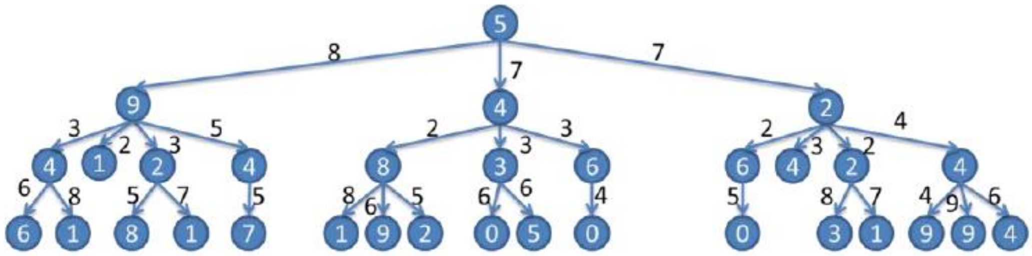
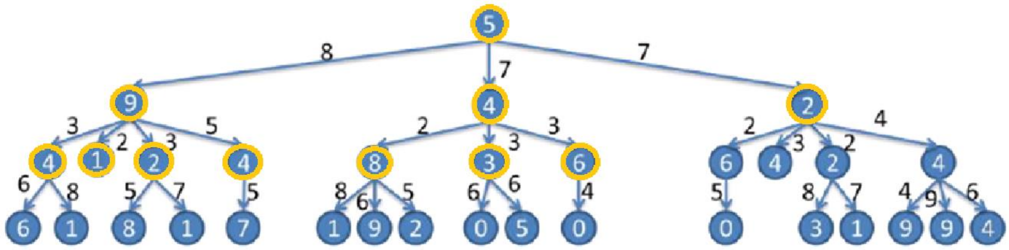
Resolução Listas de Exercícios

8) Um determinado problema possui como teste de objetivo que "o valor do estado seja igual a 6". Seu espaço de estados é dado pela árvore abaixo.

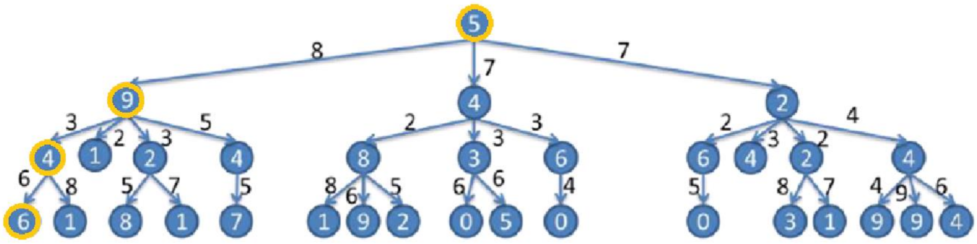


a) Indique o estado-solução caso a estratégia de busca seja em largura.



Solução: 5 → 4 → 6

b) Idem à letra **a**, mas caso a busca seja em profundidade.



Solução: 5 → 9 → 4 → 6

c) Determine o custo das soluções encontradas em **a** e **b**.

Custo Busca em Largura: 7 + 3 = 10

Custo Busca em Profundidade: 8 + 3 + 6 = 17

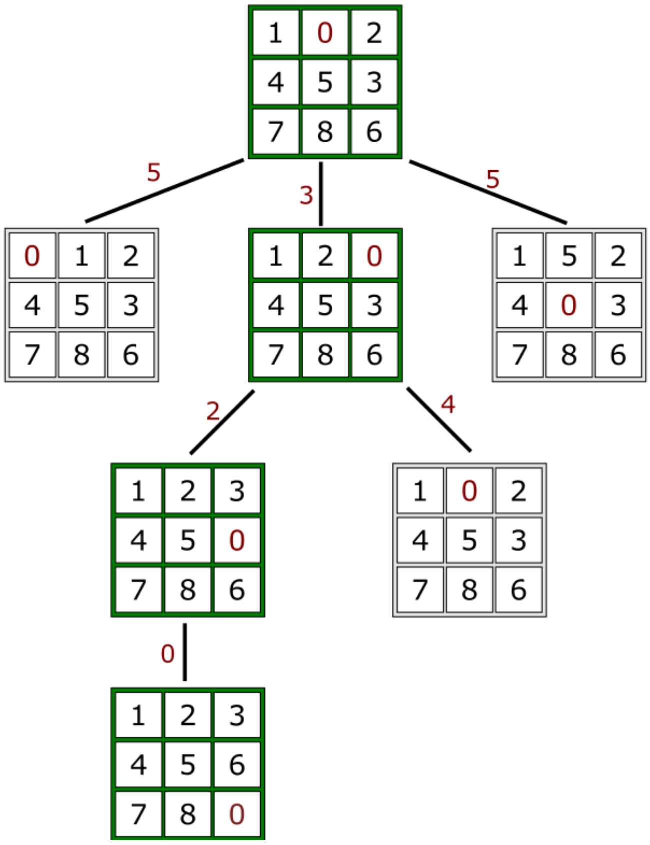
d) Qual das duas soluções é ideal, em termos de custo, para o problema?

Em termos de custo, a busca em largura é a solução ideal para resolver o problema proposto.

9) Resolva o quebra-cabeças de 8 peças cujo estado inicial representado pela matriz $S = [1,0,2; 4,5,3; 7,8,6]$, utilizando como heurística: $h(n)$ = número de peças em posições erradas

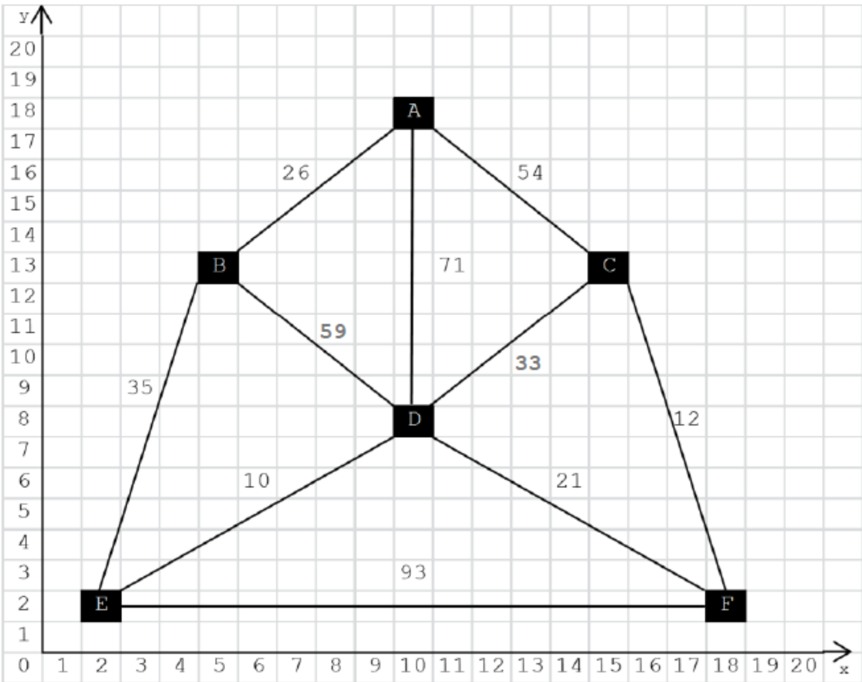
Obs¹: o espaço vazio está representado pelo elemento 0(zero).

Obs²: o estado objetivo é representado pela matriz $G = [1,2,3; 4,5,6; 7,8,0]$.

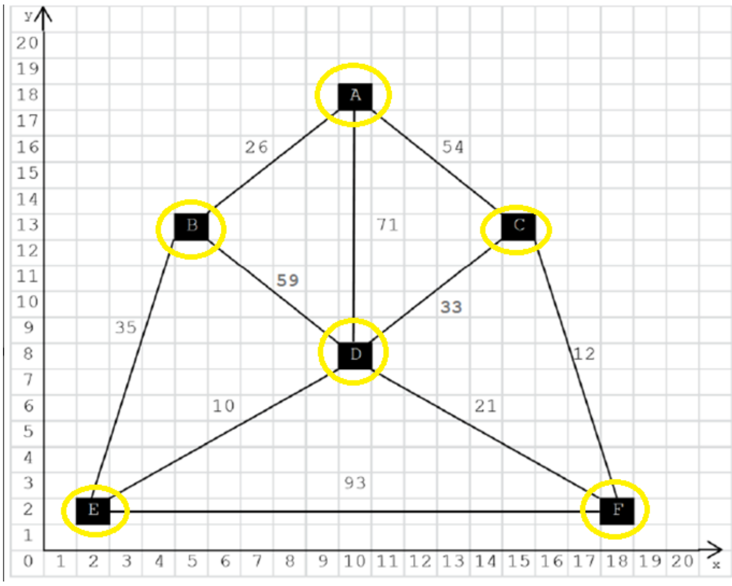


Custo da Solução: 3 + 2 = 5

10) Considere o grafo a seguir:

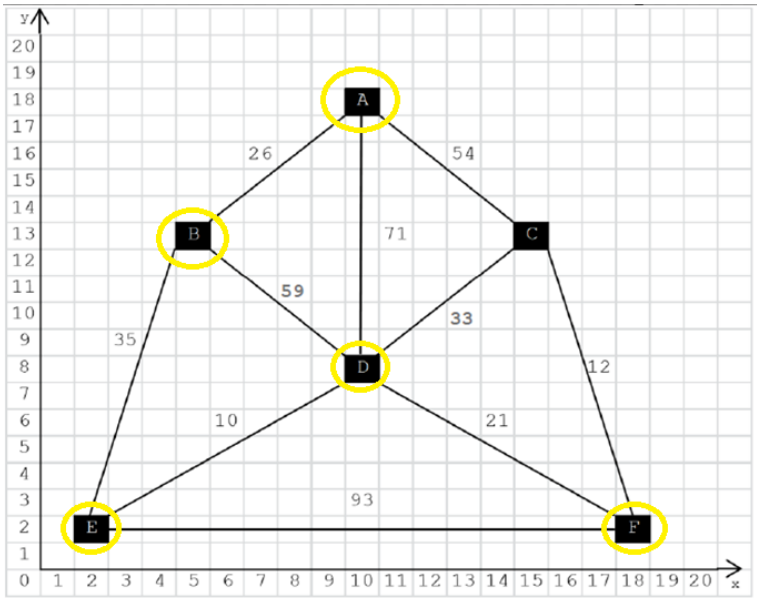


a) Encontre um caminho entre A e F usando a busca em largura.



Solução: A → C → F

b) Encontre um caminho entre A e F usando a busca em profundidade.

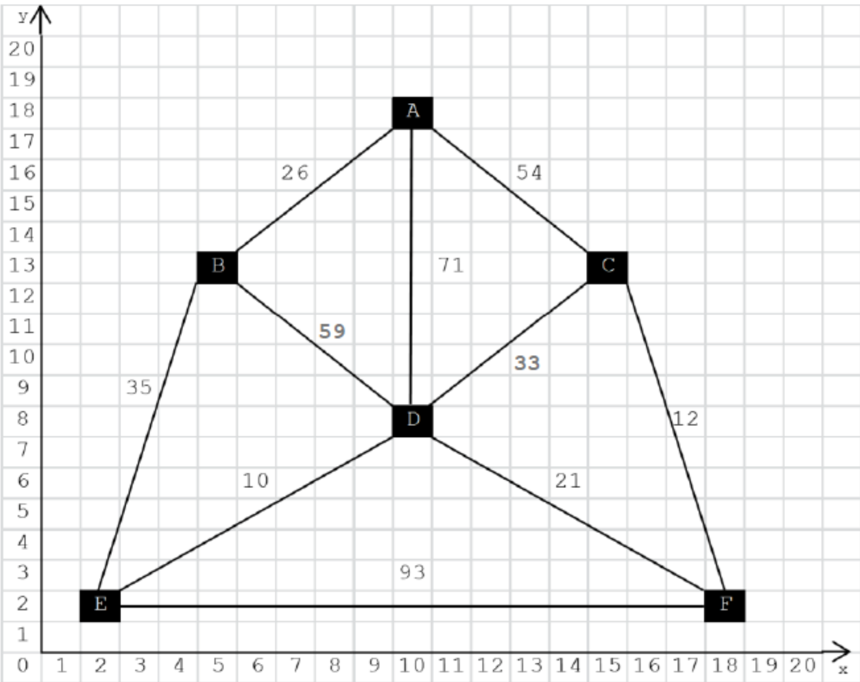


Solução: A → D → F

c) Escreva a tabela de Distância Euclidianas entre todas as cidades.

Rota	**Coordenadas**	**Distância Euclidiana**
A→B	A(10,18); B(5,13)	7,07
A→C	A(10,18); C(15,13)	7,07
A→D	A(10,18); D(10,8)	10
B→D	B(5,13); D(10,8)	7,07
B→E	B(5,13); E(2,2)	11,4
C→D	C(15,13); D(10,8)	7,07
C→F	C(15,13); F(18,2)	11,4
D→F	D(10,8); F(18,2)	10
E→D	E(2,2); D(10,8)	10
E→F	E(2,2); F(18,2)	16

d) Encontre o caminho de menor custo entre A e F usando o algoritmo A*. Considere como heurística a distância euclidiana e o custo de caminho dado nos vértices da figura.



A→B = 26 + 7,07 = 33,07 (1)

A→D = 71 + 10 = 81,0

A→C = 54 + 7,07 = 61,07 (2)

B→E = 26 + 35 + 11,4 = 72,4 (3)

B→D = 26 + 59 + 7,07 = 92,07

C→D = 54 + 33 + 7,07 = 94,07

C→F = 54 + 12 + 11,4 = 77,4 (4)

E→D = 26 + 35 + 10 + 10 = 81

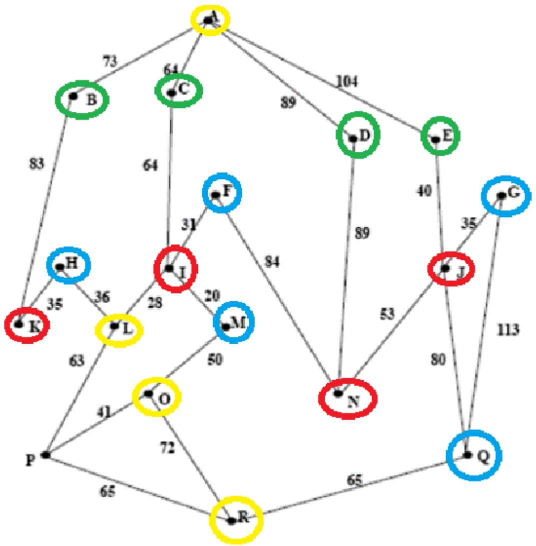
E→F = 26 + 35 + 93 + 10 = 164

Solução:

- Nós Acessados: A, B, C, E, F
- Solução: A → C → F (Custo: 66)

11) Considere o grafo a seguir onde o vértice inicial é o "A" e o objetivo é representado pelo vértice "R", faça o que se pede:

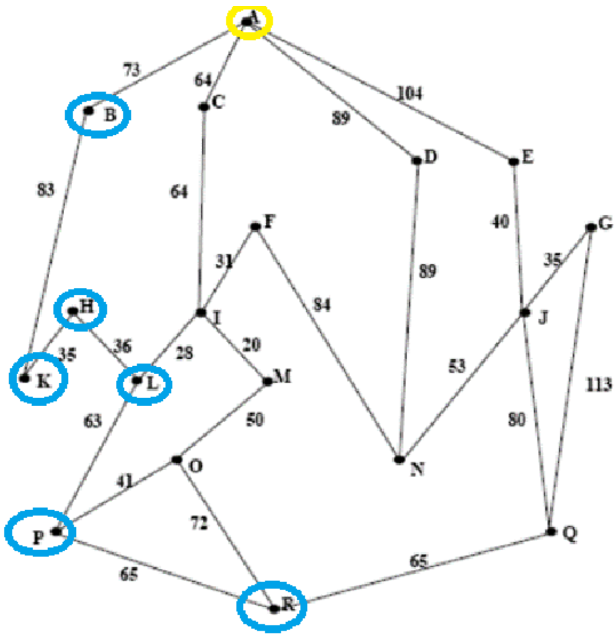
a) Realize uma busca em largura. Apresente a solução encontrada e os nós explorados.



Nós Explorados: A, B, C, D, E, K, I, N, J, H, F, M, G, Q, L, O, R

Solução: A, E, J, Q, R

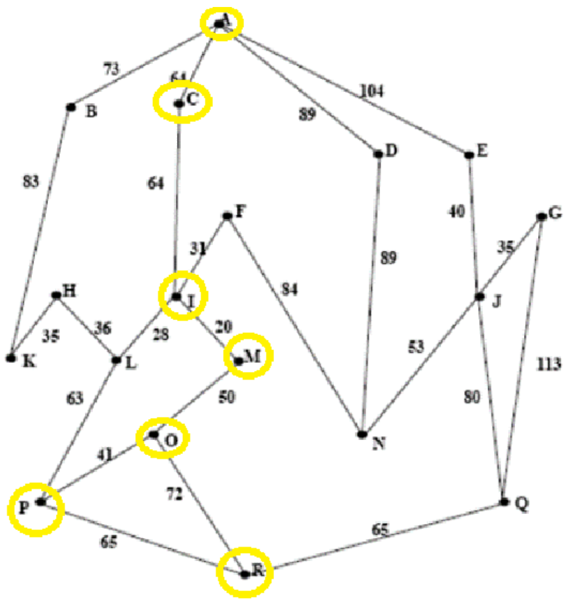
b) Realize uma busca em profundidade. Apresente a solução encontrada e os nós explorados.



Nós Explorados: A, B, K, H, L, P, R

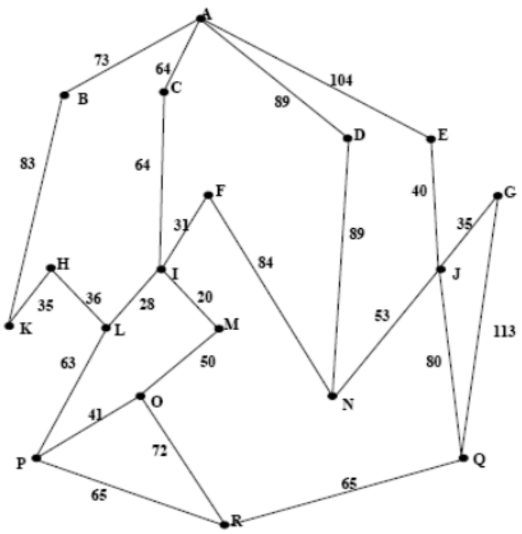
Solução: A, B, K, H, L, P, R

c) Realize uma busca gulosa usando como função custo a distância entre cada cidade (mostrada no grafo). Apresente a solução encontrada e seu respectivo custo.



Custo: 64 + 64 + 20 + 50 + 41 + 65 = 304

d) Realize uma busca A* usando as seguintes funções de custo g(n) = a distância entre cada cidade (mostrada no grafo) e h(n) = a distância em linha reta entre duas cidades. Estas distâncias são dadas na tabela abaixo. Apresente a solução encontrada e seu respectivo custo.



Distância em linha reta até R

A	240
B	186
C	182
D	163
E	170
F	150
G	165
H	139
I	120
J	130
K	122
L	104
M	100
N	77
O	72
P	65
Q	65
R	0

A→B = 73 + 186 = 259 (6)

A→C = 64 + 182 = 246 (1)

A→D = 89 + 163 = 252 (4)

A→E = 104 + 170 = 274

C→I = 64 + 64 + 120 = 248 (2)

I→F = 64 + 64 + 31 + 150 = 309

I→M = 64 + 64 + 20 + 100 = 248 (3)

I→L = 64 + 64 + 28 + 104 = 260 (7)

M→O = 64 + 64 + 20 + 50 + 72 = 270 (8)

D→N = 89 + 89 + 77 = 255 (5)

N→J = 89 + 89 + 53 + 130 = 361

B→K = 73 + 83 + 122 = 278

L→P = 64 + 64 + 28 + 63 + 65 = 284

O→P = 64 + 64 + 20 + 50 + 41 + 65 = 304

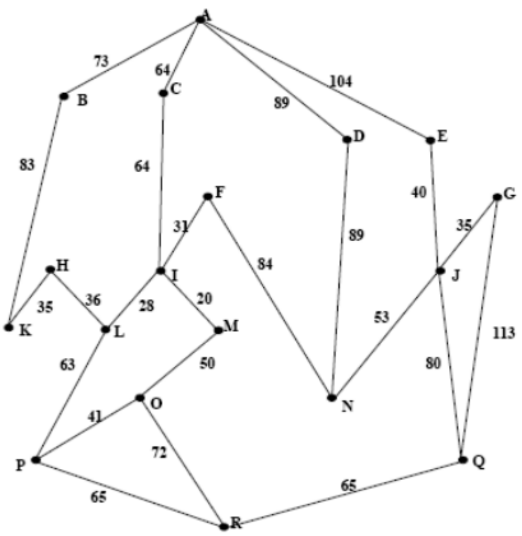
O→R = 64 + 64 + 20 + 50 +72 + 0 = 270 (9)

Solução: A→C→I→M→O→R

Custo: 64 + 64 + 20 + 50 + 72 = 270

e) Compare as soluções obtidas em (c) e (d). Qual delas é melhor? Justifique sua resposta.

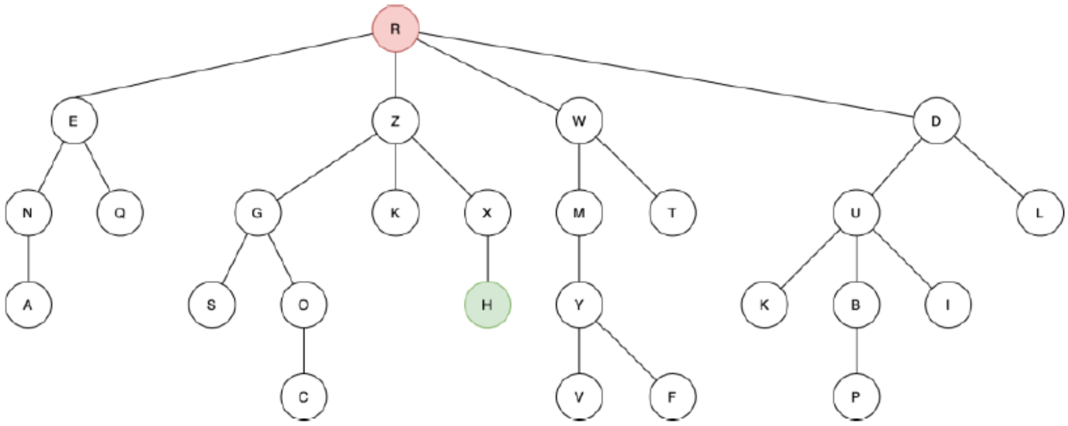
A melhor solução é a obtida pela técnica A* pois possui um menor custo.



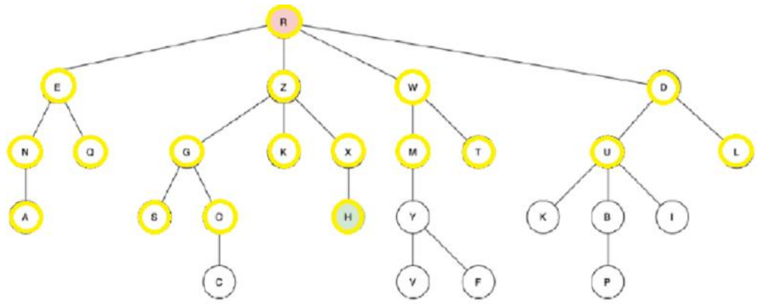
Distância em linha reta até R

A	240
B	186
C	182
D	163
E	170
F	150
G	165
H	139
I	120
J	130
K	122
L	104
M	100
N	77
O	72
P	65
Q	65
R	0

12) Realize a busca em largura e em profundidade para a árvore abaixo e apresente a solução encontrada e os nós explorados para cada técnica de busca. Considere como vértice inicial o “R” e como objetivo o vértice “H”.

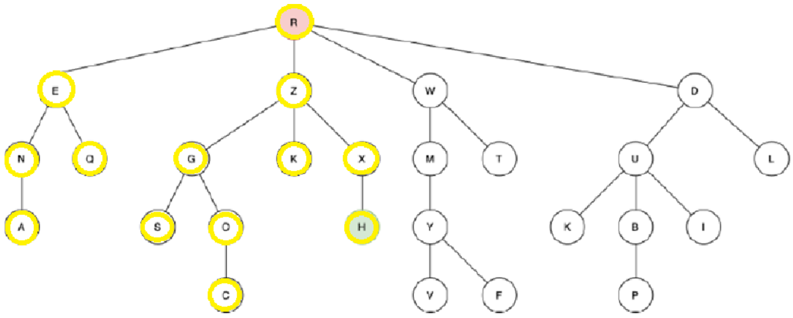


Busca em Largura



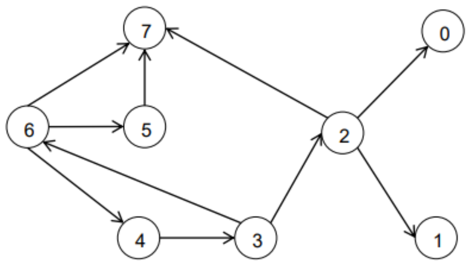
Solução: R → Z → X → H

Busca em Profundidade

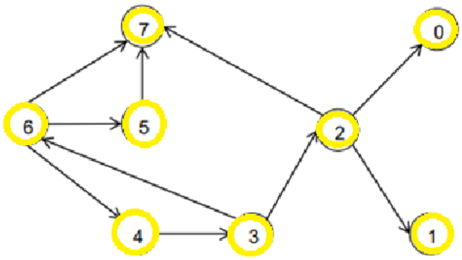


Solução: R → Z → X → H

13) Realize a busca em largura e em profundidade para o grafo abaixo e apresente a solução encontrada e os nós explorados para cada técnica de busca. Considere como vértice inicial o nó "6" e como objetivo o vértice "0".



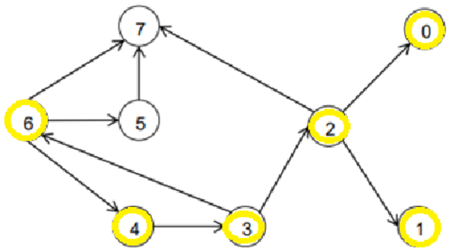
Busca em Largura



Nós Explorados: 6, 4, 5, 7, 3, 2, 1, 0

Solução: 6 → 4 → 3 → 2 → 0

Busca em Profundidade



Nós Explorados: 6, 4, 3, 2, 1, 0

Solução: 6 → 4 → 3 → 2 → 0

Aula 4 – Algoritmos Genéticos

16) Considere um problema de maximização no qual a função a ser otimizada pode ser calculada através da equação representada pela função de Booth onde $f(x,y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$ considerando x e y pertencentes ao intervalo [0,15]. Caso fosse utilizado um algoritmo genético para solucioná-lo, para evitar o valor de $f(x,y) = 0$, a função de avaliação seria adaptada para $g(x,y) = 1 + f(x,y)$. Cada cromossomo para este problema será representado

por 8 bits, sendo os primeiros 4 bits representando o valor de x e os últimos 4 bits, o valor de y. Com base nestas informações, responda:

a) Calcule o grau de adaptação $f_O(x)$ de cada um dos indivíduos apresentados na tabela abaixo. Lembrando que $f_O(x)$ representa a função de avaliação do problema.

$$g(x, y) = 1 + (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$$

$$I_1 = g(3, 13) = 681$$

$$I_2 = g(9, 9) = 885$$

$$I_3 = g(9, 3) = 321$$

$$I_4 = g(14,1) = 658$$

$$I_5 = g(9,12) = 1302$$

b) Calcule o grau de aptidão de cada um dos indivíduos apresentados na tabela abaixo. O grau de aptidão pode ser calculado pela equação $f_A(x) = \frac{f_O(x)}{\sum_{i=1}^{n} f_O(i)}$, no qual $f_O(x)$ é o grau de adaptação.

Aptidão Total = 3847

$$I_1 = \frac{g(3, 13)}{3847} = \frac{681}{3847} = 0{,}177$$

$$I_2 = \frac{g(9, 9)}{3847} = \frac{885}{3847} = 0{,}23$$

$$I_3 = \frac{g(9, 3)}{3847} = \frac{321}{3847} = 0{,}0834$$

$$I_4 = \frac{g(14,1)}{3847} = \frac{658}{3847} = 0{,}171$$

$$I_5 = \frac{g(9,12)}{3847} = \frac{1302}{3847} = 0{,}3384$$

c) Calcule a média de adaptação da população, através da equação $M_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_O(i)}{n}$

$$M_A = \frac{3847}{5} = 769{,}4$$

d) Qual o indivíduo da população representa a melhor solução para este problema? Justifique.

Indivíduo “10011100” pois possui a maior aptidão dentre os indivíduos da população.

Cromossomo

00111101 → x = 3, y = 13

10011001 → x = 9, y = 9

10010011 → x = 9, y = 3

11100001 → x = 14, y = 1

10011100 → x = 9, y = 12

17) Considere um algoritmo genético aplicado à minimização da função de segundo grau $f(x) = x^2 - x + 2$ no intervalo $[-31, +31]$. Uma representação dos cromossomos deste problema pode ser feita utilizando um vetor de 6 bits, na qual o primeiro bit (mais à esquerda) representa o sinal (0 significa negativo e 1 positivo) e os demais bits representam a magnitude do valor associado (na base 2). Exemplo: o cromossomo 010011 representa o valor -19, enquanto o cromossomo 101101 representa o valor +13. Considere a população inicial a seguir, com 4 indivíduos:

I_1:	0	0	0	1	1	0
I_2:	1	1	0	1	0	1
I_3:	0	0	1	0	1	1
I_4:	1	1	0	0	0	1

a. Calcule a aptidão de cada indivíduo

$I_1 = -6 \rightarrow f(-6) = 44$

$I_2 = +21 \rightarrow f(21) = 422$

$I_3 = -11 \rightarrow f(-11) = 134$

$I_4 = +17 \rightarrow f(17) = 274$

b. Calcule o grau de adaptação médio da população.

Aptidão Total = 874

$$\mu_A = \frac{874}{4} = 218{,}5$$

c. Considere que os indivíduos 1 e 4 foram selecionados para crossover, e que esta operação acontecerá no terceiro ponto de corte. Escreva os indivíduos que serão gerados neste processo, bem como sua respectiva aptidão.

I_1:	0	0	0	1	1	0

I_4:	1	1	0	0	0	1

F_1:	0	0	0	0	0	1
F_2:	1	1	0	1	1	0

$F_1 = -1 \rightarrow f(-1) = 4$

$F_2 = +22 \rightarrow f(22) = 464$

d. Considere que o indivíduo 2 sofrerá uma mutação do tipo *flip* no quinto gene. Escreva como ficará este indivíduo após esta operação, bem como sua nova aptidão.

I_2:	1	1	0	1	0	1

I_2:	1	1	0	1	1	1

$I_2 = +23 \rightarrow f(23) = 508$

e. Neste momento, a população possui 6 indivíduos, mas pode conter somente 4 (módulo de população). Submeta a população a um operador de elitismo, o qual removerá os dois piores indivíduos da população. Indique quais indivíduos serão removidos.

I_1:	0	0	0	1	1	0	44
I_2:	1	1	0	1	1	1	508
I_3:	0	0	1	0	1	1	134
I_4:	1	1	0	0	0	1	272
F_1:	0	0	0	0	0	1	4
F_2:	1	1	0	1	1	0	464

Indivíduos Selecionados: I_1, I_3, I_4 e F_1.

f. Calcule o grau de adaptação médio da nova população.

Aptidão Total: 454

$$\mu_A = 113{,}5$$

g. É possível afirmar que esta geração melhorou a população de soluções candidatas? Justifique.

Sim, pois a aptidão média da população diminuiu.

18) Suponha que um algoritmo genético use cromossomos da forma $x = abcdefgh$, com um comprimento fixo de 8 (oito) genes. Cada gene pode ser qualquer dígito entre 0 e 9. Considere uma população inicial de 4 (quatro) indivíduos com os seguintes cromossomos:

I_1	6	5	4	1	3	5	3	2
I_2	8	7	1	2	6	6	0	1
I_3	2	3	9	2	1	2	8	5
I_4	4	1	8	5	2	0	9	4

Responda às questões a seguir, demonstrando todos os cálculos necessários e escrevendo todas as respostas com duas casas de precisão.

a. Calcule o grau de adaptação $f(x)$ de cada indivíduo x, que pode ser calculado por $f(x) = (a + b) - (c + d) + (e + f) - (g + h)$.

$$I_1 = (6 + 5) - (4 + 1) + (3 + 5) - (3 + 2) = 11 - 5 + 8 - 5 = 9$$

$$I_2 = (8 + 7) - (1 + 2) + (6 + 6) - (0 + 2) = 15 - 3 + 12 - 2 = 22$$

$$I_3 = (2 + 3) - (9 + 2) + (1 + 2) - (8 + 5) = 5 - 11 + 3 - 13 = -16$$

$$I_4 = (4 + 1) - (8 + 5) + (2 + 0) - (9 + 4) = 5 - 13 + 2 - 13 = -19$$

b. Calcule o grau de adaptação médio da população.

Aptidão Total = -4

$$\mu_A = -1$$

c. Considere que os indivíduos I_1 e I_2 foram selecionados para *crossover*, e que esta operação acontecerá no quarto ponto de corte (ou seja, os genes a partir do quinto *locus* serão trocados em relação aos pais). Escreva os indivíduos que serão gerados, bem como seus graus de adaptação.

I_1	6	5	4	1	3	5	3	2
I_2	8	7	1	2	6	6	0	1

F_1	6	5	4	1	6	6	0	1

F_2	8	7	1	2	3	5	3	2

$$F_1 = (6+5) - (4+1) + (6+6) - (0+1) = 11 - 5 + 12 - 1 = 17$$

$$F_2 = (8+7) - (1+2) + (3+5) - (3+2) = 15 - 3 + 8 - 5 = 15$$

d. Considere que o indivíduo I_3 sofrerá uma mutação do tipo *swap* envolvendo o segundo e o oitavo gene. Escreva como ficará este indivíduo após a operação, bem como seu novo grau de adaptação.

I_3	2	3	9	2	1	2	8	5

I_3	2	5	9	2	1	2	8	3

$$I_3 = (2+5) - (9+2) + (1+2) - (8+3) = 7 - 11 + 3 - 11 = -12$$

e. Neste ponto, a população possui 6 indivíduos, mas pode conter apenas 4. Diante disto, submeta a população a um operador de elitismo, que removerá os dois piores indivíduos da população. Considere um problema de maximização a ser resolvido pelo algoritmo genético. Indique quais indivíduos serão removidos.

I_1	6	5	4	1	3	5	3	2	9
I_2	8	7	1	2	6	6	0	1	22
I_3	2	5	9	2	1	2	8	3	-12
I_4	4	1	8	5	2	0	9	4	-19
F_1	6	5	4	1	6	6	0	1	17
F_2	8	7	1	2	3	5	3	2	15

Indivíduos Selecionados: I_1, I_2, F_1 e F_2.

f. Calcule o novo grau de adaptação médio da população.

Aptidão Total: 63

$$\mu_A = \frac{63}{4} = 15{,}75$$

g. É possível afirmar que esta geração melhorou a população de soluções candidatas? Justifique.

Sim, pois a aptidão média aumentou.