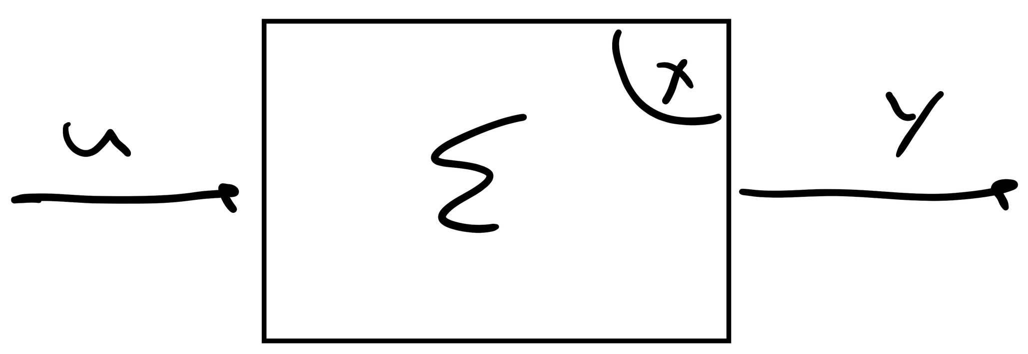
Regelungstechnik I UT

Was ist Regelung?

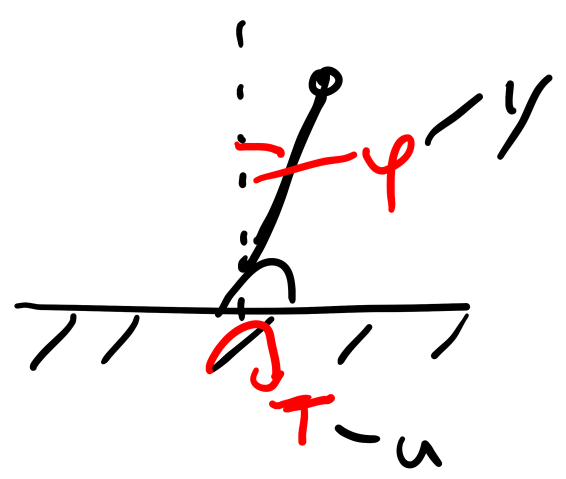
1. Systemdefinition

$y = \Sigma(u)$



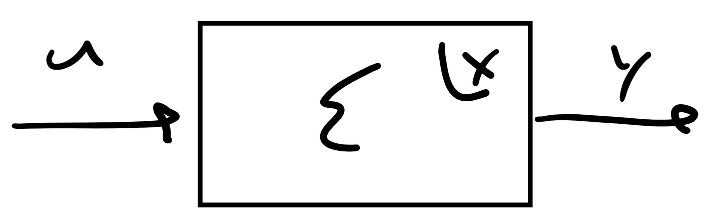
Σ : System
$u(t)$: Eingang
$y(t)$: Ausgang
$x(t)$: Zustandsvariable

Bsp. Invertierter Pendel



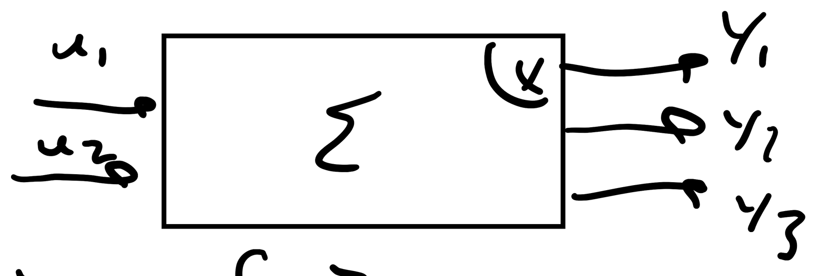
2. Systemklassifikation

1. SISO (Single Input Single Output)



$u, y \in \mathbb{R}$

MIMO (Multiple Input Multiple Output)



$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \; y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$

2. Linear: $f(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha f(x_1) + \beta f(x_2) \rightarrow$ für x, y, u

$y(t) = \frac{d}{dt} u(t)$

$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$

$y(t) = \alpha u(t)$

Nicht linear: falls nicht linear

$y(t) = \alpha u(t) + \beta$

$y(t) = \sin(u(t))$

$y(t) = \sqrt{u(t)}$

3. Kausal: System hängt nicht von Eingängen aus der Zukunft ab

$y(t) = u(t - \tau), \forall \tau \geq 0$

$y(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau) d\tau$

Akausal: System hängt von Eingängen aus der Zukunft ab

$y(t) = u(t - \tau), \forall \tau < 0$

$y(t) = \int_{-\infty}^{t+1} u(\tau) d\tau$

4. Dynamisch: System hängt nicht nur vom aktuellen Wert der Eingangssignals ab

$$y(t)=\int_0^t u(\tau)\,d\tau$$

$$y(t)=u(t-\tau),\ \forall \tau\neq 0$$

Statisch: System hängt nur vom aktuellen Wert des Eingangssignals ab

$$y(t)=3u(t)$$

$$y(t)=\sqrt{u(t)}$$

Lokale Zustandsvariablen? (0. Ordnung)

5. Zeitinvariant: System hängt nicht von Zeit ab

$$y(t)=3u(t)$$

$$y(t)=\frac{d}{dt}u(t)$$

Zeitvariant: System hängt von Zeit ab

$$y(t)=\sin(t)\cdot u(t)$$

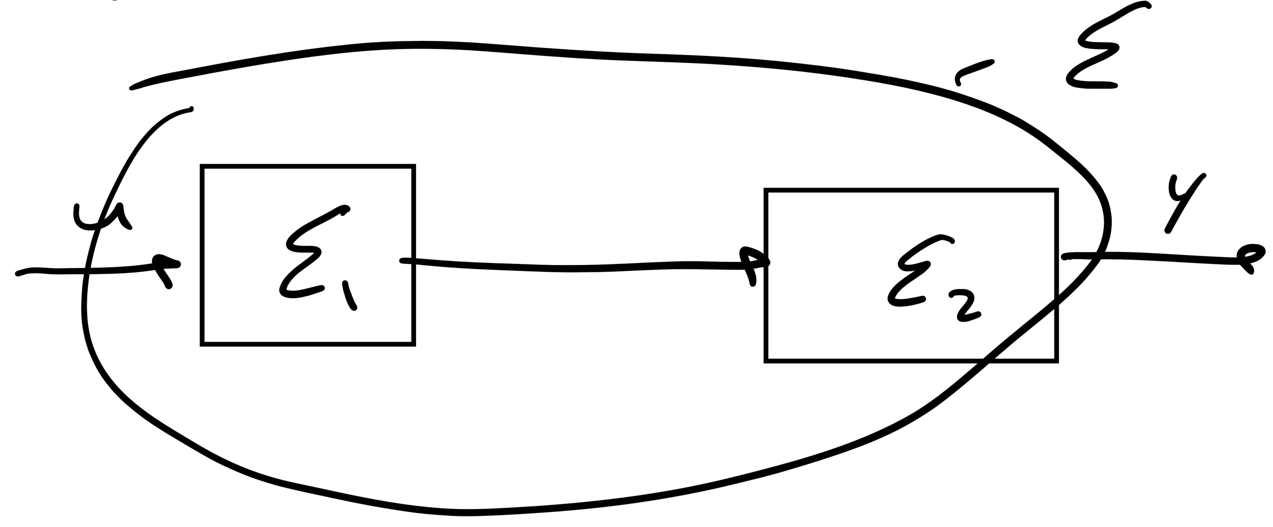
$$y(t)=u(t)+t$$

6. Ordnung: höchste Ableitung von DGL, # Zustandsvariablen

→ Hier: LZI (linear, zeitinvariant)
LTI (engl.)

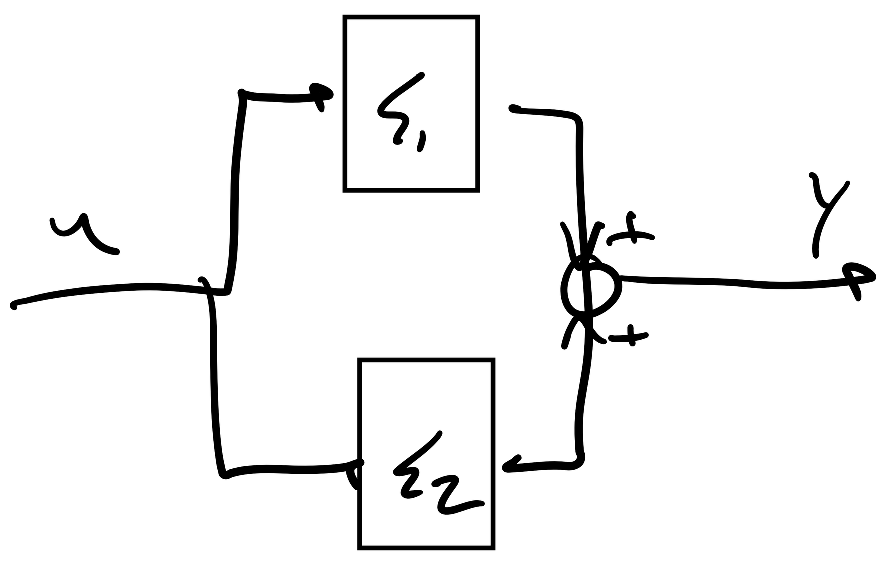
3. Übertragungsfunktionen → $y=\Sigma\cdot u$

Seriell:



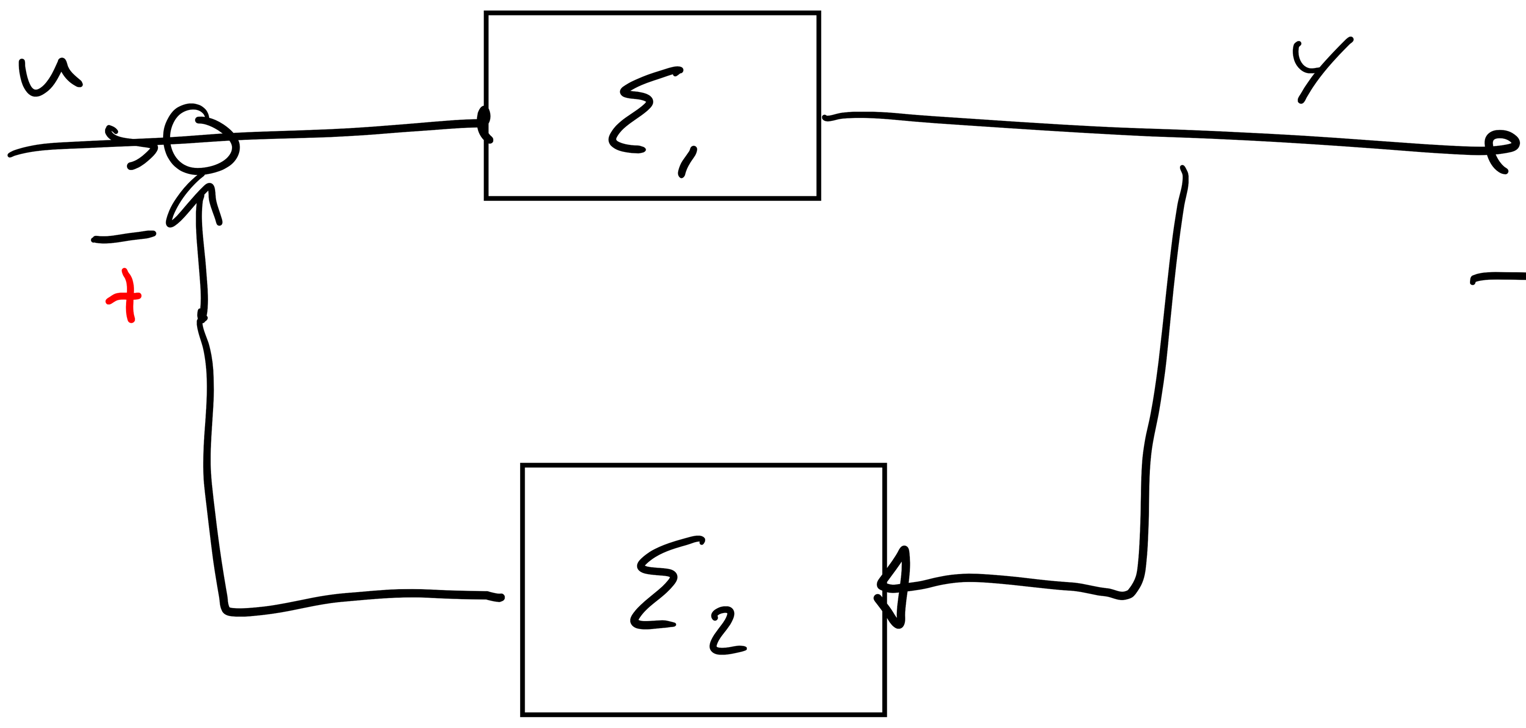
→ $y=\underbrace{\Sigma_2\Sigma_1}_{\Sigma}u$

Parallel:



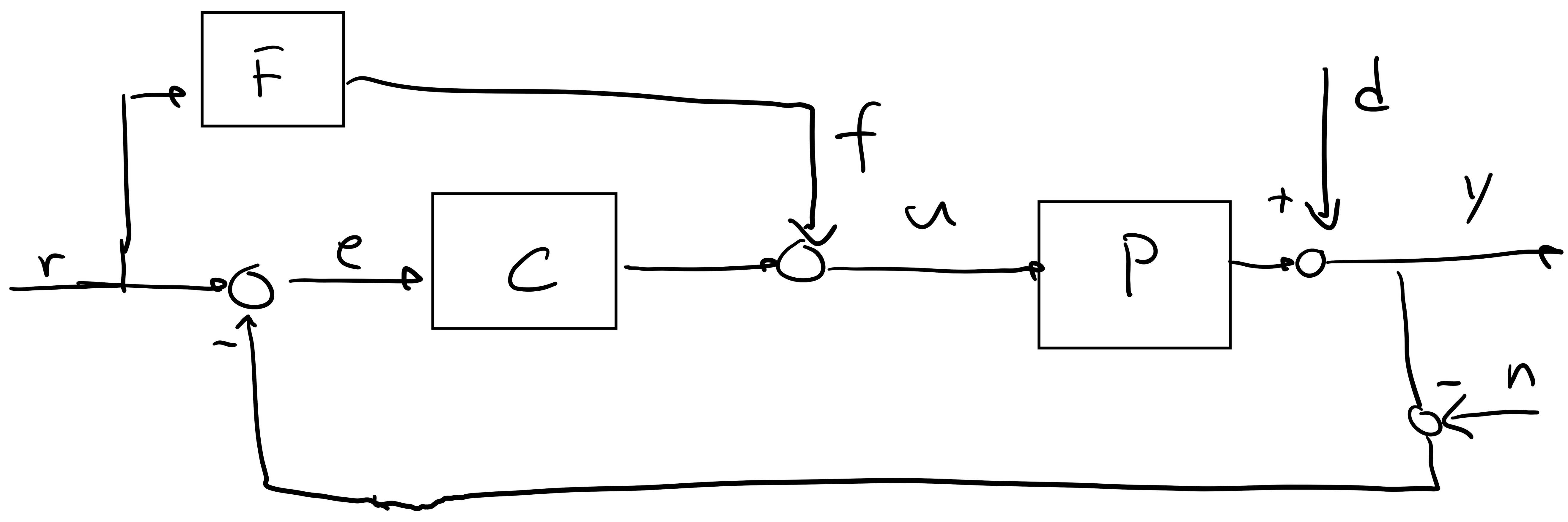
→ $y=\Sigma_1 u+\Sigma_2 u=\underbrace{(\Sigma_1+\Sigma_2)}_{\Sigma}u$

Feedback: (Rückführung)



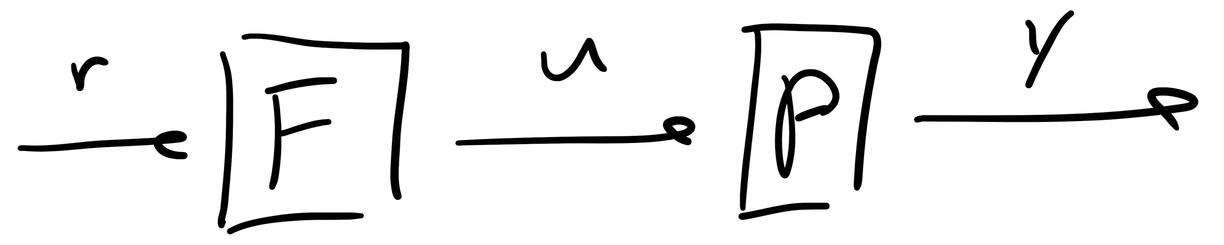
→ $\Sigma=\dfrac{\Sigma_1}{1\pm\Sigma_1\Sigma_2}$

4. Reglerstrukturen

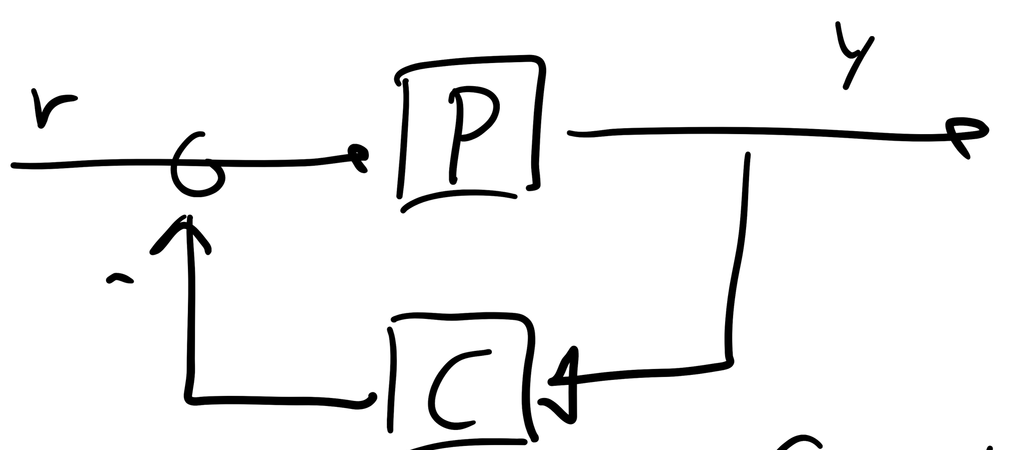


r: Stellgrösse (reference)
y: Ausgang (output)
u: Eingang (input)
e: Fehler (Error) (e=r-y)
f: Vorsteuerung
d: Störung (disturbance)
n: Rauschen (noise)
P: Modell (plant)
C: Regler (controller)
F: Vorsteuerung

Steuerung (feed forward, open loop, "eyes closed"):
kein Feedback, Signal nicht messen + vergleichen



Regelung (feedback, closed loop, "eyes open"):
Feedback, messen + vergleichen Ausgangssignal, können auf d+n reagieren



Hauptaufgabe Regler:
- Folgeregelung
- Störungsunterdrückung
- Stabilisierung

5. Modellierung → P finden

Erhaltungssätze: $\begin{cases} \text{Impulserhaltung: } \frac{d}{dt}(m\dot v) = \sum F \\ \text{Drehimpulserhaltung: } \frac{d}{dt}(J_B \cdot \dot\theta) = \sum T \end{cases}$

Speichermethode

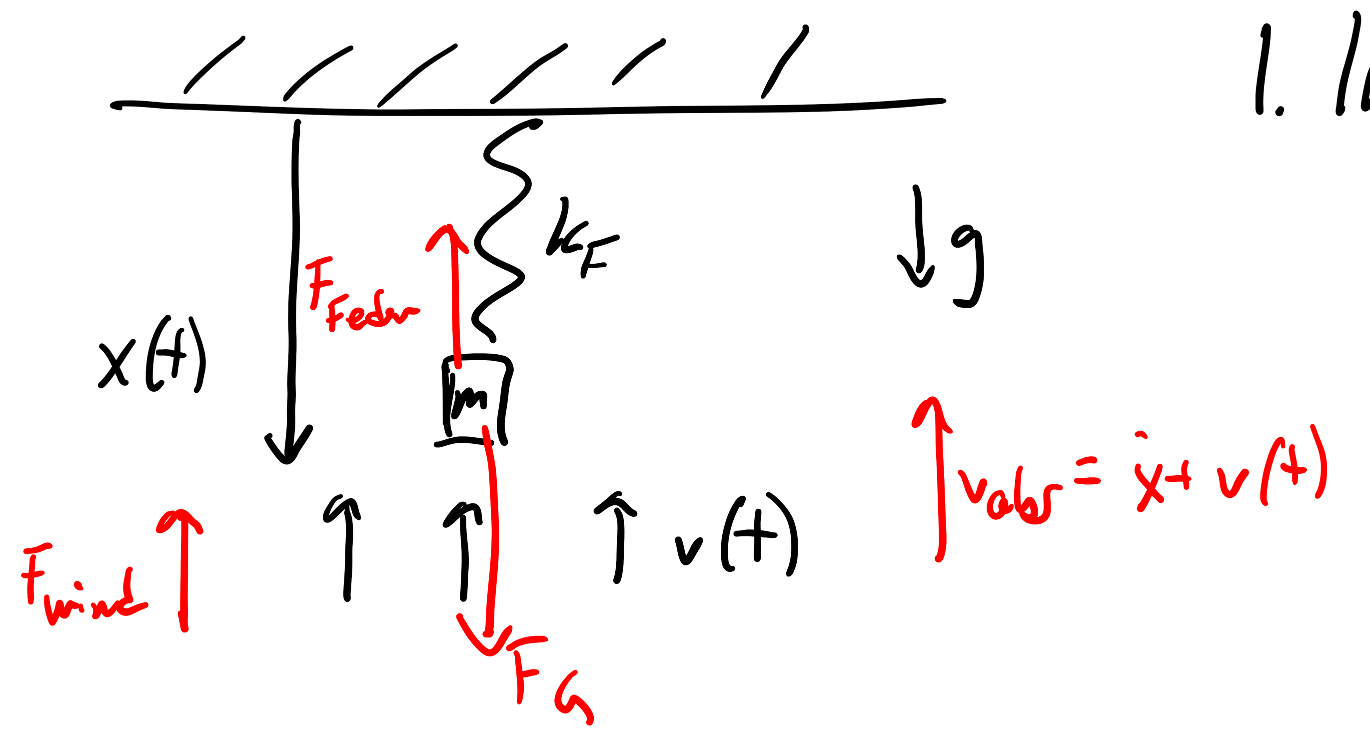
1. Systemgrenzen
2. Speicher + Pegelvariabeln
3. DGL für Speicher: $\frac{d}{dt}(\text{Speicherinhalt}) = \sum \text{Zuflüsse} - \sum \text{Abflüsse}$

   mögl. Speicher: $E_{kin} = \frac{1}{2} m \dot x^2$, $E_{pot} = -mg\cdot x$, $E_{Feder} = \frac{1}{2} k x^2$

   Zu/Abflüsse für mech. Systeme: $P = F \cdot \dot x$
4. Algebraische Relation zw. Zu-/Abflüssen als Fkt von Pegelvariabeln
5. Validierung

   Gleichgewicht: nichts verändert sich mehr → alle Ableitungen $= 0$ $(\dot x = \ddot x = \dots = 0)$

Mail: schmirob@ethz.ch



1. Impulserhaltung: $\frac{d}{dt}(m\dot x) = \sum F$

$$m\ddot x = F_G - F_{Feder} - F_{wind}$$

$$= mg - k_F \cdot x - k\, \underbrace{v_{abs}^2}_{(\dot x + v(t))^2}$$

2. Speichermethode

1. Externe Kraft durch Anströmung für System Energie zu/ab (F_{wind})
2. Pegelvariabeln $\begin{cases} x \\ \dot x \end{cases}$ → um System zu beschreiben

Speicher: Energie von System: $E(t) = E_{pot} + E_{Feder} + E_{kin}$

$$= -mgx + \underbrace{\tfrac{1}{2} k_F x^2}_{} + \tfrac{1}{2} m \dot x^2$$

└→ $\left(\frac{1}{2} k_F x^2\right)^{\cdot} = \cancel{\tfrac{1}{2}} k_F \underbrace{(x^2)^{\cdot}}_{\dot x \cdot \cancel{2} x}$

Zu/Abflüsse: $P_{wind} = F_{wind} \cdot \dot x$

$$\frac{d}{dt}(\text{Speicher}) = \sum \text{Zuflüsse} - \sum \text{Abflüsse}$$

3. Energiebilanz $\frac{d}{dt}E(t) = P_+ - P_-$

$$-mg\cancel{\dot{x}} + \underline{k_F\, x\, \cancel{\dot{x}}} + m\cancel{\dot{x}}\,\ddot{x} = -\overbrace{F_{wind}}^{k(\dot{x}+v(t))^2}\cancel{\dot{x}} \Rightarrow m\ddot{x} = k(\dot{x}+v(t))^2 - k_F \cdot x + mg$$