Tâche 1.3 – Échange de clés (keys) – (100 pts)

Contrairement aux idées reçues, l'Égypte Antique n'est pas une nation unie, mais une série de N villes indépendantes et très méfiantes à l'égard de leurs voisines. Chacune de ces villes voudrait donc établir un système de communication sécurisé avec toutes les autres. Toutefois, à l'époque, la seule technique de cryptographie utilisée est le chiffrement à masque jetable (des clés à usage unique, qu'il faut changer à chaque communication). Deux paires de villes ne peuvent évidemment pas utiliser les mêmes clés, à cause du haut risque d'interception des messages. Dès lors, il est nécessaire que chaque paire de ville se transmette un lourd livre contenant suffisamment de clés cryptographiques pour pouvoir échanger des messages pendant quelques années.

Vous êtes le coursier en charge de l'échange de ces livres. En pratique, pour établir le système de communication entre deux villes, il suffit que l'une des deux produise le livre et l'autre le reçoive. Et vous pouvez décider à l'avance laquelle des deux produit le livre et laquelle le reçoit. Toutefois, ces livres étant très lourds, vous ne pouvez en transporter qu'un à la fois. Vous souhaitez parcourir les villes (probablement plusieurs fois) afin d'échanger tous les livres nécessaires. Vous pouvez faire certaines parties du voyage sans transporter de livre.

Comme vous le savez bien, toutes les villes d'Égypte sont placées le long du Nil, et vous connaissez pour chacune sa position par rapport à l'embouchure du fleuve. La distance entre deux villes est la différence de ces positions. La densité de population sur les rives du Nil étant très haute, il peut y avoir plusieurs villes à une même position.

Toutefois, un problème supplémentaire se pose : vous ne savez pas lequel de vos deux assistants vous aidera pendant le voyage. Djedkhonsuefankh est un père de famille qui vit à Giza (la ville la plus proche de l'embouchure), et il voudrait commencer et terminer le voyage dans cette ville. Khenemetneferhedjet, par contre, étant célibataire, est prêt à commencer et terminer n'importe où, et pas forcément au même endroit.

Tâche

La question est, étant donné le nom de l'assistant qui vous accompagnera ainsi que la liste des villes et leurs positions, quelle est la distance minimale que vous devez parcourir pour effectuer tous les échanges de livres nécessaires ?

Limites et contraintes

- $2 \le N \le N_{MAX}$, le nombre de villes.
- $0 \le p_i < 400\,000$, la position de la ville i.

	N_{MAX}	
Sous-tâche A (10pts)	200 000	N est impair
Sous-tâche B (15pts)	10	Djedkhonsuefankh vous accompagne toujours
Sous-tâche C (15pts)	200 000	Djedkhonsuefankh vous accompagne toujours
Sous-tâche D (30pts)	2000	
Sous-tâche E (30pts)	200 000	

Durée maximale d'exécution : 1.5 secondes. Limite mémoire : 512 Mo.

Entrée

L'input est composé de trois lignes, contenant :

- l'entier N, le nombre de villes ;
- N entiers séparés par des espaces, les positions des villes, dans l'ordre croissant;
- le caractère D si Djedkhonsuefankh vous accompagne, ou le caractère K si Khenemetneferhedjet vous accompagne.

Sortie

Imprimez un entier, sur une seule ligne, la distance minimale à parcourir.

beCP '16	Samedi 7 mai 2016	

Attention : cette valeur ne pourra parfois pas être contenue dans un entier à 32 bits. Elle pourra par contre toujours être contenue dans un entier à 64 bits (signé ou non).

Exemple 1

Entrée :

2 0 3 D

Sortie:

6

Puisque l'assistant est Djedkhonsuefankh, on commence à Giza (position 0). De là :

- soit on prend directement un livre et on le conduit en 3, puis on revient sans rien;
- soit on va d'abord en 3 sans rien, puis on prend un livre et on le ramène à Giza.

Dans les deux cas, la distance parcourue est 6 et cela assure un moyen de communication entre Giza et la ville en 3. Ces deux solutions sont illustrées dans la figure.

Exemple 2

Entrée:

3 1 2 3 D

Sortie:

4

De nouveau, on commence à Giza (position 1). Un trajet possible est le suivant :

- on prend un livre à Giza (en 1) et on le transporte vers 2;
- on prend un livre en 2 et on le transporte vers 3;
- on prend un livre en 3 et on le ramène en 1.

La distance parcourue est 4, et ce voyage assure bien la communication entre les trois paires de villes. Cette solution est illustrée dans la figure.

Exemple 3

Entrée:

4 2 5 7 11 K

Sortie:

beCP '16	Samedi 7 mai 2016	

31

Une solution possible est illustrée dans la figure.

Illustration

La figure ci-dessous donne des solutions possibles pour les trois exemples. Les flèches sont pleines si un livre est transporté pendant le trajet, et en pointillés si aucun livre n'est transporté.

