TTK 4240 – Løsningsforslag 8

Utlervert dato: 10.10.2015
Veiledningstime: 23.10.2015
Innleveringsfrist: 27.10.2015
Ansvarlig: Atle Rygg (atle.rygg@itk.ntnu.no)

1 BEGREPER OG MOTIVASJON

a) Hva er hovedgrunnen til at vi benytter trefasesystemer i stedet for enfasesystemer?

Svar: Det er flere grunner, men den viktigste er at den totale effekten forbrukt i alle faser er konstant (dvs. tidsuavhengig) i et balansert trefasesystem. Tilsvarende, så vil effekten oscillere i et enfasesystem, noe som gir vibrasjoner og uønskede belastninger på f.eks. motorer.

En annen viktig årsak er at det er mer kostnadseffektivt å benytte trefase. Sagt på en annen måte – det er mulig å overføre mer effekt enn et enfasesystem uten at det er dyrere å bygge.

b) Forklar forskjellen på fasespenning (phase voltage) og linjespenning (line-to-line voltage)

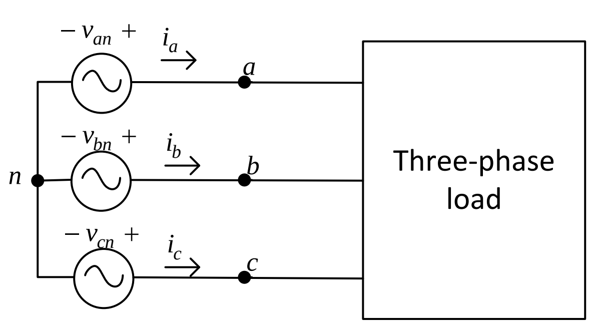
Svar:

Fasespenning er spenningen mellom en fase (a, b eller c), og et såkalt nøytralpunkt, eller jord (i et nøytralpunkt/jord er spenningen lik null).
Linjespenning er spenningen mellom to faser (mellom a-b, mellom b-c eller mellom c-a).

I et balansert trefasesystem er amplituden til linjespenningen lik amplituden til fasespenningen ganger $\sqrt{3}$: $|V_{ab}| = \sqrt{3}|V_{an}|$

2 SYMMETRISKE TREFASESYSTEMER

Denne oppgaven inneholder ikke så mye regning, men mye grunnleggende forståelse om trefasesystemer. Alle deloppgavene omhandler kretsen i Figur 1.



Figur 1: Generelt trefasesystem

Vi antar faserekkefølge a-b-c på samme måte som i Nilson&Riedel.

Strøm og spenning i fase *a* er som følger:

$$v_{an}(t)=\sqrt{2}V_{rms}\cos(\omega t) \quad i_a(t)=\sqrt{2}I_{rms}\cos(\omega t+\varphi)$$

a) Skriv opp tidsfunksjonene til $v_{bn}(t), v_{cn}(t), i_b(t), i_c(t)$

Svar: På grunn av faserekkefølgen vil fase «b» få vinkel -120, mens fase «c» får vinkel +120. NB: Det er viktig å regne med radianer i alle tidsuttrykk hvor ωt inngår. Dermed får vi:

$$v_{bn}(t)=\sqrt{2}V_{rms}\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}\right) \qquad i_b(t)=\sqrt{2}I_{rms}\cos\left(\omega t+\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$v_{cn}(t)=\sqrt{2}V_{rms}\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{3}\right) \qquad i_c(t)=\sqrt{2}I_{rms}\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)$$

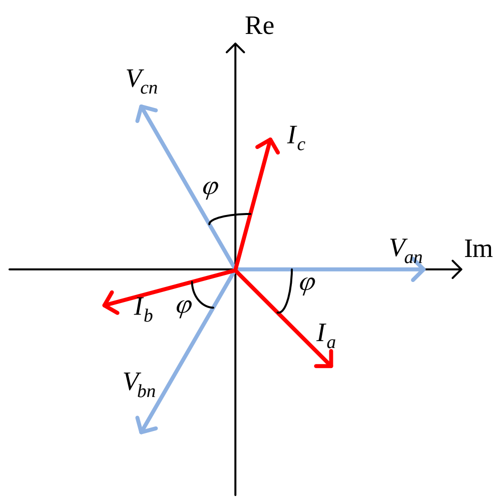
b) Skriv de seks strøm- og spenningsfunksjonene på viserform. Tegn så alle i et felles viserdiagram (anta $\varphi=-45^o$ for å lage viserdiagram).

Svar:

NB: Her regner vi med rms-størrelser. Vi benytter definisjonen på en viser: $A\cos(\omega t+\varphi)\Leftrightarrow Ae^{j\varphi}$ og får:

$$V_{an}=V_{rms}e^{j0} \qquad I_a=I_{rms}e^{j\varphi}$$
$$V_{bn}=V_{rms}e^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad I_b=I_{rms}e^{j\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)}$$
$$V_{cn}=V_{rms}e^{j\frac{2\pi}{3}} \qquad I_c=I_{rms}e^{j\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)}$$

Viserdiagrammet blir som følger:



Vi ser at strømmen ligger bak (lagging) tilhørende spenning med vinkel φ for hver fase a,b,c.

Differansen mellom to fasespenninger kalles for linjespenning (line-to-line), eventuelt «linje-linje»-spenning. Ved å bruke Kirchoffs spenningslov får vi direkte at $v_{ab} = v_{an} - v_{bn}$.

c) Skriv opp formlene for de to andre linjespenningene v_{bc} og v_{ca}. Basert på uttrykkene fra oppgave b), finn så uttrykket for viseren V_{ab}.

Svar:

Tilsvarende formler for de andre linjespenningene blir:

$$v_{bc} = v_{bn} - v_{cn}$$
$$v_{ca} = v_{cn} - v_{an}$$

Setter så inn uttrykk for viserligningene fra b) for å finne V_{ab}:

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V_{rms}e^{j0} - V_{rms}e^{-j\frac{2\pi}{3}} = V_{rms}\left(1-\left[\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + j\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right]\right)$$

$$= V_{rms}\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right) - j\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = V_{rms}\left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = V_{rms}\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}}e^{j\cdot\arctan\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}\right)}$$

$$= \sqrt{3}V_{rms}e^{j\cdot\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \sqrt{3}V_{rms}e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{rms}e^{j30^o}$$

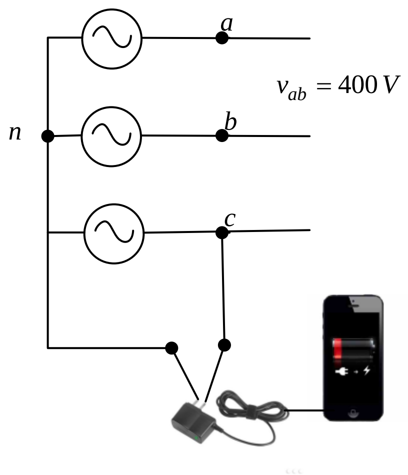
Her har vi først gjort om fra polar til rektangulær form, og deretter tilbake til polar form.

Vi har nå bevist at en linjespenning er en faktor $\sqrt{3}$ større enn fasespenningen, og faseforskyvd med 30 grader.

NB: Mange har regned med amplitudeverdier i denne oppgaven, og dermed blir det ikke like opplagt at faktoren skal være $\sqrt{3}$. Et stort tips i hele dette faget er å <u>alltid</u> bruke RMS i viserberegninger

d) Transformatorene i NTNU sin kraftforsyning gir 400 *volt* trefase linjespenning (rms). Men hvis du lader mobiltelefonen eller laptopen din så kobler du til 230 *volt* enfase (rms). Forklar hvordan dette er mulig uten bruk av flere transformatorer. Bruk eventuelt en figur som nedenfor til å vise tilkoblingen.

Svar: Enfaseuttak oppnås gjennom å koble til mellom en av fasene (f.eks. *a*) og nøytral/jord. På denne måten oppnår vi en spenning lik $|V_{an}| = \frac{|V_{ab}|}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230\,V$ (her er alle størrelser rms). Det er tilfeldig hvilken fase vi velger å koble til – men det er viktig at effektforbruket blir noenlunde balansert til sammen på hele NTNU for å unngå usymmetrisk belastning. Følgende figur viser tilkobling av laderen til spenning $v_{cn} = 230\,V$ (rms):



3 EFFEKTBEREGNINGER I TREFASESYSTEMER

Vi returnerer til kretsen i Figur 1.

a) Vis at aktiv effekt levert fra fase *a* er lik $P_{1ph} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cos\varphi$

Svar:

Bruker viserregning og setter opp uttrykket for aktiv effekt i fase A som følger:

$$P_a = \mathrm{Re}\left(V_{an} I_a^*\right) = |V_{an}||I_a| \cdot \cos\left(\theta_{V_{an}} - \theta_{I_a}\right) = V_{rms} \cdot I_{rms} \cos(0-\varphi) = V_{rms} \cdot I_{rms} \cos\varphi$$

Merk at dette er helt identisk uttrykk som for enfasekretser vi har regnet på i tidligere øvinger.

b) Vis at total aktiv effekt levert fra trefasekilden (summen av de tre kildene) er lik $P_{3ph} = 3 \cdot V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cos\varphi$

Svar:

Det er lov å argumentere ut fra symmetri at aktiv effekt fra hver spenningskilde blir like stor når trefasesystemet er symmetrisk, men vi kan også vise det som følger:

$$\begin{aligned}
P_{tot} &= P_a + P_b + P_c = \mathrm{Re}\left(V_{an} I_a^*\right) + \mathrm{Re}\left(V_{bn} I_b^*\right) + \mathrm{Re}\left(V_{cn} I_c^*\right) \\
&= |V_{an}||I_a| \cdot \cos\left(\theta_{V_{an}} - \theta_{I_a}\right) + |V_{bn}||I_b| \cdot \cos\left(\theta_{V_{bn}} - \theta_{I_b}\right) + |V_{cn}||I_c| \cdot \cos\left(\theta_{V_{cn}} - \theta_{I_c}\right) \\
&= V_{rms} \cdot I_{rms} \cos(0-\varphi) + V_{rms} \cdot I_{rms} \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right) + V_{rms} \cdot I_{rms}\left(\frac{2\pi}{3} - \left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\
&= 3 \cdot V_{rms} \cdot I_{rms} \cos\varphi
\end{aligned}$$

4 TREFASE EFFEKTBEREGNINGER FOR EN SPREK ELBIL

Oppgitt data:

Linjespenning: $V_{ab} = 400\,V(rms)$

$$R_{mot} = 0.5\,\Omega$$
$$X_1 = 0.025\,\Omega$$
$$R_1 = 0.01\,\Omega$$

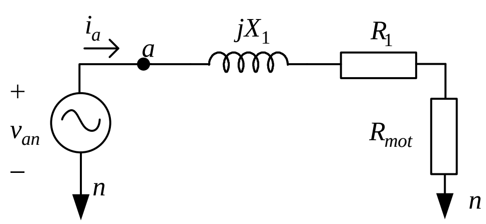
a) Tegn «per fase»-kretsen for fase a, og sett på tallverdier for spenning / impedanser.

Svar: Se følgende figur. Vi trenger ikke gjøre annet enn å tegne den delen av kretsen som tilhører fase a. Dette er mulig siden nøytralpunktet «n» ligger på begge sider av kretsen.

Obs: Det er viktig å gjøre om fra linjespenning til fasespenning:

$$|V_{an}| = \frac{|V_{ab}|}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230\,V$$

NB: Det er ikke viktig å finne fasevinkelen til spenningen siden vi skal finne effekten i en motstand (impedans). Det er bare absoluttverdien til spenningen som bestemmer effekten:



Figur 2: Per fase ekvivalent (fase a) for trefasemodellen av Tesla sin strømforsyning

b) Effekten som blir omgjort til fremdrift modelleres med motstanden R_{mot} . Finn total aktiv effekt levert til fremdrift. Hvor mange hestekrefter tilsvarer dette? (1 hestekraft = 0.75 kW)

Svar:

Finner først spenningen over «nyttelast»-mostanden R_{mot} via spenningsdeling:

$$V_R = V_{an}\frac{R_{mot}}{R_{mot} + R_1 + jX_1} = 230\frac{0.5}{0.5 + 0.01 + j0.025} = 225.22e^{-j2.8}\,V$$

Finner så efffekten i R_{mot} fase a, multipliserer deretter med tre for å finne total effekt:

$$P_a = \frac{|V_R|^2}{R_{mot}} = \frac{225.22^2}{0.5} = 101.5\,kW$$
$$P_{3ph} = 3P_a = 304.3\,kW$$
$$304.3\,kW = 406\,hk$$

c) Anta at hele motoreffekten kan brukes til å aksellerere bilen fra stillestående til 100 km/t. Bilens masse er 2000 kg. Hvor lang tid bruker teslaen dermed på 0-100 km/t?

Svar:

Energien som motoren bruker på aksellerering er lik effekt ganger tid:

$$E_{acc} = P_{3ph} \cdot t$$

Siden vi ser bort fra tap vil dette til envher tid være lik bilens kinetiske energi:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

Setter inn og løser for tiden *t*:

$$E_{kin} = E_{acc}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{2 P_{3ph}} m v^2 = \frac{1}{2 \cdot 304 \cdot 10^3} \cdot 2000 \cdot \left(\frac{100}{3.6} \right)^2 = 2.53 \ s$$

(Reell aksellerasjonstid for denne Tesla-modellen ligger rundt 5 sekund, så netto gjennomsnitteffekt er ca. halvparten av den maksimale)

d) Anta at føreren til denne teslaen er en råkjører som kjører bilen med gjennomsnittlig *80 %* av full motoreffekt. Hvor lang tid går det før batteriet er tomt når batterikapasiteten er *70 kWh*.

Svar:

Setter opp likhet mellom batterikapasiteten og forbrukt motorenergi:

$$0.8 \cdot 304 \cdot t = 70$$

$$t = \frac{70 \ kWh}{0.8 \cdot 304 \ kW} = 0.288 \ h = 17.3 \min$$

Merk at her har vi gjort en liten snarvei og definert *t* i timer siden energienheten er kilowattimer. Typisk gjør vi kWh om til Joule og timer om til sekund.

NB: I praksis vil gjennomsnittlig effektforbruk være langt lavere enn maksimaleffekten, slik at føreren trygt kan kome seg fra Trondheim til Oslo før han må lade (gitt at vinden blåser riktig vei).