

Planification du pompage dans un réseau de distribution d'eau potable ramifié

-

Optimisation non-linéaire en nombre entier

Robinson Beaucour

Décembre 2022

Résumé

Ce document fournit les méthodes et les résultats du projet d'optimisation non-linéaire réalisé dans le cadre du Mastère Spécialisé en Optimisation des Systèmes Energétiques de Mines ParisTech. Ce document fournit une description du problème d'optimisation traité, discute des relaxations réalisées pour rendre le problème plus facilement résoluble. L'algorithme solveur et les solutions qu'il renvoie sont ensuite discutés.

4WT Problem

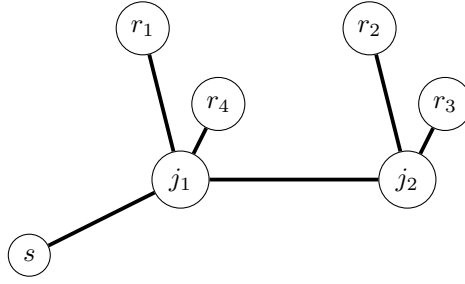


FIGURE 1 – Réseau de distribution simple (4WT)

Variables de décision

$Q_{pompe,t}^{(k)}$	Débit sortant de la pompe k à l'instant t	$[Q_{min}^{(k)}, Q_{max}^{(k)}] \cup \{0\}$
$Q_{reserv,t}^{(r)}$	Débit entrant du réservoir r à l'instant t	\mathbb{R}_+
$Q_{jonction,t}^{(n,n')}$	Débit dans le tuyau allant du noeud n au n' à l'instant t	\mathbb{R}_+
$C_t^{(n)}$	Niveau de charge (en m) au noeud n	\mathbb{R}_+
$G_{pompe,t}^{(k)}$	Gain de charge de la pompe k à l'instant t	\mathbb{R}_+
$P_{pompe,t}^{(k)}$	Puissance électrique consommée par la pompe k à l'instant t	\mathbb{R}_+
$V_t^{(r)}$	Volume du réservoir r à l'instant t	$[V_{min}^{(r)}, V_{max}^{(r)}]$
$S_{on,t}^{(k)}$	Etat de la pompe k (allumé/éteint) à l'instant t	$\{0, 1\}$

Contraintes

$$\forall t, \forall j \quad \sum_n Q_{jonction,t}^{(n,j)} = \sum_n Q_{jonction,t}^{(j,n)} \quad (\text{Equilibre flux})$$

$$\forall t, \forall r \quad V_{t+1}^{(r)} - V_t^{(r)} = Q_{reserv,t}^{(r)} - D_t^{(r)} \quad (\text{Satisfaction demande})$$

$$\forall t, \forall k \quad P_{pompe,t}^{(k)} = \Gamma_0^k S_{on,t}^{(k)} + \Gamma_1^k Q_{pompe,t}^{(k)} \quad (\text{Conso. élec pompe})$$

$$\forall t, \forall k \quad G_{pompe,t}^{(k)} = \psi_0^k S_{on,t}^{(k)} + \psi_2^k (Q_{pompe,t}^{(k)})^2 \quad (\text{Gain charge pompe})$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C_t^{(n)} - C_t^{(n')} = \phi_1^{(n,n')} Q_{jonction,t}^{(n,n')} + \phi_2^{(n,n')} (Q_{jonction,t}^{(n,n')})^2 \quad (\text{Perte charge flux})$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad 0 = (\sum_k S_{on,t}^{(k)}) (G_{pompe,t}^{(k)} - C_t^{(s)}) \quad (\text{Charge source})$$

$$\forall t, \forall j \quad C_t^{(j)} \geq H^{(j)} \quad (\text{Charge jonction})$$

$$\forall t, \forall r \quad C_t^{(r)} \geq H^{(r)} \quad (\text{Charge réservoir})$$

```

Noeud(j,t) .. sum(n$1(j,n), Qpipe(j,n,t)) =e= sum(n$1(n,j), Qpipe(n,j,t));
Satisfaction_demande(r,t) .. v(r,t) - v(r,t-1) - vinit(r,t) =e= 1 * (sum=(n$1(n,r), Qpipe(n,r,t)) - demand(r,t));
Elec_pompe(k(c,d),t) .. Ppompe(k,t) =g= gamma(c,"0") * Son(k,t) + gamma(c,"1") * Qpompe(k,t);
Gain_charge_pompe(k(c,d),t) .. Gpompe(k,t) =l= psi(c,"0") * Son(k,t) + psi(c,"2") * Qpompe(k,t)**2;
Charge_s("s",t) .. 0 =l= (sum(k, Gpompe(k,t)) - Charge("s",t)) * sum(k, Son(k,t));

```

Objectif

$$\text{Minimiser } \sum_t \sum_k P_{pompe,t}^{(k)} \cdot C_t$$

Amélioration de la résolance du problème

Le problème est initialement non-linéaire en nombre entier et non convexe. Ce qui rend les solutions difficiles à trouver. Pour améliorer la résolance du problème, il est possible de limiter le nombre de combinaisons de nombre entier possible par l'équation :

$$\forall k, \forall t, S_{on,t}^{(k+1)} \leq S_{on,t}^{(k)} \quad (\text{Symétrie})$$

Relaxation convexe :

$$\forall t, \forall k \quad G_{pompe,t}^{(k)} \leq \psi_0^k S_{on,t}^{(k)} + \psi_2^{(k)} (Q_{pompe,t}^{(k)})^2 \quad (\text{Gain charge pompe relax.})$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C_t^{(n)} - C_t^{(n')} \leq \phi_1^{(n,n')} Q_{jonction,t}^{(n,n')} + \phi_2^{(n,n')} (Q_{jonction,t}^{(n,n')})^2 \quad (\text{Perte charge flux relax.})$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C_t^{(s)} = G_{pompe,t}^{(k)} + M S_{on,t}^{(k)} \quad (\text{Charge source relax.})$$

Méthode de résolution

Le problème est retranscrit dans un fichier GAMS. La solution au problème est acquise en utilisant le solver BARON sur les serveurs NEOS (<https://neos-server.org/neos/solvers/minco:BARON/GAMS.html>).

Le serveur NEOS propose BARON pour la solution des problèmes d'optimisation à contraintes non linéaires d'entiers mixtes et des problèmes d'optimisation globale. Les problèmes pour BARON peuvent être soumis sur NEOS au format AMPL ou GAMS.

BARON est un système de calcul pour résoudre des problèmes d'optimisation non convexes à l'optimalité globale. Les problèmes non linéaires purement continus, purement entiers et mixtes peuvent être

Plusieurs relaxations convexes permettent de rendre le problème convexe, ce qui permet de considérablement réduire le temps pour trouver une solution optimale.

Par ailleurs, l'équation définissant la charge au niveau de la source peut être linéarisée par l'introduction d'un majorant M déterminé par la charge maximale que les pompes peuvent fournir.

résolus avec le logiciel. Le navigateur d'optimisation de branche et de réduction tire son nom de la combinaison de la propagation des contraintes, de l'analyse d'intervalle et de la dualité dans son arsenal de réduction avec des concepts de branche et de liaison améliorés alors qu'il serpente à travers les collines et les vallées de problèmes d'optimisation complexes à la recherche de solutions globales.

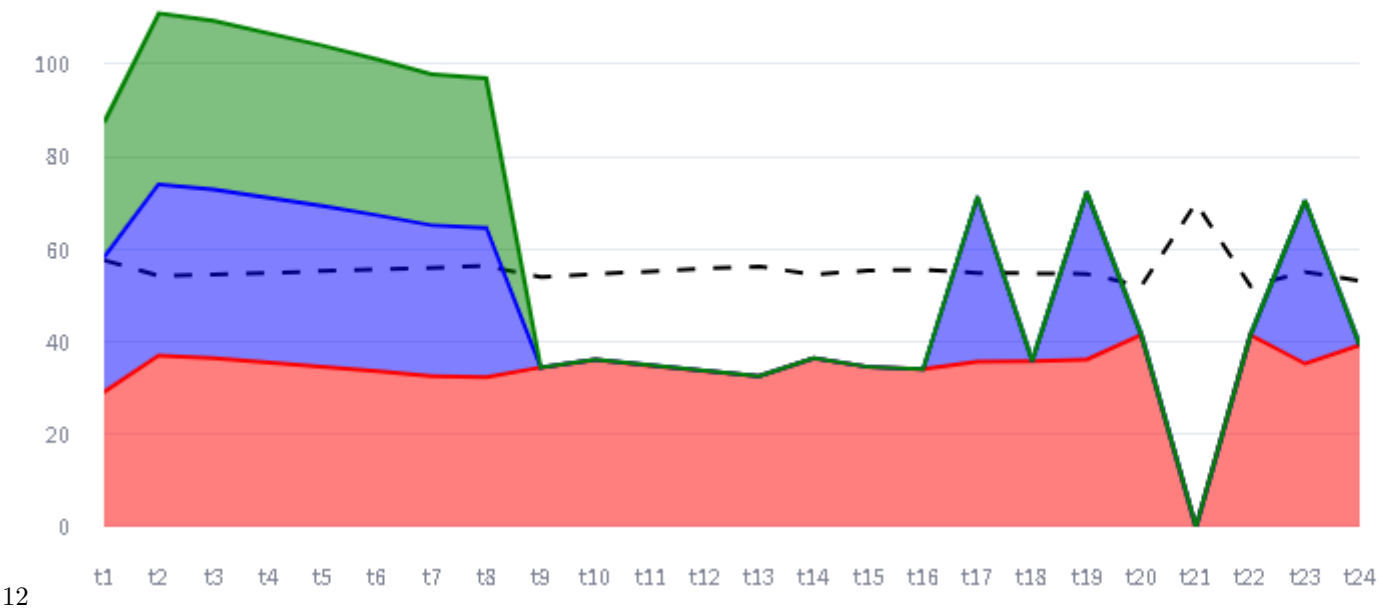
Le solver renvoie une solution réalisable dont l'écart du coût avec le coût de la solution optimale est majoré. Cette majoration est garantie par la majoration de l'écart entre la solution réalisable et la solution optimale pour le problème relaxé (nombre entier relaxé).

Résultats

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget

sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Etat des pompes du réseau de distribution d'eau - Coût : 10.9962 €



12

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum. **Discussion**