

Taak 3 – Samenreizen (home) – (100 ptn) (A: 20 ptn, B: 25 ptn, C: 30 ptn, 25ptn)

Vlad en Tony wonen in verschillende delen van Geekcity maar ze wandelen 's ochtends graag samen naar de les.

Geekcity kan gezien worden als een verzameling van M straten (dubbelrichting) met elk een bepaalde lengte, die verbonden zijn door N kruispunten. De kruispunten zijn genummerd van 1 tot N . Het huis van Vlad bevindt zich aan kruispunt 1, dat van Tony aan kruispunt 2 en hun school aan kruispunt N .

Elke dag verlaten Vlad en Tony hun huis op hetzelfde tijdstip, en wandelen ze aan dezelfde snelheid de kortste weg naar school. Er kunnen verschillende manieren zijn om de kortste weg van het huis van Vlad naar school af te leggen, net zoals van het huis van Tony naar school. Twee wegen zijn verschillend als ze niet langs dezelfde reeks kruispunten passeren.

Wanneer Vlad en Tony op dezelfde weg wandelen, in dezelfde richting en op hetzelfde tijdstip, beschouwen ze dat als "quality time". Vlad en Tony willen zoveel mogelijk samen wandelen.

Taak

Je taak is om te bepalen hoeveel quality time Vlad en Tony maximaal samen kunnen beleven, op weg naar school. Bovendien moet je ook het aantal verschillende combinaties bepalen van kortste wegen met maximale quality time die Vlad en Tony kunnen nemen. Dit aantal moet teruggegeven worden modulo¹ 1, 000, 000, 007.

Limieten en beperkingen

- $1 \leq N \leq N_{MAX}$, het aantal kruispunten;
- $1 \leq M \leq M_{MAX}$, het aantal straten;
- $1 \leq t_i \leq T_{MAX}$, de benodigde tijd om de i -de straat door te lopen;

	N_{MAX}	M_{MAX}	T_{MAX}	
Subtaak A	100 000	100 000	10 000	Er zijn geen cyclische paden en elk kruispunt is bereikbaar vanuit elk ander kruispunt.
Subtaak B	100 000	100 000	1	
Subtaak C	1 000	100 000	10 000	
Subtaak D	100 000	100 000	10 000	

Maximale uitvoeringsduur: **3 seconden**. Geheugenlimiet: **128 MB**.

Input

- De eerste lijn bevat twee positieve gehele getallen N en M , gescheiden door een spatie.
- De volgende M lijnen bevatten elk a_i , b_i en t_i , gescheiden door spaties, die een straat voorstellen van kruispunt a_i naar b_i van lengte t_i .
- De input eindigt met een nieuwe lijn.

Elk paar kruispunten is verbonden door maximaal 1 straat. Geen enkel kruispunt is met zichzelf verbonden. Er zal altijd een route zijn tussen kruispunten 1, 2, en N , d.w.z. het zal altijd mogelijk zijn voor Vlad en Tony om naar school te gaan vanuit hun huizen.

¹De modulo is de rest na de gehele deling (staartdeling). Je kan ze berekenen voor deeltal x met de formule $x \% 1,000,000,007$.

Output

Jouw programma moet als output geven:

- De eerste lijn bevat één enkel getal: de maximale hoeveelheid quality time die Vlad en Tony samen kunnen doorbrengen op hun weg naar school.
- De tweede lijn bevat één enkel getal: het aantal verschillende kortste routes die Vlad en Tony samen kunnen nemen met die maximale quality time, modulo 1,000,000,007.

Voorbeeld 1

Gegeven de volgende input voor jouw programma:

```
7 10
1 4 5
2 3 2
3 4 3
3 5 4
2 4 5
4 5 1
4 6 2
5 6 1
5 7 2
6 7 1
```

Dan moet de output zijn:

```
3
6
```

Uitleg: Vlad en Tony kunnen quality time met elkaar doorbrengen door elkaar op kruispunt 4 te ontmoeten. Alle combinaties van kortste routes die Tony en Vlad kunnen nemen waarbij ze die maximale hoeveelheid quality time bereiken, zijn:

Vlad	Tony
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$	$2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$	$2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$	$2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$	$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$	$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$	$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$

Vlad zou de route 2, 3, 5, 7 zou kunnen nemen, maar zo zou hij geen maximale hoeveelheid quality time met Tony hebben.

Voorbeeld 2

Gegeven de volgende input voor jouw programma:

```
4 5
1 3 2
1 4 3
2 3 2
2 4 3
3 4 2
```

Dan moet de output zijn:

```
0
1
```

Uitleg: Tony en Vlad kunnen elkaar niet ontmoeten op kruispunt 3 en dan samen wandelen, want dan zouden ze niet de kortste weg naar school nemen. Ze moeten elk apart de kortste weg naar school volgen, en spenderen geen quality time met elkaar.

Voorbeeld 3

Gegeven de volgende input voor jouw programma:

```
5 5
1 2 1
2 3 1
2 4 1
3 5 1
4 5 1
```

Dan moet de output zijn:

```
0
4
```

Uitleg: Tony start dichterbij school dan Vlad. Gezien ze allebei op hetzelfde tijdstip moeten vertrekken en de kortste weg moeten nemen, kan Tony Vlad niet bereiken op een moment dat die daar ook is, en ze spenderen dus geen quality time samen.

Voorbeeld 4

Gegeven de volgende input voor jouw programma:

```
13 19
1 3 1
1 4 1
3 5 1
4 5 1
1 6 2
2 7 1
2 8 1
7 5 1
5 8 1
2 6 2
5 9 1
5 10 1
6 11 1
6 12 1
9 13 1
10 13 1
11 13 1
12 13 1
6 13 2
```

Dan moet de output zijn:

```
2
11
```