

文章编号: 1001-0920(2013)07-1078-05

## 扩张状态观测器的性能与应用

王海强, 黄 海

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

**摘 要:** 研究自抗扰控制方法中的扩张状态观测器(ESO). 通过频域分析可得出该观测器性能随频率升高而逐渐衰减的结论, 衰减程度取决于观测器的参数和系统的采样频率, 并指出对现有的参数配置方法加以改进可以获得补偿性能更好的观测器. 提出了一种非线性扩张状态观测器, 在同等采样率条件下能够提高观测器的跟踪性能. 仿真结果表明, 所提出的状态观测器与现有的观测器相比, 在主动控制中效果更好.

**关键词:** 自抗扰控制; 扩张状态观测器; 参数调整; 主动控制

**中图分类号:** TP13

**文献标志码:** A

## Property and applications of extended state observer

WANG Hai-qiang, HUANG Hai

(School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China. Correspondent: WANG Hai-qiang, E-mail: frandlake@126.com)

**Abstract:** The extend state observer(ESO) in the active disturbance rejection control method is studied. The analysis in the frequency domain shows that ESO is effective in the low frequency domain but invalid in the high frequency domain. Two mainly factors, the sampling time and the coefficients of ESO, are discussed, by which a better ESO is obtained. An improved ESO is proposed, which has better performance than the present ESO under same limitations. Simulation results show that the improved ESO is a better observer for active control.

**Key words:** active disturbance rejective control(ADRC); extend state observer(ESO); parameter tuning; active control

### 0 引 言

主动控制的被控对象一般会受到各种未知干扰, 被控对象本身的模型在很多情况下也是未知或部分未知, 这两者的存在将导致基于模型的控制方法在一些问题中难以付诸实践, 而传统的PID<sup>[1]</sup>等不基于模型的方法又无法满足人们对精度的要求. 自抗扰控制(ADRC)是在PID控制律基础上发展起来的一种新型控制方法<sup>[2-4]</sup>, 该方法利用扩张状态观测器(ESO)观测并消除系统中的未知项和扰动, 从而将系统近似化为一个线性系统. 该方法对系统的精确数学模型依赖性小, 对于非线性程度大和受到强扰动的系统仍具有很好的控制效果, 并已在一些仿真实验<sup>[5-6]</sup>和实际工程<sup>[7-8]</sup>中得到了应用.

ESO是ADRC的关键部分, 其对系统的补偿效果会直接影响控制效果, 因而对ADRC的研究大多集中在ESO上. 文献[3]详细给出了ADRC的实现方法, 基于非线性函数提出了最初的ESO形式(NESO), 其中的参数整定基于经验; 文献[9]对几种观测器的

性能和参数进行对比, 指出NESO在观测性能上比传统的高增益观测器和滑模观测器更具有优势; 文献[10]使用线性函数来构造ESO(LESO), 同时给出了LESO中参数的具体含义和配置方法(本文称其为“3w”法), 简化了控制算法; 文献[11-12]从不同理论角度分别证明了LESO在一大类干扰下的观测误差有界, 给出了LESO稳定性的理论依据. 上述文献说明了两种现有ESO的实用价值, 但未说明ESO在整个频域上的观测性能如何, 对于ESO的参数与补偿效果之间的分析也不够充分.

本文将首先研究现有ESO在全频域上的观测性能与其参数之间的关系, 分别从理论和数值方面指出LESO的参数与其补偿效果之间的关系, 并用同样的数值手段分析了NESO的补偿效果. 基于这些分析, 提出一种具有时变参数的ESO(TESO), 比现有的两种ESO效果更好. 最后通过仿真实验对NESO、LESO和TESO在控制中的应用效果进行了对比, 验证了本文所进行的分析和改进.

收稿日期: 2012-02-29; 修回日期: 2012-05-04.

**作者简介:** 王海强(1987—), 男, 博士生, 从事振动控制算法的研究; 黄海(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事航天器结构优化与智能结构控制等研究.

## 1 LESO 与 NESO 的性能分析

一个典型的单输入单输出二阶系统, 可通过简化, 用以下状态方程<sup>[3]</sup>描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, w) + bu, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $u$  为系统输入;  $y$  为输出;  $x_i$  为状态变量;  $w$  为外界扰动;  $f(x_1, x_2, w)$  被视为扰动部分, 其中包含了系统内部的非线性成分和外界扰动。

本文分析的前提条件是参数  $b$  为已知常数。同时, 为便于分析, 先假设  $f(x_1, x_2, w)$  对时间连续可微(事实上该条件并不必要), 则可建立如下三阶 LESO<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e_1, \\ \dot{z}_2 = z_3 + bu - l_2 e_1, \\ \dot{z}_3 = -l_3 e_1. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $e_1 = x_1 - z_1$ ,  $z_2$  和  $z_3$  分别为对式(1)中  $x_2$  和  $f(x_1, x_2, w)$  的估计值,  $l_i$  为需要调整的参数。定义误差变量

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - x_1 = z_1 - y, \\ e_2 = z_2 - x_2, \\ e_3 = z_3 - f. \end{cases} \quad (3)$$

对式(3)微分, 再将式(1)和(2)代入, 可得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - l_1 e_1, \\ \dot{e}_2 = e_3 - l_2 e_1, \\ \dot{e}_3 = -l_3 e_1 - \dot{f}. \end{cases} \quad (4)$$

对式(4)进行拉氏变换, 可得

$$\begin{cases} (s + l_1)e_1(s) = e_2(s), \\ se_2(s) + l_2 e_1(s) = e_3(s), \\ se_3(s) + l_3 e_1(s) = -sf(s); \end{cases} \quad (5)$$

$$e_3(s) = \frac{s^3 + l_1 s^2 + l_2 s}{s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3} \cdot (-f(s)).$$

式(5)表明, 误差  $e_3(s)$  与扰动  $-f(s)$  之间具有固定的传递函数关系。该传递函数中有3个参数, 根据文献[10], 按“3w”法选取参数如下:

$$l_1 = 1000, w = l_1/3, l_2 = 3w^2, l_3 = w^3, \quad (6)$$

可得到如图1所示传递函数的伯德图。

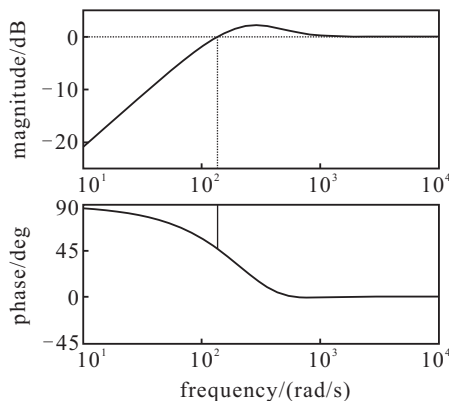


图1 传递函数的频域曲线 ( $G_m = \text{Inf}$ ,  $P_m = -133 \text{ deg}$  (at 136 rad/s))

根据信号与系统理论, 扰动  $f$  可以看作全频域正弦信号的叠加, 则从图1可以得到如下结论: 当  $f$  是由低频信号叠加而成时,  $z_3$  对  $f$  的跟踪效果较好; 随着  $f$  中高频信号比重的增加,  $z_3$  的跟踪性能逐渐变差。

从时域图中可以看到更为清晰的结论, 对于式(1), 取  $bu = 0$  以方便研究  $e_3$ 。取扰动  $f$  为 0.1 ~ 100 Hz、幅值为1的扫频信号, 采用 LESO 得到的  $e_3$  如图2所示。

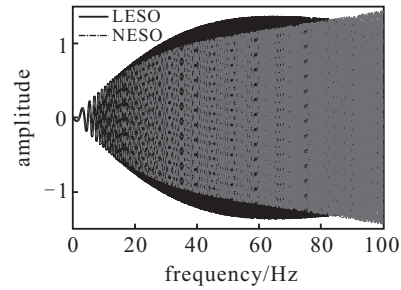


图2 LESO 和 NESO 的跟踪性能 (采样率 1 kHz)

由图2同样可以得出 LESO 的跟踪性能随频率增高而递减的结论。此处的 LESO 采用观测器的离散化方程构建, 可用下式描述:

$$\begin{cases} z_1^k = z_1^{k-1} + dt(z_2^{k-1} - l_1 e_1^{k-1}), \\ z_2^k = z_2^{k-1} + dt(z_3^{k-1} + bu - l_2 e_1^{k-1}), \\ z_3^k = z_3^{k-1} + dt(-l_3 e_1^{k-1}). \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $dt$  为采样步长, 等于 0.001;  $l_1, l_2, l_3$  同样用“3w”法配置, 同式(6)。

因为难以对非线性的 NESO 进行理论分析, 所以只从仿真角度判别 NESO 的观测性能。根据文献[3]构建 NESO 如下:

$$\begin{cases} e_1^k = z_1^{k-1} - x_1^{k-1}, \\ z_1^k = z_1^{k-1} + dt(z_2^{k-1} - l_1 g_1(e_1^{k-1})), \\ z_2^k = z_2^{k-1} + dt(z_3^{k-1} + bu - l_2 g_2(e_1^{k-1})), \\ z_3^k = z_3^{k-1} + dt(-l_3 g_3(e_1^{k-1})). \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{fal}(e_1, \alpha, \delta) = \begin{cases} |e_1|^\alpha \text{sign}(e_1), & |e_1| > \delta; \\ \frac{e_1}{\delta^{1-\alpha}}, & |e_1| \leq \delta. \end{cases}$$

$$g_1(e_1) = \text{fal}(e_1, 1, \delta),$$

$$g_2(e_1) = \text{fal}(e_1, 0.5, \delta),$$

$$g_3(e_1) = \text{fal}(e_1, 0.25, \delta), \quad (9)$$

其中  $\delta$  为待定值。由于 NESO 的参数选取基于经验, 本文直接使用文献[3]的结论, 选取文献[3]中认为比较合适的参数

$$dt = 0.001, \delta = dt,$$

$$l_1 = 1/dt, l_2 = 1/(1.6dt^{1.5}), l_3 = 1/(8.6dt^{2.2}). \quad (10)$$

所得 NESO 的跟踪性能如图2所示。由图2可以看到, NESO 比 LESO 在低频段跟踪性能稍好一些, 但在高频区跟踪性能比 LESO 差。

## 2 改进的 LESO

影响 LESO 观测效果的因素主要有如下 2 个:

1) 采样步长  $dt$ . 该参数决定了式 (9) 对 LESO 连续方程的近似程度, 因而会影响其跟踪误差. 理论上,  $dt$  越小 LESO 跟踪效果越好, 但在实际工程中受硬件性能的影响,  $dt$  不可能无限小.

2) ESO 中的 3 个参数  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  的值. 文献 [10] 提出的“3w”法的物理含义为式 (5) 中传递函数的 3 个极点重合, 位于实负半轴上  $r = -l_1/3$  处, 即

$$s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3 = (s - r)^3.$$

在“3w”法中,  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  保持固定比例关系, 增大  $l_1$  可以提高 LESO 的有效跟踪频段带宽, 但由于观测器离散化的问题,  $l_1$  不可能取得非常大. 可以证明,  $l_1$  的最大值受限于采样步长  $dt$ , 取得过大 LESO 会发散.

为了提高 ESO 的跟踪性能, 考虑改变式 (5) 中 3 个极点的位置 (“非 3w”法). 为了便于对比, 取“3w”法和“非 3w”法的  $l_1$  相同 (均为 1000), 3 个极点均应满足实部小于 0 的稳定性要求, 且

$$l_1 = -(r_1 + r_2 + r_3). \quad (11)$$

选取 1 个只有实部的极点和 2 个共轭极点, 可以保证  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  均为实数 (LESO 可实现), 进而可得

$$\begin{cases} l_2 = r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3, \\ l_3 = -r_1 r_2 r_3. \end{cases} \quad (12)$$

按下式配置极点:

$$\begin{cases} r_1 = -0.7l_1, \\ r_2 = -0.15l_1 + 0.3l_1 \cdot i, \\ r_3 = -0.15l_1 - 0.3l_1 \cdot i. \end{cases} \quad (13)$$

所得到的 LESO 跟踪性能如图 3 所示. 在稳定的前提下, 变更式 (12) 中  $r_i$  的大小, 得到的图形与图 3 大体相似, “非 3w”法在低频段比“3w”法跟踪效果好, 但在中频段产生了更大的跟踪误差, 对系统不利.

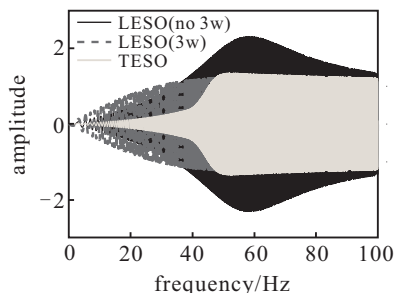


图 3 “非 3w”法 LESO 和 TESO 的跟踪性能 (采样率 1 kHz)

现考虑利用非线性函数将“3w”法的稳定与“非 3w”法的优势相结合, 在低频段获得“非 3w”法的参数配置, 在中高频段获得“3w”法的参数配置. 构造方式如下:

$$l_1 = 1/dt, \quad r_4 = -l_1/3;$$

$$r_{11} = -0.7l_1;$$

$$r_{21} = -0.15l_1 + 0.45l_1 \cdot i;$$

$$r_{31} = -0.15l_1 - 0.45l_1 \cdot i;$$

$$\text{sa}_k = (1 - \text{sign}(|e_1(t_k)| - \delta))/2;$$

$$\text{sat}_k = (1 - dt) \cdot \text{sat}_{k-1} + dt \cdot \text{sa}_k;$$

$$r_i = r_{i1} \cdot \text{sat}_k + r_4 \cdot (1 - \text{sat}_k), \quad i = 1, 2, 3;$$

$$l_2 = r_1(r_2 + r_3) + r_2 r_3;$$

$$l_3 = -r_1 r_2 r_3. \quad (14)$$

其中:  $e_1$  的含义与式 (2) 中的相同,  $\text{sat}$  是与当前采样的  $e_1$  相关的值, 其初值为 0, 每次采样需重新计算;  $\delta$  是唯一需要人为选定的参数, 该参数表示区分“3w”配置法和“非 3w”配置法的边界, 所选的值越小, 得到的时变 ESO (下文简称 TESO) 越接近于“3w”法的 LESO, 由于不同的工程应用场合下误差  $e_1$  量级不同,  $\delta$  的值不固定.

这种构造方式的物理含义是选定一组“非 3w”法的极点和一组“3w”法的极点, 在控制过程中根据跟踪误差对这两组极点进行加权平均, 得到适合当前时刻的极点, 进而得到所需的 LESO 系数  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ . 图 3 显示了采样率为 1 kHz 情况下 TESO 对扰动的跟踪性能, 这里  $\delta = 2 \times 10^{-6}$ . 对比图 3 中的“3w”法 LESO 和“非 3w”法 LESO, 可以看到 TESO 在低频段跟踪性能优于“3w”法的 LESO, 在高频段两者的性能相近, 与“非 3w”法的 LESO 相比, 克服了引入多余扰动的缺点.

依赖于两组极点的 TESO 的参数是时变的, 其稳定性不同于普通的 LESO. 但是, 可以证明, 当这两组极点均满足普通 LESO 的稳定条件时, TESO 在面对如文献 [11-12] 所描述的有界或微分有界扰动时具有与 LESO 基本相同的稳定性. 限于篇幅, 本文不再对更多的扰动形式进一步探讨.

## 3 仿真验证

下面以一个非线性振动控制问题为例来验证 TESO 的作用, 所有仿真均在 Matlab/Simulink 环境下完成.

考虑一个典型的弹簧-阻尼隔振系统 (如图 4 所示), 该系统的状态方程描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -k(x_1 - x_d) - c(x_2 - \dot{x}_d) + b\dot{u}, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (15)$$

其中:  $u$  为控制输入;  $y$  为系统输出;  $x_1, x_2$  为状态变量, 初值为 0;  $x_d$  为隔振系统底部的干扰. 由式 (1), 将  $-k(x_1 - x_d) - c(x_2 - \dot{x}_d)$  视为  $f$ , 则  $k, c$  的值不影响 ESO 的构造方式. 不失一般性, 取  $c, b$  为恒定的系统参

数,  $k$  是非恒定的, 如下式所示:

$$\begin{aligned} b &= 1, c = 11, \\ a &= x_1 - x_d, \\ k &= 4000 \min(2, 1 + 0.01a^2). \end{aligned} \quad (16)$$

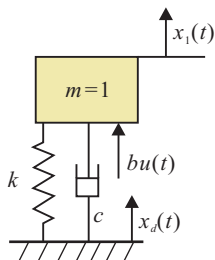


图4 弹簧-阻尼隔振系统

对于该系统, 引入主动控制来消除振动. TESO 和 LESO 方法所采用的控制模型相似(后文的 NESO 也使用类似的模型), 均如图5所示. 其中:  $s(t)$  表示传感器噪声, 是白噪声信号; PD 表示控制回路采用了传统 PID 方法, 即有

$$u = -k_1 y - k_2 \dot{y} - z_3/b. \quad (17)$$

其中:  $k_1, k_2$  表示 PID 的参数, 经多次调整, 取

$$k_1 = 32900, k_2 = 2000. \quad (18)$$

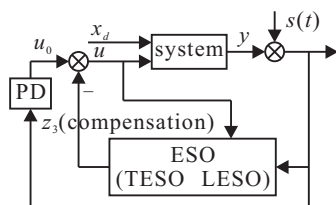
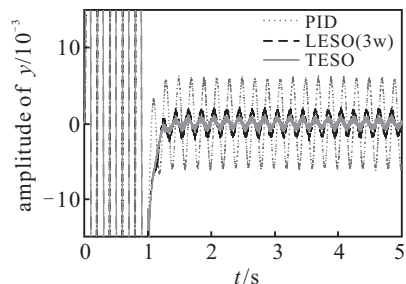


图5 系统控制框图

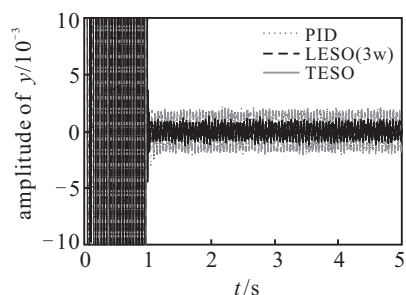
图6为分别采用 TESO、LESO 和普通 PID 方法的结果对比, 三者均使用式(18)中的参数, 且采样率均为 1 kHz, 各 ESO (LESO、NESO、TESO) 的系数则分别采用式(6)、(10)和(14)中的配置方式。

主动控制在  $t = 1$  时开启. 在图6(a)中, 扰动为单频正弦,  $x_d = 0.1 \sin(10\pi t)$ , 可以看到 LESO 比 PID 效果好 1 倍左右, TESO 则比 LESO 更好一些; 在图6(b)中,  $x_d = 0.1 \sin(40\pi t)$ , 此时 LESO 与 PID 的控制效果几乎相同, 而 TESO 比二者都要好 1 倍左右. 由图6可以看出, LESO 在 20 Hz 左右基本没有跟踪效果, 而 TESO 依然有效, 这一点与图3的结论是一致的。

图7显示了  $x_d$  是幅值为 0.1、频率为 0.1 ~ 60 Hz 的扫频信号情况下的控制结果, 以验证 4 种控制方法 (PID、LESO、TESO、NESO) 在整个频段内的控制效果. 由图7可知, 3 种 ESO 在低频段都比 PID 好, 在高频段则与 PID 控制效果相似, 相比之下 TESO 在低频段可以获得最好的控制效果, 在高频段控制效果则与普通 LESO 相近。

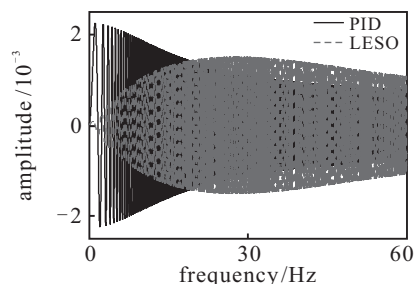


(a) control result contrast(5 Hz)

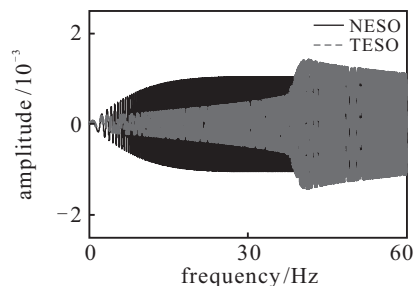


(b) control result contrast(20 Hz)

图6 LESO、TESO、PID 控制对比



(a) control result(PID and LESO)



(b) control result(NESO and TESO)

图7 扫频扰动下的几种控制策略比较

**注1** 图5中的 PD 模块没有使用 ESO 估出的  $z_1, z_2$ , 而是使用了  $y$  和  $\dot{y}$  作为控制信号, 这是因为在仿真中发现即便有传感器噪声存在, 使用  $y$  和  $\dot{y}$  获得的控制结果也要更好一些. 类似于  $z_3, z_1$  和  $z_2$  同样存在随着频率升高跟踪误差增大的问题, 相比之下在 Simulink 环境中  $\dot{y}$  更为准确. 在实际应用中, 如文献[7-8]中所示, 使用  $z_1$  和  $z_2$  可能比使用  $y$  和  $\dot{y}$  更好。

## 4 结 论

本文以 ESO 为主要研究对象, 着重分析了 ESO 的参数与其补偿性能之间的关系, 指出 ESO 在低频段更为有效. 给出了一种改进的 ESO, 在同样的硬件条件下获得了更好的跟踪和控制效果, 这种 ESO 与普通

的 LESO 具有基本相同的稳定性, 而且调参方法同样具有清晰的数学意义. 本文中改进的 ESO 的参数调整在一定程度上仍依赖于经验, 因而其补偿效果还有进一步提升的空间.

ESO 作为一种不依赖于系统数学模型的观测器, 由于算法简单而很容易在实际工程应用中实现. 本文对影响 ESO 工作的几种因素(采样率、有效频段、参数等)均进行了详细分析, 以期能为工程应用提供良好的参考.

## 参考文献(References)

- [1] Astrom K J, Hagglund T. PID controllers: Theory, design and tuning[M]. Research Triangle Park: Instrument Society of America, 1995.
- [2] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85-88.  
(Han J Q. The “extended state observer” of a class of uncertain systems[J]. Control and Decision, 1995, 10(1): 85-88.)
- [3] Han Jingqing. Active disturbance rejection control technique—The technique for estimating and compensating the uncertainties[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 228-263.
- [4] Jingqing Han. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [5] Xia Y, Shi P, Liu G P, et al. Active disturbance rejection control for uncertain multivariable systems with time delay[J]. IET Control Theory and Applications, 2007, 1(1): 75-81.
- [6] Xia Y, Zhu Z, Fu M. Back-stepping sliding mode control for missile systems based on an extended state observer[J]. IET Control Theory and Applications, 2011, 5(1): 93-102.
- [7] Talole S E, Kolhe J P, Phadke S B. Extended-state-observer-based control of flexible-joint system with experimental validation[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2010, 57(4): 1411-1419.
- [8] Su Y X, Zheng C H, Duan B Y. Automatic disturbances rejection controller for precise motion control of permanent-magnet synchronous motors[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2005, 52(3): 814-823.
- [9] Weiwen Wang, Zhiqiang Gao. A comparison study of advanced state observer design techniques[C]. Proc of the 2003 American Control Conf. Colorado, 2003, 6(1): 4754-4759.
- [10] Gao Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning[C]. Proc of the 2006 American Control Conf. Minneapolis, 2006, 6: 4989-4996.
- [11] Xiaoxia Yang, Yi Huang. Capabilities of extended state observer for estimating uncertainties[C]. American Control Conf. St Louis, 2009: 3700-3705.
- [12] Zhiqiang Gao. Active disturbance rejection control: A paradigm shift in feedback control system design[C]. American Control Conf. Minnesota, 2006: 14-16.

(上接第1077页)

- [2] Wu X D, Kumar V, Ross Quinlan J, et al. Top 10 algorithms in data mining[J]. Knowledge and Information Systems, 2008, 14(1): 1-37.
- [3] Guo G, Wang H, Bell D, et al. KNN model-based approach in classification[C]. Int Conf on Cooperative Information Systems. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 986-996.
- [4] Gates G. The reduced nearest neighbor rule[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1972, 18(3): 431-433.
- [5] Ghosh A K. On nearest neighbor classification using adaptive choice of k[J]. J of Computational and Graphical Statistics, 2007, 16(2): 482-502.
- [6] Sun L Y, Chen L. A fast and scalable fuzzy-rough nearest neighbor algorithm[C]. Proc of the WRI Global Congress on Intelligent Systems. Washington: IEEE Computer Society, 2009: 311-314.
- [7] Wettschereck D, Dietterich T G. Locally adaptive nearest neighbor algorithms[C]. Advances in Neural Information Processing Systems. Colorado: Morgan Kaufmann, 1993: 184-191.
- [8] Góra G, Wojna A. RIONA: A new classification system combining rule induction and instance-based learning[J]. Fundamenta Informaticae, 2002, 51(4): 369-390.
- [9] Blake C, Merz C J. UCI repository of machine learning databases[DB/OL]. [2011-06-20]. <http://archive.ics.uci.edu/ml/>.
- [10] Shannon C E. Communication in the presence of noise[C]. Proc of the Institute of Radio Engineers. New York: IEEE Press, 1949: 10-21.
- [11] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.