

be-OI 2018

Finale - SENIOR
zaterdag 17 maart
2018

Invullen in **HOOFDLETTERS** en **LEESBAAR** aub

VOORNAAM :
NAAM :
SCHOOL :

O

Gereserveerd

Belgische Informatica-olympiade (duur : 2u maximum)

Dit is de vragenlijst van de finale van de Belgische Informatica-olympiade 2018. Ze bevat 8 vragen, en je krijgt **maximum 2u** de tijd om ze op te lossen.

Algemene opmerkingen (lees dit aandachtig voor je begint)

- Controleer of je de juiste versie van de vragen hebt gekregen (die staat hierboven in de hoofding).
 - De categorie **beloften** is voor leerlingen tot en met het 2e middelbaar,
 - de categorie **junior** is voor het 3e en 4e middelbaar,
 - de categorie **senior** is voor het 5e middelbaar en hoger.
- Vul duidelijk je voornaam, naam en school in, **alleen op dit eerste blad**.
- Jouw antwoorden moet je invullen op de daarop voorziene antwoordbladen, die je achteraan vindt.
- Als je door een fout buiten de antwoordkaders moet schrijven, schrijf dan alleen verder op hetzelfde blad papier (desnoods op de achterkant).
- Schrijf **duidelijk leesbaar** met blauwe of zwarte **pen of balpen**.
- Je mag alleen schrijfgerief bij je hebben. Rekentoestel, GSM, ... zijn **verboden**.
- Je mag altijd extra kladpapier vragen aan de toezichthouder of leerkracht.
- Wanneer je gedaan hebt, geef je deze eerste bladzijde terug (met jouw naam erop), en de pagina's met jouw antwoorden. Al de rest mag je bijhouden.
- Voor alle code in de opgaven werd **pseudo-code** gebruikt. Op de volgende bladzijde vind je een **beschrijving** van de pseudo-code die we hier gebruiken.
- Als je moet antwoorden met code, mag dat in **pseudo-code** of in eender welke **courante programmeertaal** (zoals Java, C, C++, Pascal, Python, ...). We trekken geen punten af voor syntaxfouten.

Veel succes!

De Belgische Informatica-olympiade wordt mogelijk gemaakt door de steun van deze sponsors en leden:



©2018 Belgische Informatica-olympiade (beOI) vzw

Dit werk is vrijgegeven onder de licentie: Creative Commons Naamsvermelding 2.0 België

Overzicht pseudo-code

Gegevens worden opgeslagen in variabelen. Je kan de waarde van een variabele veranderen met \leftarrow . In een variabele kunnen we gehele getallen, reële getallen of arrays opslaan (zie verder), en ook booleaanse (logische) waarden : waar/juist (**true**) of onwaar/fout (**false**). Op variabelen kan je wiskundige bewerkingen uitvoeren. Naast de klassieke operatoren $+$, $-$, \times en $/$, kan je ook $\%$ gebruiken: als a en b allebei gehele getallen zijn, dan zijn a/b en $a\%b$ respectievelijk het quotiënt en de rest van de gehele deling (staartdeling). Bijvoorbeeld, als $a = 14$ en $b = 3$, dan geldt: $a/b = 4$ en $a\%b = 2$. In het volgende stukje code krijgt de variabele *leeftijd* de waarde 17.

```
geboortejaar  $\leftarrow$  2001
leeftijd  $\leftarrow$  2018 - geboortejaar
```

Als we een stuk code alleen willen uitvoeren als aan een bepaalde voorwaarde (conditie) is voldaan, gebruiken we de instructie **if**. We kunnen eventueel code toevoegen die uitgevoerd wordt in het andere geval, met de instructie **else**. Het voorbeeld hieronder test of iemand meerderjarig is, en bewaart de prijs van zijn/haar cinematicket in een variabele *prijs*. De code is bovendien voorzien van commentaar.

```
if (leeftijd  $\geq$  18)
{
    prijs  $\leftarrow$  8    // Dit is een stukje commentaar
}
else
{
    prijs  $\leftarrow$  6    // Goedkoper!
}
```

Soms, als een voorwaarde onwaar is, willen we er nog een andere controleren. Daarvoor kunnen we **else if** gebruiken, wat neerkomt op het uitvoeren van een andere **if** binnen in de **else** van de eerste **if**. In het volgende voorbeeld zijn er 3 leeftijdscategorieën voor cinematickets.

```
if (leeftijd  $\geq$  18)
{
    prijs  $\leftarrow$  8 // Prijs voor een volwassene.
}
else if (leeftijd  $\geq$  6)
{
    prijs  $\leftarrow$  6 // Prijs voor een kind van 6 of ouder.
}
else
{
    prijs  $\leftarrow$  0 // Gratis voor kinderen jonger dan 6.
}
```

Wanneer we in één variabele tegelijk meerdere waarden willen stoppen, gebruiken we een array. De afzonderlijke elementen van een array worden aangeduid met een index (die we tussen vierkante haakjes schrijven achter de naam van de array). Het eerste element van een array *arr* heeft index 0 en wordt genoteerd als *arr*[0]. Het volgende element heeft index 1, en het laatste heeft index $N - 1$ als de array *N* elementen bevat. Dus als de array *arr* de drie getallen 5, 9 en 12 bevat (in die volgorde) dan is *arr*[0] = 5, *arr*[1] = 9 en *arr*[2] = 12. De lengte van *arr* is 3, maar de hoogst mogelijke index is slechts 2.

Voor het herhalen van code, bijvoorbeeld om de elementen van een array af te lopen, kan je een **for**-lus gebruiken. De notatie **for** ($i \leftarrow a$ to b **step** k) staat voor een lus die herhaald wordt zolang $i \leq b$, waarbij i begint met de waarde a en telkens verhoogd wordt met k aan het eind van elke stap. Het onderstaande voorbeeld berekent de som van de elementen van de array arr , veronderstellend dat de lengte ervan N is. Nadat het algoritme werd uitgevoerd, zal de som zich in de variabele sum bevinden.

```
sum ← 0
for ( $i \leftarrow 0$  to  $N - 1$  step 1)
{
    sum ← sum + arr[i]
}
```

Een alternatief voor een herhaling is een **while**-lus. Deze herhaalt een blok code zolang er aan een bepaalde voorwaarde is voldaan. In het volgende voorbeeld delen we een positief geheel getal N door 2, daarna door 3, daarna door 4 ... totdat het getal nog maar uit 1 decimaal cijfer bestaat (d.w.z., kleiner wordt dan 10).

```
d ← 2
while ( $N \geq 10$ )
{
     $N \leftarrow N/d$ 
     $d \leftarrow d + 1$ 
}
```

We tonen algoritmes vaak in een kader met wat extra uitleg. Na **Input**, definiëren we alle parameters (variabelen) die gegeven zijn bij het begin van het algoritme. Na **Output**, definiëren we de staat van bepaalde variabelen nadat het algoritme is uitgevoerd, en eventueel de waarde die wordt teruggegeven. Een waarde teruggeven doe je met de instructie **return**. Zodra **return** wordt uitgevoerd, stopt het algoritme en wordt de opgegeven waarde teruggegeven.

Dit voorbeeld toont hoe je de som van alle elementen van een array kan berekenen.

```
Input   : arr, een array van  $N$  getallen.
            $N$ , het aantal elementen van de array.
Output : sum, de som van alle getallen in de array.

for ( $i \leftarrow 0$  to  $N - 1$  step 1)
{
    sum ← sum + arr[i]
}
return sum
```

Opmerking: in dit laatste voorbeeld wordt de variabele i enkel gebruikt om de tel bij te houden van de **for**-lus. Er is dus geen uitleg voor nodig bij **Input** of **Output**, en de waarde ervan wordt niet teruggegeven.

Vraag 1 – Voortplanting

Uitleg

De array hieronder toont de staat van een rijtje eencellige organismen naast elkaar, op een bepaald moment. Een cel wordt weergegeven door een zwart vakje als ze leeft, of door een wit vakje als ze dood is.

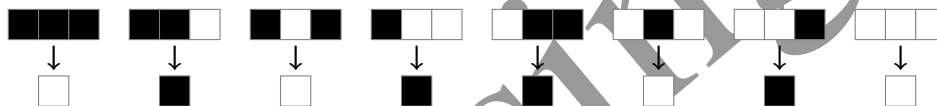


De staat van een cel (levend of dood) evolueert van de ene generatie naar de volgende via eenvoudige regels, die enkel afhangen van haar huidige staat en die van haar twee buurcellen (de linker en de rechter) in de vorige generatie. Voorbij de uiteinden aan de linker- en rechterkant, mag je aannemen dat alle cellen altijd dood blijven.

Een regel kan bijvoorbeeld zijn:


- Een cel met exact één levende buurcel wordt (of blijft) levend.
- Anders sterft de cel of blijft ze dood.

Die regel kunnen we als volgt weergeven:



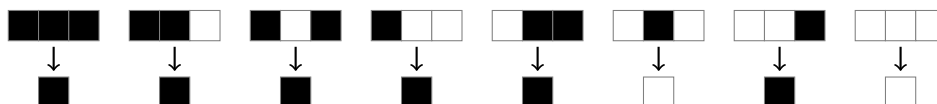
Als we die regel toepassen, dan wordt de 2^e generatie van ons voorbeeld:



Q1(a) [2 ptn]	Als je dezelfde regel volgt, hoe ziet de 3^e generatie er dan uit? (Zoek hier naar de oplossing voordat je ze definitief invult op het antwoordblad.) <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
Oplossing: 	

Een andere regel

Stel dat je de volgende regel gebruikt:



en de situatie van vertrek (de 1^e generatie) is:



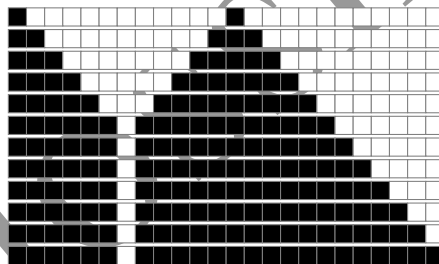
Q1(b) [2 ptn]	<p>Wat zal de 3^e generatie zijn met deze nieuwe regel?</p> <p>(Zoek hier naar de oplossing voordat je ze definitief invult op het antwoordblad.)</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
Oplossing:	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>

Q1(c) [2 ptn]	<p>En wat zal de 12^e generatie zijn met deze nieuwe regel? (Zoek hier naar de oplossing voordat je ze definitief invult op het antwoordblad.)</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
Oplossing:	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>

Vind de regel

We geven de generaties onder elkaar weer. De 1^e lijn is de vertreksituatie, de lijnen daaronder komen overeen met de daaropvolgende generaties. Zo krijgen we een mooie grafische voorstelling van een evolutie.

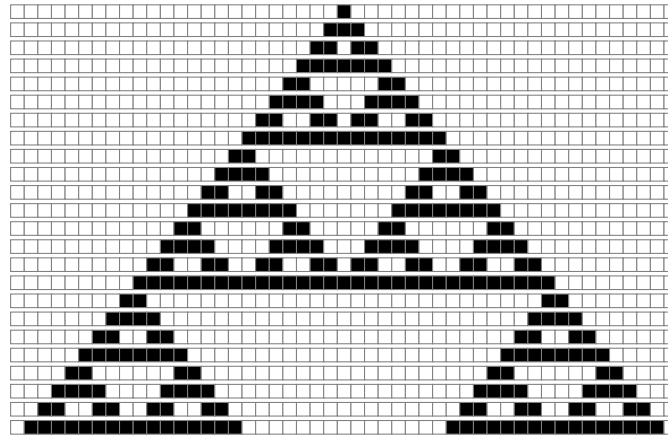
Bijvoorbeeld:



















Q1(d) [2 ptn] Welke regel komt overeen met dit resultaat?
(Zoek hier naar de oplossing voordat je ze definitief invult op het antwoordblad.)

Oplossing:

Hier is nog een grafische voorstelling van een evolutie die een andere regel volgt:



Q1(e) [2 ptn]	<p>Welke regel komt overeen met dit resultaat? (Zoek hier naar de oplossing voordat je ze definitief invult op het antwoordblad.)</p>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> </div>
Oplossing:	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div>  <input type="checkbox"/> </div> <div>  <input checked="" type="checkbox"/> </div> <div>  <input checked="" type="checkbox"/> </div> <div>  <input checked="" type="checkbox"/> </div> <div>  <input checked="" type="checkbox"/> </div> <div>  <input checked="" type="checkbox"/> </div> <div>  <input checked="" type="checkbox"/> </div> <div>  <input type="checkbox"/> </div> </div>

Vraag 2 – Voetbal

Bij een voetbaltoernooi speelt elke ploeg 2 keer tegen elke andere ploeg: 1 keer thuis en 1 keer op verplaatsing bij de tegenstander. Er zijn n ploegen, genummerd van 0 tot $n - 1$, en de resultaten van de matches worden opgeslagen in 2 arrays met grootte $n \times n$.

Als ploeg i ploeg j ontvangt, dan wordt het aantal goals gescoord door ploeg i opgeslagen in $A[i][j]$, en het aantal goals gescoord door ploeg j opgeslagen in $B[i][j]$. Dat heeft natuurlijk enkel zin als $i \neq j$ (want een ploeg kan niet tegen zichzelf spelen), maar de arrays worden geïnitieerd zodat voor elke i geldt: $A[i][i] = B[i][i] = 0$.

Dit zijn bijvoorbeeld de resultaten van een toernooi met $n = 4$ ploegen.

	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	1	0	3	2
2	0	1	0	4
3	2	3	2	0

$A[i][j]$

	0	1	2	3
0	0	2	2	1
1	1	0	1	2
2	4	2	0	0
3	0	1	1	0

$B[i][j]$

$A[2][3] = 4$ en $B[2][3] = 0$, dus ploeg 2 heeft met 4 - 0 gewonnen toen ze ploeg 3 ontving.
 $A[0][1] = B[0][1] = 2$, dus ploeg 1 heeft met 2 - 2 gelijk gespeeld op verplaatsing bij ploeg 0.

Het toernooi is afgelopen en alle resultaten van alle matches zijn bekend. Vervolledig de volgende algoritmes door de ... in te vullen, zodat ze de gevraagde resultaten geven. Je mag vrij gebruik maken van de variabele n die het aantal ploegen bevat, en van de arrays $A[i][j]$ en $B[i][j]$ met daarin de resultaten.

Algoritme 1X2 : Analyseer de resultaten van een match en geef "1" terug als de thuisploeg heeft gewonnen, of geef "2" terug als de bezoekende ploeg heeft gewonnen. Bij gelijkspel, geef je "X" terug.

```

Input  :  $i$  het nummer van de thuisploeg,  $0 \leq i < n$ .
          $j$  het nummer van de bezoekende ploeg,  $0 \leq j < n$ .
Output : "1", "2" of "X" al naargelang de winnaar.

if ( ... )           // (a)
{
    return "1"
}
else if ( ... )      // (b)
{
    return "X"
}
else
{
    return "2"
}

```

Q2(a) [2 ptn] Wat moet expressie (a) zijn in algoritme 1X2 ?

Oplossing: $A[i][j] > B[i][j]$ (autre solution: $B[i][j] < A[i][j]$)

Q2(b) [2 ptn] Wat moet expressie (b) zijn in algoritme 1X2 ?

Oplossing: $A[i][j] = B[i][j]$

Algoritme Goals : Bereken het totaal aantal doelpunten gescoord door een ploeg, minus het totaal aantal doelpunten dat de ploeg tegen heeft gekregen, in de loop van het toernooi.

Input : k , het nummer van de ploeg, $0 \leq k < n$.
Output : g , het aantal gescoorde doelpunten minus het aantal doelpunten tegen, voor ploeg k in het hele toernooi.

```

g ← 0
for (i ← 0 to n-1 step 1)
{
    g ← ...                //(c)
}
return g

```

Q2(c) [4 ptn] Wat moet expressie (c) zijn in algoritme Goals ?

Oplossing: $g + A[k][i] - B[k][i] + B[i][k] - A[i][k]$

Algoritme Punten : Bereken het totaal aantal punten behaald door een ploeg in het toernooi. Een ploeg krijgt 3 punten voor een overwinning, 1 punt voor een gelijkspel en 0 punten voor een verlies.

Input : k , het nummer van de ploeg, $0 \leq k < n$.
Output : p , het totaal aantal punten behaald door ploeg k in het toernooi.

```

p ← 0
for (i ← 0 to n-1 step 1)
{
    if ( A[k][i] ... )        //(d)
    {
        ...                //(e)
    }
    else if ( A[k][i] ... )    //(f)
    {
        p ← p + 1
    }

    if ( ... )                //(g)
    {
        ...                //(h)
    }
    else if ( ... )           //(i)
    {
        p ← p + 1
    }
}
return ...                //(j)

```

Q2(d) [1 pt] Vervolledig expressie (d) in algoritme Punten.

Oplossing: $> B[k][i]$





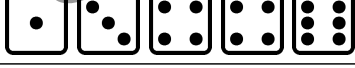


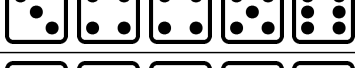

Q2(e) [1 pt]	Wat is instructie (e) in algoritme Punten ?
Oplossing: $p \leftarrow p + 3$	
Q2(f) [1 pt]	Vervolledig expressie (f) in algoritme Punten ?
Oplossing: $= B[k][i]$	
Q2(g) [1 pt]	Wat moet expressie (g) zijn in algoritme Punten ?
Oplossing: $B[i][k] > A[i][k]$ (alternatief: $A[i][k] < B[i][k]$)	
Q2(h) [1 pt]	Wat moet instructie (h) zijn in algoritme Punten ?
Oplossing: $p \leftarrow p + 3$	
Q2(i) [1 pt]	Wat moet expressie (i) zijn in algoritme Punten ?
Oplossing: $B[i][k] = A[i][k]$	
Q2(j) [2 ptn]	Wat moet expressie (j) zijn in algoritme Punten ?
Oplossing: $p - 2$ (2 gelijkspellen worden foutief meegeteld want $A[k][k] = B[k][k]$)	

Vraag 3 – Dobbelspel

Een programma “gooit” 5 dobbelstenen en controleert of er een speciale combinatie voorkomt. Het kiest willekeurig 5 getallen tussen 1 en 6 en zet ze, van klein naar groot gesorteerd, in de vakjes met indices 1 tot 5 van array $d[]$.

Bijvoorbeeld, als de gegenereerde dobbelstenen zijn: 5, 1, 6, 5 en 1, dan is $d[1] = 1$, $d[2] = 1$, $d[3] = 5$, $d[4] = 5$ en $d[5] = 6$. Er geldt dus altijd: $1 \leq d[1] \leq d[2] \leq d[3] \leq d[4] \leq d[5] \leq 6$.

De volgende tabel toont de combinaties waarop we willen testen:

Combinatie	Beschrijving	Voorbeeld
<i>Yahtzee</i>	5 identieke dobbelstenen	
<i>Carré</i>	Minstens 4 identieke dobbelstenen	
<i>Full House</i>	3 identieke dobbelstenen + de andere 2 ook identiek	
<i>Trio</i>	Minstens 3 identieke dobbelstenen	
<i>Paar</i>	Minstens 2 identieke dobbelstenen	
<i>Dubbel Paar</i>	2 niet-overlappende Paren	
<i>Grote straat</i>	5 opeenvolgende waarden	
<i>Kleine straat</i>	Minstens 4 opeenvolgende waarden	
<i>Niets</i>	Geen van alle vorige	

Let op: voor hetzelfde resultaat zijn er soms verschillende combinaties geldig. Een *Yahtzee* is ook een *Carré*, een *Full House*, een *Trio*, een *Dubbel Paar* en een *Paar*. Op dezelfde manier is een *Grote straat* ook een *Kleine straat*, en in het voorbeeld hierboven bevat de *Kleine straat* ook een *Paar*.

In de meeste programmeertalen bestaan de instructies uit Engelse woorden. We gebruiken **true** (waar), **false** (niet waar), **or** (of), **and** (en).

Als we verschillende voorwaarden testen met **or**, dan is de test **true** als minstens één van de voorwaarden **true** is.

Als we verschillende voorwaarden testen met **and**, dan is de test **true** als alle voorwaarden **true** zijn.

Bijvoorbeeld, als $lengte = 180$ en $leeftijd = 16$, dan:

$((lengte = 155) \text{ or } (leeftijd = 12))$ is false	$((lengte = 155) \text{ and } (leeftijd = 12))$ is false
$((lengte = 155) \text{ or } (leeftijd = 16))$ is true	$((lengte = 155) \text{ and } (leeftijd = 16))$ is false
$((lengte = 180) \text{ or } (leeftijd = 16))$ is true	$((lengte = 180) \text{ and } (leeftijd = 16))$ is true

Zijn er haakjes, dan werk je zoals gewoonlijk eerst de binnenste haakjes uit, en daarna de buitenste.

Om punten te halen op de vragen hieronder, moet je ALLE mogelijke combinaties aankruisen waarvoor de gegeven test altijd **true** is, en ZEKER GEEN combinatie aankruisen waarvoor de test soms **false** is.

Als bijvoorbeeld een test **true** is voor elke *Trio* en elke *Full House*, dan kruis je de vakjes *Trio* en *Full House* aan. Als de test **false** is voor minstens één *Carré* dan mag je het vakje *Carré* niet aankruisen.

Q3(a) [1 pt]	$(d[1] = d[2]) \text{ or } (d[2] = d[3]) \text{ or } (d[3] = d[4]) \text{ or } (d[4] = d[5])$ is altijd true voor ... <input checked="" type="checkbox"/> Yahtzee <input checked="" type="checkbox"/> Carré <input checked="" type="checkbox"/> Full House <input checked="" type="checkbox"/> Trio <input checked="" type="checkbox"/> Paar <input checked="" type="checkbox"/> Dubbel Paar <input type="checkbox"/> Grote straat <input type="checkbox"/> Kleine straat <input type="checkbox"/> Niets
Oplossing: de juiste vakjes zijn aangekruist.	

Q3(b) [1 pt]	$(d[1] = d[3]) \text{ or } (d[2] = d[4]) \text{ or } (d[3] = d[5])$ is altijd true voor ... <input checked="" type="checkbox"/> Yahtzee <input checked="" type="checkbox"/> Carré <input checked="" type="checkbox"/> Full House <input checked="" type="checkbox"/> Trio <input type="checkbox"/> Paar <input type="checkbox"/> Dubbel Paar <input type="checkbox"/> Grote straat <input type="checkbox"/> Kleine straat <input type="checkbox"/> Niets
Oplossing: de juiste vakjes zijn aangekruist.	

Q3(c) [2 ptn]	$((d[1] = d[2]) \text{ and } (d[3] = d[5])) \text{ or } ((d[1] = d[3]) \text{ and } (d[4] = d[5]))$ is altijd true voor ... <input checked="" type="checkbox"/> Yahtzee <input type="checkbox"/> Carré <input checked="" type="checkbox"/> Full House <input type="checkbox"/> Trio <input type="checkbox"/> Paar <input type="checkbox"/> Dubbel Paar <input type="checkbox"/> Grote straat <input type="checkbox"/> Kleine straat <input type="checkbox"/> Niets
Oplossing: de juiste vakjes zijn aangekruist.	

Q3(d) [2 ptn]	$(d[1] \neq d[2]) \text{ and } (d[2] \neq d[3]) \text{ and } (d[3] \neq d[4]) \text{ and } (d[4] \neq d[5]) \text{ and } (d[5] - d[1] = 4)$ is altijd true voor ... <input type="checkbox"/> Yahtzee <input type="checkbox"/> Carré <input type="checkbox"/> Full House <input type="checkbox"/> Trio <input type="checkbox"/> Paar <input type="checkbox"/> Dubbel Paar <input checked="" type="checkbox"/> Grote straat <input type="checkbox"/> Kleine straat <input type="checkbox"/> Niets
Oplossing: de juiste vakjes zijn aangekruist.	

Q3(e) [2 ptn]	$(d[1] = 1) \text{ and } (d[2] = 2) \text{ and } (d[2] \neq d[3]) \text{ and } (d[3] \neq d[4]) \text{ and } (d[4] = 5) \text{ and } (d[5] = 6)$ is altijd true voor ... <input type="checkbox"/> Yahtzee <input type="checkbox"/> Carré <input type="checkbox"/> Full House <input type="checkbox"/> Trio <input type="checkbox"/> Paar <input type="checkbox"/> Dubbel Paar <input type="checkbox"/> Grote straat <input type="checkbox"/> Kleine straat <input checked="" type="checkbox"/> Niets
Oplossing: de juiste vakjes zijn aangekruist.	

Q3(f) [2 ptn]

$\left((d[1] = d[2]) \text{ or } ((d[2] = d[3]) \text{ and } (d[4] = d[5])) \right) \text{ and } ((d[3] = d[4]) \text{ or } (d[4] = d[5]))$
is altijd **true** voor ...

- ☒ Yahtzee ☒ Carré ☒ Full House ☐ Trio ☐ Paar
☒ Dubbel Paar ☐ Grote straat ☐ Kleine straat ☐ Niets

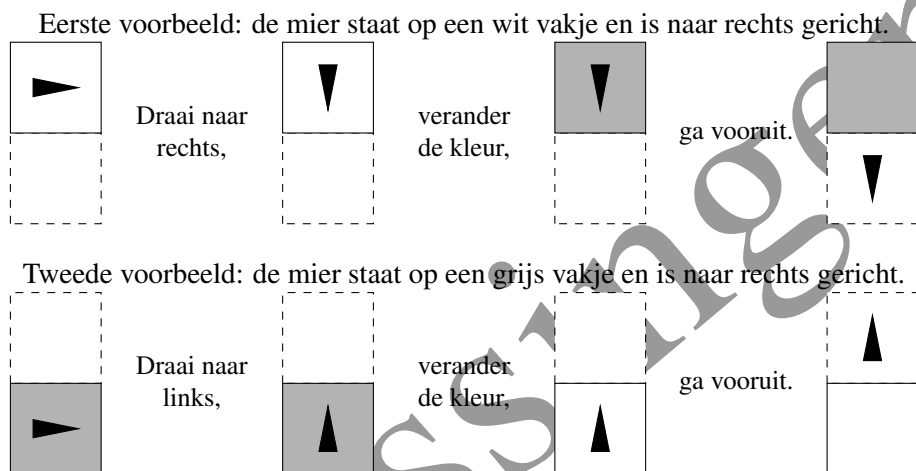
Oplossing: de juiste vakjes zijn aangekruist.

Vraag 4 – De mier van Langton

De vakjes van een rooster kunnen wit of grijs zijn. Een mier staat op een vakje en verplaatst zich, één vakje per keer, naar links, rechts, boven of onder, volgens deze regels:

- Als de mier op een wit vakje staat, draait ze een kwartslag naar rechts, verandert ze de kleur van het vakje (naar grijs), en gaat ze een vakje vooruit.
- Als de mier op een grijs vakje staat, draait ze een kwartslag naar links, verandert ze de kleur van het vakje (naar wit), en gaat ze een vakje vooruit.

In de volgende voorbeelden stellen we de mier voor als zwarte driehoek, met de scherpste hoek als kop die de richting aangeeft. Het vakje in stippellijnen kan wit of grijs zijn, de kleur ervan is niet belangrijk.



Vervolledig de code op de volgende pagina die het gedrag van de mier simuleert, voor k stappen op een rooster met grootte $n \times m$ dat we opslaan in een array `grid[][]` waarvan de elementen enkel 0 (= wit) of 1 (= grijs) kunnen zijn.

- De eerste index van de array is het nummer van de kolom, gaande van 0 links tot $n - 1$ rechts.
- De tweede index van de array is het nummer van de rij, gaande van 0 aan de onderkant tot $m - 1$ aan de bovenkant.

Dus als `grid[3][7] = 1`, dan is het vakje op kolom 3 (de vierde van links) en rij 7 (de achtste vanaf beneden) grijs.

We slaan de positie van de mier op in variabelen x voor de kolom en y voor de rij. De richting van de mier wordt opgeslagen in variabelen dx en dy die elk een waarde kunnen hebben van 0, 1 of -1 . De variabele dx geeft aan hoe het nummer van de kolom van de mier verandert als zij vooruitgaat. Op dezelfde manier geeft dy aan hoe het nummer van de rij verandert als zij vooruitgaat.

- als de mier naar boven gaat dan is $dx = 0$ en $dy = 1$,
- als de mier naar rechts gaat dan is $dx = 1$ en $dy = 0$
- als de mier naar onder gaat dan is $dx = 0$ en $dy = -1$,
- als de mier naar links gaat dan is $dx = -1$ en $dy = 0$

Het rooster is een cylinder:

- De mier kan links en rechts voorbij de grens van het rooster gaan.
Als ze dat doet, verschijnt ze terug op dezelfde rij aan de andere kant van het rooster.
- Maar: de mier kan niet voorbij de boven- en onderkant van het rooster.
Als ze dat probeert, blijft ze geblokkeerd op hetzelfde vakje en maakt ze rechtsomkeert (180 graden).

Vervolledig het algoritme door de ontbrekende expressies en instructies in te vullen.

Input : k , een positief geheel getal, het aantal te simuleren stappen.
 $grid$, een tweedimensionale array die enkel nullen en eenen bevat.
 n , het aantal kolommen van array $grid$.
 m , het aantal rijen van array $grid$.
 x , de kolom waarin de mier start, $0 \leq x \leq n-1$.
 y , de rij waarin de mier start, $0 \leq y \leq m-1$.
 dx en dy , 2 waarden (0, 1 of -1), de richting waarin de mier start.

Output : de array $grid$ is gewijzigd door k stappen van de mier.

```

for (i ← 1 to ... step 1)           //(a)
{
    temp ← dx
    if (grid[x][y] = ... )           //(b)
    {
        dx ← dy
        dy ← ...                     //(c)
    }
    else
    {
        dx ← ...                     //(d)
        dy ← ...                     //(e)
    }

    grid[x][y] ← ...                 //(f)

    x ← ...                          //(g)
    if (x < ... )                     //(h)
    {
        x ← ...                      //(i)
    }
    else if (x = ... )                //(j)
    {
        ...                          //(k)
    }

    ...                              //(l)
    if ((y < ... ) or (y = ... ))      //(m) (n)
    {
        y ← ...                      //(o)
        ...                          //(p)
    }
}

```

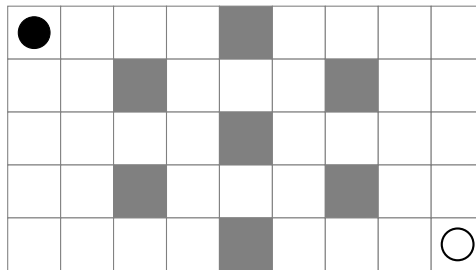
Q4(a) [1 pt]	Wat is expressie (a) ?
Oplossing: k	
Q4(b) [1 pt]	Wat is expressie (b) ?
Oplossing: 0	
Q4(c) [1 pt]	Wat is expressie (c) ?
Oplossing: -temp	
Q4(d) [1 pt]	Wat is expressie (d) ?
Oplossing: -dy	
Q4(e) [1 pt]	Wat is expressie (e) ?
Oplossing: temp	
Q4(f) [1 pt]	Wat is expressie (f) ?
Oplossing: 1 - grid[x][y]	
Q4(g) [1 pt]	Wat is expressie (g) ?
Oplossing: x + dx	
Q4(h) [1 pt]	Wat is expressie (h) ?
Oplossing: 0	
Q4(i) [1 pt]	Wat is expressie (i) ?
Oplossing: n - 1	
Q4(j) [1 pt]	Wat is expressie (j) ?
Oplossing: n	
Q4(k) [1 pt]	Wat is instructie (k) ?
Oplossing: $x \leftarrow 0$	
Q4(l) [1 pt]	Wat is instructie (l) ?
Oplossing: $y \leftarrow y + dy$	
Q4(m) [1 pt]	Wat is expressie (m) ?
Oplossing: 0	

Q4(n) [1 pt]	Wat is expressie (n) ?
Oplossing: m	
Q4(o) [1 pt]	Wat is expressie (o) ?
Oplossing: y - dy	
Q4(p) [1 pt]	Wat is instructie (p) ?
Oplossing: dy \leftarrow -dy	

Vraag 5 – Alle wegen leiden naar ...

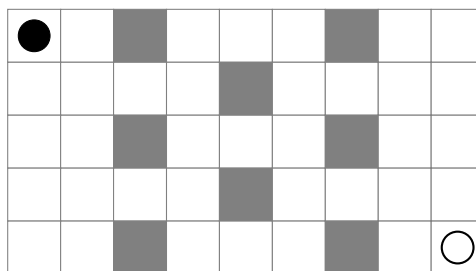
De tekeningen hieronder zijn tonen je kamers met vierkantjes vrije ruimte (witte vakjes) en obstakels (grijze vakjes). Een robot (zwarte cirkel) staat op het vakje linksboven en moet zich verplaatsen naar zijn doel (witte cirkel) rechtsonder. De robot is beschadigd en kan zich alleen naar rechts of naar onder bewegen. Hij kan nooit naar links of naar boven gaan. De robot moet op de witte vakjes blijven. Hij kan niet over de grijze obstakels lopen. Hoeveel verschillende routes kan de robot nemen om zijn doel te bereiken?

Uitleg: Er zijn meerdere manieren om het aantal routes te tellen. Een Dynamic Programming algoritme (DP) kan in alle gevallen gebruikt worden en is onmisbaar voor moeilijke gevallen. Vertrek van het eindpunt, beweeg naar links en boven, en noteer in elk gepasseerd vakje het aantal routes naar het eindpunt. Dat aantal is altijd de som van de aantallen in de rechterbuur en de onderbuur. Het antwoord is het getal dat uiteindelijk verschijnt in het beginpunt.

Q5(a) [2 ptn]**Hoeveel verschillende routes kan de robot nemen?**

8	6	5	5						
2	1		5	4	4				
1	1	1	1		4	3	3	1	
			1	1	1		2	1	
					1	1	1	1	

Oplossing: 8

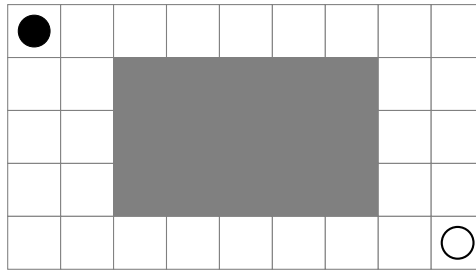
Q5(b) [2 ptn]**Hoeveel verschillende routes kan de robot nemen?**

4	2								
2	2	2	2						
			2	2	2				
					2	2	2	1	
							1	1	

Oplossing: 4

Q5(c) [2 ptn]

Hoeveel verschillende routes kan de robot nemen?

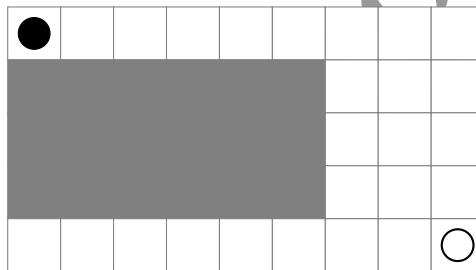


10	6	5	5	5	5	5	5	1
4	1						4	1
3	1						3	1
2	1						2	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Oplossing: 10

Q5(d) [2 ptn]

Hoeveel verschillende routes kan de robot nemen?

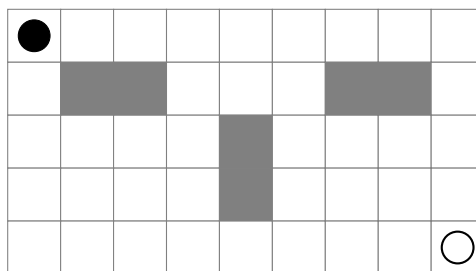


15	15	15	15	15	15	15	5	1
							10	4
							6	3
							3	2
							1	1

Oplossing: 15

Q5(e) [4 ptn]

Hoeveel verschillende routes kan de robot nemen?



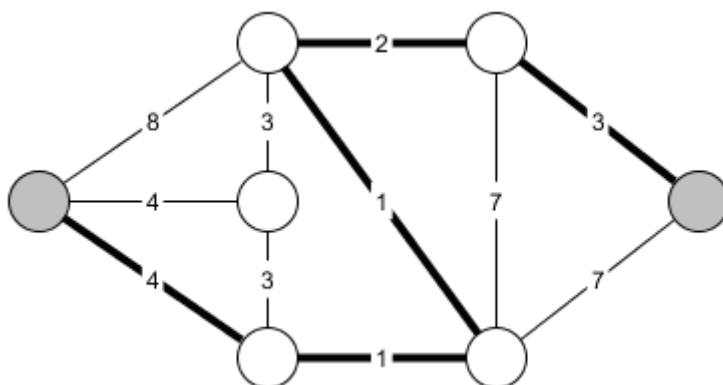
42	32	32	32	21	11	1	1	1
10			11	10	10			1
10	6	3	1		10	6	3	1
4	3	2	1		4	3	2	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Oplossing: 42

Vraag 6 – De kortste weg

Een *graaf* is een verzameling nodes (de cirkels) met verbindingen (de lijnen) ertussen. In deze vraag kijken we naar grafen waarbij elke verbinding een lengte heeft (genoteerd op de verbinding). De lengte van een verbinding heeft niets te maken met de lengte van de lijn waarmee ze getekend is.

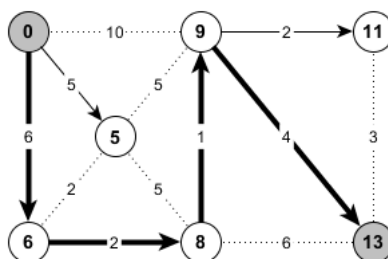
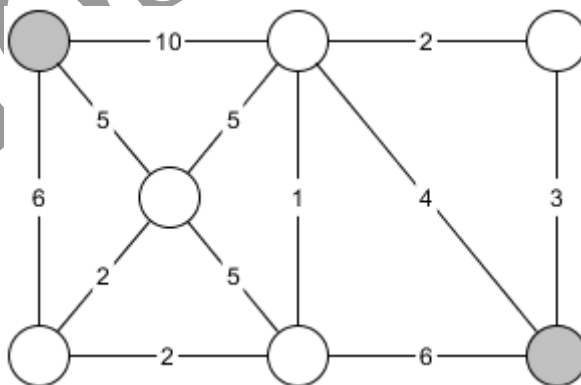
Een pad tussen 2 nodes is een reeks verbindingen die we kunnen volgen om van de ene naar de andere node te gaan. De lengte van een pad is de som van de lengtes van alle verbindingen die deel uitmaken van het pad. De kortste afstand tussen twee nodes is de lengte van het kortste pad ertussen.



In het voorbeeld hierboven, hebben we het kortste pad tussen de twee grijze nodes vet gemarkeerd. De kortste afstand tussen die twee nodes is de som van alle lengtes op dit pad, dus gelijk aan $4 + 1 + 1 + 2 + 3 = 11$.

Q6(a) [4 ptn]

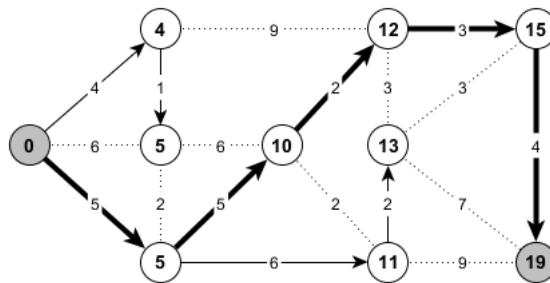
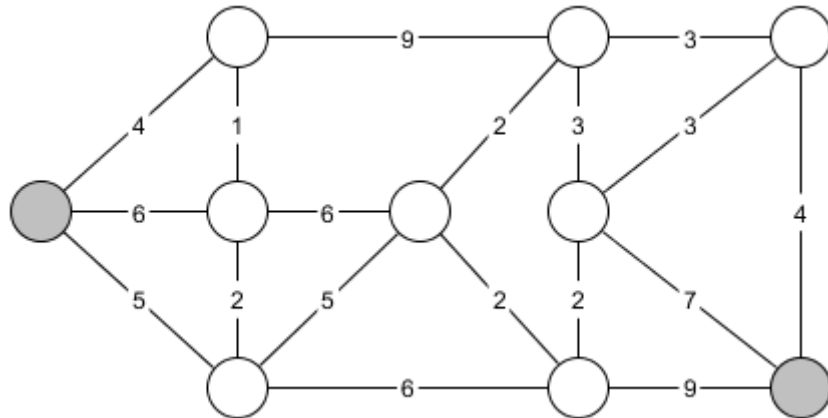
Wat is de kortste afstand tussen de 2 grijze nodes op deze graaf met 7 nodes?



Oplossing: 13

Q6(b) [4 ptn]

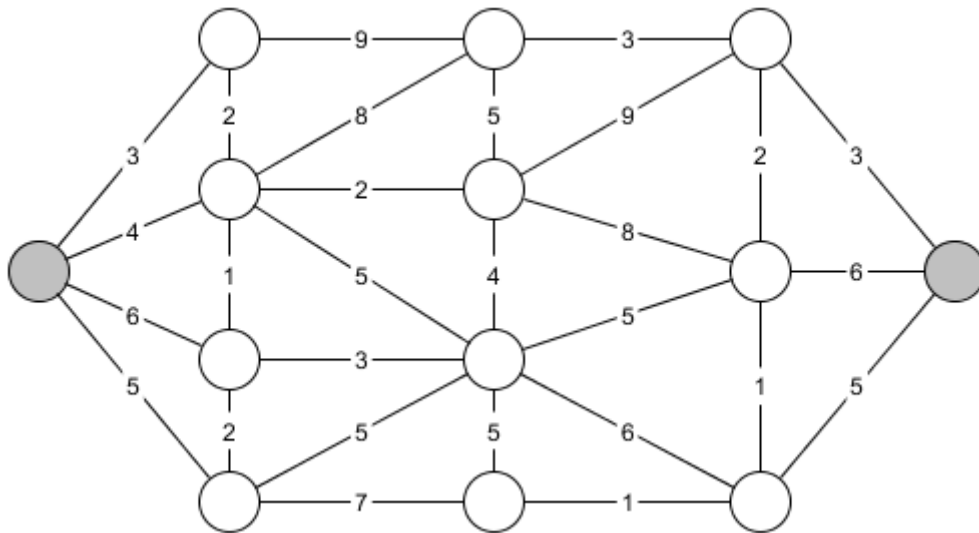
Wat is de kortste afstand tussen de 2 grijze nodes op deze graaf met 10 nodes?



Oplossing: 19

Q6(c) [4 ptn]

Wat is de kortste afstand tussen de 2 grijze nodes op deze graaf met 13 nodes?



Vraag 7 – Barcodes kopiëren

Je werkt op de etiketten-afdeling van een supermarkt, en jouw taak is om barcodes te kopiëren. Die bestaan uit een aantal witte en zwarte vakjes naast elkaar, bijvoorbeeld:



De mishandelde kopieermachine ziet helaas niet meer zo scherp. Ze kan de volgende fouten maken: als in de originele barcode een vakje is omgeven door twee vakjes van de andere kleur, kan dat vakje die kleur krijgen in de kopie. De vakjes aan de uiteinden kunnen een andere kleur krijgen als het enige naastliggende vakje de andere kleur heeft in het origineel. In alle andere gevallen blijft de originele kleur behouden.

In het voorbeeld van hierboven, kan het 2^e vakje, dat wit is, zwart worden, want het 1^e en 3^e zijn allebei zwart:



maar het 4^e kan niet zwart worden want het 5^e is wit.

Het 6^e vakje, dat zwart is, kan wit worden:



Let op: verschillende fouten kunnen tegelijk voorkomen, zodat ons eerste voorbeeld ook zou kunnen worden:



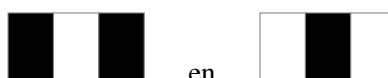
Terugkijken

In de volgende vragen, geven we je een kopie van een barcode. De vraag is: hoeveel verschillende originele barcodes bestaan er die zouden hebben kunnen leiden tot dit resultaat?







Bijvoorbeeld, gegeven de volgende kopie:




zijn de enige originele barcodes waaruit die kon voortkomen:



dus het antwoord is 2.

Q7(a) [1 pt]	Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen? 
Oplossing: 3	
Q7(b) [1 pt]	Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen? 
Oplossing: 2	
Q7(c) [2 ptn]	Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen? 
Oplossing: 3	
Q7(d) [2 ptn]	Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen? 
Oplossing: 3	
Q7(e) [3 ptn]	Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen? 
Oplossing: 21	
Q7(f) [3 ptn]	Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen? 
Oplossing: 55	

Q7(g) [4 ptn]	<p>Gegeven de volgende kopie, uit hoeveel verschillende originele barcodes had die kunnen voortkomen?</p> 
Oplossing: 233	

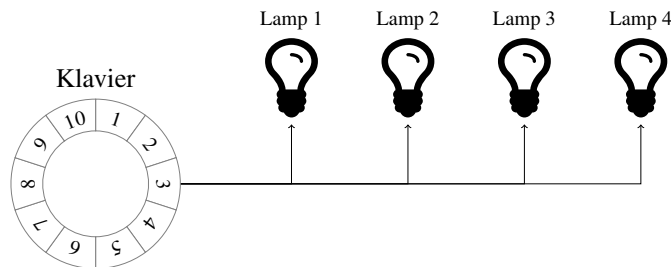
Explication:

De eerste intuïtie zou je moeten zeggen om dit met DP te proberen op te lossen. Je kan bvb $dp[a][b][i]$ definiëren als het aantal mogelijkheden voor de eerste i vakjes van de originele barcodes (prefix $[1, i]$), die eindigen met de kleur a , aangenomen dat de volgende kleur b is. Deze recurrente relatie kan je uitschrijven in een tabel die je vrij snel kan invullen, en zo krijg je de eerste vragen nog vrij snel opgelost.

Na een tijdje zal je opmerken dat de resultaten de rij van Fibonacci volgen, telkens verdergaand als er twee opeenvolgende vakjes dezelfde kleur hebben. Eens je je dat realiseert zijn ook de moeilijkere vragen snel opgelost.

Vraag 8 – Lampencode

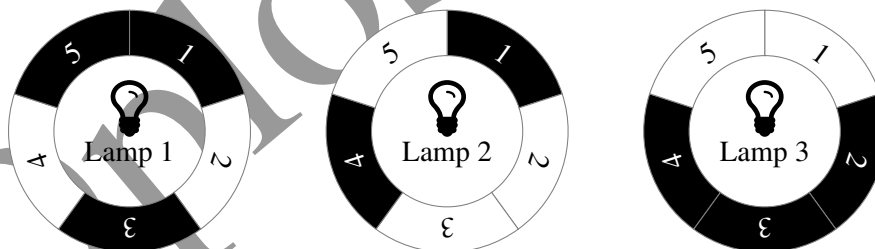
Je werkt bij de geheime dienst aan een nieuw systeem voor communicatie op afstand. Je wil er de getallen tussen 1 en m mee kunnen versturen. De zender, hieronder getekend, bestaat uit een rij van n lampen genummerd van 1 tot n , en een klavier met m toetsen, genummerd in volgorde van 1 tot m .



Voorbeeld met $n = 4$ lampen en $m = 10$ getallen.

Om een getal te verzenden hoef je enkel op de overeenkomende toets te drukken op het klavier. Dat doet bepaalde lampen oplichten (misschien geen of allemaal), en doet de andere lampen doven. De lijst van wat iedere toets doet met elke lamp, heet een *configuratie*. Twee toetsen mogen niet exact dezelfde lampen doen oplichten (en doven), want het moet mogelijk zijn ze van elkaar te onderscheiden door de lampen te bekijken. Een configuratie is *correct* als deze voorwaarde wordt gerespecteerd.

Voorbeeld: de tekening hieronder toont een *configuratie* voor $m = 5$ getallen en $n = 3$ lampen. We hebben het klavier rondom elke lamp getekend met enkele toetsen zwart gekleurd. Op een toets drukken zet die lampen aan waarvoor de toets wit is, en zet die lampen uit waarvoor de toets zwart is.



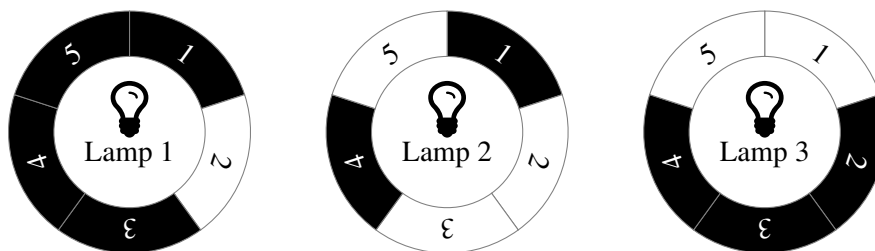
Een *correcte configuratie* met $n = 3$ lampen, $m = 5$ getallen en 5 witte groepen.

In dit voorbeeld, dooft toets 1 de lampen 1 en 2, en zet ze lamp 3 aan. Toets 2 zet lampen 1 en 2 aan, en dooft lamp 3. De combinaties van oplichtende en gedoopte lampen zijn verschillend voor alle 5 toetsen, dus deze configuratie is *correct*.

Witte naast elkaar gelegen toetsen vormen een *witte groep*. In het voorbeeld hierboven vormen de toetsen 2 en 3 van lamp 2 een *witte groep*. Toetsen 1 en 5 van lamp 3 vormen ook een *witte groep*. Een **geïsoleerde witte toets** vormt ook een *witte groep* van één element. Lamp 1 heeft dus twee *witte groepen* (toets 2 alleen, en toets 4 alleen), lamp 2 heeft ook 2 *witte groepen*, en lamp 3 heeft slechts 1 *witte groep*.

De constructie van een elektronisch circuit om de lampen aan te sturen is gemakkelijker als er minder *witte groepen* zijn. Een **optimale configuratie** is een *correcte* configuratie met **het kleinst mogelijke totale aantal witte groepen**.

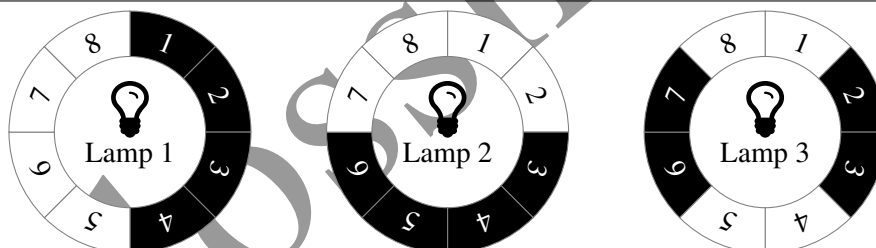
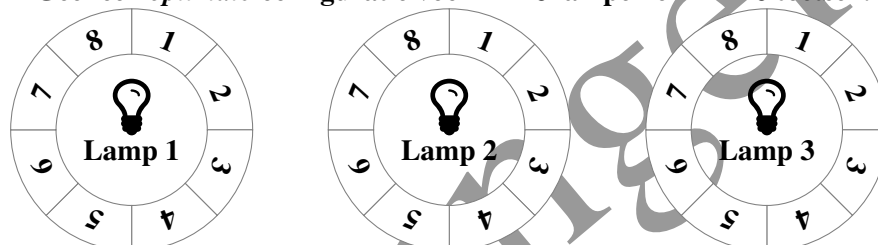
De configuratie van het vorige voorbeeld met in totaal 5 witte groepen, is niet *optimaal*. Dat bewijst de volgende *correcte configuratie* die slechts 4 *witte groepen* heeft.



Een *correcte configuratie* voor $n = 3$ en $m = 5$ met slechts 4 witte groepen.

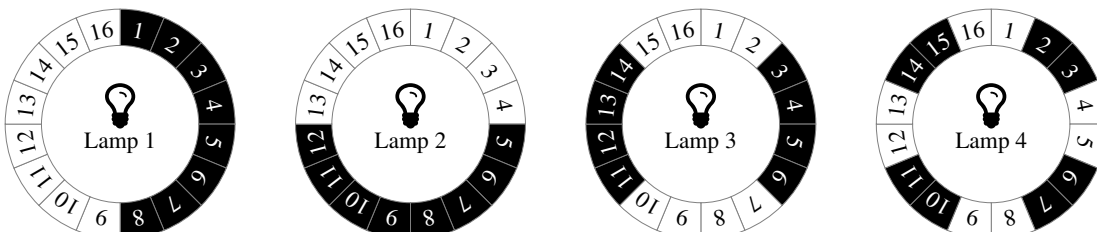
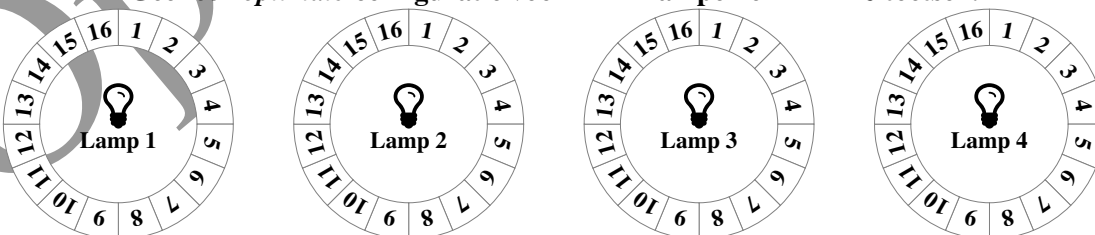
In elk van de volgende vragen moet je een *optimale* configuratie tekenen voor de gegeven waarden voor n (aantal lampen) en m (aantal toetsen). Voor een correcte maar niet-optimale configuratie krijg je de helft van de punten. Zoek de oplossing eerst op deze pagina, voordat je ze definitief kopieert op het antwoordblad.

Q8(a) [2 ptn]

Geef een *optimale* configuratie voor $n = 3$ lampen en $m = 8$ toetsen.

Oplossing:

Q8(b) [2 ptn]

Geef een *optimale* configuratie voor $n = 4$ lampen en $m = 16$ toetsen.

Oplossing:

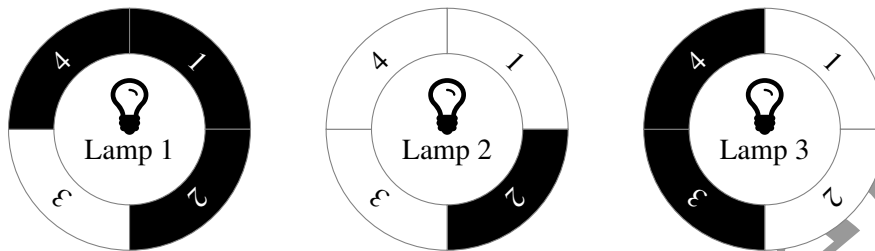
> > > Er zijn andere oplossingen ! < < <

Robuuste configuraties

Soms zie je de rij lampen vanaf de achterkant, dus in omgekeerde volgorde: van n tot 1 in plaats van 1 tot n . Om alle

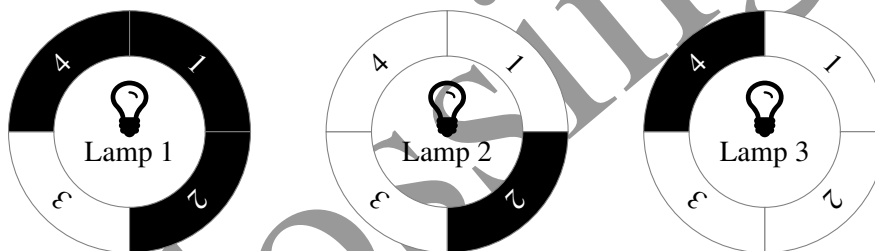
mogelijke verwarring te vermijden, moeten we zorgen dat geen enkele toets de lampen doet oplichten in de omgekeerde volgorde van een andere toets. Een *correcte* configuratie die hieraan voldoet noemen we *robust*.

Bijvoorbeeld, met de configuratie hieronder, kan de ontvanger 2 lampen aan en 1 lamp uit zien (in die volgorde). Van de ene kant bekeken kan hij afleiden dat toets 3 is ingedrukt, maar van de andere kant bekeken zou hij afleiden dat het toets 1 is. Als hij niet weet in welke richting hij de zender bekijkt kan hij dus niet zeker weten welke van deze twee toetsen werd ingedrukt. Deze configuratie is dus niet *robust*.



Een **niet** robuuste configuratie.

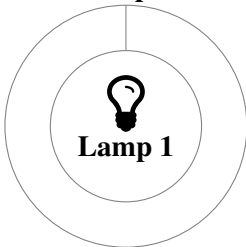
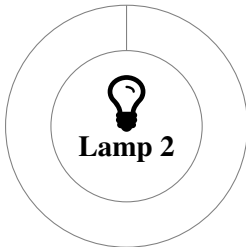
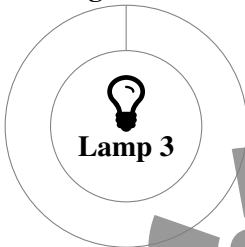
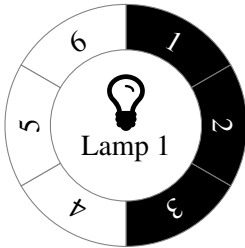
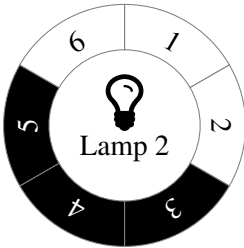
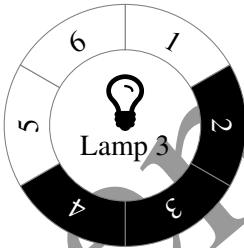
Een kleine verandering (het effect van toets 3 op lamp 3) volstaat om een robuuste configuratie te bekomen:



Een *robuuste* configuratie

Q8(c) [2 ptn]	Wat is het maximum aantal toetsen m waarvoor er een <i>robuuste</i> configuratie bestaat met $n = 3$ lampen?
Oplossing: 6	

In de volgende vraag moet je een optimale én robuuste configuratie tekenen voor de waarde m die je in de vorige vraag hebt gevonden. Een robuuste configuratie, met de correcte waarde voor m , maar niet-optimaal, levert je de helft van de punten op. Teken de m vakjes met duidelijke grenzen en nummer ze zoals in de voorbeelden hierboven. Kleur daarna voor elke lamp de toetsen zwart waarvoor de lamp uit moet staan. Zoek naar de oplossing op deze bladzijde voordat je ze definitief kopieert op het antwoordblad.

Q8(d) [4 ptn]	<p>Geef een configuratie die optimaal én robuust is voor het aantal toetsen m gevonden in de</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div> <p>vorige vraag.</p>
Oplossing:	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div>

> > > Er zijn andere oplossingen ! < < <

Q8(e) [4 ptn]	<p>Wat is het maximum aantal toetsen m waarvoor er een <i>robuuste</i> configuratie bestaat met $n = 4$ lampen?</p>
Oplossing: 10	