TTK 4240 – Løsningsforslag 11

Utlervert dato: 31.10.2015
Veiledningstime: 13.10.2015
Innleveringsfrist: 17.11.2015
Ansvarlig: Atle Rygg (atle.rygg@itk.ntnu.no)

1 TURTALL, POLER OG GIR

a) Et mekanisk gir har et såkalt omsetningsforhold (girutveksling), som er lik forholdet mellom høy og lav fart: $r = \frac{\omega_{mek,mot}}{\omega_{mek,last}}$. Hva blir forholdet mellom moment på de to sidene $\frac{T_{mot}}{T_{last}}$?

Svar: Siden effekten er bevart gjennom giret har vi at

$$P_{mot} = P_L \Rightarrow \omega_{mek,mot} T_{mot} = \omega_{mek,last} T_{last} \Rightarrow \frac{T_{mot}}{T_{last}} = \frac{\omega_{mek,last}}{\omega_{mek,mot}} = \frac{1}{r}$$

b) Forklar likheten mellom et mekanisk gir og en ideell elektrisk transformator.

Svar: En ideell elektrisk transformator og et gir oppfører seg identisk hvis vi ser på moment som strøm og turtall som spenning (eller omvendt). I en transformator så transformeres spenningen ned med et gitt omsetningsforhold, og strømmen transformeres opp med det samme omsetningsforholdet. Dette er de samme formlene som vist i oppg. a) for et gir (*r* er omsetningsforholdet)

c) En motor *M1* driftes på et mekanisk turtall $n_{mek} = 1500 \text{ o/min}$ og 4 poler. Hva blir den elektriske frekvensen, målt i Hz?

Svar: Vi kan først finne den elektriske frekvensen, målt i *o/min* som $n_{el} = \frac{p}{2} n_{mek} = \frac{4}{2} \cdot 1500 = 3000 \text{ o/min}$.

Regnet om til Hertz blir dette $f_{el} = n_{el} \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{min}}{\text{sek}} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ Hz}$

d) En last *M2* driftes på et mekanisk turtall $n_{mek,last} = 250 \text{ o/min}$, og har et mekanisk gir mellom last og motor, slik at motorhastigheten blir høyere enn lastfarten. Motoren har 6 poler og driftes på en elektrisk frekvens $f_{el} = 50\ Hz$.
- Hva er omsetningsforholdet *r* til det mekaniske giret, dvs. forholdet mellom høy og lav fart?

Svar: Finner først den elektriske frekvensen på motorsiden, dvs. $f_{mek,mot}$: $f_{mek,mot} = \frac{f_{el}}{\frac{p}{2}} = \frac{50}{3} = 16.67\ Hz$.

Vi kan også regne om det mekaniske turtallet fra *o/min* til Hz: $f_{mek,last} = n_{mek,last} \frac{1}{60} = \frac{250}{60} = \frac{25}{6} Hz$.

Girutvekslingen kan da finnes som $r = \frac{\omega_{mek,mot}}{\omega_{mek,last}} = \frac{f_{mek,mot}}{f_{mek,last}} = \frac{\frac{50}{3}}{\frac{25}{6}} = \frac{50}{25}\frac{6}{3} = 4$, dvs. motorfarten er 4 ganger høyere enn lastfarten.

e) En elbil *E1* krever et totalt moment på hjulene lik $T_{last} = 400\ Nm$ når den elektriske frekvensen til motoren er $f_{el} = 150\ Hz$. Motoren kan maksimalt levere $T_{mot} = 80\ Nm$ ved denne frekvensen. Motoren har 4 poler.

- Forklar hvorfor systemet trenger et mekanisk gir mellom motor og last for å levere det nødvendige momentet
- Hva er minste mulige girutveksling (omsetningsforhold) til dette giret?
- Hva blir turtallet til lasten og levert effekt i dette tilfellet?
- Bilhjulenes radius er 30 cm. Hva blir farten til bilen når $f_{el} = 150\ Hz$? Anta samme girutveksling som funnet ovenfor

Svar: Dette systemet er avhengig av et gir for å kunne levere et høyt nok moment til lasten. Som vist i oppg. a) kan et gir brukes til å øke momentet med en faktor lik *r*, samtidig som turtallet blir redusert med den samme faktoren *r.*

Minste mulige girutveksling blir $r_{\min} = \frac{400}{80} = 5$, siden *80 Nm* er det maksimale momentet vi kan oppnå ved denne frekvensen. Hadde vi valgt girutveksling lavere enn 5 ville vi aldri kunne oppnå *400 Nm* til lasten.

Med en girutveksling lik 5 blir $f_{mek,last} = f_{mek,mot} \cdot \frac{1}{5} = \frac{f_{el}}{\frac{p}{2}} \cdot \frac{1}{5} = \frac{150}{2}\frac{1}{5} = 15\ Hz$, $\omega_{mek,last} = 94.28\ \mathrm{rad/s}$

For å finne effekt må vi huske å regne med turtallet målt i rad/s:

$$P_{last} = \omega_{mek,last} T_{last} = 2\pi f_{mek,last} T_{mek} = 2\pi \cdot 15 \cdot 400 = 37.7\ kW$$

For å regne fra omdreiningshastighet til lineær hastighet bruker vi relasjonen $v = \omega \cdot r$:

Må huske å bruke lasten sitt turtall i rad/s, samt regne med radius målt i meter:

$$v_{bil} = \omega_{mek,last} \cdot r = 2\pi \cdot 15 \cdot 0.3 = 28.27\ \mathrm{m/s} = 101.8\ \mathrm{km/t}$$

(Vi antar selvsagt at dette foregikk i en 110-sone)

f) Lag et uttrykk som relaterer mekanisk omdreiningshastighet $n_{mek,mot}$ *[o/min]* til elektrisk frekvens f_{el} [Hz].

Svar: Kombiner $n_{mek,mot} = \frac{n_{el}}{\frac{p}{2}}$ og $n_{el} = 60 f_{el}$, slik at $n_{mek,mot} = \frac{120 f_{el}}{p}$

2 EKSEMPEL PÅ MOTORSTYRING – TESLA

a) Sammenhengen mellom kraften som prøver å bremse bilen, F_{last}, og det tilsvarende momentet T_{last} er gitt ved $T_{last} = F_{last} r$, hvor *r* er bilhjulenes radius. Innsatt tallverdier:

$$T_{last} = \left(300 + 0.5 \cdot \left(\frac{100}{3.6}\right)^2\right) \cdot 0.3 = 205.7\ Nm$$

Turtallet til motoren finnes fra: $\omega_{mek} = \frac{v}{r} = \frac{\frac{100}{3.6}}{0.3} = 92.59\ \text{rad/s}$

Den elektriske frekvensen blir $f_{el} = \frac{p}{2} f_{mek} = \frac{6}{2} \cdot \frac{\omega_{mek}}{2\pi} = \frac{3}{2\pi} \cdot 92.59 = 44.23\ Hz$

Effekten finner vi fra $P = T_{last}\omega_{mek} = 205.7 \cdot 92.59 = 19.05\ kW$

Siden batterikapasiteten er 70 *kWh* blir tiden til utlading lik:

$$t = \frac{70\ kWh}{19.05\ kW} = 3.675\ h$$

a)

Med farten reduser til 50 km/t blir det nye lastmomentet lik $T_{last} = \left(300 + 0.5 \cdot \left(\frac{50}{3.6}\right)^2\right) \cdot 0.3 = 118.94\ Nm$

Det nye turtallet blir $\omega_{mek} = \frac{v}{r} = \frac{\frac{50}{3.6}}{0.3} = 46.3\ \text{rad/s}$, og den nye effekten blir $P = T_{last}\omega_{mek} = 118.94 \cdot 46.3 = 5.51\ kW$

Tiden til utladning blir da $t = \frac{70\ kWh}{5.51\ kW} = 12.7\ h$

b)

Ved 100 km/t blir avstanden lik $100 \frac{km}{h} \cdot 3.675 h = 367.5\ km$

Ved 50 km/t blir avstanden lik $50 \frac{km}{h} \cdot 12.7 h = 635.2\ km$

Dvs. rekkevidden økes med 73 % ved å halvere farten. Merk at tallene for rullemotsdand/friksjon er konstruerte, og at det er en langt mer krevende beregning å finne faktisk rekkevidde under blandet kjøring.

c)

Ved *60 km/t* har bilen følgende kinetiske energi:

$$E_{mek} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}2000\cdot\left(\frac{60}{3.6}\right)^2 = 2.78\cdot 10^5\ J$$

Vi har mulighet til å bremse med halvparten av 300 kW, dvs. 150 kW, bremsingen vil dermed ta tiden t:

$$t = \frac{E_{mek}}{P_{nom}} = \frac{2.78\cdot 10^5\ J}{150\,\frac{kJ}{s}} = 1.85\ s$$

Dette gir følgende akselerasjon: $a = \frac{\frac{60}{3.6}}{1.86} = 8.96\ \mathrm{m/s^2}$

Bruker så en gammel kjenning, *den tidløse formelen,* til å finne strekningen:

$$v^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = \frac{\left(\frac{60}{3.6}\right)^2}{2\cdot 8.96} = 15.5\ m$$

Ikke verst! Det kan nesten se ut som at tradisjonelle bremser er overflødig i en Tesla. Men pga. sikkerhetshensyn er de likevel utstyrt med mekaniske bremser.

d)

Bruker energibetraktning på tilsvarende måte som i øvingen om trefasesystemer:

$$\frac{1}{2}mv^2 = P_{nom}\cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{2P_{nom}}mv^2 = \frac{1}{2\cdot 300\cdot 10^3}\cdot 2000\cdot\left(\frac{100}{3.6}\right)^2 = 2.57\ s$$

Strømmen fra batteriet finnes som:

$$I_{batt} = \frac{P_{nom}}{V_{batt}} = \frac{300000}{600} = 500\ \mathrm{A}$$

Effekten blir lik overalt siden vi ser bort fra tap. Dette er en veldig høy strøm! Den vil føre til store varmetap hvis effekten er så stor over lang tid.

e) Ved beregning av trefaseeffekt regner vi først om linje-linje – spenningen til fasespenning:

$$V_{ph} = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230.94\,V$$

Effekten i hver fase er lik total effekt delt på tre: $P_{ph} = \frac{300}{3} = 100\ kW$

Dette gir følgende strøm siden vi ser bort fra reaktiv effekt:

$$I_{mot} = \frac{P_{ph}}{V_{ph}} = \frac{100000}{230.94} = 433.0\ A\,(\mathrm{rms})$$

3 Eksempel på motorstyring – vindturbin

a) Hva blir omsetningsforholdet til giret? Hva hadde bladenes rotasjonsfart blitt hvis vi hadde fjernet dette giret? Ville dette vært en hensiktsmessig vindmølle?

Svar: Når generatorfrekvensen er 50 Hz, blir den mekaniske frekvensen lik:

$$f_{mek,gen} = \frac{f_{el}}{\frac{p}{2}} = \frac{50}{4} = 12.5\ Hz$$

Girets omsetningsforhold er lik forholdet mellom rotasjonsfart på begge sider av giret. Men vi må passe på at begge frekvensene har samme enhet, for eksempel Hertz:

$f_{mek,last} = \frac{n_{mek,last}}{60} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}\ Hz$. Dermed blir omsetningsforholdet $r = \frac{f_{mek,gen}}{f_{mek,last}} = \frac{\frac{25}{2}}{\frac{1}{2}} = 25$

Hvis vi hadde fjernet giret så ville bladene fått farten $f_{mek,last} = 12.5\ Hz$. Se for deg en vindmølle der bladene roterer rundt 12.5 ganger i sekundet. Det er fryktelig fort for så store blader! Det er nesten like fort som en vaskemaskin roterer under sentrifugering, og man måtte brukt langt mer energi på få mølla til å rotere så fort, enn energien som ble produsert.

b) Anta at transformatoren er ideell. Hva blir dens omsetningsforhold $N_1 : N_2$?

Spenningen er oppgitt på begge sider av transformatoren, så vi har:

$$\frac{V_{gen}}{N_1} = \frac{V_{grid}}{N_2}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{gen}}{V_{grid}} = \frac{3}{33} = \frac{1}{11}$$

c) For produsert effekt lik *3 MW*, hva blir momentet på generatoren T_{gen} ? Se bort fra tap.

Finner generatormomentet basert på gitt effekt og rotasjonsfart:

$$T_{gen} = \frac{P_{wind}}{\omega_{mek,gen}} = \frac{P_{wind}}{2\pi f_{mek,gen}} = \frac{3\cdot 10^6}{2\pi \cdot 12.5} = 38.2\ kNm$$

d) For produsert effekt lik 3 *MW*, hva blir strømmen sendt til nettet, I_{grid} ? Se bort fra tap.

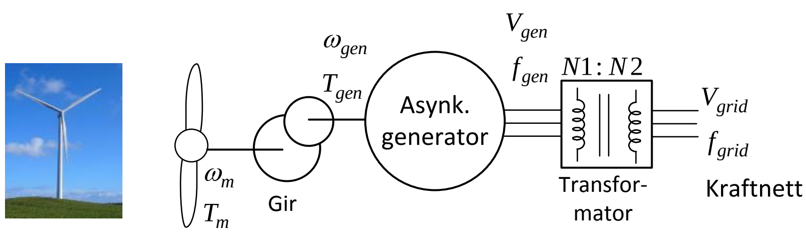
At effektfaktoren $\cos\varphi = 1$ betyr at reaktiv effekt er lik null. Siden vi ser bort fra tap har vi da at:

$$P_{wind} = 3\cdot V_{grid,ph} I_{grid} = 3\frac{V_{grid,LL}}{\sqrt{3}} I_{grid} = \sqrt{3} V_{grid,LL} I_{grid}$$

$$\Rightarrow I_{grid} = \frac{P_{wind}}{\sqrt{3} V_{grid,LL}} = \frac{3\cdot 10^6}{\sqrt{3}\cdot 33\cdot 10^3} = 52.48\ A$$

e) Hva blir $n_{mek,last}$ til denne vindmøllen hvis det ikke blåser, dvs. $P_{wind} = 0$? Anta at den fortsatt er koblet til nettet.

Lurespørsmål! Siden girutvekslingen er konstant, samt at generatoren er koblet til et nett med konstant frekvens lik 50 Hz, så vil rotasjonsfarten til generatoren alltid være lik $n_{mek,last} = 30 \text{ o/min}$. Dette er en av ulempene ved å ikke benytte frekvensomformer i en vindturbin.



Figur 1: Vindmølle med induksjonsgenerator (asynkrongenerator) og gir

f) Hva blir generatorfrekvensen f_{gen} ?

Svar: Siden det ikke er gir i denne turbinene så er den elektriske generatorfrekvensen f_{gen} gitt av $n_{mek,last}$, samt antall poler:

$$f_{gen} = f_{mek,last} \cdot \frac{p}{2} = \frac{n_{mek,last}}{60} \cdot \frac{p}{2} = \frac{30}{60} \cdot \frac{184}{2} = 46 \; Hz$$

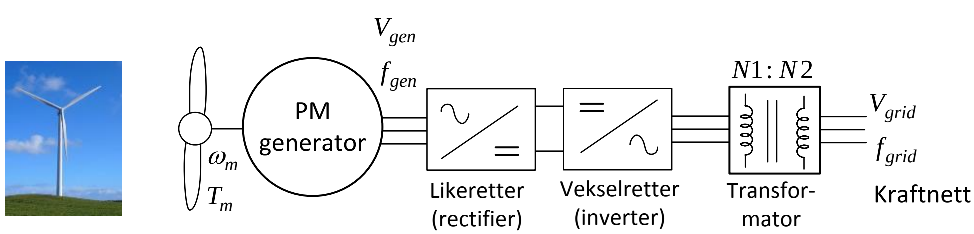
g) Hva blir momentet som virker på turbinbladene T_{last} ?

Momentet på turbinbladene blir $T_{last} = \dfrac{P_{wind}}{\omega_{mek,last}} = \dfrac{P_{wind}}{\dfrac{n_{mek,last}}{60} \cdot 2\pi} = \dfrac{3 \cdot 10^6}{2\pi \cdot \dfrac{30}{60}} = 955 \; kNm$

Dette er et enormt moment som tilsvarer at 20 elefanter sitter på en 1 meter lang skiftenøkkel!

h) Frekvensomformeren sitt styringssystem kan regulere f_{gen} og dermed n_m avhengig av vindfarten. Dette er ikke mulig for systemet i Figur 1. Hva er fordelen med denne fleksibiliteten?

Svar: Fordelene med variabelt turtall er først og fremst at det gir en frihet i å kunne tilpasse bladenes rotasjonshastighet til den faktiske vindfarten. For eksempel er det ikke gunstig å drifte vindturbinen på nominell fart når det blåser lite. Virkningsgraden og dermed produsert energi blir høyere ved å variere rotasjonshastigheten.



Figur 2: Vindmølle med permanentmagnetgenerator og frekvensomformer