TTK 4240 – Løsningsforslag 5

Utlervert dato: 16.09.2015
Veiledningstime: 25.09.2015
Innleveringsfrist: 29.09.2015
Ansvarlig: Atle Rygg (atle.rygg@itk.ntnu.no)

OPPGAVE 1 – IDEELL OPERASJONSFORSTERKER

I denne oppgaven skal vi regne på en krets som inneholder en ideell operasjonsforsterker (op.amp). Operasjonsforsterkeren er en nøkkelkomponent i analogteknikk, og kan brukes til svært mange ulike oppgaver, avhengig av kretsen den kobles til. Oppførselen til en op.amp er enkel: Den justerer sin utgangsspenning v_o proporsjonalt med avviket mellom spenningene på inngangene v_p og v_n: $v_o = A\left(v_p - v_n\right)$, der *A* er proposjonalitetskonstanten, som ofte er veldig høy

a) Skriv opp antagelsene vi benytter for å regne på en ideell operasjonsforsterker

Svar:

I mange tilfeller kan vi betrakte en forenklet (ideell) op.amp-modell. Ofte er kretsen koblet slik at når utgangsspenningen endres så vil differansen mellom inngangsspenningene v_p og v_n bli redusert mot null. Siden proporsjonalitetskonstanten er (ekstremt) høy, kan vi noe forenklet at $v_p = v_n$.

Den andre antagelsen for en ideell operasjonsforsterker er at den ikke trekker noe strøm på inngangene, dvs. $i_p = i_n = 0$. Inngangene kan dermed sees på som rene måleterminaler, og dette forenkler beregningene betraktelig.

b) Hva er betingelsene for at en operasjonsforsterker befinner seg i det lineære området?

En operasjonsforsterker befinner seg i slitt *lineære område* når $-V_{CC} < v_o < +V_{CC}$. Med andre ord har ikke operasjonsforsterkeren mulighet til å drive en høyere spenning enn sin forsyningsspenning V_{CC}. Dette er fornuftig siden det ikke finnes noen intern transformering i en op.amp.

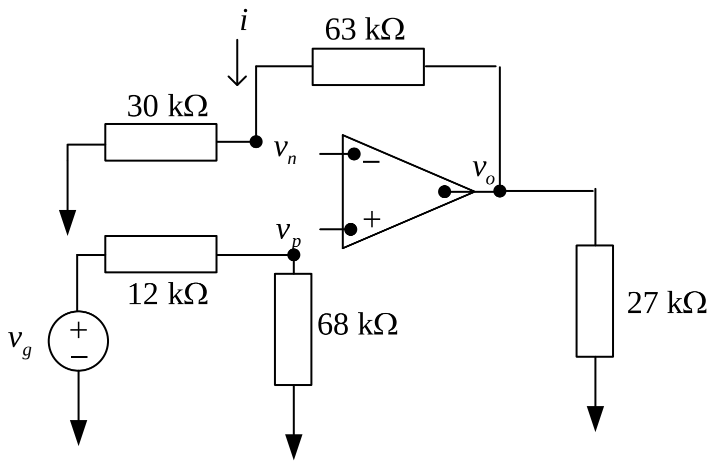
Anta at dette er en ideell operasjonsforsterker.

c) Hva blir v_o når $v_g = 4\text{ V}$? Er operasjonsforsterkeren i det lineære området?

Beregningene forenkles ved å tegne en ekvivalent krets med antagelsene om en ideell op.amp, se neste side.

Det er hensiktsmessig å først finne v_p via spenningsdeling:

$$v_p = v_g \frac{68k}{12k + 68k} = 4 \cdot \frac{68}{80} = 3.4\text{ V}$$



Figur 1: Forenklet krets under antagelser om ideell op.amp

Benytter at $v_p = v_n$ og finner strømmen *i*:

$$i = \frac{v_n}{30k} = \frac{3.4}{30k} = 0.1133 \text{ mA}$$

Kan så finne utgangsspenningen v_o slik det er spurt om:

$$v_o = i \cdot (63k + 30k) = \frac{3.4}{30k}(63k + 30k) = 10.54 \text{ V}$$

Operasjonsforsterkeren befinner seg dermed i det lineære området siden $-12 < v_o < 12$

d) Spesifiser området av spenninger v_g som gjør at kretsen vil befinne seg i det lineære området.

For å bestemme verdiene av v_g som fører til metning kan vi sette inn grenseverdiene.

Spenningen v_n er gitt av v_o som følger:

$$v_n = v_o \frac{30k}{30k + 63k}$$

Siden denne er lik v_p kan vi videre finne uttrykk for v_g :

$$v_g = v_p \frac{12k + 68k}{68k} = \left(v_o \frac{30k}{30k + 63k} \right) \frac{12k + 68k}{68k}$$
$$v_g = 0.3795 v_o$$

Vi har dermed:

$$-12 < v_o < 12$$
$$\Rightarrow -4.554 < v_g < 4.554 \text{ V}$$

Anta nå at $v_g = 2\text{ V}$, og at vi bytter ut $63\ k\Omega$ -motstanden med en variabel motstand R_x.

e) Hvilke verdier av R_x vil gjøre at operasjonsforsterkeren befinner seg i det lineære området?

Uttrykket fra D kan nå modifiseres til:

$$v_g = \left(v_o \frac{30k}{30k + R_x}\right)\frac{12k + 68k}{68k}$$
$$R_x = \frac{v_o}{v_g}\frac{30k\left(12k + 68k\right)}{68k} - 30k$$

Setter inn $v_g = 2$:

$$R_x = \frac{v_o}{2}\frac{30k\left(12k + 68k\right)}{68k} - 30k$$
$$R_x = v_o \cdot 17.647 - 30000$$

Med betingelsen $-12 < v_o < 12$ får vi dermed:

$$R_x = \frac{v_o}{2}\frac{30k\left(12k + 68k\right)}{68k} - 30k$$
$$-12 < \frac{R_x + 30000}{17647} < 12$$

Nedre betingelse er umulig å bryte siden R_x alltid er positiv. Øvre betingelse er oppfylt når:

$$\frac{R_x + 30000}{17647} < 12$$
$$R_x < 12 \cdot 17647 - 30000 = 181.76\ k\Omega$$

OPPGAVE 2 – OPERASJONSFORSTERKER SOM DIFFERENSIALFORSTERKER

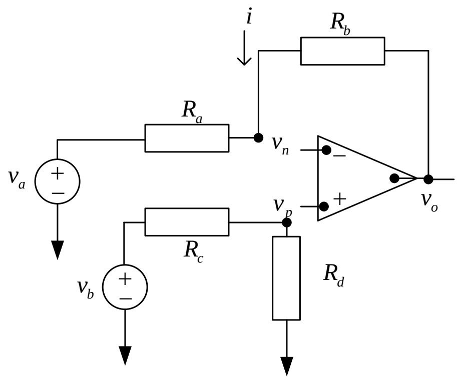
En operasjonsforsterker kan brukes som en såkalt differensialforsterker, dvs. gi en utgangsspenning som er proporsjonal med differansen til to inngangssignaler v_a og v_b som vist i **Error! Reference source not found.**.

Anta at operasjonsforsterkeren er ideell, og bruk følgende tallverdier:

$$R_a = 24\ k\Omega$$
$$R_b = 75\ k\Omega$$
$$R_c = 130\ k\Omega$$
$$R_d = 120\ k\Omega$$
$$v_a = 8\,V$$
$$v_b = 5\,V$$
$$V_{CC} = \pm 20\,V$$

a) Finn v_o som funksjon av v_a, v_b både uttrykt ved symboler og tallverdier

Tegner kretsen på nytt under antagelse om ideell op.amp:



Finner først et uttrykk for v_p :

$$v_p = v_b \frac{R_d}{R_c + R_d}$$

Benytter at $v_p = v_n$ for å finne strømmen *i*:

$$i = \frac{v_n - v_a}{R_a} = \frac{v_b \frac{R_d}{R_c + R_d} - v_a}{R_a}$$

Finner så v_o :

$$v_o = v_a + \left(R_a + R_b\right) i = v_a + (R_a + R_b) \frac{v_b \frac{R_d}{R_c + R_d} - v_a}{R_a}$$

$$v_o = v_a \left(1 - \frac{R_a + R_b}{R_a}\right) + v_b \frac{\left(R_a + R_b\right) R_d}{\left(R_c + R_d\right) R_a}$$

$$v_o = v_b \frac{\left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right)}{\left(1 + \frac{R_c}{R_d}\right)} - v_a \frac{R_b}{R_a}$$

$$v_o = 1.98 v_b - 3.125 v_a = -15.1\,V$$

b) Hvor stor er motstanden sett fra inngangskilden v_a? Tilsvarende, hvor stor er mostanden sett fra v_b?

Å finne tilsynelatende impedans sett fra v_a er ekvivalent med:

$R_{va} = \frac{v_a}{i_a}$, hvor i_a er strømmen *ut fra* v_a. Fra figuren over har vi at $i_a = -i$. Det er dermed enklest å bruke dette uttrykket:

$$R_{va} = \frac{v_a}{i_a}$$

$$R_{va} = \frac{v_a R_a}{v_a - v_b \dfrac{R_d}{R_c + R_d}} = 34.29\ k\Omega$$

Å finne tilsynelatende impedans sett fra v_b er ekvivalent med:

$$R_{vb} = \frac{v_b}{i_b}$$

Denne finnes enkelt som

$$R_{vb} = R_c + R_d = 250\ k\Omega$$

Siden det ikke er noen kobling mellom denne delen av kretsen og resten når vi antar ideell op.amp.

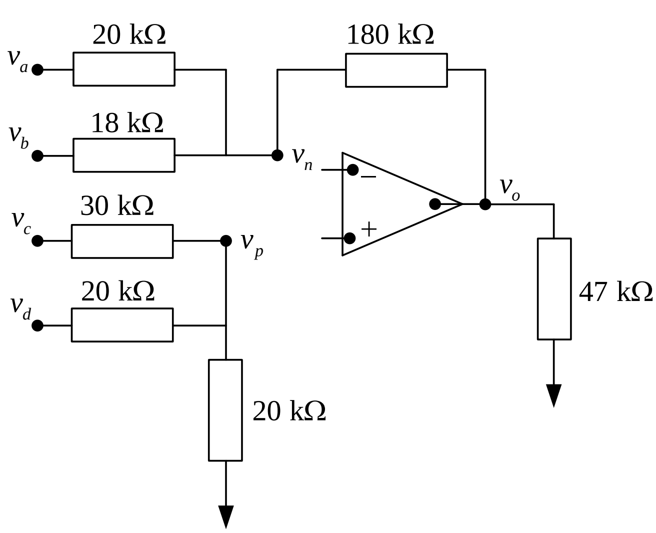
OPPGAVE 3 – OPERASJONSFORSTERKERKRETS MED BÅDE ADDISJON- OG DIFFERENSIALFUNKSJON

Det oppgis at utgangsspenningen er på formen $v_o = k_c v_c + k_d v_d - \left(k_a v_a + k_b v_b\right)$. Observer at dette er en kombinasjon av addisjon og subtraksjon av inngangssignalene.

Betrakt operasjonsforsterkeren som ideell.

a) Finn verdiene til k_a, k_b, k_c, k_d

Tegner kretsen på nytt under antagelse om ideell op.amp:



Starter igjen med å finne et uttrykk for v_p ia Kirchoffs strømlov:

$$\frac{v_p - v_c}{30k} + \frac{v_p - v_d}{20k} + \frac{v_p}{20k} = 0$$

$$v_p = \frac{\left(\frac{v_c}{30k} + \frac{v_d}{20k}\right)}{\left(\frac{1}{30k} + \frac{2}{20k}\right)} = \frac{1}{4}v_c + \frac{3}{8}v_d$$

Setter så opp Kirchoffs strømlov for noden definert av spenningen v_n:

$$\frac{v_n - v_a}{20k} + \frac{v_n - v_b}{18k} + \frac{v_n - v_o}{180k} = 0$$

$$v_o = 180k \cdot \left(v_n \left(\frac{1}{20k} + \frac{1}{18k} + \frac{1}{180k} \right) - \frac{v_a}{20k} - \frac{v_b}{18k} \right)$$

$$v_o = 180 \cdot \left(\frac{v_n}{9} - \frac{v_a}{20} - \frac{v_b}{18} \right)$$

Benytter deretter at $v_p = v_n$:

$$v_o = 180 \cdot \left(\frac{1}{9}\left(\frac{1}{4}v_c + \frac{3}{8}v_d \right) - \frac{v_a}{20} - \frac{v_b}{18} \right)$$

$$v_o = 5v_c + 7.5v_d - \left(9v_a + 10v_b\right)$$

Dermed blir

$$k_a = 9, k_b = 10, k_c = 5, k_d = 7.5$$

b) Anta at $v_a = v_b = v_c = 1V$. Hva er tillatte verdier til v_d hvis vi forlanger at operasonsforsterkeren skal operere i det lineære området og $V_{CC} = \pm 20\,V$

$$v_o = 5v_c + 7.5v_d - \left(9v_a + 10v_b\right)$$

$$v_o = 5 + 7.5v_d - \left(9 + 10\right) = -14 + 7.5v_d$$

Vi har dermed at

$$-20 < v_o < 20$$

$$-20 < -14 + 7.5v_d < 20$$

$$-0.8 < v_d < 4.53\,V$$

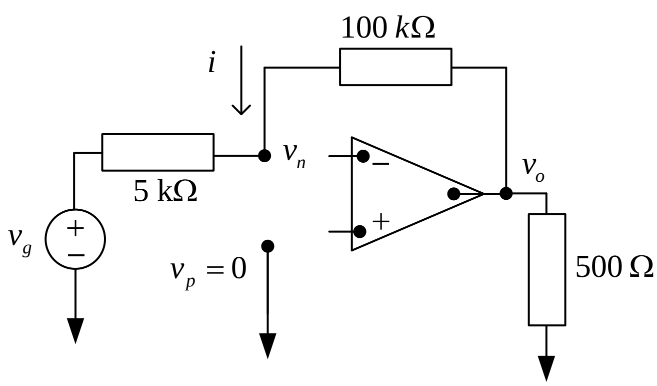
OPPGAVE 4 – REALISTISK MODELL AV OPERASJONSFORSTERKER

Vi skal i denne oppgaven benytte en mer realistisk modell som beskrevet i kapittel 5.7 i Nilson&Riedel 10de utgave.

Bruk at $R_{load} = 500\ \Omega$

a) Anta først at operasjonsforsterkeren er ideell. Beregn forholdet $\frac{v_o}{v_g}$

Tegner kretsen med ideell operasjonsforsterker-modell:

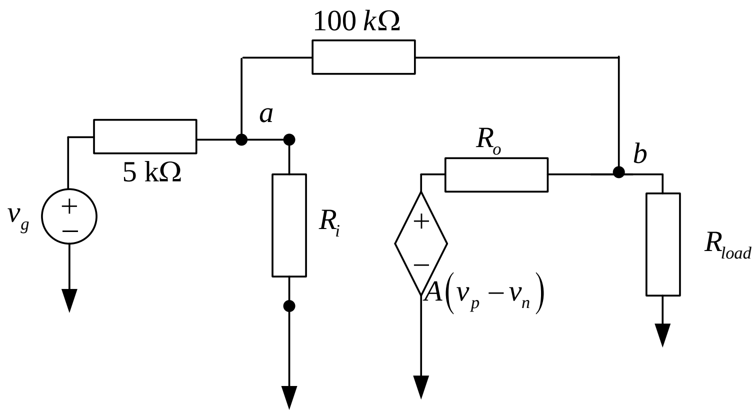


Siden $v_p = v_n = 0$ har vi at:

$$v_g = -5000i$$
$$v_o = 100000i$$
$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{100000}{5000} = -20$$

b) Benytt en mer realistisk modell ($R_i = 500\ k\Omega, R_o = 5\ k\Omega, A = 300000$). Beregn nå forholdet $\frac{v_o}{v_g}$.

Tegner først kretsen på nytt med den mer realistiske operasjonsforsterker-modellen:



Setter opp nodespenning-ligningene for node a og b:

$$\frac{v_a - v_g}{5k} + \frac{v_a}{500k} + \frac{v_a - v_o}{100k} = 0$$

$$\frac{v_o - 300k(0 - v_a)}{R_o} + \frac{v_o - v_a}{100k} + \frac{v_o}{R_{load}}$$

Løser første ligning for v_a:

$$v_a = \frac{\frac{v_o}{100k} + \frac{v_g}{5k}}{\frac{1}{5k} + \frac{1}{500k} + \frac{1}{100k}}$$

$$v_a = \frac{v_o}{21.2} + \frac{v_g}{1.06}$$

Forenkler andre ligning og setter inn uttrykket for v_a :

$$v_o\left(\frac{1}{5k} + \frac{1}{0.5k} + \frac{1}{100k}\right) = v_a\left(-\frac{300k}{5k} + \frac{1}{100k}\right)$$

$$v_o\left(1 + 10 + \frac{1}{20}\right) = v_a\left(-300k + \frac{1}{20}\right) \approx -300000 \cdot v_a$$

$$11.05 v_o = -300000 \cdot \left(\frac{v_o}{21.2} + \frac{v_g}{1.06}\right)$$

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{\frac{1}{1.06}}{\frac{1}{21.2} + \frac{11.05}{300000}} = -19.9844$$

Som er nesten identisk som verdien ved å anta ideell op.amp.