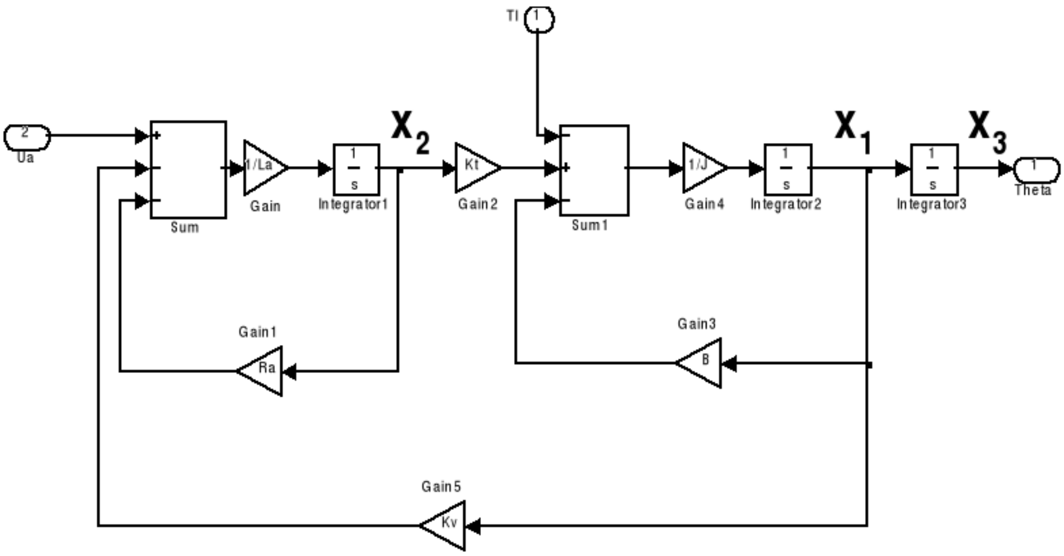
Løsningsforslag Dataøving 1

Oppgave 1

a) Se oppgaveteksten (kun Matlab/Simulink instrukser)

b)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & \frac{K_T}{J} & 0 \\ -\frac{K_v}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$



c) Se figur 3 i øvingsteksten.

d) Se midterste kurve i figur 1.

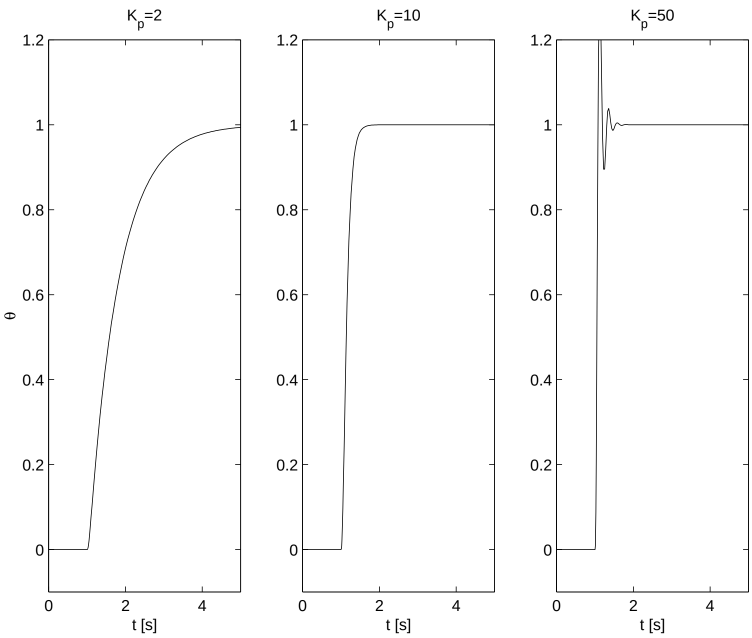


Figure 1: Respons ved sprang i referansen ved ulike forsterkninger.

e) I figur 1 ser vi responsen med sprang i referansen θ_0 med forsterkning på henholdsvis $K_p = 2$, $K_p = 10$ og $K_p = 50$. Det sees at ved lave verdier vil responsen bli treg. Hvis man øker forsterkningen vil responsen bli stadig raskere til man kommer til et punkt der det blir oversving. Dette ser vi i figuren med $K_p = 50$. Sprangverdien vi ønsker nås svært rask, men systemet blir nødt til å svinge over og svinger noe frem og tilbake før det når den ønskede referansen. Ved svært store verdier for K_p vil systemet til slutt bli ustabilt. Dette sees ved at responsen svinger med stadig økende amplitude (mot uendelig). Grensen for dette ligger ved ca. $K_p = 180$. Ved lave verdier for K_p fås en svært treg respons.

f) I denne oppgaven brukes en forsterkning på $K_p = 10$. Forstyrrelsen T_L er et enhetssprang ved 0.5 sekunder. Venstre del av figur 2 viser responsen fra systemet når referansen θ_0 er konstant og lik 0. Det går frem av figuren at stasjonærverdien på utgangen aldri vil bli null, men får en verdi på -0.8. Den samme effekten ser vi at vi får når vi også har et enhetssprang i referansen (sprang ved 1 sek.). Den høyre delen av figur 2 viser at stasjonærverdien blir 0.8, altså under den ønskede (referanse)verdien. Dette viser at man kan superponere responsene, slik at det stasjonære avviket fra forstyrrelsen også blir gjeldende når referansen er forskjellig fra 0. Dersom du forsøker med en større forsterkning K_p, vil du observere at avviket fra referansen vil synke (dvs. mindre påvirkning fra forstyrrelsen T_L), men dersom forsterkningen blir for stor vil systemet bli ustabilt. Forklaringen på og definisjon av stasjonært avvik og stabilitet vil komme senere i kurset.

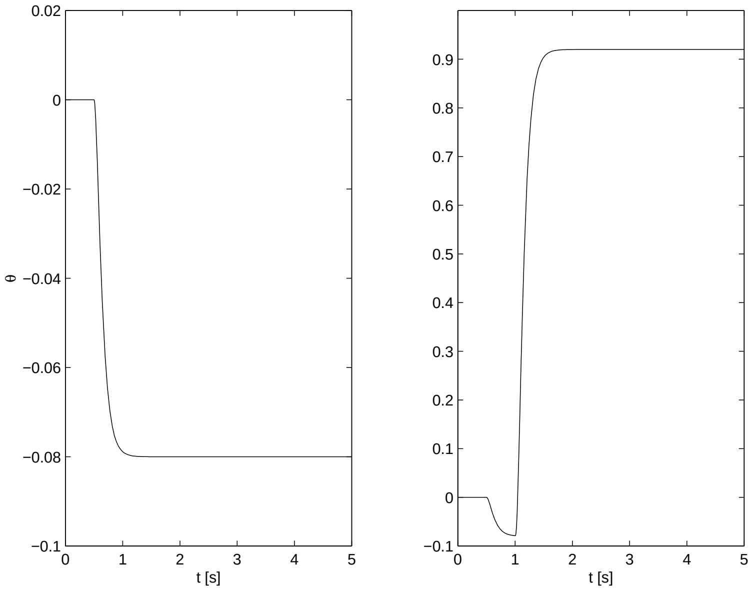


Figure 2: Sprangrespons av $\theta(t)$ ved sprang i forstyrrelse (venstre) og ved sprang i både forstyrrelse og referanse (høyre).

g) Motorens forløp er vist i figur 3. Der ser vi at motorens initialhastighet medfører at den spinner ut til drøyt 6 radianer før den vender rotasjonsretning og går tilbake til referanseposisjonen. Legg også merke til plottet av u_a som er vist i samme figur. Figuren viser at etter hvert som posisjonsavviket øker, øker også pådraget (i motsatt retning for å få bremsevirkning) slik at hastigheten til motoren avtar og blir negativ etter 0.08 sekunder.

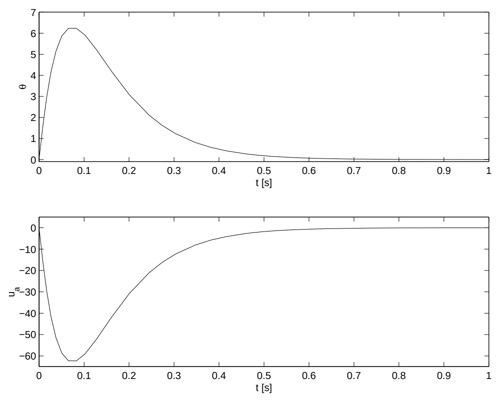


Figure 3: Motorens posisjon når initialhastigheten er 200.

Oppgave 2

a) Fra ligning (2.21) på side 43 i boka fås:

$$\dot{x} = -\frac{1}{RC}x + \frac{1}{RC}u = ax + bu \tag{1}$$

Av figur 2.21 på side 70 ser vi at siden a og b begge har samme verdi, kan multiplikasjonen flyttes inn i blokken. Det gir oss formen som vist i figur 4.

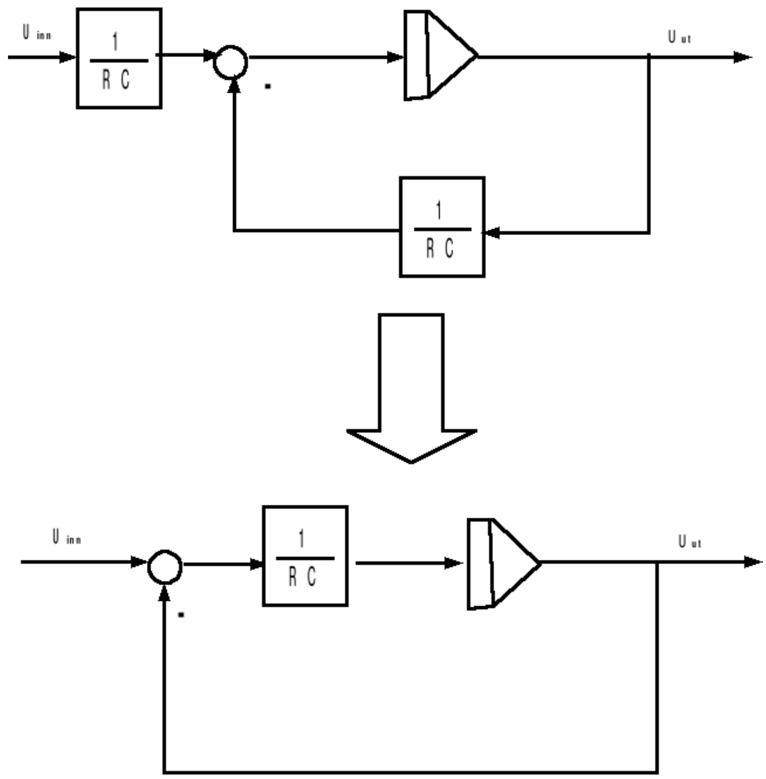


Figure 4: Endring av enkelt blokkdiagram.

b) Det endelige blokkdiagrammet i simulink blir som i figur 5.

c) Sprangresponsen ble som vist i figur 6.

Vi har at $T = RC = 1$. Figur 2.7 (s. 44) i boka gir at tangenten i sprangtidspunktet $t = 1.0$ sek krysser U_{ut} i $t_0 + T = 2.0$. Med $T = 1$ og $t_0 = 1$ vil dette punktet bli ved 2 sek. Dette er i overenstemmelse med figur 6.

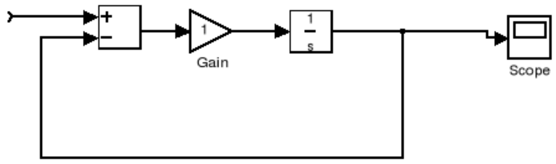


Figure 5: Endelig blokkdiagram for RC-krets.

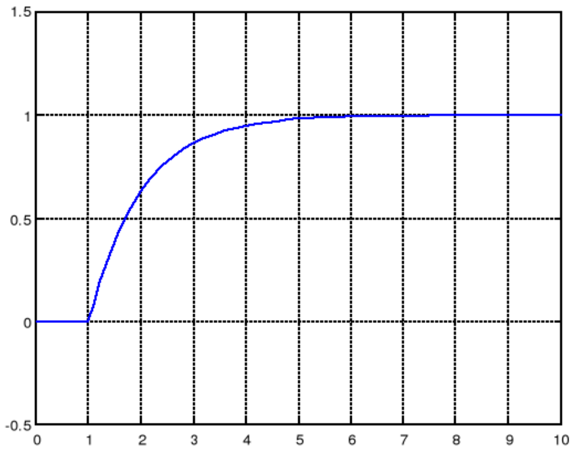


Figure 6: Sprangrespons for RC-kretsen

d) Det forsøkes her med 4 ulike verdier for *Amplitude* (AMP) og *Pulse Width* (PW). Disse settes slik at totalarealet blir lik 1. Følgende verdier ble brukt i forsøket: 1. (PW = 40%, AMP = 0.25), 2. (PW = 20%, AMP = 0.5), 3. (PW = 5%, AMP = 2), 4. (PW = 0.1%, AMP = 100). I figur 7 sees de ulike forsøkene plottet sammen med sprangresponsen.

Det sees at ved lange pulser, blir responsen tilnærmet en sprangrespons, etterfulgt av en negativ sprangrespons (1). Responsen forandrer seg jo kortere pulsene blir, og nærmer seg en impulsrespons jo kortere tid og større amplitude man har. Resultatet er det samme som sees i figur 2.10 (s. 49) i læreboka. Tidskonstanten kan observeres der tangenten til impulsresponsen (tilfelle 4) krysser verdien 0. I dette tilfellet blir $t_0 + T = 2$. Det gir $T = 1$, som forventet.

e) Setter den initielle verdien på integratoren lik 1, og får responsen som sees i figur 8(a). Denne responsen ligner impulsresponsen fra forrige oppgave. Faktisk er det slik at de to er identiske i dette tilfellet: for $t > 0$ blir impulsresponsen for systemet

$$h(t) = e^{at}b = e^{-\frac{t}{T}} \cdot \frac{1}{T} = e^{-\frac{t}{T}} \tag{2}$$

Se side 48 og 49 i læreboka for forklaring av impulsresponsen til et 1.ordens system. Tidsforløp for det autonome systemet (dvs, uten pådrag) med initialilstand $x_0 = 1$ blir i dette tilfellet:

$$x(t) = e^{at}x_0 = e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1 = e^{-\frac{t}{T}} \tag{3}$$

Vi ser av (2) og (3) at responsen for disse to tilfellene blir identisk for RC-kretsen.

Dersom man i tillegg legger til en impuls etter 2 sekunder sees likheten enda bedre. Man ser i tillegg at superposisjonsprinsippet gjelder (s. 47 i boka). Delresponser kan legges sammen for å få totalresponsen. Merk at superposisjonsprinsippet kun gjelder for lineære systemer.

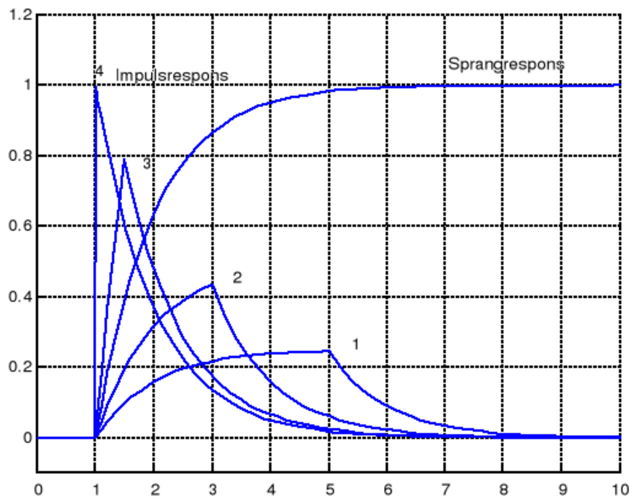


Figure 7: Impuls og spangrespons

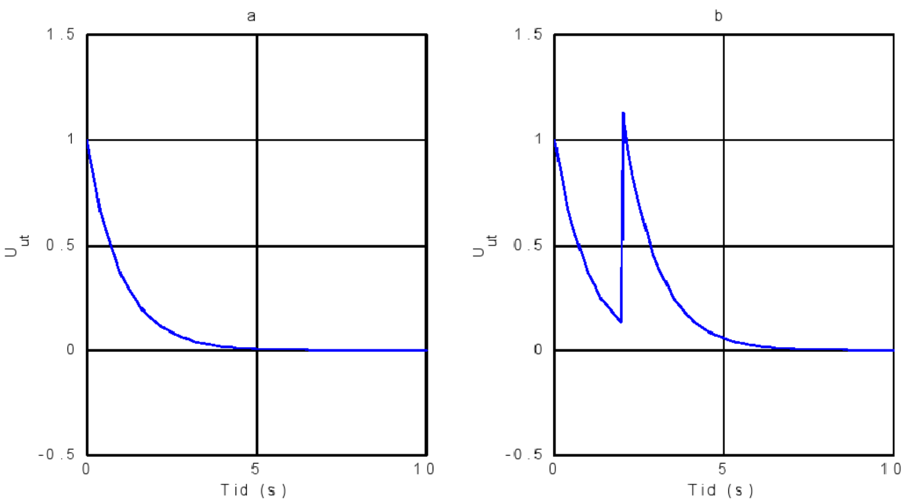


Figure 8: (a) Initiell ladning på kondensator og (b) med impuls ved 2 sek.