

## INATEL – Instituto Nacional de Telecomunicações

C210 – Inteligência Computacional

Profa. Victoria Dala Pegorara Souto

### Aula 5 – Otimização por Enxame de Partículas

- 6) Considerando os 3 indivíduos a seguir (com seus respectivos vetores de posição e velocidade) e a posição-objetivo, efetue uma iteração do algoritmo PSO versão TCV, executando todas suas etapas.

$$I_1 \Rightarrow \begin{matrix} P = [-1 & 0] \\ V = [4 & -5] \end{matrix} \quad I_2 \Rightarrow \begin{matrix} P = [1 & -2] \\ V = [2 & -2] \end{matrix} \quad I_3 \Rightarrow \begin{matrix} P = [5 & -4] \\ V = [-4 & 3] \end{matrix} \quad \text{Objetivo} \Rightarrow P = [0 \quad 0]$$

$$\text{Lembre-se: } D(P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ e } P(t+1) = P(t) + v$$

#### Solução:

- **Avaliação da Partícula:**

$$I_1 \rightarrow D(P_1(x_1, y_1), O(x_o, y_o)) = 1$$

$$I_2 \rightarrow D(P_2(x_2, y_2), O(x_o, y_o)) = 2,23$$

$$I_3 \rightarrow D(P_3(x_3, y_3), O(x_o, y_o)) = 6,40$$

- **Definir Pbest e Gbest:**

Gbest

$$\circ I_1 \rightarrow P = [-1 \ 0]$$

Pbest

$$\circ I_1 \rightarrow P = [-1 \ 0]$$

$$\circ I_2 \rightarrow P = [1 \ -2]$$

$$\circ I_3 \rightarrow P = [5 \ -4]$$

- **Atualização da Velocidade (pbest) - Aleatório:**

$$I_1 \rightarrow V = [4 \ -5] \rightarrow V = [4 \ -5]$$

$$I_2 \rightarrow V = [2 \ -2] \rightarrow V = [2 \ -2]$$

$$I_3 \rightarrow V = [-4 \ 3] \rightarrow V = [-4 \ 3]$$

- **Atualização da Velocidade (gbest) - Aleatório:**

$$I_1 \rightarrow V = [4 \ -5] \rightarrow V = [4 \ -5]$$

$$I_2 \rightarrow V = [2 \ -2] \rightarrow V = [1 \ -1]$$

$$I_3 \rightarrow V = [-4 \ 3] \rightarrow V = [-5 \ 4]$$

- **Atualização da Posição:**

$$I_1 \rightarrow P = [-1 \ 0] \rightarrow V = [4 \ -5]$$

$$I_2 \rightarrow P = [1 \ -2] \rightarrow V = [1 \ -1]$$

$$I_3 \rightarrow P = [5 \ -4] \rightarrow V = [-5 \ 4]$$

$$I_1 \rightarrow P = [3 \ -5] \rightarrow V = [4 \ -5]$$

$$I_2 \rightarrow P = [2 \ -3] \rightarrow V = [1 \ -1]$$

$$I_3 \rightarrow P = [0 \ 0] \rightarrow V = [-5 \ 4]$$

- **Avaliação da Partícula:**

$$I_1 \rightarrow D(P_1(x_1, y_1), O(x_o, y_o)) = 5,83$$

$$I_2 \rightarrow D(P_2(x_2, y_2), O(x_o, y_o)) = 3,60$$

$$I_3 \rightarrow D(P_3(x_3, y_3), O(x_o, y_o)) = 0$$

- 13) Considerando os 3 indivíduos a seguir (com seus respectivos vetores de posição e velocidade) e a posição-objetivo, efetue uma iteração do algoritmo Canonical PSO, executando todas suas etapas.

$$I_1 \Rightarrow \begin{matrix} P = [-1 & 0] \\ V = [4 & -5] \end{matrix} \quad I_2 \Rightarrow \begin{matrix} P = [1 & -2] \\ V = [2 & -2] \end{matrix} \quad I_3 \Rightarrow \begin{matrix} P = [5 & -4] \\ V = [-4 & 3] \end{matrix} \quad \text{Objetivo} \Rightarrow P = [0 & 0]$$

**Obs.:** Os parâmetros do PSO devem ser definidos pelo aluno e a influência deles explicada.

### Solução:

- **Avaliação da Partícula:**

$$I_1 \rightarrow D(P_1(x_1, y_1), O(x_o, y_o)) = 1$$

$$I_2 \rightarrow D(P_2(x_2, y_2), O(x_o, y_o)) = 2,23$$

$$I_3 \rightarrow D(P_3(x_3, y_3), O(x_o, y_o)) = 6,40$$

- **Definir Pbest e Gbest:**

Gbest

$$\circ I_1 \rightarrow P = [-1 \ 0]$$

Pbest

$$\circ I_1 \rightarrow P = [-1 \ 0]$$

$$\circ I_2 \rightarrow P = [1 \ -2]$$

$$\circ I_3 \rightarrow P = [5 \ -4]$$

- **Definir Parâmetros para Atualização da Velocidade (Definição realizada pelo aluno):**

$$\text{Coeficientes de Aprendizado: } C_1 = 2, C_2 = 2,$$

$$\text{Coeficiente de Inércia: } \omega = 0,9$$

- **Atualização da Velocidade:**

$$\begin{aligned} V_1 &= V_1^{ini} + C_1 * rand(1)(Pbest_1 - P_1) + C_2 * rand(1)(Gbest - P_1) \\ &= [4 \ -5] + 2 * 0,3 * ([-1 \ 0] - [-1 \ 0]) + 2 * 0,7 * ([-1 \ 0] - [-1 \ 0]) \\ &= [4 \ -5] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= V_2^{ini} + C_1 * rand(1)(Pbest_2 - P_2) + C_2 * rand(1)(Gbest - P_2) \\ &= [2 \ -2] + 2 * 0,5 * ([1 \ -2] - [1 \ -2]) + 2 * 0,2 * ([-1 \ 0] - [1 \ -2]) \\ &= [2 \ -2] + 0,4[-2 \ 2] = [1,6 \ -1,6] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_3 &= V_3^{ini} + C_1 * rand(1)(Pbest_3 - P_3) + C_2 * rand(1)(Gbest - P_3) \\
&= [-4 \ 3] + 2 * 0,5 * ([5 \ -4] - [5 \ -4]) + 2 * 0,1([-1 \ 0] - [5 \ -4]) \\
&= [-4 \ 3] + 0,2[-6 \ 4] = [-5,2 \ 3,8]
\end{aligned}$$

- **Atualização da Posição:**

$$\begin{aligned}
I_1 \rightarrow P &= [-1 \ 0] \rightarrow V = [4 \ -5] \\
I_2 \rightarrow P &= [1 \ -2] \rightarrow V = [1,6 \ -1,6] \\
I_3 \rightarrow P &= [5 \ -4] \rightarrow V = [-5,2 \ 3,8]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_1 \rightarrow P &= [3 \ -5] \rightarrow V = [4 \ -5] \\
I_2 \rightarrow P &= [2,6 \ -3,6] \rightarrow V = [1,6 \ -1,6] \\
I_3 \rightarrow P &= [-0,2 \ -0,2] \rightarrow V = [-5,2 \ 3,8]
\end{aligned}$$

- **Avaliação da Partícula:**

$$I_1 \rightarrow D(P_1(x_1, y_1), O(x_o, y_o)) = 5,83$$

$$I_2 \rightarrow D(P_2(x_2, y_2), O(x_o, y_o)) = 4,44$$

$$I_3 \rightarrow D(P_3(x_3, y_3), O(x_o, y_o)) = 0,28$$

**14)** Considere que três partículas ( $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ ) estão tentando alcançar o ponto-objetivo (0,0) em um espaço de busca bidimensional, conforme ilustrado no gráfico a seguir. As posições e velocidades, inicializadas aleatoriamente, estão dispostas na tabela abaixo.

P <sub>1</sub>	Pos.:	+12,0	+9,0
	Vel.:	+1,2	-0,6
P <sub>2</sub>	Pos.:	-5,0	-12,0
	Vel.:	-0,8	+1,4
P <sub>3</sub>	Pos.:	+15,0	-8,0
	Vel.:	+0,4	+0,9

a) Para cada indivíduo, encontre qual indivíduo estará mais próximo dele. Para tal, utilize a métrica de distância euclidiana.

$$D(P_1, P_2) = 27,01$$

$$D(P_1, P_3) = 17,26 \rightarrow P_3 \text{ - Mais próximo de } P_1.$$

$$D(P_2, P_1) = 27,01$$

$D(P_2, P_3) = 20,39 \rightarrow P_3$  - Mais próximo de  $P_2$ .

$D(P_3, P_1) = 17,26 \rightarrow P_1$  - Mais próximo de  $P_3$ .

$D(P_3, P_2) = 20,39$

- b) Com base no resultado obtido no item anterior, realize o ajuste de velocidade nos indivíduos, por meio da correspondência com o vizinho mais próximo. Mostre as novas velocidades das partículas após esta operação.

P <sub>1</sub>	Pos.:	+12,0	+9,0
	Vel.:	+0,4	+0,9

  

P <sub>2</sub>	Pos.:	-5,0	-12,0
	Vel.:	+0,4	+0,9

  

P <sub>3</sub>	Pos.:	+15,0	-8,0
	Vel.:	+1,2	-0,6

- c) Realize uma operação de *craziness* no terceiro indivíduo da população. Considere que esta operação diminui em 10% a magnitude da velocidade em x e aumenta em 10% a magnitude da velocidade em y do indivíduo. Mostre a nova velocidade deste indivíduo após esta operação.

P <sub>3</sub>	Pos.:	+15,0	-8,0
	Vel.:	+1,08	-0,66

- d) Realize a atualização da posição dos indivíduos. Mostre as novas posições das partículas após esta operação.

P <sub>1</sub>	Pos.:	+12,4	+9,9
	Vel.:	+0,4	+0,9

  

P <sub>2</sub>	Pos.:	-4,6	-11,1
	Vel.:	+0,4	+0,9

  

P <sub>3</sub>	Pos.:	+16,08	-8,66
	Vel.:	+1,08	-0,66

- e) Faça a avaliação da população, indicando seu melhor indivíduo. Para tal, utilize a métrica de distância euclidiana.

$D(P_1, O) = 15,86$

$D(P_2, O) = 12,01 \rightarrow$  Melhor Indivíduo

$$D(P_3, O) = 18,26$$

f) Considerando que o critério de parada seja “distância do melhor indivíduo da população ao objetivo ser inferior a 10”, é possível afirmar que a execução do algoritmo terá chegado ao fim? Justifique.

Não, pois a distância entre o melhor indivíduo e o objetivo é maior que 10.

15) Considere a função de Booth com mínimo global  $f(1,3) = 0$  dada por:  $f(x,y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$ . No contexto de uma otimização por Enxame de Partículas (PSO - Particle Swarm Optimization), uma população foi criada aleatoriamente com os seguintes indivíduos, representados com suas respectivas posições e velocidades vetoriais iniciais:

P1	Pos.:	+2,0	+2,3
	Vel.:	+1,4	-0,6
P2	Pos.:	+3,5	-0,6
	Vel.:	+0,8	+0,4
P3	Pos.:	-0,5	-2,2
	Vel.:	+1,4	+1,2

a. Para cada indivíduo, encontre qual indivíduo estará mais próximo dele. Utilize como métrica a distância euclidiana dada por:  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ .

$$D(P_1, P_2) = 3,26 \rightarrow P_2 - \text{Mais próximo de } P_1.$$

$$D(P_1, P_3) = 5,14$$

$$D(P_2, P_1) = 3,26 \rightarrow P_1 - \text{Mais próximo de } P_2.$$

$$D(P_2, P_3) = 4,30$$

$$D(P_3, P_1) = 5,14$$

$$D(P_3, P_2) = 4,30 \rightarrow P_2 - \text{Mais próximo de } P_3.$$

- b. Com base no resultado obtido no item anterior, realize o ajuste de velocidade nos indivíduos, por meio da correspondência com o vizinho mais próximo. Mostre as novas velocidades das partículas após esta operação.

P1	Pos.:	+2,0	+2,3
	Vel.:	+0,8	+0,4

  

P2	Pos.:	+3,5	-0,6
	Vel.:	+1,4	-0,6

  

P3	Pos.:	-0,5	-2,2
	Vel.:	+0,8	+0,4

- c. Realize uma operação de craziness no primeiro indivíduo da população. Considere que esta operação aumenta em 10% a magnitude da velocidade em x e diminui em 10% a magnitude da velocidade em y. Mostre a nova velocidade deste indivíduo após esta operação.

P1	Pos.:	+2,0	+2,3
	Vel.:	+0,88	+0,36

- d. Realize a atualização da posição dos indivíduos. Mostre as novas posições das partículas após esta operação.

P1	Pos.:	+2,88	+2,66
	Vel.:	+0,88	+0,36

  

P2	Pos.:	+4,9	-1,2
	Vel.:	+1,4	-0,6

  

P3	Pos.:	0,3	-1,8
	Vel.:	+0,8	+0,4

- e. Faça a avaliação da população, indicando seu melhor indivíduo. Para tal, utilize a própria função do enunciado.

$$f(x,y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$$

$P_1 = 13,13 \leftarrow$  Melhor Indivíduo  
 $P_2 = 33,21$   
 $P_3 = 144,53$

- f. Considerando que o critério de parada seja “distância do melhor indivíduo da população ao objetivo ser inferior a 1”, é possível afirmar que a execução do algoritmo terá chegado ao fim? Justifique.

$D(P_1, O) = 1,22 > 1 \rightarrow$  A execução do algoritmo chegou ao fim.