Norges
teknisk–naturvitenskapelige
universitet
Institutt for kjemisk
prosessteknologi

TKP4120 Prosessteknikk Vår 2013

Løsningsforslag — Øving 8

1 a) Massebalanse for blanderen gir $\hat{m}_3 = \hat{m}_1 + \hat{m}_2 = 7\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$.

Energibalansen over blanderen er

$$\Delta\hat{H} = \hat{H}_{\text{ut}} - \hat{H}_{\text{inn}} = 0 \tag{1.1a}$$
$$\hat{H}_3 - (\hat{H}_2 + \hat{H}_1) = 0 \tag{1.1b}$$
$$\hat{m}_3 h_{\hat{m}_3} - (\hat{m}_2 h_{\hat{m}_2} + \hat{m}_1 h_{\hat{m}_1}) = 0 \tag{1.1c}$$

Her er $\hat{H}_i$ entalpien til strøm i og h_i er spesifikk entalpi til strøm i.

Absolutte entalpier: Som referansetilstand for entalpi velger vi væske ved 3 °C fordi fordampningsvarmen er gitt ved denne temperaturen. Det betyr at for væske er $h_l = 0$ ved 3 °C. For ideelle gasser er entalpien uavhengig av trykket (hvorfor?). Vi antar at væsken er inkompressibel, det vil si at den ikke endrer tetthet ved varierende trykk. For strøm 1 til 3 beregnes entalpiene fra ligning (1.2).

$$h_{\hat{m}_1} = \Delta_{vap}h + \int_{T_\circ}^{T_{\hat{m}_1}} c_{p,g}\mathrm{d}T \tag{1.2a}$$
$$h_{\hat{m}_2} = \int_{T_\circ}^{T_{\hat{m}_2}} c_{p,g}\mathrm{d}T \tag{1.2b}$$
$$h_{\hat{m}_3} = f \cdot h_{\hat{m}_3}(l) + (1-f)h_{\hat{m}_3}(g) \tag{1.2c}$$
$$\tag{1.2d}$$

Her er f væskefraksjonen i strøm 3, $\Delta_{vap}h$ er spesifikk fordampningsentalpi, c_p er spesifikk varmekapasitet, $h_{\hat{m}_3}(l)$ er entalpien til væsken ved $T_{\hat{m}_3}$ og $h_{\hat{m}_3}(g)$ er entalpien til gassen ved $T_{\hat{m}_3}$. Siden væske ved 3 °C er referanseverdien for entalpiberegningene er $h_{\hat{m}_3}(l) = 0$ og $h_{\hat{m}_3}(g) = \Delta_{vap}h$. Substituerer ligning (1.2) inn i energibalansen gitt i ligning (1.1c) og løser for f. Finner $f = 0{,}231$.

Alternativt kan oppgave løses ved bruk av delprosessmetoden. Differansen $H_{\text{ut}} - H_{\text{inn}}$ evalueres ved å summere følgende delprosessene gitt i ligning (1.3).

$$\begin{array}{ll}
T_{\hat{m}_1} = 100\,^{\circ}\mathrm{C} & \hat{m}_1 \\
 & \hat{q}_1 \big\downarrow i) \\
T_{\hat{m}_3} = 3\,^{\circ}\mathrm{C} & \hat{m}_1 + \hat{m}_2 \xrightarrow[iii)]{\Delta_{vap}\hat{H}} \hat{m}_3 \\
 & \hat{q}_2 \big\uparrow ii) \\
T_{\hat{m}_2} = -50\,^{\circ}\mathrm{C} & \hat{m}_2
\end{array} \tag{1.3}$$

Delprosessene er som følger:

i) Gassen i strøm 1 avkjøles fra 100 °Ctil 3 °C.

$$\hat{q}_1 = \hat{m}_1 c_p^{\hat{m}_1} (T_{\hat{m}_3} - T_{\hat{m}_1}) \tag{1.4}$$

ii) Væsken i strøm 2 varmes opp fra −50 °C til 3 °C:

$$\hat{q}_2 = \hat{m}_2 c_{p,2} (T_{\hat{m}_3} - T_{\hat{m}_2}) \tag{1.5}$$

iii) Væskemengden $\hat{m}_{vap}$ [kg/s] som fordampes:

$$\Delta_{vap}\hat{H} = \hat{m}_{vap}\Delta_{vap}h \tag{1.6}$$

Summen av energibidragene i ligning (1.4) til (1.6) må være lik null for at energibalansen skal være oppfylt. Kun $\hat{m}_{vap}$ er ukjent. Summerer bidragene $\hat{q}_1, \hat{q}_2$ og $\Delta_{vap}\hat{H}$, og løser for $\hat{m}_{vap}$. Finner $\hat{m}_{vap} = 0{,}386\,\mathrm{kJ\,s^{-1}}$.

Gjenværende væske må da være differansen mellom andel væske i $\hat{m}_3$ og væske tilført ved $\hat{m}_2$:

$$\hat{m}_{liq} = \hat{m}_2 - \hat{m}_{vap} \tag{1.7}$$

hvor $\hat{m}_{liq}$ er massestrømmen av væske. Kjenner $\hat{m}_{vap}$ og $\hat{m}_2$, som gir $\hat{m}_{liq} = 1{,}614\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$. Væskefraksjonen, f, er gitt ved $f \triangleq \hat{m}_{liq}/\hat{m}_3 = 0{,}231$.

Alternativt kan f bestemmes direkte ved tilbakesubstitusjon. Fordampningsvarmen kan da uttrykkes som gitt i ligning (1.8)

$$\Delta_{vap}\hat{H} = \hat{m}_{vap}\Delta_{vap}h \tag{1.8a}$$
$$= (\hat{m}_2 - \hat{m}_{liq})\,\Delta_{vap}h \tag{1.8b}$$
$$= (\hat{m}_2 - f\hat{m}_3)\,\Delta_{vap}h \tag{1.8c}$$

Substituert inn for $\Delta_{vap}\hat{H}$ i energibalansen, summen av energibidragene må være lik null, og får uttrykket:

$$0 = \hat{q}_1 + \hat{q}_2 + \Delta_{vap}\hat{H} \tag{1.9a}$$
$$\Updownarrow \tag{1.9b}$$
$$f = \frac{\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + \hat{m}_2\Delta_{vap}h}{\hat{m}_3\Delta_{vap}h} \tag{1.9c}$$

som gir $f = 0{,}231$ (naturligvis).

Kommentarer: Det er ikke nøvendigvis trivielt å se forskjellen ved bruk av absolutte entalpier og bruk av delprosessmetoden i denne oppgaven. Ved metoden med absolutte entalpier er det nødvendig å innføre en referanseentalpi. Denne kan bestemmes ved mer eller mindre intelligente valg av referansetilstand. I denne oppgaven er det hensiktsmessig å sette referanseentalpien lik enten væske eller gass ved 3 °C, siden det forenkler utregningen av $h_{\hat{m}_3}$. Det er selvsagt mulig å f.eks slavisk følge standardtilstanden (298 °C).

Ved delprosessmetoden deler man prosessen opp i flere, ja nettopp, deler. Her har vi valgt å avkjøle strøm 1 og varme opp strøm 2 til strøm 3 sin oppgitte temperatur før vi blander strømmene. Det hadde også vært mulig å f.eks varme opp strøm 2 til 100 °C, utføre blandingen, og avkjøle produktstrømmen ned til 3 °C. Poenget med metoden er uansett at man deler opp en kompleks prosess til mindre komplekse prosesser som man kan regne på.

b) Energibalansen over varmeveksleren er gitt som:

$$\hat{Q}_{hex} = \hat{H}_{\hat{m}_4} - \hat{H}_{\hat{m}_3} \tag{1.10}$$

hvor $\hat{Q}_{hex}$ er varmen som tilføres via varmeveksleren. $H_{\hat{m}_4} - H_{\hat{m}_3}$ uttrykker den nødvendige energimengden for å fordampe væskefraksjonen i $\hat{m}_3$. Energimengden nødvendig for å utføre fordamningen er $\hat{Q}_{hex} = \hat{m}_{liq}\Delta_{vap}h = 2012\,\mathrm{kW}$.

c) I varmeveksleren er $\hat{m}_3$ og $\hat{m}_4$ på kald side, mens en ukjent massestrøm med varmt vann går på varm side. Temperaturen gjennom varmeveksleren på kald side er konstant siden vi kun skal fordampe væske. Dermed behøver man ikke ta hensyn til hvorvidt strømningsskjemaet i varmeveksleren er motstrøms eller medstrøms.

Logaritmisk midlere temperaturdifferanse er definert som

$$\Delta T_{\mathrm{lm}} \triangleq \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} \tag{1.11}$$

hvor $\Delta T_1 \triangleq T_{v,\mathrm{inn}} - T_{k,\mathrm{ut}}$, $\Delta T_2 \triangleq T_{h,\mathrm{ut}} - T_{k,\mathrm{inn}}$ og v og k betegner henholdsvis «varm» og «kald». Verdien for logaritmisk midlere temperaturdifferanse blir dermed

$$\Delta T_{\mathrm{lm}} = \frac{(60-3)\mathrm{K} - (30-3)\mathrm{K}}{\ln\left(\frac{(60-3)\mathrm{K}}{(30-3)\mathrm{K}}\right)} = 40{,}1\,\mathrm{K} \tag{1.12}$$

Designligningen for en varmeveksler er gitt i ligning (1.13)

$$\hat{Q} = UA\Delta T_{\mathrm{lm}}F \tag{1.13}$$

hvor effektivitetsfaktoren F beskriver varmevekslerens avvik fra idealitet. Vi antar ideell varmeveksler og setter $F = 1$. Varmevekslerens areal kan da beregnes fra ligning (1.13). $U = 600\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, og arealet beregnes til $A = 83{,}6\,\mathrm{m^2}$.

Vannstrømmen inn på varmeveksleren er gitt fra energibalansen på varm side:

$$\hat{Q}_{hex} = \hat{m}_{\mathrm{H_2O}} c_{p,\mathrm{H_2O}} (T_{v,\mathrm{ut}} - T_{v,\mathrm{inn}}) \tag{1.14}$$

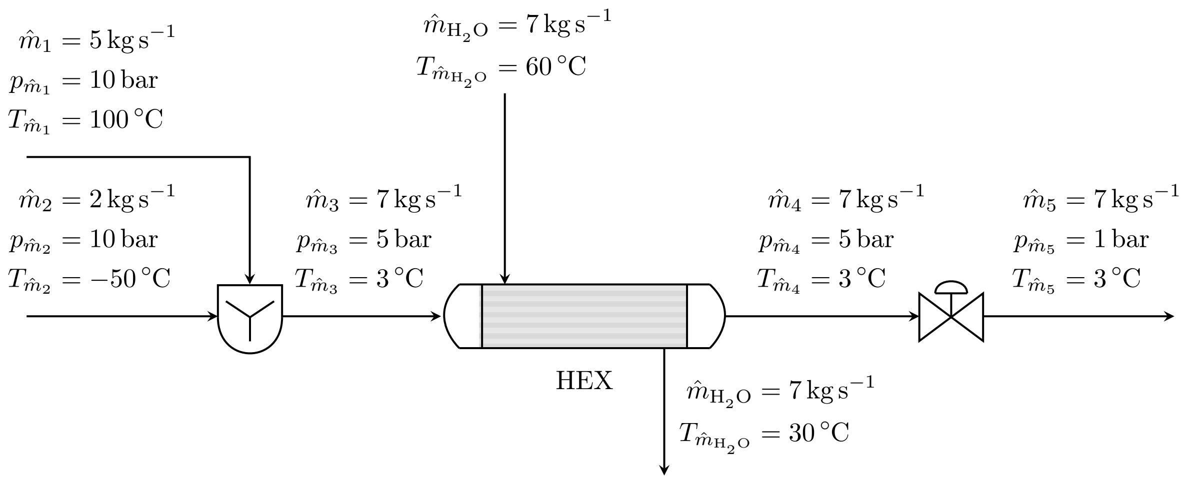
Løser for massestrøm av vann og finner $\hat{m}_{\mathrm{H_2O}} = 16\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$.

d) Ved trykkavspenning fra 5 bar til 1 bar er energibalansen

$$\hat{H}_{\hat{m}_5} - \hat{H}_{\hat{m}_4} = 0 \tag{1.15}$$

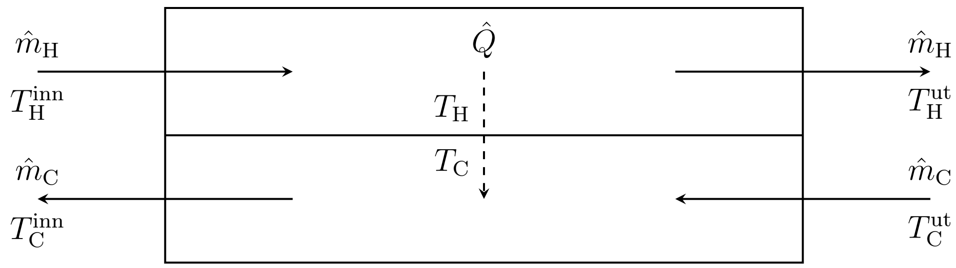
For ideelle gasser er entalpien kun en funksjon av temperatur og følgelig er temperaturen konstant.

e) Et flytskjema for prosessen er gitt i figur 1.



Figur 1: Flytskjema for blanding- og fordampningsprosessen.

2 a) En skjematisk fremstilling av en motstrøms varmeveksler er vist i figur 2.



Figur 2: Skjematisk fremstilling av en motstrøms varmeveksler.

Overført varme, $\hat{Q}$, kan beregnes fra ligning (2.1).

$$\hat{Q} = UA\Delta T_{\mathrm{lm}} \tag{2.1}$$

hvor $\hat{Q}$ [$\mathrm{J\,s^{-1}}$] er varme overført , U [$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$] er total varmegjennomgangskoeffisient , A [$\mathrm{m^2}$] er totalt areal for varmeveksling og ΔT_{lm} [K] er logaritmisk midlere temperaturdifferanse.

Det antas stasjonære forhold. Endringen i entalpi til den ene eller andre strømmen må tilsvare varme overført mellom strømmene. En energibalanse over varmeveksleren på varm og kald side er gitt i ligning (2.2).

$$\left(\hat{H}_{\mathrm{ut}} - \hat{H}_{\mathrm{inn}}\right)_{\mathrm{H}} = -\hat{Q} \tag{2.2a}$$

$$\left(\hat{H}_{\mathrm{ut}} - \hat{H}_{\mathrm{inn}}\right)_{\mathrm{C}} = \hat{Q} \tag{2.2b}$$

Ved antakelsen om konstant varmekapasitet kan vi fra energibalansen for enten kald eller varm side (eller begge) uttrykke temperaturendringen:

$$\hat{Q} = \hat{m}_{\mathrm{H}} c_{p,\mathrm{H}} \left(T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{inn}} - T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{ut}}\right) \tag{2.3}$$

Fra ligningene (2.3) og (2.1) kan dermed uttrykk for $T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{ut}}$ og $T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{ut}}$ finnes, gitt i ligning (2.4).

$$T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{ut}} = T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{inn}} + \frac{UA\Delta T_{\mathrm{lm}}}{\hat{m}_{\mathrm{H}} c_{p,\mathrm{H}}} \tag{2.4a}$$

$$T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{ut}} = T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{inn}} + \frac{UA\Delta T_{\mathrm{lm}}}{\hat{m}_{\mathrm{C}} c_{p,\mathrm{C}}} \tag{2.4b}$$

hvor ΔT_{lm} er gitt som:

$$\Delta T_{\mathrm{lm}} = \frac{\left(T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{inn}} - T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{ut}}\right) - \left(T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{ut}} - T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{inn}}\right)}{\ln\left(\frac{T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{inn}} - T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{ut}}}{T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{ut}} - T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{inn}}}\right)} \tag{2.5}$$

b) Forslag til kode er gitt i listing 1.

```
%% header
% purpose   :   calculate outlet temperatures of a heat exhanger
%               based on data given in exercise XX, TKP4120.
% author    :   Camilla Berge Vik camilla.berge.vik@ntnu.no
% date      :   02 Jan 2013 started (CBV)
%               14 Jan 2013 revised according to comments
%               by THW (CBV)
%
%% clear memory
clear all
%
%% declare global variables
global mh cph thi mc cpc tci U A
%
%% set known variables
% name  value          description                              unit
mh  = 3;     %         mass flow, hot side                    [kg/s]
cph = 1200;  %         heat capacity per kg, hot side       [J/kg,K]
thi = 70;    %         temperature of inflow, hot side      [deg. C]
mc  = 5;     %         mass flow, cold side                   [kg/s]
cpc = 1500;  %         heat capacity per kg, cold side      [J/kg,K]
tci = 20;    %         temperature of inflow, hot side      [deg. C]
U   = 150;   %         heat transfer coefficient              [W/m2]
A   = 90;    %         area                                     [m2]
%
%% list unknown variables
% name    type        description                               unit
% tho     scalar      temperature of outflow, hot side       [deg. C]
% tco     scalar      temperature of outflow, cold side      [deg. C]
% t0      vector(2,1) init. guess of outflow temp.'s         [deg. C]
% dTlm    scalar      logarithmic mean temp. difference      [deg. C]
%
%% make initial guesses
tho = 65;
tco = 26;
t0  = [tho; tco];
%
%% calculate t using fsolve
t = fsolve(@get_residuals,t0);
%
%% print the results to screen
tho  = t(1)
tco  = t(2)
dTlm = ((thi - t(1)) - (t(2) - tci)) / ...
         log((thi-t(1) )/(t(2) - tci))
%
```

Listing 1: Hoved-skript for beregning av varmeveksleren.

Residualfunksjonen er gitt i listing 2.

```
%% header
% purpose    :    calculate residuals that equal 0 when the right
%                 solution of t = [tco,tho] is found, based on the
%                 general equations for a heat exchanger and data
%                 given in exercise XX, TKP4120.
% author     :    Camilla Berge Vik camilla.berge.vik@ntnu.no
% date       :    02 Jan 2013 started (CBV)
%                 14 Jan 2013 revised according to comments
%                 by THW (CBV)
%
%% main
function F = get_residuals(t)
    %
    global mh cph thi mc cpc tci U A
    %
    %
    F = [- t(1) + tci +                     ...    % first equation
        U*A/(mc*cpc)*                       ...
        (                                   ...
        ((thi - t(1)) - (t(2) - tci)) /     ...
        log((thi-t(1) )/(t(2) - tci))       ...
        );
         - t(2) + thi -                     ...    % second equation
        U*A/(mh*cph)*                       ...
        (                                   ...
        ((thi - t(1)) - (t(2) - tci)) /     ...
        log((thi-t(1) )/(t(2) - tci))       ...
        )];
    %
end
```

Listing 2: Residual-funksjon for fsolve.

c) Legg til følgende linjer nederst i hovedfila:

```
dTlm = ((thi - t(1)) - (t(2) - tci)) / ...
           log((thi-t(1) )/(t(2) - tci))
Q = U*A*dTlm
```

d) Oppgaven er å variere en av parametrene, $\hat{m}_{\mathrm{C}}$, og finne $T_{\mathrm{H}}^{\mathrm{ut}}$, $T_{\mathrm{C}}^{\mathrm{ut}}$ og $\hat{Q}$ for alle verdier av $\hat{m}_{\mathrm{C}}$. Oppgaven kan løses på flere måter. Den enkleste er å endre verdien til $\hat{m}_{\mathrm{C}}$, kjøre hele koden på nytt og fylle ut tabellen.

Tabell 1: Utfylt tabell

$\hat{m}_C$	T_H^{ut}	T_C^{ut}	$\hat{Q}$
2,5	58,5	29,9	$1{,}44 \cdot 10^5$
4,0	46,9	25,1	$1{,}61 \cdot 10^5$
5,0	42,1	24,0	$1{,}66 \cdot 10^5$
5,5	40,2	23,6	$1{,}67 \cdot 10^5$
6,0	38,7	23,3	$1{,}68 \cdot 10^5$
6,5	37,3	23,0	$1{,}69 \cdot 10^5$

e) Fører inn verdiene direkte. Dette kan gjøres mer elegant ved bruk av for-løkke, men fokuset nå er å bruke plot-funksjonen til MATLAB.

```
mc_all    = [2.5  4.0  5.0  5.5  6.0  6.5] ;
TCut_all = [29.9  25.1  24.0  23.6  23.3  23.0] ;
plot(mc_all,TCut_all)
xlabel('Strømningsrate for kald strøm [kg/s]')
ylabel('Temperatur ut for kald side [K]')
```

f)

```
mc_all    = [2.5  4.0  5.0  5.5  6.0  6.5] ;
THut_all = [58.5  46.9  42.1  40.2  38.7  37.3] ;
plot(mc_all,THut_all)
xlabel('Strømningsrate for kald strøm [kg/s]')
ylabel('Temperatur ut for varm side [K]')
```

g) Er litt gal og plotter overført varme også.

```
mc_all = [2.5  4.0  5.0  5.5  6.0  6.5] ;
Q_all  = [1.41e5  1.61e5  1.66e5  1.67e5  1.68e5  1.69e5] ;
plot(mc_all,Q_all)
xlabel('Strømningsrate for kald strøm [kg/s]')
ylabel('Overført varme [kJ]')
```