

Tâche 3 – Trajet commun (home) – (100 pts) (A : 20 pts, B : 25 pts, C : 30 pts, 25pts)

Vlad et Tony habitent dans différentes parties de Geekcity mais aiment marcher ensemble en allant au cours au matin.

Geekcity peut être vue comme un ensemble de M sections de rues (à double sens) de longueur propre et connectées via N intersections. Ces intersections sont numérotées de 1 à N . La maison de Vlad se trouve à l'intersection 1, celle de Tony à l'intersection 2 et leur école à l'intersection N .

Chaque jour, Vlad et Tony partent chacun de leur domicile à la même heure, marchant à la même vitesse, pour arriver à l'école au plus court. Il peut y avoir plusieurs chemins de distance minimale de la maison de Vlad et l'école, ainsi que de la maison de Tony à l'école. Deux chemins sont considérés comme différents si ils ne passent pas par la même suite d'intersections.

Lorsque Vlad et Tony marchent sur la même route, dans la même direction en même temps, on dit qu'ils passent du bon temps ensemble. Vlad et Tony aimeraient passer autant de bon temps que possible ensemble.

Tâche

Votre tâche est de déterminer combien de bon temps au maximum Vlad et Tony peuvent passer ensemble sur le chemin vers l'école. De plus, vous devez déterminer le nombre de combinaisons différentes des chemins les plus courts de Vlad et de Tony qui permettent de maximiser ce bon temps ensemble. Ce nombre doit être retourné modulo 1 000 000 007.

Limites et contraintes

- $1 \leq N \leq N_{MAX}$, le nombre d'intersections ;
- $1 \leq M \leq M_{MAX}$, le nombre de rues ;
- $1 \leq t_i \leq T_{MAX}$, la durée pour parcourir la i -ième section de route ;

	N_{MAX}	M_{MAX}	T_{MAX}	
Sous-tâche A	100 000	100 000	10 000	Il n'y a pas de cycle et toutes les intersections sont atteignables à partir de toute autre intersection
Sous-tâche B	100 000	100 000	1	
Sous-tâche C	1 000	100 000	10 000	
Sous-tâche D	100 000	100 000	10 000	

Durée maximale d'exécution : **3 secondes**. Limite mémoire : **128 Mo**.

Entrée

L'entrée donnée à votre programme aura le format suivant :

- La première ligne comporte deux entiers positifs N et M , séparés par un espace.
- Les M lignes suivantes comportent chacune a_i , b_i et t_i , séparés par des espaces, représentant une section de route de l'intersection a_i à b_i de longueur t_i .
- L'entrée se termine par un saut de ligne.

Chaque paire d'intersection sera connectée par au plus une section de route. Aucune intersection ne sera connectée à elle-même. Il y a toujours un chemin entre les intersection 1, 2, et N , c'est-à-dire il est toujours possible pour Vlad et Tony de rejoindre l'école à partir de leur maison.

Sortie

Votre programme doit écrire en sortie :

- Une première ligne comportant un seul nombre : le nombre maximal de bon temps que Vlad et Tony peuvent passer ensemble sur leur chemin vers l'école.
- Une seconde ligne comportant un seul nombre : le nombre de combinaisons différentes de chemins les plus courts de Vlad et de Tony qui maximisent leur bon temps passé ensemble, modulo 1,000,000,007.

Exemple 1

Soit l'entrée suivante fournie à votre programme :

```
7 10
1 4 5
2 3 2
3 4 3
3 5 4
2 4 5
4 5 1
4 6 2
5 6 1
5 7 2
6 7 1
```

La sortie de votre programme doit être :

```
3
6
```

Explication : Vlad et Tony peuvent passer du bon temps pendant 3 minutes en se rencontrant à l'intersection 4. Les combinaisons de des chemins les plus courts de Tony et Vlad maximisant leur bon temps ensemble sont :

Vlad	Tony
1 → 4 → 5 → 6 → 7	2 → 4 → 5 → 6 → 7
1 → 4 → 5 → 7	2 → 4 → 5 → 7
1 → 4 → 6 → 7	2 → 4 → 6 → 7
1 → 4 → 5 → 6 → 7	2 → 3 → 4 → 5 → 6 → 7
1 → 4 → 5 → 7	2 → 3 → 4 → 5 → 7
1 → 4 → 6 → 7	2 → 3 → 4 → 6 → 7

Notez que bien que Vlad pourrait prendre le chemin 2, 3, 5, 7, cela ne permettrait pas de maximiser son bon temps avec Tony.

Exemple 2

Soit l'entrée suivante fournie à votre programme :

```
4 5
1 3 2
1 4 3
2 3 2
2 4 3
3 4 2
```

La sortie de votre programme doit être :

```
0
1
```

Explication : Tony et Vlad ne peuvent pas se rencontrer à l'intersection 3 et marcher ensemble, sans quoi ils ne prendraient pas le chemin le plus court pour aller à l'école. Ils prendront plutôt chacun leur propre chemin le plus court pour se rendre à l'école, en ne passant aucun bon temps ensemble.

Exemple 3

Soit l'entrée suivante fournie à votre programme :

```
5 5
1 2 1
2 3 1
2 4 1
3 5 1
4 5 1
```

La sortie de votre programme doit être :

```
0
4
```

Explication : Tony démarre plus près de l'école que Vlad. Vu qu'ils doivent tous deux partir à la même heure et prendre le chemin le plus court, Tony ne peut pas attendre Vlad, ils ne donc aucun bon temps ensemble.

Exemple 4

Soit l'entrée suivante fournie à votre programme :

13 19 1 3 1 1 4 1 3 5 1 4 5 1 1 6 2 2 7 1 2 8 1 7 5 1 5 8 1 2 6 2 5 9 1 5 10 1 6 11 1 6 12 1 9 13 1 10 13 1 11 13 1 12 13 1 6 13 2

La sortie de votre programme doit être :

2 11
