}(90) = 1,0$] **ENTÃO** **PM** [$\mu_{PM}(\theta) = 0,25$]

Regra 2:



RC [$\mu_{RC}(80) = 1,0$] **E (MIN)** **VE** [$\mu_{VE}(90) = 1,0$] **ENTÃO** **PM** [$\mu_{PM}(\theta) = 1,0$]

Saída:



PM [$\mu_{PM}(\theta) = 0,25$] **OU (MAX)** **PM** [$\mu_{PM}(\theta) = 1,0$] **ENTÃO** **PM** [$\mu_{PM}(\theta) = 1,0$]

3. Defuzificação:

- **Centróide $\rightarrow COG = \frac{\sum x \cdot \mu(x)}{\sum \mu(x)} = \frac{10 \times 0,5 + 15 \times 1 + 20 \times 0,5}{0,5 + 1,0 + 0,5} = 15$**

Considerando como entrada $x = 80 \text{ m}$ e $\phi = 90^\circ \rightarrow \theta = 15$