合 肥 工 业 大 学 试 卷（A） 共__1__页第__1__页 此页答题无效

2016～2017 学年第__一__学期 课程代码 __1400091B__ 课程名称 __概率论与数理统计__ 学分__3.5__ 课程性质：必修☑、选修□、限修□ 考试形式:开卷□、闭卷☑

专业班级（教学班）__________ 考试日期__2017.1.13__ 命题教师__集体__系（所或教研室）主任审批签名 __________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

⑴ 设 A, B 为两个随机事件，$P(AB)=P(A\overline{B})>0$，则 $P(B|A)=$________.

⑵ 设随机变量 X 服从参数为1的指数分布，则 $P\{|X-EX|<\sqrt{DX}\}=$________.

⑶ 设随机变量 X 和 Y 相互独立，X 服从 $[-3,3]$ 上的均匀分布，Y 服从参数为1的泊松分布，则

$E[(XY)^2]=$________.

⑷ 设随机变量 $X\sim B(100,0.5)$，则由中心极限定理计算得 $P\{X\le 45\}=$________.

（$\Phi(1)=0.8413$，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数.）

⑸ 设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的一个简单随机样本．如果 μ 的置信度为90%的置信区间

为 $(9.765,10.235)$，则样本容量 $n=$________．（$U_{0.05}=1.645$，其中 U_α 为标准正态分布的上侧 α 分为点.）

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

⑴ 下列结论正确的是（　　）.

（A）设 A, B 为两个随机事件，若 $P(AB)=0$，则 A 与 B 互不相容

（B）设 A, B 为两个随机事件，$0<P(B)<1$，若 $P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$，则 A 与 B 相互独立

（C）若随机变量 X 和 Y 同分布，则 $X=Y$

（D）设 $F(x)$ 为随机变量 X 的分布函数，若 $F(x_1)=F(x_2)$，则 $x_1=x_2$

⑵ 设样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4\}$，且每个样本点出现的概率相等，令 $A_1=\{1,2\}, A_2=\{1,3\}$，

$A_3=\{1,4\}, A_4=\{2,3\}$，则下列结论正确的是（　　）.

（A）A_1,A_2,A_3 两两独立，A_1,A_2,A_4 两两独立　（B）A_1,A_2,A_3 相互独立，A_1,A_2,A_4 两两独立

（C）A_1,A_2,A_3 两两独立，A_1,A_2,A_4 相互独立　（D）A_1,A_2,A_3 相互独立，A_1,A_2,A_4 相互独立

⑶ 设随机变量 X,Y 相互独立，分布函数均为 $F(x)$，则 $\max\{X,2Y\}$ 的分布函数为（　　）.

（A）$2F^2(x)$　（B）$\frac{1}{2}F^2(x)$　（C）$F(x)F(2x)$　（D）$F(x)F(\frac{x}{2})$

⑷ 设随机变量 X 和 Y 的方差均大于零，则 X 与 Y 不相关的充分必要条件为（　　）.

（A）X 与 Y 相互独立　（B）X 与 Y 的相关系数为1

（C）$E[(X+Y)^2]=E[(X-Y)^2]$　（D）$D(X+Y)=D(X-Y)$

⑸ 设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)(n>1)$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，且 $EX=0, DX=\sigma^2>0$，则在下列估计量中，（　　）不是 σ^2 的无偏估计.

2016～2017 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3.5 课程性质：必修☑、选修☐、限修☐ 考试形式:开卷☐、闭卷☑

专业班级（教学班）__________ 考试日期 2017.1.13 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名 __________

（A）X_1^2　　（B）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$　　（C）$\overline{X}^2$　　（D）S^2

三、（本题满分 10 分）

设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}6x(1-x), & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ ⑴ 计算概率 $P\{X<\frac{1}{2}\}$；⑵ 对 X 进行 3 次独立重复观测，记 Y 表示 3 次观测中出现 X 的观测值小于 $\frac{1}{2}$ 的次数，求 Y 的分布律。

四、（本题满分 14 分）设随机变量 $X\sim\begin{pmatrix}-1 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}, Y\sim\begin{pmatrix}-1 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$，且 $P\{X+Y=0\}=\frac{1}{3}$，

⑴ 求 X 和 Y 的联合分布律；⑵ 求 X 和 Y 的相关系数 ρ；⑶ 记 $U=X, V=XY$，求 U 和 V 的联合分布律，并问 U 和 V 是否相互独立？

五、（本题满分 16 分）设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}k(x^2+xy), 0\le x\le 1, >0\le y\le 2,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

⑴ 求常数 k；⑵ 求 $P\{X+Y\le 1\}$；⑶ 求边缘密度 $f_Y(y)$ 和条件密度函数 $f_{X|Y}(x|1)$.

六、（本题满 14 分）设 (X_1,X_2,X_3,X_4) 为来自总体 $X\sim N(0,1)$ 的一个简单随机样本.

⑴ 指出 $U=X_1+X_2$ 所服从的分布，写出 U 的密度函数 $f_U(u)$；⑵ 指出 (X_3,X_4) 所服从的分布，写出 (X_3,X_4) 的密度函数 $f(x_3,x_4)$；⑶ 问 $\frac{X_1+X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}$ 服从何分布？给出理由.

七、（本题满分 12 分）设总体 X 的密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x>1,\\ 0, & x\le 1,\end{cases}$ 其中未知参数 $\theta>1, (X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本. ⑴ 求 θ 的矩估计量 θ_M；⑵ 求 θ 的极大似然估计量 θ_L.

八、（本题满分 4 分）设随机变量 $X\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$，$Y$ 的密度函数为 $f(y)=\begin{cases}2y, & 0\le y\le 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ 且 X 与 Y 相互独立．求 $Z=XY$ 的分布函数 $F_Z(z)$.