TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Løsningsforslag for øving 9

Oppgave 1.

Hvis du vet, eller finner ut, at luft har massetetthet ca 1,2 - 1,3 kg/m^3, er det bare å multiplisere med volumet som f.eks. er ca. 10 m^2 × 2,4 m = 24 m^3. Dette gir en masse omkring 30 kg.

Eller vi kan beregne massetettheten fra ideell gasslov: $pV = Nk_\mathrm{B}T$. Vi finner først antall molekyler per volumenhet ved $p = 1,0\,\mathrm{atm} \approx 1\cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$:

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_\mathrm{B}T} \approx \frac{10^5\,\mathrm{N/m^2}}{1,38\cdot 10^{-23}\cdot 300\,\mathrm{Nm}} \simeq 2,4\cdot 10^{25}\,\mathrm{m^{-3}}.$$

Vi trenger midlere masse per molekyl. Med ca 20 % oksygen og resten nitrogen blir dette ca. 29 g/mol, som gir $\langle m\rangle \approx 4,8\cdot 10^{-26}$ kg per molekyl. Dermed

$$\rho = \langle m\rangle \frac{N}{V} \approx 1,2\,\mathrm{kg/m^3}.$$

Oppgave 2. Væskeutvidelse.

For å ha en synlig spritsøyle bør vel diameteren være f.eks. ca. 0,40 mm. En temperaturendring på 1,0 grad skal gi en høydeendring på 10,0 mm, og dette krever en volumendring

$$\Delta V = A\cdot h = \pi r^2\cdot h = \pi\cdot 0,20^2\,\mathrm{mm^2}\cdot 10\,\mathrm{mm} = 1,26\,\mathrm{mm^3}.$$

Fra volumutvidelseskoeffisienten $\beta = \frac{\Delta V}{V\Delta T}$ bestemmes totalt volum til sprit å være

$$V = \frac{\Delta V}{\beta\Delta T} = \frac{1,26\,\mathrm{mm^3}}{0,0010\,\mathrm{K^{-1}}\cdot 1,0\,\mathrm{K}} = 1,26\cdot 10^3\,\mathrm{mm^3} = \underline{1,3\,\mathrm{ml}}.$$

"Kula" må innholde omtrent alt dette fordi selve røret f.eks. med sprithøyde 10 cm inneholder kun 12,6 mm^3.

Oppgave 3. van der Waals tilstandslikning.

a. Ideell gass ved 20°C = 293 K og n = 1,00 mol luft i et volum $24,0\,\mathrm{l} = 24,0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$ har trykk

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1,00\cdot 8,314\cdot 293\,\mathrm{Nm}}{24,0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} = \underline{1,015\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 1,00\,\mathrm{atm}}.$$

Ved samme temperatur men med volum 0,24 l blir trykket

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1,00\cdot 8,314\cdot 293}{0,24\cdot 10^{-3}}\,\mathrm{Pa} = \underline{1,015\cdot 10^7\,\mathrm{Pa} = 100\,\mathrm{atm}}.$$

b. Konstantene i van der Waals tilstandslikning med enheter egnet for oppgaven blir
$a = 1,368\,\mathrm{bar}\left(\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kmol}}\right)^2 = 0,1368\,\mathrm{Pa}\left(\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{mol}}\right)^2 = 0,1368\cdot 10^6\,\mathrm{Pa}\left(\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{mol}}\right)^2$ og
$b = 0,0367\,\mathrm{m^3/kmol} = 0,0367\,\mathrm{l/mol}$.

van der Waals tilstandsligning med 20°C og n = 1,00 mol luft i et volum V = 24,0 l gir:

$$\begin{aligned} p &= \frac{nRT}{V-bn} - \frac{n^2a}{V^2} \\ &= \frac{1,00\cdot 8,314\cdot 293\,\mathrm{Nm}}{(24,0-0,0367)\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} - \frac{1,0^2\cdot 0,1368\cdot 10^6}{(24,0)^2}\,\mathrm{Pa} = (1,0166-0,0024)\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 1,014\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = \underline{1,00\,\mathrm{atm}}. \end{aligned}$$

Med volum 0,24 l finner vi tilsvarende

$$p = \frac{1,00\cdot 8,314\cdot 293\,\mathrm{Nm}}{(0,24-0,0367)\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} - \frac{1,0^2\cdot 0,1368\cdot 10^6}{(0,24)^2}\,\mathrm{Pa} = (1,198-0,238)\cdot 10^7\,\mathrm{Pa} = 9,61\cdot 10^6\,\mathrm{Pa} = \underline{94,6\,\mathrm{atm}}.$$

Altså ikke signifikant avvik mellom van der Waals gass og ideell gass ved standard tilstand, men ved komprimering 100x vil trykket i en van der Waals gass bli 5 % lavere. Vi ser av tallene (1,198-0,238) kontra 1,015 at leddet pga. korreksjon for molekylvolum (b) bidrar til 18 % høyere trykk mens leddet pga. vekselvirkningen mellom molekylene bidrar med 23 % lavere trykk.

Oppgave 4. Trening i første hovedsetning.

Grunnlag: Den indre energien U til et system er bestemt av tilstanden, mens Q og W er bestemt av prosessen. Vi bruker første hovedsetning: $\Delta U = Q - W$, med indeksbruk:

$\Delta U_{\mathrm{AB}} = U_{\mathrm{B}} - U_{\mathrm{A}}$,
Q_{AB} = varme mottatt i prosess $A \to B$,
W_{AB} = arbeid utført i prosess $A \to B$.

Oppgitt: $Q_{\mathrm{ACB}} = +80\,\mathrm{J}, W_{\mathrm{ACB}} = +30\,\mathrm{J}$.
Den som skriver $Q_{\mathrm{AB}} = Q_{\mathrm{B}} - Q_{\mathrm{A}}$ synder grovt: Q ingen tilstandsfunksjon!

a. Første hovedsetning: $\Delta U_{\mathrm{AB}} = Q_{\mathrm{ACB}} - W_{\mathrm{ACB}} = \underline{\underline{50\,\mathrm{J}}}$.

b. $Q_{\mathrm{ADB}} = \Delta U_{\mathrm{AB}} + W_{\mathrm{ADB}} = 50\,\mathrm{J} + 10\,\mathrm{J} = \underline{\underline{60\,\mathrm{J}}}$

c. $\Delta U_{\mathrm{BA}} = Q_{\mathrm{BA}} - W_{\mathrm{BA}} \quad \Rightarrow \quad Q_{\mathrm{BA}} = \Delta U_{\mathrm{BA}} + W_{BA} = -50\,\mathrm{J} - 20\,\mathrm{J} = \underline{\underline{-70\,\mathrm{J}}}$.
Negativt betyr at varmen er avgitt fra systemet.

d. $Q_{\mathrm{AD}} = \Delta U_{\mathrm{AD}} + W_{\mathrm{AD}} = 40\,\mathrm{J} + 10\,\mathrm{J} = \underline{\underline{50\,\mathrm{J}}}$
$Q_{\mathrm{DB}} = \Delta U_{\mathrm{DB}} + W_{\mathrm{BD}} = U_{\mathrm{B}} - U_{\mathrm{D}} + 0 = (U_{\mathrm{B}} - U_{\mathrm{A}}) + (U_{\mathrm{A}} - U_{\mathrm{D}}) = 50\,\mathrm{J} - 40\,\mathrm{J} = \underline{\underline{10\,\mathrm{J}}}$
Alternativt: $Q_{\mathrm{DB}} = Q_{\mathrm{ADB}} - Q_{\mathrm{AD}} = 60\,\mathrm{J} - 50\,\mathrm{J} = \underline{\underline{10\,\mathrm{J}}}$

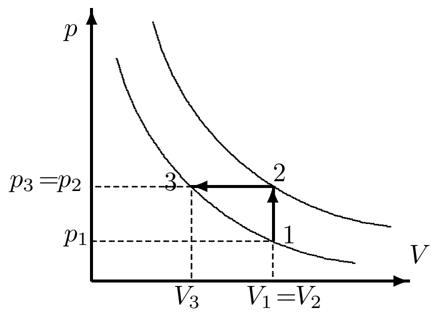
Oppgave 5. Isotermt arbeid.

Trykket er $p = nRT/V$, dermed er arbeidet utført av gassen lik:

$$W = \int_1^2 p\mathrm{d}V = nRT\ln(V_2/V_1) = nRT\ln 2 = 2\cdot 8,31\,\mathrm{J/(K\cdot mol)}\cdot 300\,\mathrm{K}\cdot\ln 2 = \underline{\underline{3,46\,\mathrm{kJ}}}.$$

$\underline{\underline{\Delta U = 0}}$ fordi U kun er avhengig av temperaturen for ideell gass. Tilført varme $\underline{\underline{Q}} = \Delta U + W = \underline{\underline{3{,}46\,\mathrm{kJ}}}$.

Oppgave 6. Tilstandsdiagram og arbeid.



Tilstand 1: $p_1V_1 = nRT_1$

Tilstand 2: $p_2V_2 = nRT_2, V_2 = V_1 \wedge T_2 = 2T_1 \Rightarrow p_2 = 2p_1$

Tilstand 3: $p_3V_3 = nRT_3, p_3 = p_2 = 2p_1 \wedge T_3 = T_1 \Rightarrow V_3 = \frac{1}{2}V_1$

Arbeid utført kun i $2 \to 3$ og prosessen er isobar, slik at:

$$W = \int_2^3 p\mathrm{d}V = p_2(V_3 - V_2) = 2p_1\left(\frac{1}{2}V_1 - V_1\right) = -p_1V_1.$$

Dvs. arbeid gjort på gassen er lik p_1V_1, QED.

Oppgave 7. Flervalgsoppgaver.

a. Rett svar: D. Da de slippes fra samme høyde har ballene samme fart, v, når de treffer golvet. Farten etter kollisjon med golvet er gitt av hvor høyt hver ball spretter, ball A har størst fart v'_{A} og B noe mindre, v'_{B}. Men kraftstøtene $F_{\mathrm{A}}\Delta t_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{A}}(v'_{\mathrm{A}} - v)$ og $F_{\mathrm{B}}\Delta t_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{B}}(v'_{\mathrm{B}} - v)$ kan ikke beregnes uten å ha oppgitt massene.

b. Rett svar: C. Normalt på skråplanet har tyngden komponent $mg\cos\theta$ og krafta F komponent $F\sin\theta$, begge i samme retning. Newton 1 i retning normalt på skråplanet gir at normalkrafta må være lik summen av disse. Om klossen akselererer oppover har ingen betydning, om det er friksjonskraft har heller ikke noen betydning. F vil riktignok ha ulike verdier, men relasjonen $F_{\mathrm{N}} = mg\cos\theta + F\sin\theta$ gjelder alltid.

c. Rett svar: B. Med utvidelse i tre retninger er volumutvidelseskoeffisienten tre ganger den lineære:
$$\beta = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{L^3}\frac{\mathrm{d}L^3}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{L^3}3L^2\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T} = 3\cdot\left(\frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T}\right) = 3\alpha.$$

d. Rett svar: B. Konstant temperatur ved smelting (1,5 tidsintervaller) og ved fordampning (2,5 tidsintervaller) gir $L_{\mathrm{s}}/L_{\mathrm{f}} = 1,5/2,5 = 0,60$.

$\mathcal{A}.\mathcal{M}$i. 13. okt. 14.