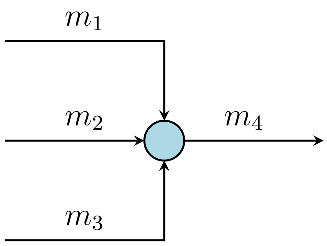
TKP4120
Prosessteknikk
Vår 2013

Norges
teknisk–naturvitenskapelige
universitet
Institutt for kjemisk
prosessteknologi

Løsningsforslag — Øving 1

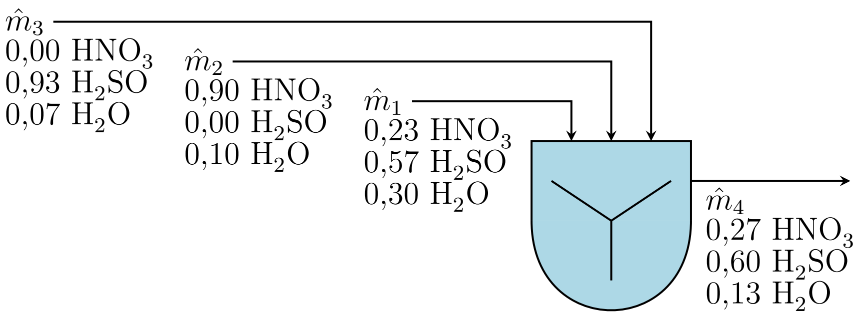
1

a) En skjematisk fremstilling av en prosess sikter på å gi en rask, enkel og oversiktlig fremstilling av problemet. Detaljer som pumper, varmevekslere og annet utstyr (som i realiteten er essensielt for prosessen) blir utelatt i en skjematisk fremstilling. En skjematisk fremstilling av blandingsprosessen er gitt i Figur 1



Figur 1: Skjematisk fremstilling av blandeprosessen i Oppgave 1

b) Et flytskjema er en mer detaljert fremstilling av en prosess. Det er vanlig å inkludere alt utstyr (enhetsoperasjonene), dimensjoner for strømmer og utstyr, og sammensetning, temperatur og trykk for strømmer. Et flytskjema for blandingsprosessen er gitt i Figur 2.



Figur 2: Forenklet flytskjema for blandeprosessen i Oppgave 1

c) Massebalansen for prosessen er gitt i ligning (1a). Komponentbalanser for prosessen er gitt i ligningene (1b), (1c) og (1d). Alle fraksjoner, ω_i er massefraksjoner. Det er vanlig å bruke ω for massefraksjoner og x for mol-fraksjoner, men ikke bli overrasket om du støter på x for massefraksjoner i litteraturen.

$$\hat{m}_1 + \hat{m}_2 + \hat{m}_3 = \hat{m}_4 \tag{1a}$$
$$\hat{m}_1\omega^{\hat{m}_1}_{\mathrm{HNO_3}} + \hat{m}_2\omega^{\hat{m}_2}_{\mathrm{HNO_3}} = \hat{m}_4\omega^{\hat{m}_4}_{\mathrm{HNO_3}} \tag{1b}$$
$$\hat{m}_1\omega^{\hat{m}_1}_{\mathrm{H_2SO_4}} + \hat{m}_3\omega^{\hat{m}_3}_{\mathrm{H_2SO_4}} = \hat{m}_4\omega^{\hat{m}_4}_{\mathrm{H_2SO_4}} \tag{1c}$$
$$\hat{m}_1\omega^{\hat{m}_1}_{\mathrm{H_2O}} + \hat{m}_2\omega^{\hat{m}_2}_{\mathrm{H_2O}} + \hat{m}_3\omega^{\hat{m}_3}_{\mathrm{H_2O}} = \hat{m}_4\omega^{\hat{m}_4}_{\mathrm{H_2O}} \tag{1d}$$

d) Antall ukjente variable er tre: $n_{\mathrm{var}} = \hat{m}_1, \hat{m}_2, \hat{m}_3$. Antall ligninger er fire. Én massebalanse for prosessen og tre komponentbalanser gir $n_{\mathrm{eq}} = 4$. For at systemet skal være løsbart må vi ha minst like mange ligninger som variable, $n_{\mathrm{var}} \leq n_{\mathrm{eq}}$. Dette er oppfylt, og systemet er løsbart (mer presist er systemet *overspesifisert* siden $n_{\mathrm{eq}} > n_{\mathrm{var}}$).

e) *Denne oppgaven kan løses mer elegant ved bruk av matriser. MTKJ har enda ikke kommet til lineære ligningssett i Matte 3, og løsningen er derfor gitt ved tilbakesubstitusjon.*

Løser ligning (1b) for $\hat{m}_1$ og ligning (1c) for $\hat{m}_3$ og setter inn i massebalansen, ligning (1a). Det gir:

$$\hat{m}_1 + \frac{1000 \cdot 0{,}27 - 0{,}33\hat{m}_1}{0{,}90} + \frac{1000 \cdot 0{,}60 - 0{,}57\hat{m}_1}{0{,}93} = 1000 \tag{2}$$

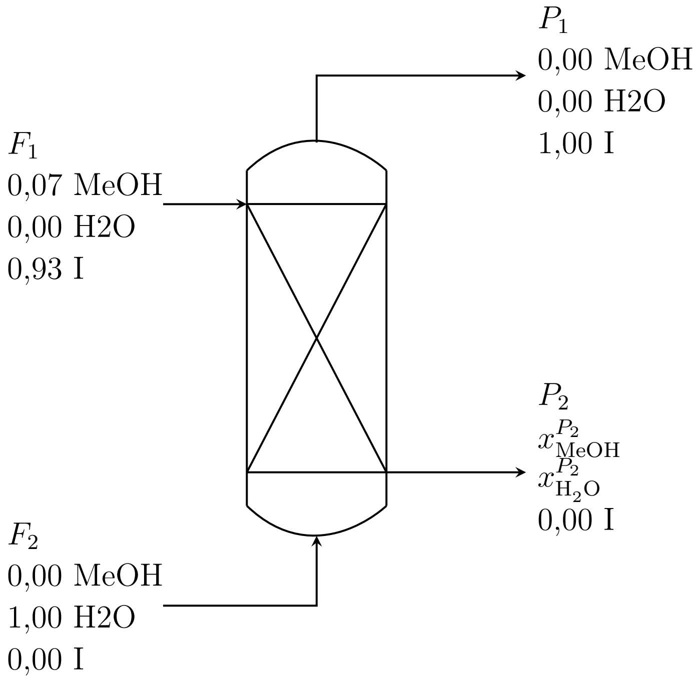
som ved innsetting av $\hat{m}_1$ i de resterende ligningene gir

$$\hat{m}_1 = 416{,}9\,\mathrm{kg\,s^{-1}} \tag{3a}$$
$$\hat{m}_2 = 193{,}5\,\mathrm{kg\,s^{-1}} \tag{3b}$$
$$\hat{m}_3 = 389{,}6\,\mathrm{kg\,s^{-1}} \tag{3c}$$

f) Som en kontroll av tallene kan man sjekke at vannbalansen er oppfylt, det skal gå like mye vann inn i blanderen som ut av den.

$$\hat{m}^{\mathrm{inn}}_{\mathrm{H_2O}} = 0{,}20\hat{m}_1 + 0{,}10\hat{m}_2 + 0{,}07\hat{m}_3 = 130{,}0\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$$
$$\hat{m}^{\mathrm{ut}}_{\mathrm{H_2O}} = 0{,}13\hat{m}_4 = 130{,}0\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$$

$\boxed{2}$ a) Skjematisk fremstilling.



Figur 3: Forenklet flytskjema for absorbsjonsprosessen. F_i er fødestrømmer, P_i er produktstrømmer.

b) Massebalanse og komponentbalanser for prosessen er gitt i ligning (4a) til (4d).

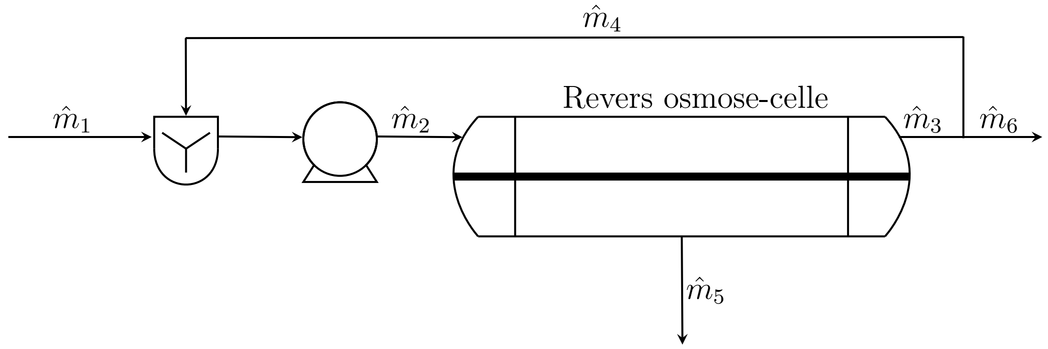
$$F_1 + F_2 = P_1 + P_2 \tag{4a}$$
$$F_1 x^{F_1}_{\text{MeOH}} = P_2 x^{P_2}_{\text{MeOH}} \tag{4b}$$
$$F_2 x^{F_2}_{\text{H}_2\text{O}} = P_2 x^{P_2}_{\text{H}_2\text{O}} \tag{4c}$$
$$F_1 x^{F_1}_{\text{I}} = x^{P_1}_{\text{I}} P_2 \tag{4d}$$

c) Ukjente variable: $P_1, P_2, x^{P_2}_{\text{MeOH}}, x^{P_2}_{\text{H}_2\text{O}}$. Fire ukjente, fire ligninger, ergo løsbart system.

d) Setter inn for $F_1 = 100\,\text{mol}\,\text{s}^{-1}$ og $F_2 = 500\,\text{mol}\,\text{s}^{-1}$. Løser først for ligning (4d), deretter ligning (4c), og til slutt ligning (4b). Resultatet blir da:

$$P_1 = 93\,\text{mol}\,\text{s}^{-1} \tag{5a}$$
$$P_2 = 507\,\text{mol}\,\text{s}^{-1} \tag{5b}$$
$$x^{P_2}_{\text{MeOH}} = 0{,}014 \tag{5c}$$

$\boxed{3}$ Tar utgangspunkt i figur 4, gitt i øvingsoppgaven. Det lukter massebalanser lang vei, og vi setter først en masse- og komponentbalanse over hele systemet, gitt i ligning (6)



Figur 4: Forenklet flytskjema for et avsaltingsanlegg ved revers osmose med resirkulasjon.

$$\hat{m}_1 = \hat{m}_5 + \hat{m}_6 \tag{6a}$$
$$\hat{m}_1 x_s^{\hat{m}_1} = \hat{m}_5 x_s^{\hat{m}_5} + \hat{m}_6 x_s^{\hat{m}_6} \tag{6b}$$

Fra oppgavespesifikasjonene er $\hat{m}_1 = 1000\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$, $x_s^{\hat{m}_1} = 0{,}031$, $x_s^{\hat{m}_5} = 500 \cdot 10^{-6}$ og $x_s^{\hat{m}_6} = 0{,}0525$. For hele systemet har vi altså to frie variable og to ligninger. Bestemmer $\hat{m}_5$ og $\hat{m}_6$ ved tilbakesubstitusjon. Uttrykker f.eks $\hat{m}_5 = \hat{m}_1 - \hat{m}_6$ og får uttrykket:

$$\hat{m}_1 x_s^{\hat{m}_1} = (\hat{m}_1 - \hat{m}_6) x_s^{\hat{m}_5} + \hat{m}_6 x_s^{\hat{m}_6} \tag{7}$$

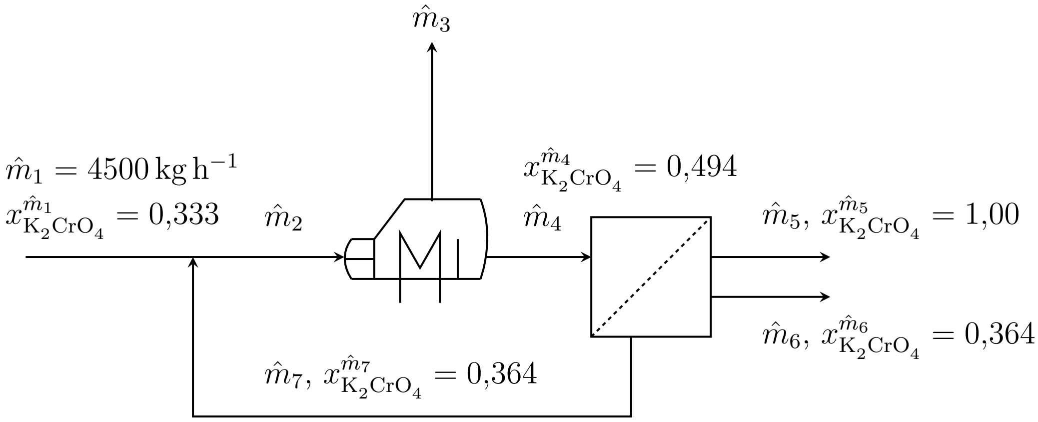
som direkte gir $\underline{\hat{m}_6 = 586{,}5\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$, og substituert tilbake: $\underline{\hat{m}_5 = 413{,}5\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$.

Siden sammensetningen nødvendigvis må være lik for $\hat{m}_3, \hat{m}_4$ og $\hat{m}_6$ (alle er avledet fra samme strøm) holder det nå å sette opp en massebalanse over mikseren. Masse- og komponentbalansen er gitt i ligning (8).

$$\hat{m}_1 + \hat{m}_4 = \hat{m}_2 \tag{8a}$$
$$\hat{m}_1 x_s^{\hat{m}_1} + \hat{m}_4 x_s^{\hat{m}_4} = \hat{m}_2 x_s^{\hat{m}_2} \tag{8b}$$

$\hat{m}_1$, $x_s^{\hat{m}_1}$, $x_s^{\hat{m}_2}$ og $x_s^{\hat{m}_4}$ er kjent. Ligningssystemet har to frihetsgrader og to ligninger, og kan løses på samme måte som gjort over. Løsningen blir $\underline{\hat{m}_2 = 1720\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$ og $\underline{\hat{m}_4 = 720\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$.

$\boxed{4}$ Før vi begir oss ut på denne oppgaven må informasjonen, gitt i oppgaveteksten, systematiseres. Tar utgangspunkt i prosessens forenklede flyskjema gitt i oppgaveteksten, og innfører alle kjente størrelser.



Figur 5: Forenklet flytskjema for krystallisasjonsprosessen.

a) Analyserer systemet.

- Totalsystemet: tre ukjente ($\hat{m}_3$, $\hat{m}_5$ og $\hat{m}_6$), to uavhengige massebalanser (vann og K_2CrO_4) og en ekstra opplysning om at konsentrasjonen av K_2CrO_4 tilsammen i $\hat{m}_5$ og $\hat{m}_6$ er 0,95. Antall frihetsgrader[1]: $n_{\text{DOF}} = 3 - 2 - 1 = 0$, ergo er systemet løsbart og løsningen entydig.
- Blandepunkt: tre ukjente ($\hat{m}_2$, $\hat{m}_7$ og $x^{\hat{m}_2}_{\mathrm{K_2CrO_4}}$) og to uavhengige massebalanser. Antall frihetsgrader: $n_{\text{DOF}} = 3 - 2 = 1$.
- Fordamper: fire ukjente ($\hat{m}_2$, $\hat{m}_3$, $\hat{m}_4$ og $x^{\hat{m}_2}_{\mathrm{K_2CrO_4}}$) og to uavhengige massebalanser gir to frihetsgrader, $n_{\text{DOF}} = 2$.
- Krystallisasjon- og filtreringsenhet: fire ukjente ($\hat{m}_4$, $\hat{m}_5$, $\hat{m}_6$ og $\hat{m}_7$) og to uavhengige massebalanser gir to frihetsgrader: $n_{\text{DOF}} = 2$.

Noterer at $n_{\text{DOF}} = 0$ for totalbalansen, hvilket betyr at alle variable kan bestemmes ved å løse totalbalansen. Ser også at for krystallisasjon- og filtreringsenheten er $n_{\text{DOF}} = 2$, men om vi bestemmer $\hat{m}_5$ og $\hat{m}_6$ fra totalbalansen reduseres antallet frihetsgrader til null. Dermed kan også $\hat{m}_7$ bestemmes, og da reduseres antall frihetsgrader over blandepunktet til null. Løser vi balansene over blandepunktet blir også antall frihetsgrader over forampereren lik null, og hele systemet er bestemt. Dette blir da følgelig veien vi går for å løse oppgaven (legg merke til at det ikke er nødvendig å finne *alle* spesifikasjonene til systemet ut i fra oppgaveformuleringen).

Totalsystemet løses ved å sette opp massebalansene over systemet og innføre den ekstra opplysningen. Alle x_i er K_2CrO_4-konsentrasjoner

[1] Degree of freedom, DOF

i strøm i. Ligning (9c) kommer fra tilleggsopplysningen om sammensetningen, x_p, til produktstrømmen, $\hat{m}_5 + \hat{m}_6$.

$$\hat{m}_1 = \hat{m}_3 + \hat{m}_5 + \hat{m}_6 \tag{9a}$$
$$\hat{m}_1 x_1 = \hat{m}_3 x_3 + \hat{m}_5 x_5 + \hat{m}_6 x_6 \tag{9b}$$
$$\hat{m}_5 x_5 + \hat{m}_6 x_6 = (\hat{m}_5 + \hat{m}_6) x_p \tag{9c}$$

Fra oppgavespesifikasjonene er $x_3 = 0$ og $x_5 = 1$. Ligning (9c) gir $\hat{m}_6 = \frac{1-x_p}{x_p - x_6}\hat{m}_5$. Setter inn i komponentbalansen, ligning (9b):

$$\hat{m}_1 x_1 = \hat{m}_5 x_5 + \left(\frac{1 - x_p}{x_p - x_6} \hat{m}_5 \right) x_6 \tag{10}$$

som løses og gir $\hat{m}_5 = 1455\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$. Innsatt tilbake i uttrykket for strøm seks gir $\hat{m}_6 = 124\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$. Setter igjen inn i totalbalansen, ligning (9a) og finner $\hat{m}_3 = 2921\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$.

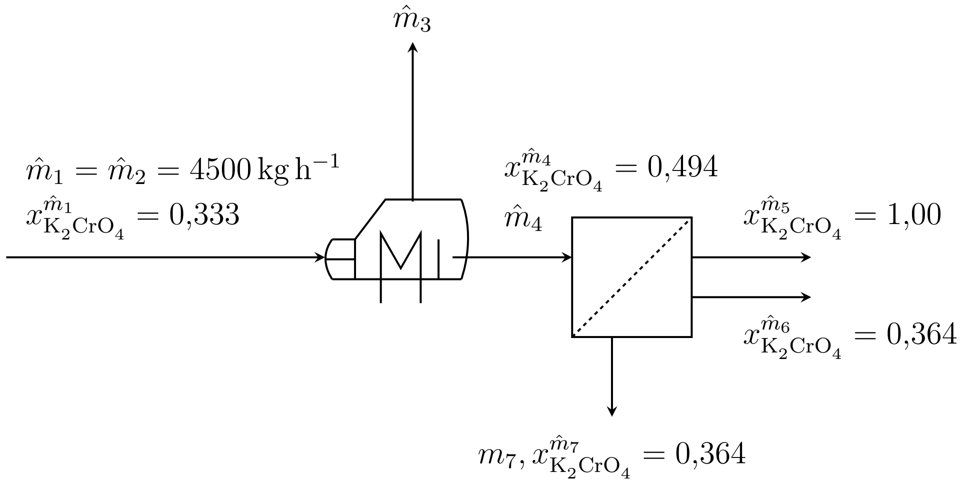
Krystallisasjon- og filtreringsenheten gir følgende balanseligninger:

$$\hat{m}_4 = \hat{m}_5 + \hat{m}_6 + \hat{m}_7 \tag{11a}$$
$$\hat{m}_4 x_4 = \hat{m}_5 x_5 + \hat{m}_6 x_6 + \hat{m}_7 x_7 \tag{11b}$$

Finner et uttrykk for enten $\hat{m}_4$ eller $\hat{m}_7$ fra ligning (11a) og setter inn i ligning (11b). Finner at $\hat{m}_4 = 7117{,}7\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$ og $\hat{m}_7 = 5538{,}6\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$.

Resirkulasjonsforholdet, R, blir $R = \hat{m}_7/\hat{m}_1 = 1{,}23$ [kg resirkulert/kg tilført].

b) Antar at filtratet går ut av prosessen isteden for å resirkuleres. Det nye systemet er gitt i figur 6.



Figur 6: Forenklet flytskjema for prosessen uten resirkulering.

Analyserer prosessen:

- Totalsystemet: fire ukjente ($\hat{m}_3$, $\hat{m}_5$, $\hat{m}_6$ og $\hat{m}_7$), to uavhengige massebalanser og en ekstraopplysning. Antall frihetsgrader er $n_{\text{DOF}} = 4 - 3 = 1$
- Fordamper: to ukjente ($\hat{m}_3$ og $\hat{m}_4$) og to uavhengige massebalanser gir $n_{\text{DOF}} = 0$.

Fordamperen sine balanseligninger er gitt i ligning (12).

$$\hat{m}_1 = \hat{m}_3 + \hat{m}_4 \tag{12a}$$
$$\hat{m}_1 x_1 = \hat{m}_3 x_3 + \hat{m}_4 x_4 \tag{12b}$$

$x_3 = 0$, så ligning (12b) gir direkte $\hat{m}_4 = 3033{,}4\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$, som substituert inn i ligning (12a) gir $\hat{m}_3 = 1466{,}6\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$.

Krystallisasjon- og filtreringsenheten lar seg nå løse. Masse- og komponentbalansen over enheten er

$$\hat{m}_4 = \hat{m}_5 + \hat{m}_6 + \hat{m}_7 \tag{13a}$$
$$\hat{m}_4 x_4 = \hat{m}_5 x_5 + \hat{m}_6 x_6 + \hat{m}_7 x_7 \tag{13b}$$
$$\hat{m}_5 x_5 + \hat{m}_6 x_6 = (\hat{m}_5 + \hat{m}_6) x_p \tag{13c}$$

Uttrykker $\hat{m}_5$ ved $\hat{m}_6$ (eller vica verca) fra ligning (13c), $\hat{m}_5 = \frac{x_p - x_6}{1 - x_p}\hat{m}_6$ og setter inn i ligning (13a). Uttrykker så $\hat{m}_6$ eller $\hat{m}_7$ fra ligning (13b) og substituerer inn for tilsvarende variabl i (13a). Finner da $\underline{\hat{m}_7 = 2361\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$, $\underline{\hat{m}_6 = 53\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$ og $\underline{\hat{m}_5 = 620\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$.

Uten resirkulasjon mister vi over halvparten av materialet vi ønsker å utkrystallisere.