Planification du pompage dans un réseau de distribution d'eau potable ramifié
-
Optimisation non-linéaire en nombre entier

Robinson Beaucour

Décembre 2022

Résumé

Ce document fournit les méthodes et les résultats du projet d'optimisation non-linéaire réalisé dans le cadre du Mastère Spécialisé en Optimisation des Systèmes Energétiques de Mines ParisTech. Ce document fournit une decription du problème d'optimisation traité, discute des relaxations réalisées pour rendre le problème plus facilement résoluble. L'algorithme solveur et les solutions qu'il renvoit sont ensuite discuté.

4WT Problem

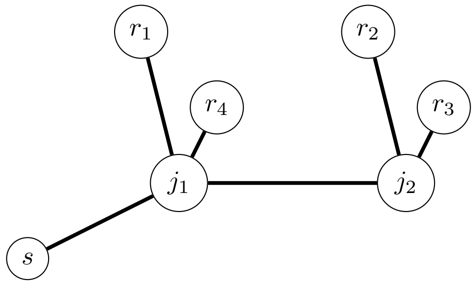

FIGURE 1 – Réseau de distribution simple (4WT)

Variables de décision

$Q^{(k)}_{pompe,t}$	Débit sortant de la pompe k à l'instant t	$[Q^{(k)}_{min}, Q^{(k)}_{max}] \cup \{0\}$
$Q^{(r)}_{reserv,t}$	Débit entrant du réservoire r à l'instant t	$\mathbb{R}_+$
$Q^{(n,n')}_{jonction,t}$	Débit dans le tuyau allant du noeud n au n' à l'instant t	$\mathbb{R}_+$
$C^{(n)}_t$	Niveau de charge (en m) au noeud n	$\mathbb{R}_+$
$G^{(k)}_{pompe,t}$	Gain de charge de la pompe k à l'instant t	$\mathbb{R}_+$
$P^{(k)}_{pompe,t}$	Puissance électrique consommée par la pompe k à l'instant t	$\mathbb{R}_+$
$V^{(r)}_t$	Volume du réservoire r à l'instant t	$[V^{(r)}_{min}, V^{(r)}_{max}]$
$S^{(k)}_{on,t}$	Etat de la pompe k (allumé/éteint) à l'instant t	$\{0, 1\}$

Contraintes

$$\forall t, \forall j \quad \textstyle\sum_n Q^{(n,j)}_{jonction,t} = \sum_n Q^{(j,n)}_{jonction,t} \qquad \text{(Equilibre flux)}$$

$$\forall t, \forall r \quad V^{(r)}_{t+1} - V^{(r)}_t = Q^{(r)}_{reserv,t} - D^{(r)}_t \qquad \text{(Satisfaction demande)}$$

$$\forall t, \forall k \quad P^{(k)}_{pompe,t} = \Gamma^k_0 S^{(k)}_{on,t} + \Gamma^{(k)}_1 Q^{(k)}_{pompe,t} \qquad \text{(Conso. élec pompe)}$$

$$\forall t, \forall k \quad G^{(k)}_{pompe,t} = \psi^k_0 S^{(k)}_{on,t} + \psi^{(k)}_2 (Q^{(k)}_{pompe,t})^2 \qquad \text{(Gain charge pompe)}$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C^{(n)}_t - C^{(n')}_t = \phi^{(n,n')}_1 Q^{(n,n')}_{jonction,t} + \phi^{(n,n')}_2 (Q^{(n,n')}_{jonction,t})^2 \qquad \text{(Perte charge flux)}$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad 0 = (\textstyle\sum_k S^{(k)}_{on,t})(G^{(k)}_{pompe,t} - C^{(s)}_t) \qquad \text{(Charge source)}$$

$$\forall t, \forall j \quad C^{(j)}_t \geq H^{(j)} \qquad \text{(Charge jonction)}$$

$$\forall t, \forall r \quad C^{(r)}_t \geq H^{(j)} \qquad \text{(Charge réservoire)}$$

```
Noeud(j,t) .. sum(n$l(j,n), Qpipe(j,n,t)) =e= sum(n$l(n,j), Qpipe(n,j,t));
Satisfaction_demande(r,t) .. v(r,t) - v(r,t-1) - vinit(r,t) =e= 1 * (sum=(n\$l(n,r),Qpipe(n,r,t))-demand(r,t));
Elec_pompe(k(c,d),t) .. Ppompe(k,t) =g= gamma(c,"0") * Son(k,t) + gamma(c,"1")*Qpompe(k,t);
Gain_charge_pompe(k(c,d),t) .. Gpompe(k,t) =l= psi(c,"0") * Son(k,t) + psi(c,"2")*Qpompe(k,t)**2;
Charge_s("s",t) .. 0 =l= (sum(k, Gpompe(k,t))-Charge("s",t))*sum(k, Son(k,t));
```

Objectif

$$\text{Minimiser } \sum_t \sum_k P^{(k)}_{pompe,t} \cdot C_t$$

Amélioration de la résolvance du problème

Le problème est initialement non-linéaire en nombre entier et non convexe. Ce qui rend les solutions difficiles à trouver. Pour améliorer la résolvance du problème, il est possible de limiter le nombre de combinaisons de nombre entier possible par l'équation :

$$\forall k, \forall t, S^{(k+1)}_{on,t} \leq S^{(k)}_{on,t} \qquad \text{(Symétrie)}$$

Plusieurs relaxations convexes permettent de rendre le problème convexe, ce qui permet de considérablement réduire le temps pour trouver une solution optimale.
Par ailleurs, l'équation définissant la charge au niveau de la source peut être linéarisée par l'introduction d'un majorant M déterminé par le charge maximale que les pompes peuvent fournir.

Relaxation convexe :

$$\forall t, \forall k \quad G^{(k)}_{pompe,t} \leq \psi^k_0 S^{(k)}_{on,t} + \psi^{(k)}_2 (Q^{(k)}_{pompe,t})^2 \qquad \text{(Gain charge pompe relax.)}$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C^{(n)}_t - C^{(n')}_t \leq \phi^{(n,n')}_1 Q^{(n,n')}_{jonction,t} + \phi^{(n,n')}_2 (Q^{(n,n')}_{jonction,t})^2 \qquad \text{(Perte charge flux relax.)}$$

$$\forall t, \forall n, n' \quad C^{(s)}_t = G^{(k)}_{pompe,t} + M S^{(k)}_{on,t} \qquad \text{(Charge source relax.)}$$

Méthode de résolution
Résultats
Discussion