

## Examen 2 Robin Enric Lopez Fonseca

1 a) En un gas en expansión libre no hay cambio en la energía interna, y para este caso el cambio en la entropía es

$$\Delta S = C_v \ln \left( \frac{V_f}{V_o} \right)^{\gamma-1}$$

tenemos que  $V_f = 3V_i$ ,  $C_v = 5/2 R$ ,  $\gamma = 7/5$  por ser un gas diatómico

$$\Rightarrow \Delta S = 5/2 R \ln \left( \frac{3V_o}{V_o} \right)^{7/5-1} \quad R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

$$= 5/2 R \ln (3)^{2/5}$$

$$= 2.59 R$$

$$= 21.58 \text{ J/K}$$

b) En este caso tenemos  $dV=0$  y  $T_f = 400 \text{ K}$ ,  $T_o = 300 \text{ K}$

De la primera ley tenemos

$$dQ = dU - dW$$

Por segunda ley

$$Tds = dU - dW$$

Utilizando la capacidad térmica y  $dU=0$

$$Tds = C_v dT - \cancel{p dV}^0$$

$$Tds = C_v dT$$

$$ds = C_v \frac{dT}{T} \quad C_v = 5/2 R$$

$$S = C_v \ln \left( \frac{T_f}{T_o} \right)$$

$$S = 5/2 (8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}) \ln \left( \frac{400 \text{ K}}{300 \text{ K}} \right) = 5.97 \text{ J/K}$$

Por otra parte de la ley

$$\begin{aligned}dQ &= C_v dT \\&= \frac{5}{2} R (T_f - T_o) \\&= \frac{5}{2} (8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}) (400\text{K} - 300\text{K}) \\&= 2,078.5 \text{ J}\end{aligned}$$

C) En este caso  $dT=0=du$  por lo que la primera ley  
con la segunda es

$$\begin{aligned}TdS &= C_v dT + PdV \\TdS &= PdV \\dS &= \frac{PdV}{T}\end{aligned}$$

Utilizando a  $P/T$  en términos de  $V$   
con  $PV=nRT \Rightarrow P/T = \frac{nR}{V}$

$$\begin{aligned}S &= \int_{V_o}^{V_f} \frac{nR dV}{V} = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_o}\right) \stackrel{n=1}{=} R \ln\left(\frac{\frac{1}{3}V_o}{V_o}\right) = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \ln\left(\frac{1}{3}\right) \\&= -9.12 \text{ J/K}\end{aligned}$$

d) Partiendo de la ecuación del gas ideal a presión constante

$$\begin{aligned}PV &= nRT \\d(PV) &= d(nRT) \\PdV + VdP &= nRdT \\PdV &= nRdT\end{aligned}$$

Ahora sustituyendo en la primera ley

$$Tds = C_v dT + p dv$$

$$\begin{aligned} Tds &= \underbrace{C_v dT + nR dT}_{= (C_v + nR) dT} \\ &= C_p dT \end{aligned}$$

$$ds = C_p \frac{dT}{T}$$

$$\begin{aligned} S &= C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) \\ &= 7/2 R \ln\left(\frac{300K}{1700K}\right) \\ &= -8.37 \text{ J/K} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \Delta U &= C_v \Delta T = \frac{5}{2} (8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}) (-700 \text{ K}) \\ &= -2,078.55 \end{aligned}$$

## Problema 2

Sabemos que por el calor específico y la ecuación  $\Delta Q = m C_p \Delta T$  al mezclar dos sustancias de igual masa y calor específico la temperatura de equilibrio del proceso es el promedio de las temperaturas iniciales, pues en el sistema solo se comparte calor entre las masas.  $\Delta U_{tot} = 0$

$$T_F = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Por otra parte el cambio en la entropía es la suma del cambio de entropías que depende de sus temperaturas inicial y final, pero como son iguales

$$\begin{aligned}\Delta S &= m C_p \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + m C_p \ln\left(\frac{T}{T_2}\right) \\ &= m C_p \ln\left(\frac{T}{T_1 T_2}\right) \\ &= m C_p \ln\left(\frac{T^2}{T_1 T_2}\right) \\ &= 2 m C_p \ln\left(\frac{T}{\sqrt{T_1 T_2}}\right) \\ &= 2 m C_p \ln\left(\frac{\frac{T_1 + T_2}{2}}{\sqrt{T_1 T_2}}\right)\end{aligned}$$

### Problema 3

$$a) C_v = -T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_S$$

Partimos de la diferencial de  $du$

$$du = T ds - P dv$$

a volumen constante, se simplifica

$$du = T ds$$

Utilizamos la definición  $C_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v = C_v$$

Ahora utilizamos el diferencial  $ds$  y  $ds=0$

$$ds = \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv = 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v dT = - \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_s = - \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T \left( \frac{\partial T}{\partial s} \right)_v$$

Relación  
Inversa

Ahora utilizando la relación de Maxwell

$$\left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S = -\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$$

finalmente utilizando  $C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S = -\frac{1}{T} C_V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

$$\Rightarrow C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

$$b) C_p = T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_S$$

Partimos de  $T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_S$

utilizando la relación de Maxwell

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_S = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_P$$

$$= T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_P$$

Ahora utilizando

$$= T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$$

Regla de la cadena

Por definición  $ds = \frac{dQ}{T}$

$$= \frac{T}{T} \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P$$

$$= C_p$$

## Problema 4

a)  $R = 100 \Omega$   $T = 300 K$   $I = 10 A$   $dt = 300 s$

y b)

Como  $dT = \text{const.}$  consideramos que no hay cambio en la energía interna del resistor, entonces todo el calor se disipa.

el calor disipado por unidad de tiempo es

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= (100 \Omega)(10 A)^2 \\ &= 10,000 \text{ J/s} \end{aligned}$$

En 300 s se emite

$$\begin{aligned} dQ &= P dt \\ &= 3,000,000 \text{ J} \end{aligned}$$

y como  $T = 300 K$  el cambio en la entropía es

$$ds = \frac{3 \times 10^6 \text{ J}}{300 K} = 1 \times 10^4 \text{ J/K}$$

Como el proceso es irreversible el cambio en la entropía del universo es al resistor, por lo tanto es la misma pues el universo al ser un sistema muy grande no sufre cambios considerables

$$\Delta S_{\text{univ}} = 1 \times 10^4 \text{ J/K}$$

Mientras que la entropía del sistema es cero  $\Delta S_{\text{is}} = 0$  porque el estado inicial y final son idénticos, solo hay cambio en la entropía del universo



c) Por primera ley, la energía interna de un sistema cerrado se conserva y en este caso la energía eléctrica se convierte en calor y como no hay trabajo

$$\Delta U_{\text{civ}} = 0$$

d) La energía libre de Helmholtz es

$$dF = dU - T dS \quad dS = \frac{dQ}{T}$$

$$= dU - \frac{dQ}{T}$$

$$= dU - dQ \quad \hookrightarrow dQ = dU + dW \quad \text{?}$$

$$= dU - dU = 0$$

$$= 0$$

el cambio en

La energía libre de Helmholtz es cero

## Problem 5

$$G(p, T) = RT \ln \left( \frac{c_p}{(RT)^{5/2}} \right)$$

$$= RT \ln(c_p) - \frac{5}{2} RT \ln(R) - \frac{5}{2} RT \ln(T)$$

Derivamos respecto de  $T$

$$\frac{\partial G}{\partial T} = R \ln(c_p) - \frac{5}{2} R \ln(R) - \frac{5}{2} R \frac{T}{T} - \frac{5}{2} R T \ln(T)$$

Ahora utilizando  $S = - \frac{\partial G}{\partial T}$

$$S = -R \ln(c_p) + \frac{5}{2} R \ln(R) + \frac{5}{2} R \ln(T) - \frac{5}{2} R$$

$$\text{Finalmente } T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = C_p$$

$$= \left( \frac{5}{2} R \frac{1}{T} \right) T$$

$$C_p = \frac{5}{2} R$$