

Eduardo Robles Vaizquez

03/09/19

## Cinemática de Robots

### Transformaciones Homogeneas

- Matrices de transformación homogeneas

### Cinemática de Manipuladores Seriales

- Directa o indirecta
- Diferencial de manipuladores

### Cinemática de Manipuladores Paralelos

- Introducción al manipulador paralelo
- Simulación de manipulador directo e indirecta de un manipulador paralelo

### • CAD

- Planos del Robot
- Analisis de elementos finitos

### • Matlab

### • ROS

### • Gazebo

### • Blender

### • Masa Gris

### • La Tex

### • [Pendiente]

- Motores PaP
- Drivers
- Estructura
- Otros (cables, tornillos, etc)

## Posición y localización espacial de los robots.

Un manipulador mecánico se puede modelar como una cadena articulada en lazo abierto formada por cuerpos rígidos (denominados elementos), los cuales se conectan en serie a través de articulaciones de revolución (giras) o prismáticas (con desplazamiento lineal) y movidos por actuadores. Un extremo de la cadena se une a una base soporte, mientras que el otro extremo está libre y unido a otra herramienta (efector final) para manipular objetos o realizar tareas de montaje. El movimiento coordinado de las articulaciones origina el movimiento de los elementos que posicionan la mano con una determinada orientación.

En la mayoría de las aplicaciones de robótica, lo que interesa es la posición y orientación espacial de la herramienta final del robot con respecto a un sistema de coordenadas fijo. La necesidad de representar posiciones y orientaciones del robot con respecto así mismo y a su entorno lleva a tener que definir posiciones y orientaciones no tan solo en los elementos del robot sino en los objetos fijos, piezas y herramientas que manipula.

Una manera cómoda de describir posiciones y orientaciones es mediante la definición de sistemas coordenados (frames). La fijación de sistemas de coordenadas solidarios con los objetos permitirá conocer la posición relativa de los primeros a partir del estudio de las situaciones de sus sistemas asociados.



06/09/19

Robles Eduardo

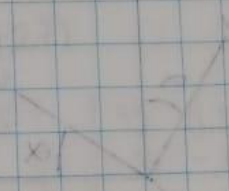
Se utilizara algebra vectorial y matricial para desarrollar un metodo sistematico generalizado para describir y representar la localización de los objetos con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo.

Martín Mellado Arteché.

LIMUSA SA de CV

2014

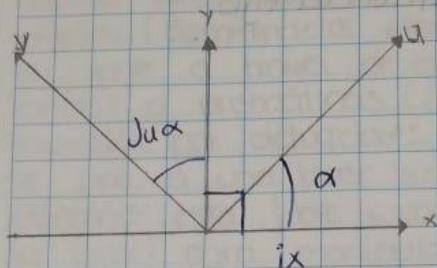
ISBN: 978-607-05-0300-9



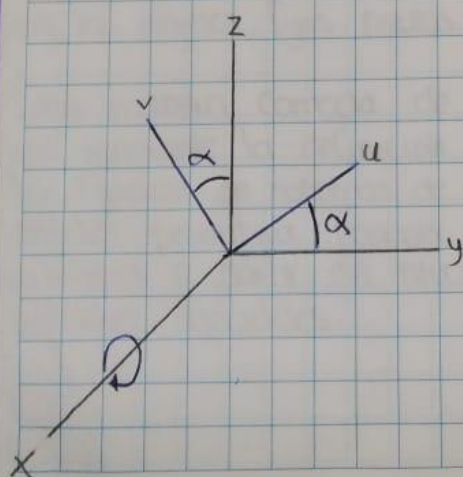
(5)

Eduardo Robles Urbizquez

10/09/2019

**R en 2D**

$$\begin{aligned}
 P_{xy} &= [P_x P_y]^T = P_x i_x + P_y j_y \\
 P_{uv} &= [P_u P_v]^T = P_u u + P_v v \\
 \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} &= R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x u & i_x v \\ j_y u & j_y v \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad R(z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 R_{x, \alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \\
 R_{y, \varphi} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Eduardo Robles

10/09/2019

Ejemplo 1  $T = R(x, 90) R(z, 45) R(y, 75)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.258 & 0 & 0.96 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.96 & 0 & 0.258 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .18 & .96 & .18 \\ .7 & 0 & -.7 \\ -.67 & .25 & -.67 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 2  $T = R(x, 32) R(z, 150) R(x, 30)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.818 & -0.529 \\ 0 & 0.529 & 0.818 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.86 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.86 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.866 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.866 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.86 & -.42 & 0.26 \\ .43 & -.89 & -.3 \\ .25 & .09 & .96 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 3  $T = R(x, 270) R(y, 65) R(z, 170)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.42 & 0 & 0.9 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.9 & 0 & 0.42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.34 & -0.93 & 0 \\ 0.93 & -0.34 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.14 & 0.3 & -.93 \\ .39 & -.83 & -.34 \\ -.9 & -.42 & 0 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 4  $T = R(y, 27) R(x, 150) R(y, 30)$

$$\begin{bmatrix} 0.89 & 0 & 0.45 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.45 & 0 & 0.89 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.86 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & -0.86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.86 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.86 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .95 & .25 & .0043 \\ .22 & -.86 & -.44 \\ -.11 & .43 & -.98 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 5  $T = R(y, 30) R(x, 150) R(y, 27)$

$$\begin{bmatrix} 0.86 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.86 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & -0.86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.89 & 0 & 0.45 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.45 & 0 & 0.89 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .95 & 0.22 & .11 \\ 0.25 & -.86 & -.43 \\ -.0043 & .44 & -.98 \end{bmatrix}$$



Ejemplo 6  $T = R(z, 110) R(y, 65) R(x, 30)$

$$\begin{bmatrix} -.34 & -.93 & 0 \\ .93 & -.34 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .42 & 0 & .9 \\ 0 & 1 & 0 \\ -.9 & 0 & .42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .86 & -.5 & 0 \\ .5 & .86 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.58 & -.76 & .77 \\ .72 & -.48 & .45 \\ .30 & .83 & .42 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 7  $T = R(x, 30) R(y, 45) R(z, 65)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & .86 & -.5 \\ 0 & .5 & .86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .707 & 0 & .707 \\ 0 & 1 & 0 \\ -.707 & 0 & .707 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .42 & -.9 & 0 \\ .9 & .42 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .29 & -.62 & .70 \\ .63 & .67 & .33 \\ -.707 & .35 & .60 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 8  $T = R(x, 90) R(y, 90) R(z, 110)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -.34 & -.93 & 0 \\ .93 & -.34 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -.34 & .93 \\ 0 & .93 & .34 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 9  $T = R(z, 32) R(y, 75) R(x, 150)$

$$\begin{bmatrix} .84 & -.52 & 0 \\ .52 & .84 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .25 & 0 & .96 \\ 0 & 1 & 0 \\ -.96 & 0 & .25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -.86 & -.5 \\ 0 & .5 & -.86 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.21 & -.13 & .96 \\ -.04 & -.97 & -.12 \\ .95 & -.0013 & -.21 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 10  $T = R(z, 270) R(y, 270) R(x, 30)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .86 & -.5 & 0 \\ .5 & .86 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .5 & 0 & -.86 \\ -.86 & 0 & -.5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T = R_x R_y R_z$$

Realizar las transformaciones de:

1. 90  $T = R_{x1} R_{z3} R_{y5}$
2. 30  $T = R_{x7} R_{z9} R_{x2}$
3. 45  $T = R_{x10} R_{y4} R_{z6}$
4. 65  $T = R_{y2} R_{x9} R_{y2}$
5. 75  $T = R_{y2} R_{x9} R_{y2}$
6. 110  $T = R_{z6} R_{y4} R_{z2}$
7. 32  $T = R_{x2} R_{y3} R_{z4}$
8. 27  $T = R_{x7} R_{y1} R_{z6}$
9. 150  $T = R_{z7} R_{y5} R_{x9}$
10. 270  $T = R_{z10} R_{y10} R_{z2}$

Ejemplo 1

$$T = R(x, 90) R(z, 45) R(y, 75)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90 & -\sin 90 \\ 0 & \sin 90 & \cos 90 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 45 & -\sin 45 & 0 \\ \sin 45 & \cos 45 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 75 & 0 & \sin 75 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin 75 & 0 & \cos 75 \end{bmatrix}$$

17/09/2019

## Matriz Homogenea

Si un objeto rot  $x = ?1$  y se mueve  $x = ?2$  y  $y = ?3$   
 luego rota en  $y = ?4$  y se desplaza en  $x = ?5$ ,  $z = ?6$  luego  
 rota  $z = ?7$

	$E_{j1}$	$E_{j2}$	$E_{j3}$	$E_{j4}$
1	30	10	7	9
2	40	5	5	0
3	50	3	3	1
4	60	12	0	9
5	70	30	3	10
6	80	20	20	10
7	90	9	50	30

## Ejemplo 1

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 40 \\ 0 & \cos 30 & -\sin 30 & 50 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_y = \begin{bmatrix} \cos 60 & 0 & \sin 60 & 70 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 60 & 0 & \cos 60 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_z = \begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 & 0 & 0 \\ \sin 90 & \cos 90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_T = \begin{bmatrix} 0 & -0.86 & 0.5 & -50 \\ 0.5 & 0.43 & 0.73 & 90 \\ -0.86 & 0.25 & 0.43 & 45.6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Eduardo Robles Vázquez

13/09/2019

### Matriz Homogenea

$$H = \begin{bmatrix} R & P \\ C^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 50 \\ 0 \end{bmatrix} \quad R(x, 30) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\sin 30 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 \end{bmatrix}$$

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\sin 30 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 50 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ejemplo}$$

$$H_T = H_x H_y H_z$$

### Material

- OrCAD
  - Latex
  - Gummi
  - Jabref
- } Linux / Windows

### Ejemplo 2

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & \cos 10 & \sin 10 & 3 \\ 0 & \sin 10 & \cos 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_y = \begin{bmatrix} \cos 12 & 0 & \sin 12 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 12 & 0 & \cos 12 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_z = \begin{bmatrix} \cos 9 & -\sin 9 & 0 & 0 \\ \sin 9 & \cos 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_T = \begin{bmatrix} 0.99 & -0.17 & 0.21 & 33.7 \\ 0.14 & .96 & -.13 & 8.1 \\ -.2 & .16 & .95 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### Ejemplo 3

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & \cos 7 & \sin 7 & 3 \\ 0 & \sin 7 & \cos 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_y = \begin{bmatrix} \cos 0 & 0 & \sin 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 0 & 0 & \cos 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_z = \begin{bmatrix} \cos 50 & -\sin 50 & 0 & 0 \\ \sin 50 & \cos 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_T = \begin{bmatrix} .64 & -.75 & .09 & 2.84 \\ .76 & .63 & -.07 & 8 \\ 0 & .12 & .99 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### Ejemplo 4

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 9 & -\sin 9 & 1 \\ 0 & \sin 9 & \cos 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

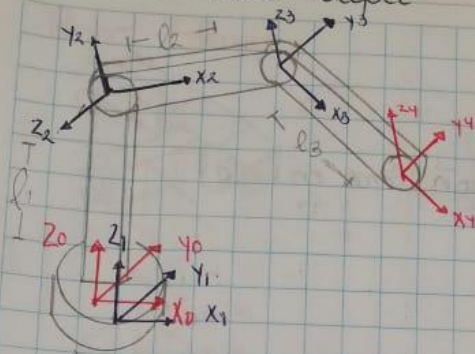
$$H_y = \begin{bmatrix} \cos 9 & 0 & \sin 9 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 9 & 0 & \cos 9 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_z = \begin{bmatrix} \cos 30 & -\sin 30 & 0 & 0 \\ \sin 30 & \cos 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

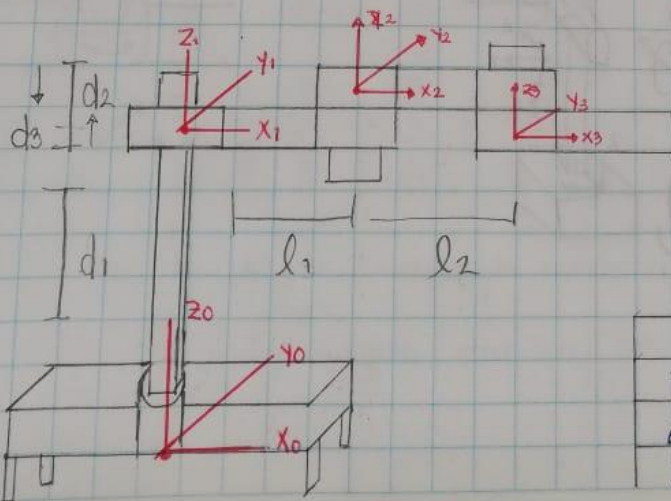
$$H_T = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Eduardo Roldes Vázquez

24/09/2019



eye	Z		X	
	$\theta_i$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a_i$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$\theta_2$	$l_1$	$90^\circ$	0
3	$\theta_3$	0	0	$l_2$
4	$\theta_4$	0	0	$l_3$



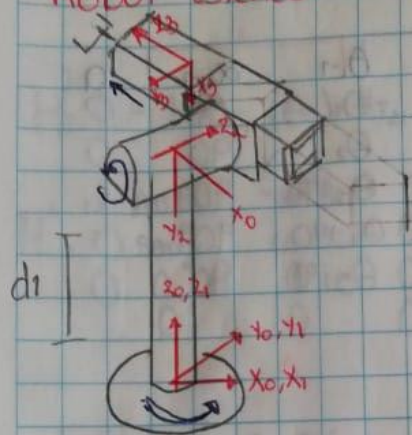
	Z		X	
	$\theta$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a$
1	$\theta_1$	$d_1$	0	0
2	$\theta_1$	$d_2$	0	$l_1$
3	$\theta$	$d_3$	0	$l_2$

FIRST CLASS



Eduardo Robles

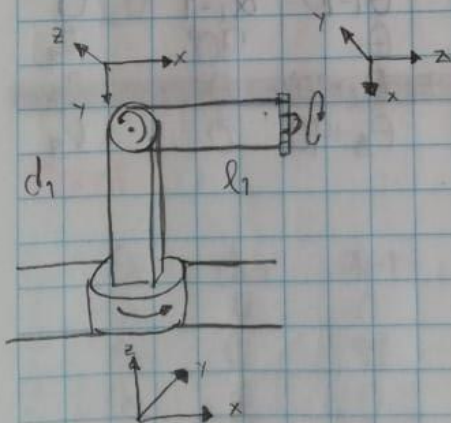
# Robot Esferico



	z		x	
	$\theta$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$\theta_2$	$d_1$	$90^\circ$	0
3	$90^\circ$	$d_2$	$90^\circ$	

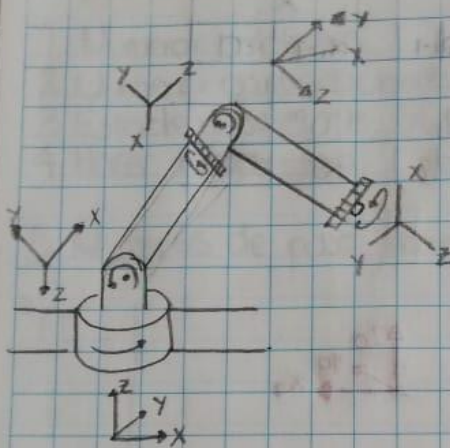
Eduardo Robles Vázquez

01/0ct/2019

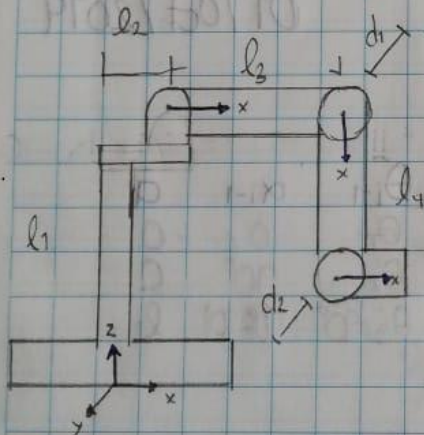


	$d_i$	$\theta_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a$
1	0	$\theta_1$	0	0
2	$d_1$	$\theta_2$	$90^\circ$	0
3	0	$\theta_3 + 90^\circ$	$90^\circ - 90^\circ$	$l_1$

Robles Vázquez



	$d_i$	$\theta_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a$
1	0	$\theta_1$	0	0
2	$d_1$	$\theta_2$	$90^\circ$	0
3	0	$\theta_3 + 90^\circ$	$90^\circ$	$l_1$
4	$d_2$	$\theta_4 + 90^\circ$	$90^\circ$	0
5	$d_3$	$\theta_5 + 90^\circ$	$90^\circ$	0



	$d_i$	$\theta_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a$
1	$l_1$	$\theta_1$	$90^\circ$	$l_2$
2	$d_1$	$\theta_2 + 90^\circ$	0	$l_3$
3	$d_2$	$\theta_3 + 90^\circ$	0	$l_4$

En rotación "x" va hacia el eslabón y "z" al eje

En desplazamiento "z" a donde desplaza



04/Oct/2019

Eduardo Robles Vázquez

$$H_{i-1}^i = \underbrace{H_{R_{z_{i-1}}}(\theta_i)}_A \underbrace{H_{T_{z_{i-1}}}(d_i(\beta_i))}_B \underbrace{H_{T_{x_{i-1}}}(l_i)}_C \underbrace{H_{R_{x_{i-1}}}(\alpha_i)}_D$$

$$H_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i(\beta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A                      B                      C                      D

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & l_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & l_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i(\beta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot 1

	$\theta_i$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a_i$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$\theta_2$	$l_1$	$90^\circ$	0
3	$\theta_3$	0	0	$l_2$
4	$\theta_4$	0	0	$l_3$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & l_3 \cos \theta_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & l_3 \sin \theta_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_2 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & l_2 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Robles Eduardo

Robot 2

	$\theta$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	$d_1$	0	0
2	$\theta_2$	$d_2$	0	$l_1$
3	$\theta_3$	$d_3$	0	$l_2$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & l_1 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_2 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & l_2 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robles Eduardo

Robot 3

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & l_1\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & l_1\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot 4

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & l_1\cos\theta \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & l_1\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^4A_5 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

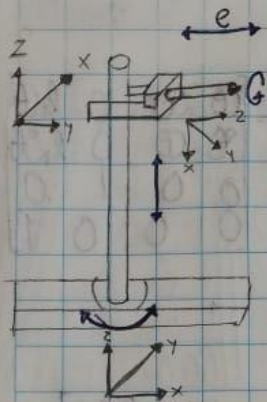
Robot 5

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & l_1\cos\theta \\ \sin\theta & 0 & -\cos\theta & l_1\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & l_2\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & l_2\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & l_3\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & l_3\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



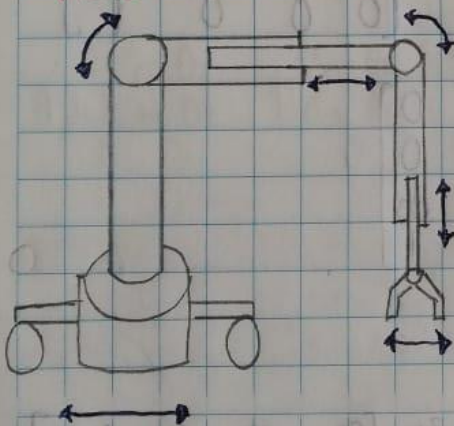
Eduardo Robles Vázquez

Robot 6



	$\theta_i$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a_i$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$90^\circ$	$d_1$	0	0
3	$90^\circ$	$d_2$	$90^\circ$	$l_1$
4	0	$d_3$	0	0
5	$\theta_2$	0	0	0

Robot 7



	$\theta_i$	$d_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$a_i$
1	0	0	0	$l_1$
2	$\theta_1$	$d_1$	0	0
3	$\theta_2$	$d_2$	$90^\circ$	0
4	$90^\circ$	$d_3$	$90^\circ$	$l_2$
5	$\theta_3$	$d_4$	$90^\circ$	0
6	$90^\circ$	$d_5$	$90^\circ$	$l_3$
7	$\theta_4$	$d_6$	$90^\circ$	0



Robles Eduardo

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1B_2 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2B_3 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & l_2 c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & l_2 s\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3B_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4B_5 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & 0 & s\theta_3 & 0 \\ s\theta_3 & 0 & -c\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5B_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^6B_7 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$