

# Planification du pompage dans un réseau de distribution d'eau potable ramifié

-

## Optimisation non-linéaire en nombre entier

Robinson Beaucour

Décembre 2022

### Résumé

Ce document fournit les méthodes et les résultats du projet d'optimisation non-linéaire réalisé dans le cadre du Mastère Spécialisé en Optimisation des Systèmes Energétiques de Mines ParisTech. Ce document fournit une description du problème d'optimisation traité, discute des relaxations réalisées pour rendre le problème plus facilement résoluble. L'algorithme solveur et les solutions qu'il renvoie sont ensuite discutés.

## 4WT Problem

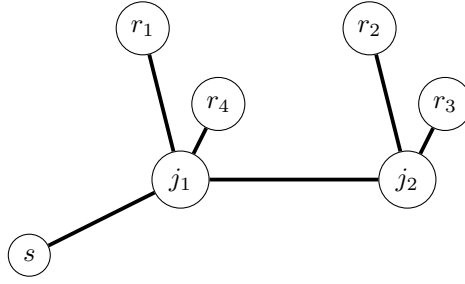


FIGURE 1 – Réseau de distribution simple

### Variables de décision

$Q_{pompe,t}^{(k)}$	Débit sortant de la pompe $k$ à l'instant $t$	$[Q_{min}^{(k)}, Q_{max}^{(k)}] \cup \{0\}$
$Q_{reserv,t}^{(r)}$	Débit entrant du réservoir $r$ à l'instant $t$	$\mathbb{R}_+$
$Q_{jonction,t}^{(n,n')}$	Débit dans le tuyau allant du noeud $n$ au $n'$ à l'instant $t$	$\mathbb{R}_+$
$C_t^{(n)}$	Niveau de charge (en m) au noeud $n$	$\mathbb{R}_+$
$G_{pompe,t}^{(k)}$	Gain de charge de la pompe $k$ à l'instant $t$	$\mathbb{R}_+$
$P_{pompe,t}^{(k)}$	Puissance électrique consommée par la pompe $k$ à l'instant $t$	$\mathbb{R}_+$
$V_t^{(r)}$	Volume du réservoir $r$ à l'instant $t$	$[V_{min}^{(r)}, V_{max}^{(r)}]$
$S_{on,t}^{(k)}$	Etat de la pompe $k$ (allumé/éteint) à l'instant $t$	$\{0, 1\}$

### Contraintes

$$\begin{aligned}
 \forall t, \forall j \quad \sum_n Q_{jonction,t}^{(n,j)} &= \sum_n Q_{jonction,t}^{(j,n)} && \text{(Equilibre flux)} \\
 \forall t, \forall r \quad V_{t+1}^{(r)} - V_t^{(r)} &= Q_{reserv,t}^{(r)} - D_t^{(r)} && \text{(Satisfaction demande)} \\
 \forall t, \forall k \quad P_{pompe,t}^{(k)} &= \Gamma_0^k S_{on,t}^{(k)} + \Gamma_1^k Q_{pompe,t}^{(k)} && \text{(Conso. élec pompe)} \\
 \forall t, \forall k \quad G_{pompe,t}^{(k)} &= \psi_0^k S_{on,t}^{(k)} + \psi_2^k (Q_{pompe,t}^{(k)})^2 && \text{(Gain charge pompe)} \\
 \forall t, \forall n, n' \quad C_t^{(n)} - C_t^{(n')} &= \phi_1^{(n,n')} Q_{jonction,t}^{(n,n')} + \phi_2^{(n,n')} (Q_{jonction,t}^{(n,n')})^2 && \text{(Perte charge flux)} \\
 \forall t, \forall n, n' \quad 0 &= (\sum_k S_{on,t}^{(k)}) (G_{pompe,t}^{(k)} - C_t^{(s)}) && \text{(Charge source)} \\
 \forall t, \forall j \quad C_t^{(j)} &\geq H^{(j)} && \text{(Charge jonction)} \\
 \forall t, \forall r \quad C_t^{(r)} &\geq H^{(j)} && \text{(Charge réservoir)}
 \end{aligned}$$

```

Noeud(j,t) .. sum(n$l(j,n), Qpipe(j,n,t)) =e= sum(n$l(n,j), Qpipe(n,j,t));
Satisfaction_demande(r,t) .. v(r,t) - v(r,t-1) - vinit(r,t) =e= 1 * (sum=(n$l(n,r), Qpipe(n,r,t)) - demand(r,t));
Elec_pompe(k(c,d),t) .. Ppompe(k,t) =g= gamma(c,"0") * Son(k,t) + gamma(c,"1") * Qpompe(k,t);
Gain_charge_pompe(k(c,d),t) .. Gpompe(k,t) =l= psi(c,"0") * Son(k,t) + psi(c,"2") * Qpompe(k,t)**2;
Charge_s("s",t) .. 0 =l= (sum(k, Gpompe(k,t)) - Charge("s",t)) * sum(k, Son(k,t));
  
```

## Objectif

$$\text{Minimiser } \sum_t \sum_k P_{pompe,t}^{(k)} \cdot C_t$$

## Amélioration de la résolution du problème

Le problème est initialement non-linéaire en nombre entier et non convexe. Ce qui rend les solutions difficiles à trouver. Pour améliorer la résolution du problème, il est possible de limiter le nombre de combinaisons de nombre entier possible par l'équation :

$$\forall k, \forall t, S_{on,t}^{(k+1)} \leq S_{on,t}^{(k)} \quad (\text{Symétrie})$$

Relaxation convexe :

$$\forall t, \forall k \quad G_{pompe,t}^{(k)} \leq \psi_0^k S_{on,t}^{(k)} + \psi_2^{(k)} (Q_{pompe,t}^{(k)})^2 \quad (\text{Gain charge pompe relax.})$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C_t^{(n)} - C_t^{(n')} \leq \phi_1^{(n,n')} Q_{jonction,t}^{(n,n')} + \phi_2^{(n,n')} (Q_{jonction,t}^{(n,n')})^2 \quad (\text{Perte charge flux relax.})$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C_t^{(s)} = G_{pompe,t}^{(k)} + M S_{on,t}^{(k)} \quad (\text{Charge source relax.})$$