České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební

Algoritmy v digitální kartografii

Geometrické vyhledávání bodu

Bc. Robin Pflug
Bc. Tomáš Klemsa

Obsah

1 Zadání úlohy

Vstup: *Souvislá polygonová mapa n polygonů* $P1, ..., Pn$, *analyzovaný bod q.*
Výstup: $P_i, q\epsilon P_i$

Nad polygonovou mapou implementujete následující algoritmy pro geometrické vyhledávání:

- Ray Crossing Algorithm (varianta s posunem těžiště polygonu).
- Winding Number Algorithm.

Nalezený polygon obsahující zadaný bod q graficky zvýrazněte vhodným způsobem (např. vyplněním, šrafováním, blikáním). Grafické rozhraní vytvořte s využitím frameworku QT.

Pro generování nekonvexních polygonů můžete navrhnout vlastní algoritmus či použít existující geogracká data (např. mapa evropských států).

Polygony budou načítány z textového souboru ve Vámi zvoleném formátu. Pro datovou reprezentaci jednotlivých polygonů použijte špagetový model.

Hodnocení:

Krok	*Hodnocení*
Detekce polohy bodu rozlišující stavy uvnitř, vně a na hranici polygonu.	*10b*
Ošetření singulárního případu u Winding Number Algorithm: bod leží na hraně polygonu.	*+2b*
Ošetření singulárního případu u obou algoritmů: bod je totožný s vrcholem jednoho či více polygonů.	*+2b*
Zvýraznění všech polygonů pro oba výše uvedené singulární případy.	*+2b*
Algoritmus pro automatické generování nekonvexních polygonů.	*+5b*
Max celkem:	*21b*

Obrázek 1: Bodové hodnocení úlohy [zdroj: 1]

2 Obecná formulace a řešení problému

Ve 2D souřadnicích je dána množina n vrcholů, m polygonů a bod q. Cílem řešení problému je určit takový polygon (mnohoúhelník), který bod q obsahuje. V případě řešení bonusových úloh je cílem nalézt takové polygony, jejichž hrana či vrchol obsahují bod q. Řešení je určeno pro nekonvexní polygony. Testu polohy bodu q vůči polygonu je za realizován pomoci lokální procedury (tj. opakované určení polohy bodu q vzhledem k polygonu).

Základním zadáním úlohy bylo určit vzájemnou polohu bodu a polygonů. Problém byl řešen dvěma způsoby: algoritmem využívajícího Winding Number a algoritmem nazývaným Ray Crossing. Řešení problematiky je implementováno s využitím Widgedts aplikace napsané v jazyce C++. Aplikace byla tvořena na platformě Qt Creator v operačním systému Windows.

Prvním krokem před samotnou tvorbou aplikace byla tvorba kostry programu. Bylo nutné oddělit funkce provádějící přípravu dat a samotný výpočet algoritmů od funkcí zajišťujících chod grafického rozhraní, vstupu apod.

Pro aplikaci bylo nejprve navrženo základní grafické okno, které bylo postupně doplňováno o potřebné interaktivní prvky (především push buttony apod.). Pro zpracování grafické funkcionality vstupu a výstupu dat byla vytvořena třída Draw. Pro funkce zpracovávající oba algoritmy byla vytvořena třída Algorithms. Načítání externích dat (polygonů) je prováděno ve třídě filereader.

Konkrétní řešení a vzorce použité při řešení problematiky jsou obsahem následujících kapitol.

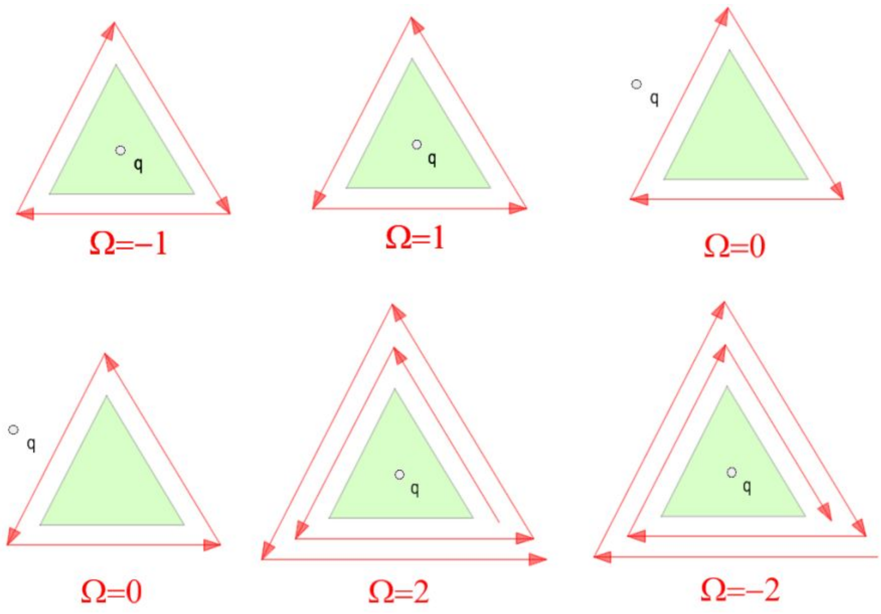
3 Aplikované algoritmy

Algoritmy využívané pro geometrické vyhledávání bodu.

3.1 Winding Algorithm

Algoritmus vychází z výpočtu úhlů mezi jednotlivými průvodiči z analyzovaného bodu q do jednotlivých vrcholů p_i příslušného polygonu P. Postupným přičítáním a odčítáním úhlů (podle směru z předchozího pi na následující vrchol p_{i+1} polygonu P) mezi průvodiči je získávána informace, kde se bod q vůči polygonu P nachází. Zda se úhel mezi průvodiči do výsledné sumy úhlů přičte či odečte udává polorovina, ve které se úhel vůči spojnici z bodu q do vrcholu polygonu p_i nachází. Úhly nacházející se v pravé, takto definované polorovině, jsou orientovány kladně a proto se přičítají. Úhly v levé polorovině se odčítají. Na základě výsledné sumy všech úhlů pro daný polygon P mohu určit polohu bodu q. Je-li suma úhlů násobkem 2π znamená to, že bod q se nachází uvnitř polygonu P, je-li úhel menší (důsledek odčítání záporně orientovaných úhlů), bod q leží vně polygonu P.

Winding number je udáváno jako násobek 2π(v radiánové míře). Výsledná hodnota winding number závisí na orientaci směru pohybu (CW x CCW).



Obrázek 2: Princip výpočtu winding number [zdroj: 1]

3.1.1 Algoritmus winding number

1. Inicializace $\Omega = 0$, tolerance ϵ

2. Opakuj pro $\forall$ trojici (p_i, q, p_{i+1}) :

   Urči polohu q vzhledem k $e_i = (p_i, p_{i+1})$.

   Urči úhel $\omega_i = \angle p_i, q, p_{i+1}$.

   If $q\epsilon\overline{\sigma}_l$, pak $\Omega = \Omega + \omega_i$.

   else $\Omega = \Omega - \omega_i$.

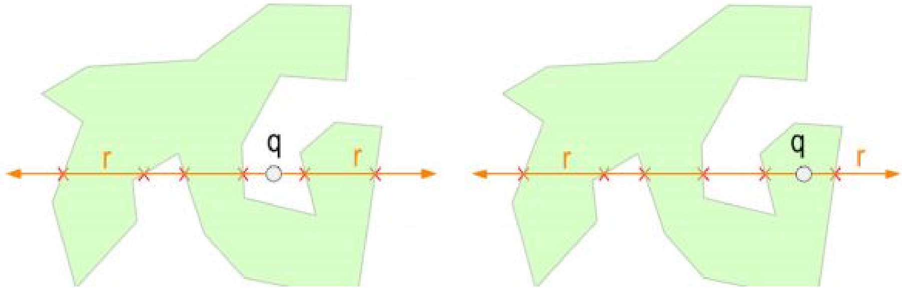
3. if $||\omega| - 2\pi| < \epsilon$, pak $q\epsilon P$.

4. else $q \notin p$.

[zdroj: 1]

3.2 Ray crossing

Základem Ray crossing algoritmu je přímka r procházející analyzovaným bodem q. Poloha bodu q vůči polygonu P je určována na základě počtu průsečíků přímky k a hran polygonu p_i. Obecně platí pro bod q vně polygonu P, že počet průsečíků k je sudý, lichý počet k platí pro bod q uvnitř polygonu P. Problém singularit pro takto daný model algoritmu je řešen převedením na upravený model. V upraveném modelu algoritmu je pro určení výsledku uvažována pouze jedna polorovina vzhledem k paprsku r procházejícím bodem q. Další modifikace redukuje souřadnice vrcholů pi polygonu P k analyzovanému bodu q. Pro model s takto vytvořenou lokální souřadnicovou soustavou jsou hledány pouze průsečíky M ležící v pravé polorovině od osy x, která po redukci prochází bodem q. Výsledná varianta algoritmu tedy uvažuje pouze průsečíky M ležící v jednou kvadrantu (v popisovaném případě se jedná o první kvadrant) lokální souřadnicové soustavy vzhledem k bodu q. Takto upravený algoritmus



Obrázek 3: Princip Ray crossing algoritmu [zdroj: 1]

3.2.1 Algoritmus Ray crossing s redukcí

1. Inicializuj $k = 0$
2. Opakuj pro $\forall$ body $p_i \epsilon P$:

   $x'_i = x_i - x_q$

   $y'_i = y_i - y_q$

   if $(y'_i > 0)$ && $(y'_{i-1} <= 0)||(y'_i <= 0) \& \& (y'_{i-1} > 0)$

   $x'_m = (x'_i y'_{i-1} - x'_{i-1} y'_i)/(y'_i - y'_{i-1})$

   if $(x'_m > 0) pak k = k + 1$
3. if $(k \mod 2) \neq 0$ pak $q \epsilon P$
4. else $q \notin p$.

[zdroj: 1]

4 Vstup dat do aplikace

Vstup dat lze provádět:
Grafickým vstupem, kdy jsou snímány souřadnice bodů kurzorem myši v grafickém rozhraní aplikace.

Kombinovaným vstupem, kde jsou souřadnice polygonů načítány z textového souboru v předepsaném formátu a souřadnice analyzovaného bodu jsou snímány kurzorem myši v grafickém rozhraní aplikace.

Třetím způsobem vstupu dat do aplikace, konkrétně polygonu, je automatická generace. Tento způsob vstupu je obsahem bonusových úloh. Tlačítkem *Generate Random Polygon* lze vygenerovat v grafickém okně polygon o náhodném počtu vrcholů od 4 do 20. Vstup tímto způsobem nefunguje v aplikace správně a pro především větší počet vrcholů, generuje topologicky nekorektní polygony.

4.1 Grafický vstup

Grafický vstup vrcholů polygonu je aktivován tlačítkem Polygon v sekci Draw Action. Pro ukončení snímání aktuálního polygonu je třeba aktivovat tlačítko None. Poté lze opět po aktivaci tlačítka Polygon snímat a vykreslovat nový polygon nebo aktivací tlačítka Analyze point snímat souřadnice analyzovaného bodu.

4.2 Kombinovaný vstup

Pro načtení polygonů z textového souboru je určena sekce Import s tlačítkem Import polygons. Po aktivaci tlačítka lze v dialogovém okně vybrat příslušný soubor a nahrát polygony hromadně do aplikace.

4.3 Formát souboru pro import dat

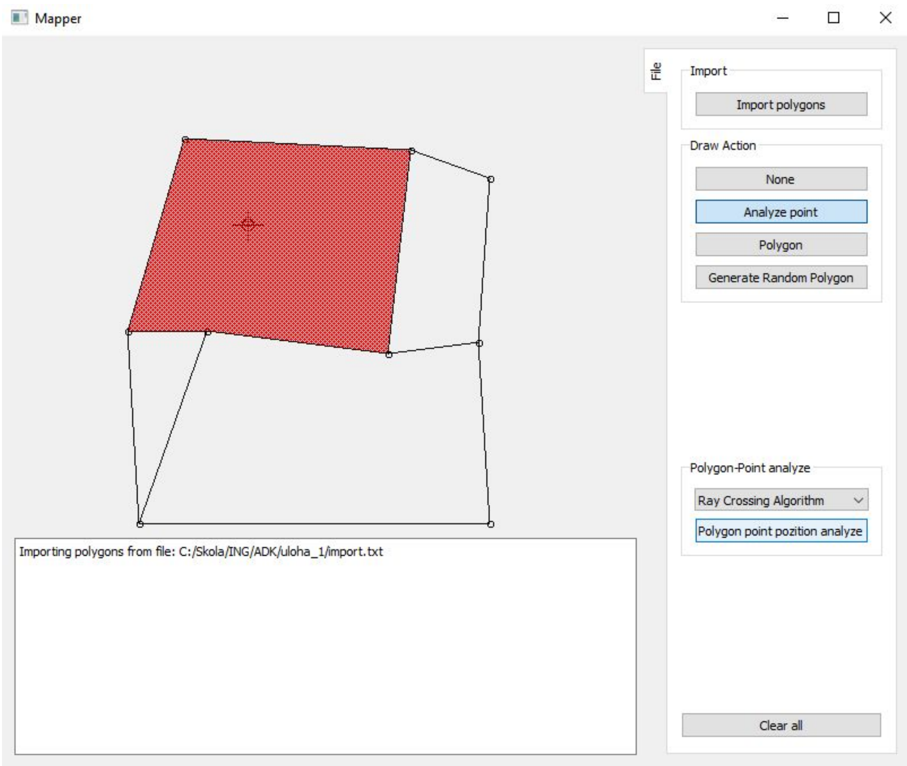
Každý polygon začíná číslem vrcholu od čísla 1 po odsazení tabulátorem následuje souřadnice x, po dalším odsazením souřadnice y. Jednotlivé vrcholy jsou odřádkovány. Nový polygon začíná opět číslem vrcholu 1.

```
//Č.V.   X     Y
   1     100   500    // 1. vrchol prvního polygonu
   2     120   550    // 2. vrchol prvního polygonu
   .
   .
   .
   N     XXX   YYY    // N. Vrchol prvního polygonu
   1     120   550    // 1. vrchol druhého polygonu
```

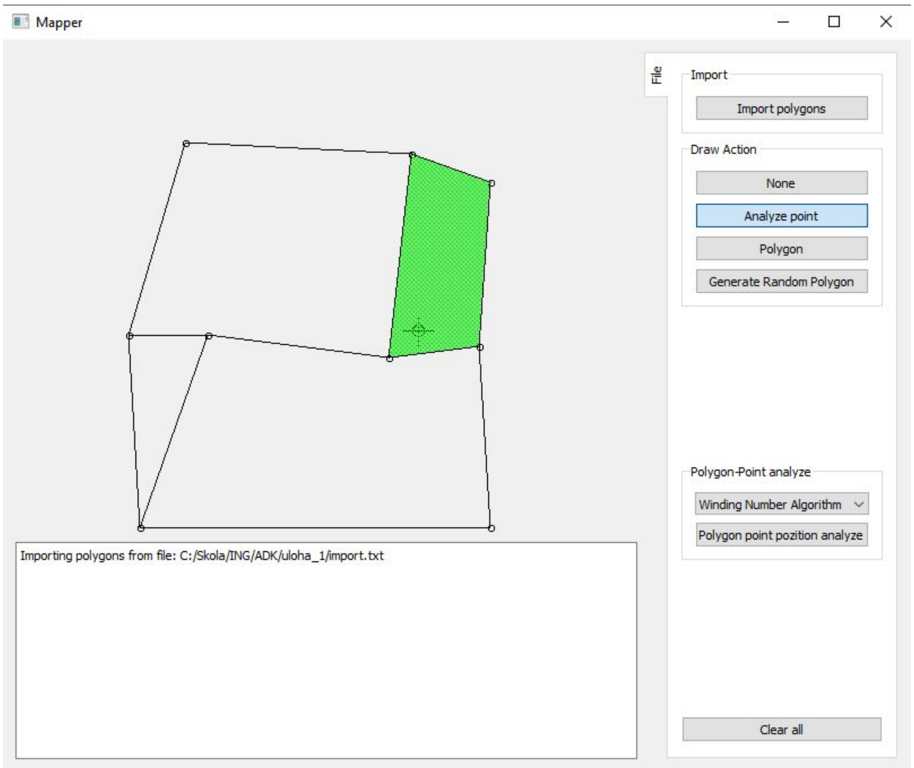
Obrázek 4: Příklad formátu vstupních souřadnic

5 Výstup aplikace

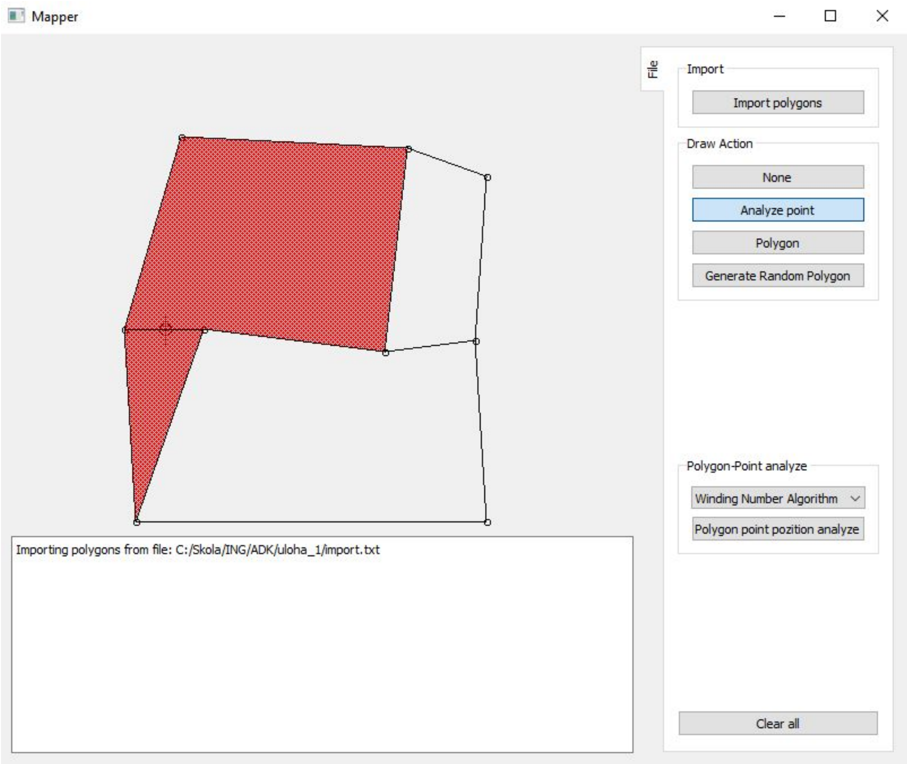
Výstupní data jsou prezentována grafickou cestou. Po zadání souřadnic polygonů a analyzovaného bodu jsou vstupní data vykreslena v grafickém okně. Po aktivaci tlačítka Polygon point pozition analyze je graficky zvýrazněn červenou barvou polygon, ve kterém se bod nachází. Nachází-li se bod na hraně či vrcholu polygonu, je polygon zvýrazněn zelenou barvou.



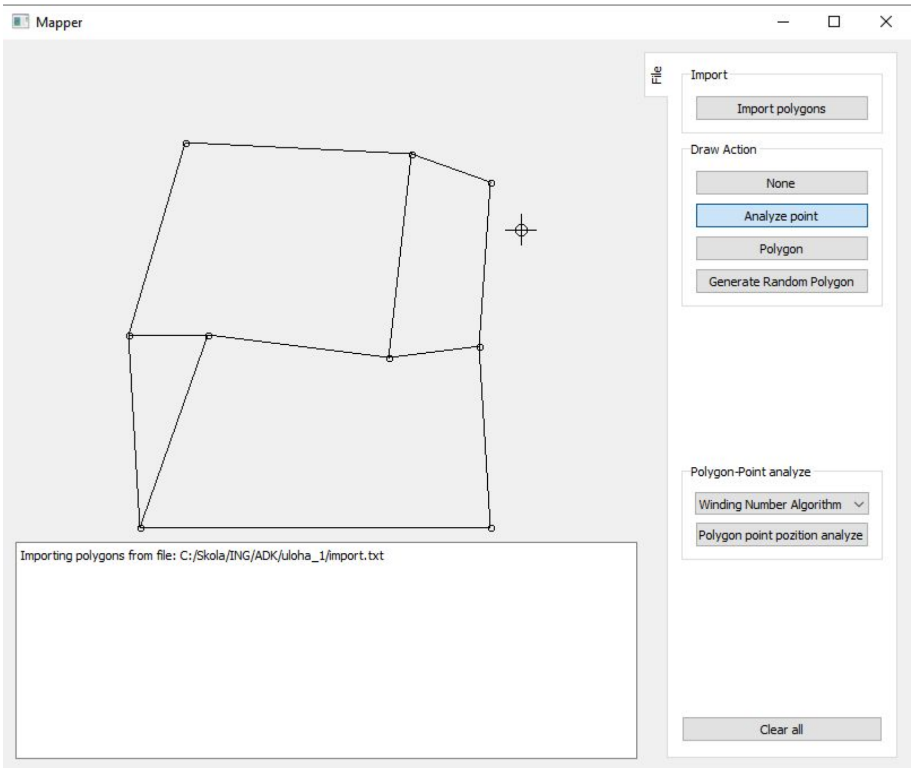
Obrázek 5: Výstup aplikace pro analýzu metodou Ray Crossing



Obrázek 6: Výstup aplikace pro analýzu metodou Winding number



Obrázek 7: Výstup aplikace pro analýzu, kdy se bod nachází na hraně dvou polygonů



Obrázek 8: Výstup aplikace pro analýzu bodu, který nenáleží žádnému polygonu

6 Dokumentace

6.1 Třídy

6.1.1 Algorithms

Třída obsahující metody potřebné pro výpočet polohy bodu vzhledem k polygonu.

int getPointLinePosition(QPointF q,QPointF p1,QPointF p2)
Návratová hodnota: *integer*;
Určení polohy bodu vůči přímce. Návratová hodnota 1 pro bod v levé polorovině, 0 pro bod v pravé polorovině, -1 pro bod na přímce.

double getAngle2Vectors(QPointF p1,QPointF p2,QPointF p3,QPointF p4)
Návratová hodnota: *double*;
Metoda vrací úhel mezi dvěma vektory.

int positionPointPolygonWinding(QPointF q, QPolygonF pol)
Návratová hodnota: *integer*;
Obsahuje Winding number algoritmus pro výpočet polohy bodu vůči polygonu. Návratová hodnota 1 pro body v polygonu, 0 pro bod mimo polygon a -1 pro bod na hraně polygonu.

int positionPointPolygonRayCrossing(QPointF q, QPolygonF pol)
Návratová hodnota: *Integer*;
Obsahuje Ray crossing algoritmus pro výpočet polohy bodu vůči polygonu. Návratová hodnota 1 pro body v polygonu, 0 pro bod mimo polygon a -1 pro bod na hraně polygonu.

QPolygonF createRandomPolygon()
Návratová hodnota: *QPolygonF*;
Metoda generující náhodný polygon o 4 až 20 vrcholech.

6.1.2 Draw

Třída s metodami zajišťující snímání a ukládání dat grafického vstupu. Metody také zajišťují grafické vykreslení dat. Třída také umožňuje přepínání metod grafického vstupu.

6.1.3 FileReader

Třída obsahující funkce zajišťující import polygonů v podobě textového souboru.

6.1.4 Widget

Třída vytvářející grafické rozhraní aplikace.

7 Řešení bonusových úloh

Z bonusových úloh bylo řešeno zadání: *Algoritmus pro automatické generování nekonvexních polygonů* a *Ošetření singulárního případu u Winding Number Algorithm: bod leží na hraně polygonu.*.

7.0.1 Ošetření singulárního případu u Winding Number Algorithm: bod leží na hraně polygonu

Tento singulární případ byl ošetřen při určování pozice bodu vůči přímce (funkce: *getPointLinePosition*). Funkce vyhodnotí jako kolineární bod q takový, který má součet vzdáleností počátečního bodu úsečky do q (p1,q) a q do koncového bodu úsečky (q,p2) krajně blízký k samotné délce úsečky (p1,p2).

7.0.2 Algoritmus pro automatické generování nekonvexních polygonů

Automatické generování nekonvexních, topologicky korektních polygonů se nepodařilo správně naimplementovat (viz *Náměty pro vylepšení*).

8 Závěr

Pro předpřipravená data aplikace funguje bez problému, problematické situace algoritmu podle zadání byly ošetřeny. Aplikace umožňuje několik metod vstupů dat a pro povinnou část zadání vyhodnocuje analýzu správně.

9 Náměty pro vylepšení

Algoritmus pro automatické generování polygonů se nepodařilo správně naimplementovat. Algoritmus nevytváří vždy topologicky korektní polygony.

Aplikacke by byla o mnoho všestrannější, pokud by při importu neupravených polygonů z textového souboru, automaticky redukovala souřadnice vrcholů tak, aby je bylo možné zobrazit v grafickém okně. Tento problém aplikace neřeší a proto je nutné před importem souřadnice upravit jiným způsobem.

10 Reference

1. BAYER, Tomáš. Metody konstrukce konvexní obálky [online][cit. 5.11.2019]. Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/ bayertom/images/courses/Adk/adk4.pdf