



Robotique mobile : conception, modélisation et commande

Date de publication :
10 mai 2016

Cet article est issu de : **Automatique - Robotique | Robotique**

par **Faïz BENAMAR, Christophe GRAND**

Mots-clés
Commande | conception | robot mobile | cinématique | mobilité | stabilisation de trajectoire | suivi de chemin

Résumé Cet article aborde les aspects essentiels qui sont nécessaires à la mise en œuvre des robots mobiles terrestres et notamment des robots à roues. Il présente les concepts généraux pour la conception et le choix d'architectures matérielles des systèmes locomoteurs. Il décrit également les principes de la modélisation cinématique et dynamique de ces systèmes qui permettent d'analyser et de qualifier leur niveau de mobilité et le type de trajectoire réalisable. Les techniques classiques pour la commande en boucle fermée de leurs déplacements et pour l'estimation de leurs paramètres d'état sont également présentées.

Keywords
Control | design | mobile robot | kinematics | mobility | trajectory control | path tracking

Abstract This article presents the main conditions for the development of mobile robots, especially wheeled ones. The general concepts for the design and choice of hardware architectures for the locomotion systems are presented. The principles of kinematic and dynamic modeling of these systems are developed, and an analysis of their level of mobility and of the admissible family of paths is then proposed. The classical approaches of closed-loop motion control and state estimation are also described.

Pour toute question :
Service Relation clientèle
Techniques de l'Ingénieur
Immeuble Pleyad 1
39, boulevard Ornano
93288 Saint-Denis Cedex

Par mail :
infos.clients@teching.com
Par téléphone :
00 33 (0)1 53 35 20 20

Document téléchargé le : **08/10/2023**

Pour le compte : **7200036485 - université catholique de lille // 195.220.78.126**

Robotique mobile : conception, modélisation et commande

par **Faïz BENAMAR**

Professeur, Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, ISIR, CNRS UMR 7222, Paris, France
et **Christophe GRAND**

Ingénieur de recherche, ONERA, Toulouse, France

1. Architectures matérielles des robots mobiles	S 7 755 - 2
2. Forme générale des modèles en robotique mobile.....	— 3
2.1 Modélisation cinématique.....	— 3
2.2 Modélisation dynamique.....	— 4
3. Cinématique et mobilité des robots à roues	— 5
3.1 Les robots omnidirectionnels	— 5
3.2 Mobilité des robots à roues	— 7
4. Gestion des déplacements.....	— 8
4.1 Commande des déplacements	— 8
4.2 Localisation.....	— 11
5. Conclusion.....	— 12
Pour en savoir plus	Doc. S 7 755

Au delà des applications industrielles classiques, les robots sont de plus en plus présents dans notre quotidien avec des grands domaines d'application tels que la médecine, l'agriculture, la sécurité ou l'assistance à domicile. Ces robots sont également de plus en plus mobiles, capables d'évoluer aussi bien dans des milieux aériens ou maritimes que terrestres. La robotique mobile terrestre occupe une place historique importante et notamment les robots mobiles à roues qui empruntent un mode de locomotion par roulement particulièrement efficace. Ces robots sont déjà utilisés dans le domaine industriel comme la logistique, en agriculture avec l'automatisation des tracteurs, dans le spatial et l'exploration planétaire, dans des tâches de sécurité telles que la surveillance de zone, ou encore pour des missions de recherche et de secours de victimes en cas de catastrophe naturelle ou industrielle. Ils ont également pris place depuis quelques années dans nos domiciles avec les robots aspirateurs ou tondeuses autonomes et plus récemment les robots de téléprésence. Et ils seront amenés à réaliser de plus en plus de tâches de manière autonome et le plus souvent en coopération avec d'autres robots ou des humains.

1. Architectures matérielles des robots mobiles

La fonction principale d'un robot mobile est de transporter une charge utile – qui peut être un bien, un simple capteur ou un système de manipulation – à un endroit donné de l'environnement. Les robots terrestres, grâce à leur liaison au sol, créent une force de propulsion à cette interface leur permettant de réaliser un déplacement (figure 1). Bien que cela soit un mode n'ayant pas réellement d'équivalent biologique, le roulement continu est le moyen le plus efficace de transport, quand la surface du sol est plane. Cette efficacité provient de la simplicité mécanique de l'organe de roulement et de la faible consommation énergétique requise du fait de l'absence de variation des énergies cinétique et potentielle.

Quand le sol est irrégulier, il est nécessaire d'avoir un système de suspension afin d'assurer le contact de toutes les roues avec le sol. Les véhicules à chenilles s'apparentent aux véhicules à roues dans leur déplacement longitudinal. Grâce à une importante surface de contact et une plus faible pression au sol, diminuant ainsi l'enfoncement dans le sol et donc la résistance au roulement, ils sont plutôt utilisés pour des sols meubles (sable ou boue par exemple). Les chenilles flexibles ou souples, par leur adaptation à la géométrie du sol, sont également intéressantes pour des sols très discontinus comme des décombres ou aussi des escaliers. Toutefois, ces véhicules requièrent des couples d'actionnement très importants et une consommation énergétique très élevée, à cause des efforts dissipatifs créés dans le contact avec le sol et tout particulièrement lors des changements de direction.

À l'opposé, les robots à pattes sont capables de contrôler le placement de leurs contacts au sol et de pouvoir s'affranchir des irrégularités locales du sol, dont la taille est bien entendu équivalente à celle de la patte. La majorité des robots marcheurs développés, depuis le premier robot de l'université de Waseda au début des années 1970, a été fortement inspirée des êtres vivants, en témoigne le nombre très important de robots bipèdes de type anthropomorphe [S7752]. La grande famille des quadrupèdes est la plus répliquée par les roboticiens, car elle offre une grande variété d'allures de mouvement (marche, trot, galop, etc.) avec différentes stratégies de stabilisation statique ou dynamique. Pour les échelles plus petites, centimétrique ou millimétrique où les forces volumiques deviennent beaucoup plus faibles que les forces surfaciques, les hexapodes et autres octopodes et mille-



Figure 1 – Différents types de locomotion terrestre, par roulement et/ou articulé : roues, chenilles, pattes, pattes + roues

pattes, paraissent plus efficaces en termes de stabilité et de mobilité, bien qu'ils soient beaucoup plus complexes en termes de degrés de liberté.

Cette redondance cinématique des robots à pattes leur confère une plus grande versatilité et capacité à se mouvoir sur des sols inégaux. Le choix du placement des contacts doit s'affranchir des obstacles positifs ou négatifs, et bien entendu respecter les conditions de stabilité de l'ensemble. Du fait du nombre très important des degrés de liberté dans ces systèmes, la notion de stabilité est appréhendée de façon simplifiée et suffisante sous forme de critères géométriques, qui s'appliquent pour les cycles de marche statique ou dynamique, tant qu'il y a au moins un contact au sol à chaque instant de temps (c'est-à-dire sans phase balistique). Ce critère considère l'axe qui passe par le centre de gravité (CdG) et dirigé par la résultante des efforts extérieurs à distance f_{gi}^* (de gravité et inertielles), et son intersection avec la surface de sustentation définie par les points de contact C_i (figure 2). Quand tous ces points sont coplanaires, on définit le polygone convexe support qui englobe tous les points de contact. La projection du CdG sur le polygone de sustentation en suivant la direction de f_{gi}^* permet de définir un point de référence, ainsi que la distance minimale σ_i de celui-ci aux frontières du polygone. Cette distance forme une marge de stabilité qui peut être adimensionnalisée par la hauteur du CdG [1]. Aussi, on peut utiliser l'angle minimal v_i que fait la force f_{gi}^* avec les lignes joignant le CdG aux milieux des segments du polygone [2]. Il faut noter que cette représentation ne considère pas les moments cinétiques des corps et rigidifie l'ensemble en une masse unique concentrée au centre de gravité. Le point de référence sur le polygone est appelé *Zero Moment Point* (ZMP), point où le moment est nul, qui est aussi confondu avec le centre de pression, quand celui-ci peut être défini. Pour les quadrupèdes, les allures de déplacement de type pas/marche peuvent être générées de telle sorte que ce point de référence reste à chaque instant à l'intérieur du polygone support, et voire le plus loin de ses frontières, afin de maximiser la marge de stabilité et la robustesse du déplacement au regard des perturbations et des imprévus.

Il peut être également intéressant de combiner dans un même robot le roulement et la locomotion articulée en disposant les roues aux extrémités des pattes, permettant ainsi au robot de franchir par enjambement les obstacles, de rouler quand le sol est plat, voire d'utiliser les pattes comme un moyen de suspension active qui contrôle l'attitude du châssis du robot quand le robot roule sur un sol en relief ou en pente [3].

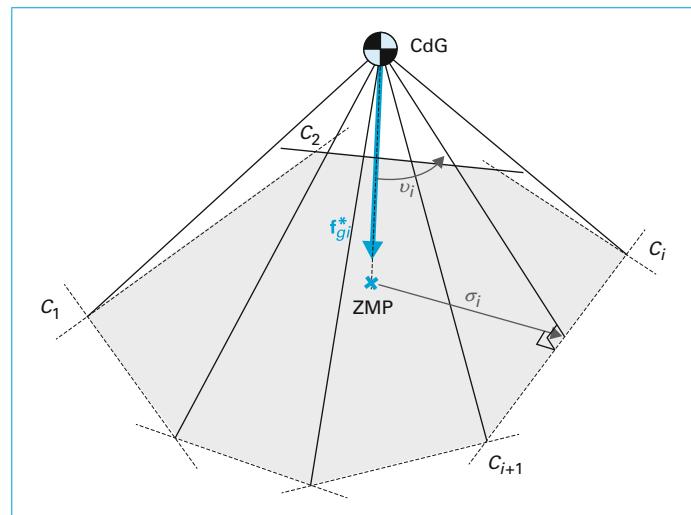


Figure 2 – Marge de stabilité

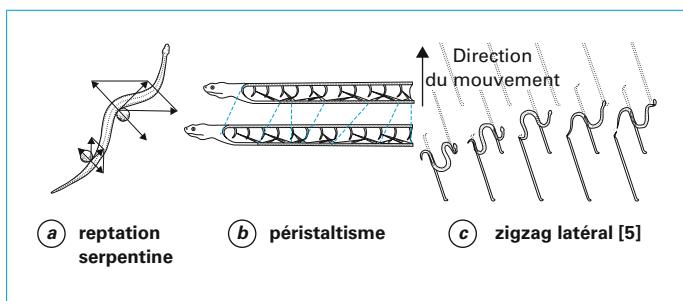


Figure 3 – Principaux modes de locomotion des serpents

La locomotion serpentine est une autre forme de locomotion articulée dite apode. Cette locomotion prend plusieurs formes dans la nature. La reptation serpentine est la plus répandue et est caractérisée par une unique trace de contact, i.e. tous les points de la fibre moyenne suivent la même trace (figure 3a). En réalité, les propriétés tribologiques du contact avec le sol sont extrêmement déterminantes pour ce mode de locomotion, car il nécessite un très faible coefficient de frottement sous la partie ventrale et un bon coefficient de frottement sur les parties latérales qui permettent de créer des forces de propulsion par appui sur les irrégularités de surface. Afin d'approcher cette faculté que les serpents possèdent grâce à leurs écailles, un nombre important de robots apodes ont été conçus avec des roues passives [4]. Dans des situations très particulières, certains serpents optent pour d'autres allures, tels que le péristaltisme en ligne droite ou le zigzag latéral en prenant la forme d'un S (figure 3b, c).

Bien que chacun des modes de locomotion terrestre cités dans ce paragraphe soit adapté à une utilisation et un environnement donnés, il est intéressant de comparer ces différents modes de déplacement entre eux, notamment en termes de mobilité ou de consommation énergétique. Ainsi, le nombre adimensionnel de

Froude défini par $\frac{u^2}{gl}$ où u est la vitesse, g la gravité et l une longueur caractéristique donne une indication sur la mobilité du système par rapport à sa taille [5]. Il permet aussi de définir les similarités dynamiques entre les différentes échelles, par exemple le passage de la marche au trot ou du trot au galop se passe au même nombre de Froude pour tous les quadrupèdes quelles que soient leurs tailles et leurs masses. Pour pouvoir comparer les différents modes de locomotion indépendamment de leur échelle, les biologistes utilisent en général le coût métabolique ou la consommation énergétique par unité de masse et par unité de longueur parcourue [5]. En ingénierie des systèmes de transport, on utilise plutôt la puissance spécifique $P_m/(Mgu)$ qui est un indice adimensionnel défini par la puissance motrice P_m divisée par le poids Mg multiplié par la vitesse u [6][7].

2. Forme générale des modèles en robotique mobile

La modélisation est un élément important en robotique. Outre l'optimisation de la conception, il permet surtout d'élaborer un modèle de commande du robot. La modélisation physique reste dominante en ingénierie mécanique et électronique, mais d'autres approches encore au stade de la recherche comme l'apprentissage par des réseaux de neurones sont des alternatives émergentes [8].

Un robot est un système multicorps en chaîne cinématique composé de solides supposés en général rigides. Les robots terrestres ont des liaisons par contact avec le sol sur lequel ils se déplacent. L'adhérence au sol est importante pour pouvoir créer la traction et changer la direction de mouvement.

L'hypothèse de roulement sans glissement aux différents contacts avec le sol est une hypothèse quasi-incontournable pour le développement de modèles de robots qui roulent ou qui marchent sur des sols ayant de bonnes propriétés d'adhérence. Dans le cas où il y a des glissements, outre le fait que ce phénomène est à éviter car il augmente l'usure des roues, le problème de commande devient très difficile à cause des non-linéarités dans les forces de frottement lors des glissements. Cette hypothèse de non-glissement donne lieu à des contraintes dites non holonomes, c'est-à-dire qui dépendent des vitesses et ne sont pas intégrables, et donc ne peuvent être décrites par une équation algébrique reliant les paramètres géométriques.

2.1 Modélisation cinématique

Un modèle cinématique en robotique représente la relation entre les vitesses articulaires actives et les vitesses opérationnelles. Ces dernières représentent en général les vitesses linéaire et angulaire du corps de référence, dit plate-forme. Qu'il s'agisse d'un robot à pattes ou d'un robot à roues, les équations cinématiques s'obtiennent à partir des conditions sur la vitesse de glissement $\vec{V}(C_i \in R_{S_i} / R_0) = \vec{0}$ où C_i est le point de contact de la $i^{\text{ème}}$ chaîne cinématique qui relie la plate-forme au sol, R_{S_i} et R_0 sont deux repères respectivement liés à l'organe de locomotion S_i et au sol (figure 4). En introduisant le solide de référence du robot et son repère R_P , on peut écrire grâce à la composition des vitesses :

$$\begin{aligned}\vec{V}(C_i \in R_P / R_0) &= -\vec{V}(C_i \in R_{S_i} / R_P) \\ \vec{V}(P \in R_P / R_0) + \vec{\omega}(R_P / R_0) \times \overline{PC_i} &= -\sum_{j=1}^{n_i} \dot{\varphi}_j \vec{e}_j \times \overline{PC_i}\end{aligned}$$

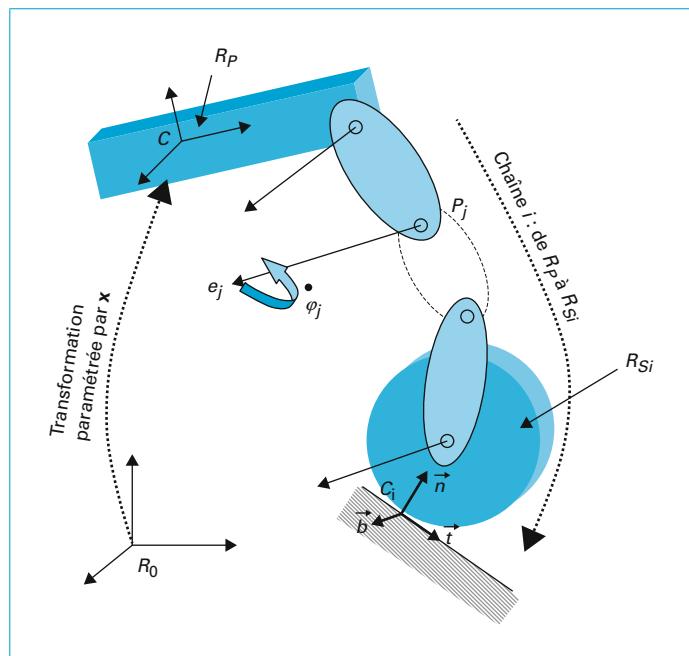


Figure 4 – Chaîne cinématique de locomotion

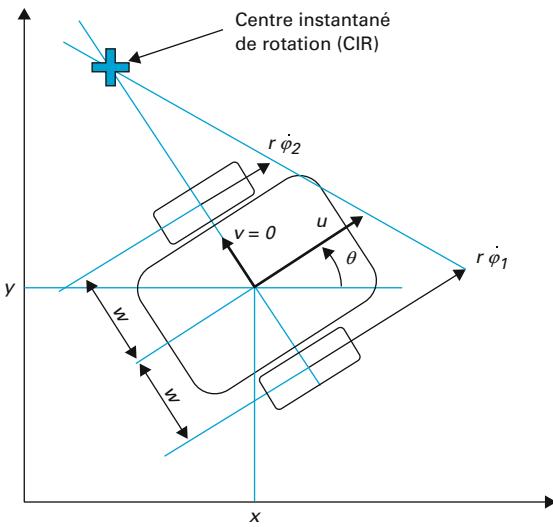


Figure 5 – Modèle cinématique d'un unicycle

ϕ_j et \bar{e}_j sont respectivement le paramètre et un vecteur unitaire de l'axe de la $j^{\text{ème}}$ liaison dans la $j^{\text{ème}}$ chaîne cinématique, qui comprend n_i articulations. Le second membre définit la vitesse linéaire, par rapport à la plate-forme, du point coïncidant, à l'instant considéré, avec le point de contact, alors que le premier membre représente l'opposé de la vitesse de la plate-forme par rapport au sol, exprimée au même point, celui du contact. $\bar{\omega}(R_p / R_0)$ désigne la vitesse angulaire de la plate-forme par rapport au sol.

On peut montrer que chaque chaîne cinématique i reliant la plate-forme et le contact au sol exprime une relation entre les paramètres opérationnels \dot{x} et articulaires $\dot{\phi}_i$:

$$\mathbf{G}_i^T \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_i \dot{\phi}_i \quad (1)$$

Les matrices \mathbf{G}_i et \mathbf{J}_i sont des matrices qui dépendent des paramètres de rotation de la plate-forme et des paramètres articulaires de la chaîne considérée. Si les chaînes cinématiques sont indépendantes les unes des autres, alors le modèle cinématique global est le résultat de la concaténation matricielle de ces équations.

$$\mathbf{G}^T \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J} \dot{\phi} \quad (2)$$

Seules les chaînes cinématiques en contact avec le sol sont considérées dans ces équations. Les autres qui ne sont pas au contact, tels que peuvent être les pattes d'un robot lors de la phase de vol, n'ont pas d'incidence sur le mouvement de la plate-forme pendant cette phase, du moins d'un point de vue cinématique.

L'exemple du robot unicyle en mouvement sur un sol plan est un cas particulier de robot mobile terrestre où la plate-forme est reliée par deux chaînes cinématiques composées chacune d'une seule liaison. Pour la roue droite, l'équation cinématique s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & w \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\phi}_1 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & w \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\phi}_1 \quad (4)$$

où les paramètres opérationnels $u, v, \dot{\theta}$ désignent respectivement les vitesses longitudinale et latérale du point milieu de l'essieu et sa vitesse angulaire, et où $\dot{\phi}_1$ et $\dot{\phi}_2$ désignent les vitesses de rotation des roues droite et gauche, r et d désignent le rayon des roues et la demi-largeur de l'essieu. Cette deuxième forme permet d'identifier les matrices de locomotion \mathbf{G}_1 et Jacobienne \mathbf{J}_1 de la première chaîne cinématique, que l'on peut aisément extrapoler pour la seconde chaîne (roue gauche) en remplaçant tout simplement w par $-w$.

En combinant ensemble les équations des roues droite et gauche, on obtient le modèle cinématique direct :

$$\begin{cases} u &= \frac{r}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) \\ v &= 0 \\ \dot{\theta} &= \frac{r}{2w}(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \end{cases} \quad (5)$$

et son inverse sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & w \\ 1 & -w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

La condition de non-glissement impose une vitesse latérale v nulle et une vitesse d'avance de chaque roue égale $r\dot{\phi}_i$. On peut donc déduire que $y\cos\theta - x\sin\theta = 0$. Cette équation est dite l'équation de non-holonomie du système, c'est-à-dire celle qui introduit une contrainte sur le champ de vitesse du système dynamique.

On peut aussi noter que le centre de rotation du robot est situé sur l'axe de l'essieu et le rayon de giration peut être obtenu à partir du rapport $u / \dot{\theta}$.

Si on rajoute une roue directrice à l'avant de ce robot (figure 6), les deux vitesses de rotation des roues deviennent dépendantes car le centre de rotation devient déterminé par l'angle de braquage de la roue, directrice. Si on note β cet angle et $\dot{\phi}_3$ la vitesse de rotation de la roue, alors on peut écrire grâce aux conditions de non-glissement :

$$\begin{cases} u &= r\dot{\phi}_3 \cos\beta \\ v &= 0 \\ \dot{\theta} &= \frac{r}{l} \dot{\phi}_3 \sin\beta \end{cases} \quad (7)$$

l étant l'empattement du robot.

2.2 Modélisation dynamique

Comme nous le verrons dans la section 4.1, la modélisation cinématique permet de définir une loi de commande pour réaliser une tâche de suivi de trajectoire. Une commande dynamique serait en théorie plus précise car elle prendrait en compte les efforts inertIELS ainsi que les efforts extérieurs (pesanteur, contact, aérodynamique). Cependant, elle nécessiterait de bien connaître le modèle ainsi que ses paramètres et de bien maîtriser l'application des couples au niveau des actionneurs. Pour obtenir le modèle dynamique d'un système robotique ayant un grand nombre de paramètres, les équations de D'Alembert-Lagrange sont à privilégier et permettent d'aboutir aux équations différentielles de mouvement reliant les paramètres de mouvement aux couples actionneurs.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g} = \mathbf{S}\tau + \mathbf{H}^T\lambda \quad (8)$$

où

$-\mathbf{q} = [\mathbf{x}^T \dot{\mathbf{q}}^T]^T$ est le vecteur complet des paramètres du système,

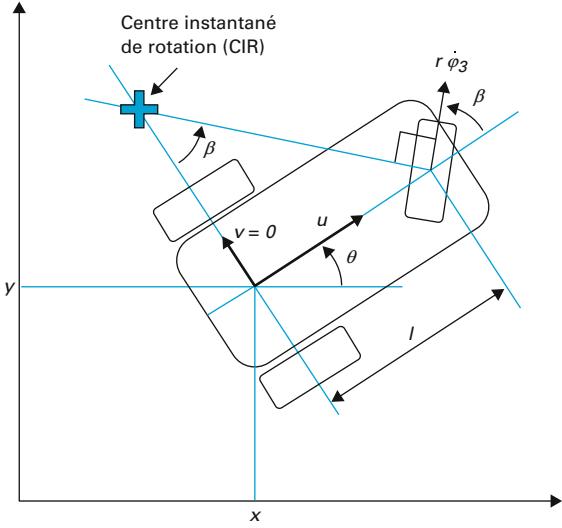


Figure 6 – Modèle cinématique de type voiture

- \mathbf{M} est la matrice masse du système obtenue à partir de la mise en forme quadratique de l'énergie cinétique $T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$,

- $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ est le vecteur des forces centrifuges et Coriolis, défini par $\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}}$,

- $\mathbf{g} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}}$ est le vecteur des forces de gravité et élastiques, et se calcule à partir de l'énergie potentielle V ,

- τ est le vecteur des couples articulaires et \mathbf{S} la matrice de sélection associée,

- $\mathbf{H} = [\mathbf{G}^T - \mathbf{J}]$ est la matrice des contraintes (en cas de paramètres dépendants) et λ sont les multiplicateurs de Lagrange associées aux contraintes cinématiques.

Pour le robot unicycle, en choisissant $\mathbf{q} = [x \ y \ \theta \ \dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2]^T$, ces différents termes s'écrivent :

- $\mathbf{M} = \text{diag}(m_p, m_p, I_p, I_r, I_r)$ composée dans l'ordre de la masse du système entier, du moment d'inertie du système entier par rapport à l'axe vertical, et les moments d'inertie des roues autour de leur axes,

- $\mathbf{C} = 0$ car la matrice masse est diagonale et constante,

- $\mathbf{g} = 0$ si le robot est sur un sol horizontal et son énergie potentielle est constante,

- $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1^T & -\mathbf{J}_1 \\ \mathbf{G}_2^T & -\mathbf{J}_2 \end{bmatrix}$ est la concaténation des contraintes non holonomes, calculées dans le paragraphe précédent.

Les multiplicateurs de Lagrange λ correspondent aux actions des contraintes et expriment tout simplement ici les forces de contact avec le sol. Si les contraintes sont projetées dans les bases locales de contact, les composantes de ce vecteur $[\lambda_b^i \ \lambda_t^i \ \lambda_h^i]^T$ regroupent les forces latérale, longitudinale et normale au $n^{\text{ème}}$ contact. Ces composantes doivent vérifier les condi-

tions du contact unilatéral $\lambda_n^i > 0$ et de frottement sans glissement $(\lambda_b^i)^2 + (\lambda_t^i)^2 \leq (\mu \lambda_h^i)^2$ où μ est le coefficient de frottement statique.

On peut procéder à une réduction de paramètres de la forme $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\xi$, où \mathbf{B} est une matrice dans le noyau de \mathbf{H} (tel que $\mathbf{H}\mathbf{B} = 0$). La multiplication à gauche par \mathbf{B}^T de l'équation (8) permet d'éliminer le vecteur inconnu λ , et d'avoir une relation directe entre les mouvements réalisables et non contraints et les couples actionneurs. Pour le robot unicycle, en choisissant $\xi = \dot{\phi} = [\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2]^T$, cette matrice peut être définie, après élimination de la contrainte latérale redondante, par sa transposée :

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \theta & \frac{r}{2} \sin \theta & \frac{r}{2w} & 1 & 0 \\ \frac{r}{2} \cos \theta & \frac{r}{2} \sin \theta & -\frac{r}{2w} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Enfin, le modèle dynamique peut s'exprimer dans sa forme générale par :

$$\mathbf{B}^T \mathbf{M} \mathbf{B} \dot{\xi} + \mathbf{B}^T (\mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{M} \dot{\mathbf{B}}) \xi + \mathbf{B}^T \mathbf{g} = \mathbf{B}^T \mathbf{S} \tau \quad (9)$$

3. Cinématique et mobilité des robots à roues

Les robots de type unicycle ou de type voiture étant non holonomes, ils ne peuvent se déplacer latéralement. Une plate-forme dont toutes les roues sont directrices (roues à chasse nulle) peut se déplacer latéralement, mais seulement après réorientation de ses roues à 90°. Celle-ci est dite omnidirectionnelle mais reste en général non holonome. Il existe cependant quelques architectures de plate-formes omnidirectionnelles qui sont aussi holonomes.

3.1 Les robots omnidirectionnels

■ Plate-forme holonome à roues conventionnelles

Dans un environnement très contraint, il est nécessaire d'avoir un système omnidirectionnel afin d'éviter de faire des manœuvres complexes qui sont parfois très difficiles à générer automatiquement. Si en plus on cherche à avoir des réponses rapides et une forte réactivité, on peut être amené à opter vers des systèmes dits holonomes et omnidirectionnels, c'est-à-dire qui ont unemobilité pleine de 3 (voir section 3.2) et non contrainte. L'exemple populaire du fauteuil de bureau avec ses roues folles illustre cette mobilité car la base n'a pas de contrainte sur ces deux translations longitudinale et latérale, ni sur sa rotation verticale.

Si l'on considère un système à plusieurs roues directrices actives mais décentrées, c'est-à-dire dont les axes de direction et de rotation sont décalés d'une distance e suivant la direction longitudinale des roues (figure 7), les équations cinématiques pour la $n^{\text{ème}}$ chaîne projetées sur les vecteurs de la plate-forme s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -b_i + e \sin \beta_i \\ 0 & 1 & a_i - e \cos \beta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \beta_i & -e \sin \beta_i \\ r \sin \beta_i & e \cos \beta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_i \\ \dot{\beta}_i \end{bmatrix}$$

où a_i, b_i sont les coordonnées du point d'attache de la $n^{\text{ème}}$ roue dans la base du robot, et β_i est l'angle de la roue par rapport à l'axe

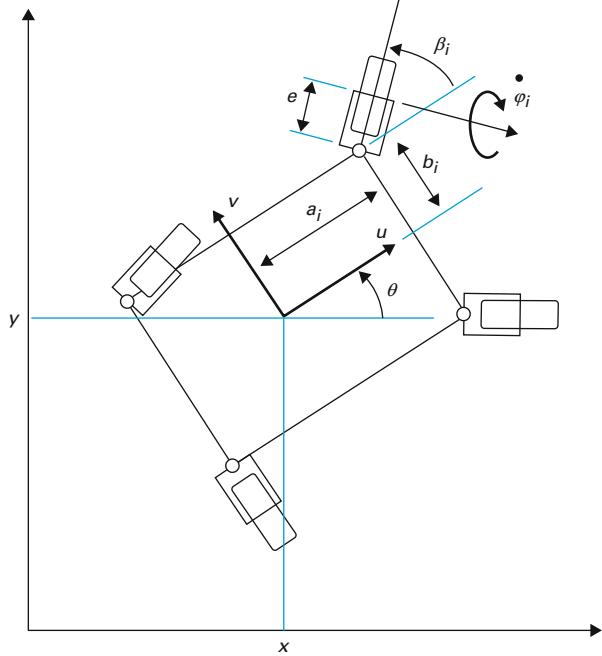


Figure 7 – Robot holonome et omnidirectionnel à roues décentrées

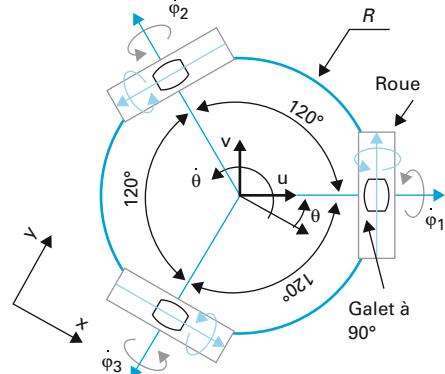
du véhicule. D'après cette relation qui permet d'identifier les matrices de locomotion \mathbf{G}_i et Jacobienne \mathbf{J}_i , on peut montrer aisément que \mathbf{J}_i est inversible si $e \neq 0$ et que dans ce cas il n'a pas de relation de contrainte entre les trois paramètres de vitesse de la plate-forme. Deux roues de ce type, permettent théoriquement de contrôler tout le vecteur $(u, v, \dot{\theta})$; cependant, les quatre paramètres de vitesses articulaires $(\dot{\phi}_1, \dot{\beta}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\beta}_2)$ seront dépendants par une relation de contrainte, qui nécessite de bien synchroniser les asservissements des actionneurs [9]. Une troisième roue folle passive ou active, voire une simple roulette sphérique, permettra d'assurer l'équilibre statique de l'ensemble. Si le système n'a que des roues directrices centrées $e = 0$, le robot est dit omnidirectionnel mais non holonome.

Roue universelle

La roue dite universelle ou encore suédoise, est la solution la plus utilisée pour réaliser des robots holonomes et omnidirectionnels. Celle-ci dispose à sa périphérie d'une série de galets passifs dont l'axe de rotation est incliné par rapport à l'axe de la roue, avec un angle en général égal à 45° ou 90° (figure 8). Ces galets permettent à la roue de glisser latéralement tout en étant capable de transmettre une force de traction. Une disposition judicieuse d'au moins trois de ces roues sur la plate-forme permettrait d'obtenir une matrice Jacobienne inversible, et donc une commandabilité des trois composantes de vitesse de la plate-forme.

L'inconvénient majeur des roues suédoises est qu'elles ne peuvent évoluer que sur des sols relativement réguliers et propres car la présence de poussières ou de particules sur le sol entraîne des dépôts entre les galets qui risquent d'augmenter les frottements ou de les bloquer tout simplement.

Vue de dessus d'une base à trois roues suédoises de rayon r dont l'angle $\gamma = 90^\circ$ et disposées à 120° autour du centre à une distance R .



Le modèle cinématique inverse s'écrit par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 1 & R \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & R \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 1 & R \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & R \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Le produit de ces deux matrices est de rang plein égal à 3 et donc inversible, qui confirme donc la commandabilité totale du vecteur $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta}]^T$.

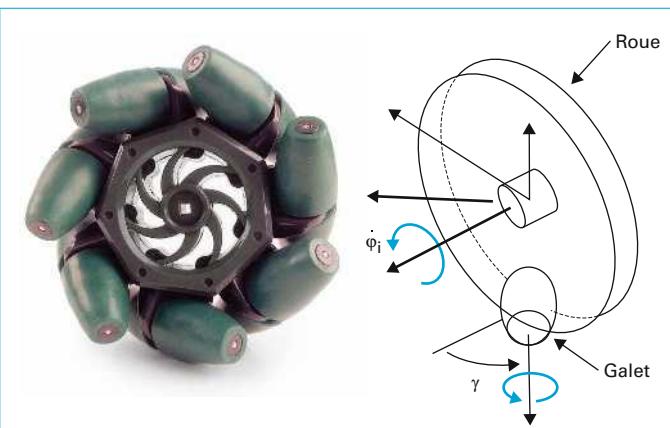


Figure 8 – Roue suédoise à angle $\gamma = 45^\circ$ (seul un galet est schématisé sur la figure de droite).

■ Autres cinématiques holonomes

On peut également citer d'autres solutions plus exotiques, comme la roue orthogonale [10] ou la roue sphérique [11] qui sont des conceptions assez originales et brevetées, mais qui ne sont pas vraiment efficaces d'un point de vue opérationnel. La roue orthogonale est composée de deux sphères tronquées qui tournent passivement autour de deux axes qui restent toujours orthogonaux (figure 9). Outre la variation de la position du contact créatrice de vibrations, l'incertitude de ces variations pose également des problèmes pour l'odométrie cinématique (capacité à calculer la distance parcourue grâce aux mesures proprioceptives). Pour la roue sphérique, on retrouve plusieurs versions. Leur point commun est qu'elle est toujours entraînée par un ou deux galets nécessaires disposés sur un grand cercle de la sphère et dont les axes sont dans le plan de ce grand cercle (afin de vérifier les conditions de non-glissement aux contacts sphère/galets). Pour la sustentation des plateformes sur ces roues, on retrouve surtout des réalisations qui ont recours à des roulettes sphériques (figure 10). Cette solution est plutôt séduisante grâce à sa simplicité mécanique et la bonne adhérence que l'on pourrait obtenir avec une roue de type ballon pneumatique. Cependant, l'effort de traction sera probablement limité du fait du petit diamètre des galets et de la transmission par friction entre ces galets et le ballon. Pour ces deux types de roues, l'assemblage le plus courant est celui qui utilise trois roues disposées à 120° autour du centre de la plateforme, assemblage similaire à celui avec roues suédoises décrit précédemment.

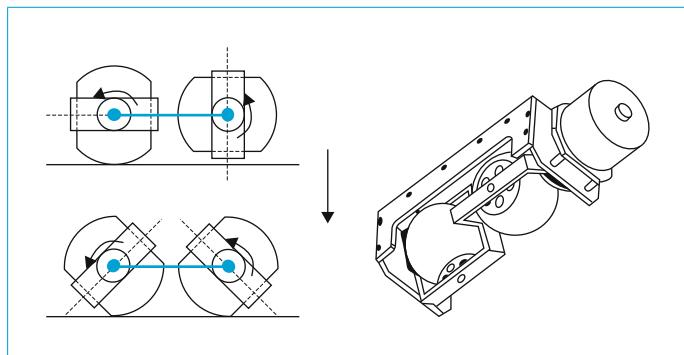


Figure 9 – Roue orthogonale composée de deux sphères tronquées et maintenues par deux châssis dont les axes restent toujours perpendiculaires.

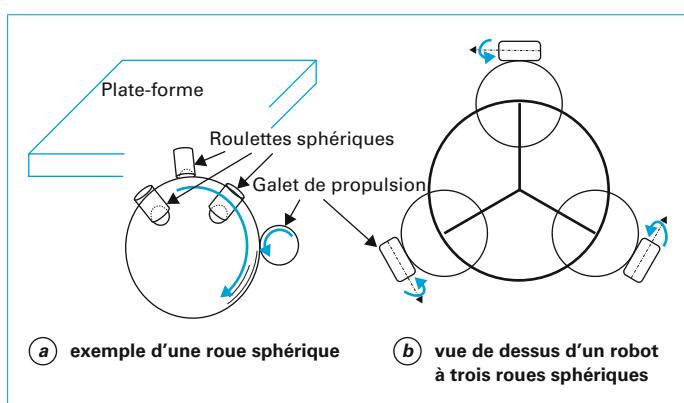


Figure 10 – Roue sphérique

3.2 Mobilité des robots à roues

■ Degré de mobilité

La mobilité d'un robot mobile à roues dépend du nombre et du type de roues dont il est équipé [12]. Le degré de mobilité δ_m caractérise le nombre de composantes de vitesse commandables indépendantes. Par exemple, sur un robot de type « unicycle », les termes de vitesse indépendants directement commandés sont $(u, \dot{\theta})$, soit $\delta_m = 2$. En revanche, pour une cinématique de type voiture les vitesses $(u, \dot{\theta})$ sont couplées, le degré de mobilité étant donc $\delta_m = 1$.

■ Degré de manœuvrabilité

Le degré de mobilité définit la dimension de l'espace de vitesse admissible de la plate-forme du robot. Il ne représente donc pas complètement la capacité de mouvement du robot en termes d'espace géométrique accessible, ni l'ensemble des trajectoires réalisables permettant d'atteindre une configuration donnée. Il est caractérisé en prenant également en compte le nombre de roues dirigeables indépendantes δ_s . Ainsi, on définit $\delta_M = \delta_m + \delta_s$, le degré de manœuvrabilité qui spécifie le nombre total de degrés de mobilité contrôlables, soit directement par les vitesses (δ_m), soit indirectement par le changement d'orientation des roues (δ_s) (figure 11). Notons que le degré de manœuvrabilité correspond également à la mobilité du centre instantané de rotation (CIR) défini comme le point de vitesse nulle.

■ Trajectoires admissibles

Pour un robot avec une cinématique de type voiture, le degré de mobilité est $\delta_m = 1$, avec deux roues directrices couplées par un mécanisme dit à épure de Jeantaud, soit $\delta_s = 1$, ce qui donne un degré de manœuvrabilité $\delta_M = 2$. En effet, le déplacement instantané du robot est contraint sur un arc de cercle dont la courbure dépend de l'orientation des roues directrices, mais le CIR peut se déplacer suivant une droite passant par l'axe de rotation des roues fixes. Le robot pouvant alors réaliser toute trajectoire paramétrée par sa courbure, la seule contrainte sera d'avoir une trajectoire dont la courbure varie sans discontinuité et dans la limite d'actionnement du robot (vitesses limites d'orientation et de propulsion des roues). Par opposition, un robot omnidirectionnel à roues suédoises, donc sans roue directrice, aura un degré de manœuvrabilité égal à son degré de mobilité $\delta_M = \delta_m = 3$, lui permettant de contrôler instantanément ses trois paramètres d'état (x, y, θ) et donc de réaliser tout type de trajectoire avec la seule contrainte de continuité en position (la dérivée pouvant être discontinue – cas de trajectoire en lignes brisées), toujours dans la limite de vitesse accessible par les actionneurs. On note dans ce cas que le CIR peut être déplacé instantanément en tout point du plan sur lequel le robot évolue (dans la limite des capacités d'accélération du robot).

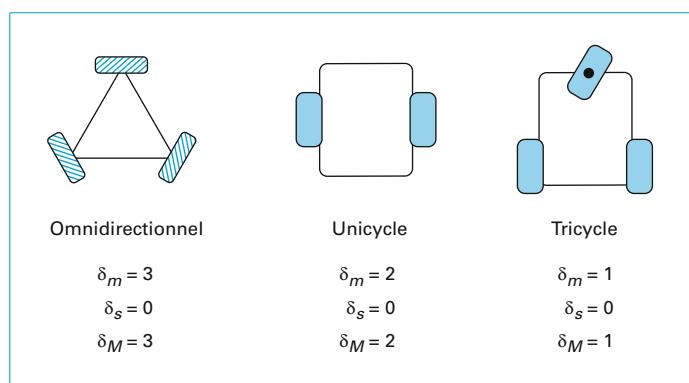


Figure 11 – Illustration du degré de manœuvrabilité de quelques robots mobiles à roues

Maneuvrabilité et stabilité

Comme nous venons de l'expliquer, d'un point de vue purement cinématique, la solution exploitant des structures cinématiques omnidirectionnelles et holonomes semble préférable afin de se déplacer sans contrainte. Cependant, en plus de souffrir des limitations technologiques dues au faible choix de solution de roues holonomes, à leur manque de robustesse, à leur coût et à leur complexité, l'utilisation de robots holonomes pose également le problème de la stabilité de leurs déplacements. En effet, lorsqu'un robot omnidirectionnel évolue à grande vitesse le long d'une trajectoire circulaire à courbure constante, il est soumis à une force centrifuge non négligeable. L'utilisation de roues non contraintes (du type roues suédoises) oblige alors les actionneurs à développer un couple de traction important pour équilibrer les forces centrifuges. Un défaut d'actionnement ou d'asservissement entraînera alors un écart de trajectoire qui peut nuire à l'intégrité du robot. Au contraire, dans le cas d'un robot non holome (par exemple avec une cinématique de type voiture) utilisant des roues conventionnelles, ces forces sont compensées de manière passive, garantissant une meilleure stabilité en courbure.

4. Gestion des déplacements

Dans la mise en œuvre d'un système robotique mobile, la gestion de ses déplacements est une fonction essentielle, à la base de toute action autonome plus complexe. Elle se décompose généralement en trois sous-fonctions : la planification de mouvements, le contrôle d'exécution des mouvements et l'estimation d'état.

La planification de mouvements traite de la définition d'une trajectoire ou d'un chemin permettant au robot de réaliser une tâche dans son environnement qui peut être de rejoindre un point, d'explorer une zone ou encore de se coordonner avec un autre robot pour exécuter une action complexe. Dans le cas de la robotique mobile, il existe deux principaux types de problème de planification. Le premier est la définition d'un chemin permettant de rallier deux points, ou plus, représentés dans une carte modélisant un environnement avec des obstacles et considérant le robot modélisé par un objet géométrique représentant son empreinte au sol. Le deuxième est la génération de trajectoires compatibles avec la mobilité du robot qui peut conduire parfois à définir des trajectoires complexes à l'image de celle obtenue pour garer une voiture en créneau [13]. Les solutions sont obtenues par des méthodes d'optimisation à base d'heuristiques ou par des approches stochastiques en considérant des critères de performance tels que la durée du parcours, son coût énergétique ou encore la stabilité sur des terrains accidentés. L'ouvrage [14] donne une description détaillée des méthodes actuelles de planification.

L'exécution des mouvements concerne la génération des consignes de vitesse au niveau moteur nécessaires à la réalisation d'un mouvement opérationnel donné. Une première approche intuitive consisterait à appliquer directement les consignes de vitesse correspondant aux mouvements planifiés, par inversion du modèle cinématique tel que décrit à la section 2. Cependant, une telle approche, dite en boucle ouverte, ne permet pas de garantir une exécution stable et précise des mouvements planifiés, notamment à cause des perturbations liées aux défauts de modélisation (défaut de paramétrage du modèle cinématique, présence d'efforts de frottement, effets dynamiques non modélisés, perturbations liées à l'environnement, etc.) avec des conséquences pouvant être nuisibles comme une collision avec des obstacles. Il est donc indispensable de considérer des approches basées sur la commande à retour d'état en position et en orientation du mobile par rapport à un référentiel.

L'estimation d'état, notamment la localisation d'un robot mobile, s'appuie sur des capteurs proprioceptifs mesurant les incrément de déplacements élémentaires, et sur des capteurs

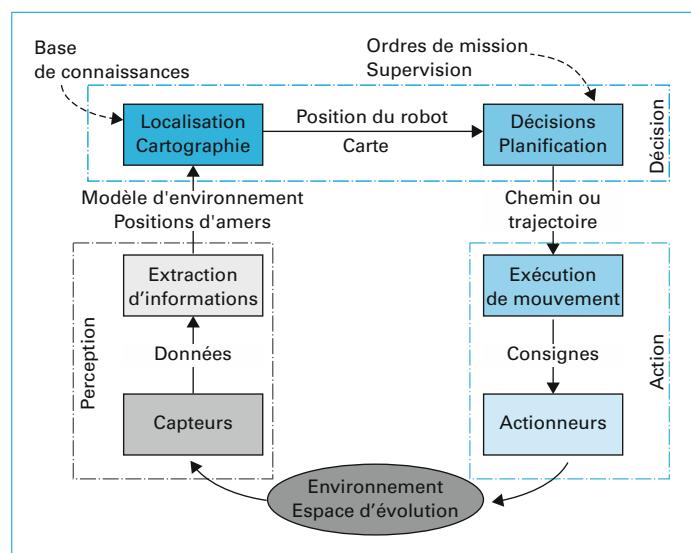


Figure 12 – Architecture classique de la boucle perception/décision/action (adaptée d'après [17])

extéroceptifs permettant d'estimer au mieux la pose du robot (sa position et son orientation) dans un repère de référence.

Ces trois fonctions sont généralement organisées suivant une boucle dite de « perception-décision-action » telle que représentée sur la figure 12 qui définit les interactions et la nature des données échangées entre modules fonctionnels. Il s'agit de l'architecture la plus courante, mais il existe d'autres approches, notamment basées sur une organisation parallèle d'activités réflexes liées aux capteurs [15][16].

Notons également qu'il existe d'autres approches de contrôle des déplacements mêlant les fonctions de commande et d'estimation en exprimant la tâche de déplacement directement dans un espace de perception (on parle alors de commande référencée capteur). Il s'agit par exemple de la commande par asservissement visuel pour réaliser des opérations de suivi d'une cible mobile ou d'un véhicule dans un convoi [18].

Dans cette section, nous traiterons de la commande par retour d'état en considérant trois problèmes de commande classiques : le ralliement de points de passage, la stabilisation de trajectoire et le suivi de chemin. Nous supposons que le robot mobile peut être représenté par son modèle cinématique, négligeant les effets dynamiques qui seront considérés comme des perturbations rejetées par la commande en boucle fermée. Les contraintes en termes de limite d'accélération sont également négligées et on considère que les effets de glissement aux contacts roue/sol sont négligeables. Nous présenterons ensuite les méthodes classiques utilisées pour la localisation d'un robot mobile.

4.1 Commande des déplacements

Pour la commande cinématique d'un robot mobile, trois types de problème de commande sont abordés dans cet article. Il s'agit de :

- la commande en position par points de passage ;
- la commande en suivi de chemin qui contraint le robot à suivre une courbe définie dans le plan par ces coordonnées curvilignes ;
- la commande en suivi de trajectoire ajoutant la dimension temporelle au suivi de chemin.

Dans le premier cas, il s'agit de définir un ensemble ordonné de points de passage qui doivent être ralliés par le robot pour réaliser un déplacement donné. Dans ce cas, la trajectoire permettant de rejoindre les points entre eux n'est pas définie. Cette commande

est plutôt adaptée au déplacement en terrain dégagé ou peu encombré tel que le balayage d'une zone dans un champ avec des points définis par leurs coordonnées GNSS (*Global Navigation Satellite System* : système de positionnement par satellites).

Dans le deuxième cas, on considère le chemin comme une courbe paramétrée par des coordonnées curvilignes relativement à un référentiel : $C^* = (x(s), y(s))$ où s désigne l'abscisse curviligne. Ce modèle de commande est plus adapté à la gestion des déplacements d'un robot dans un environnement contraint pour lequel un chemin de référence a pu être préalablement planifié. Il s'agit d'un problème analogue à celui de la conduite sur route où la seule variable qui doit être asservie est la distance latérale au centre de la route afin de maintenir le véhicule sur la chaussée, cela quelle que soit sa vitesse d'avance.

Dans le dernier cas, l'objectif est d'asservir la position du robot sur une consigne temporelle en ajoutant la dimension temps dans la spécification de la consigne : $T^* = (x(t), y(t))$. Il s'agit par exemple de la poursuite d'un autre robot ou bien de la conduite en convoi de plusieurs robots. Dans ces cas, la vitesse d'avance devient également une variable à asservir.

Dans les applications courantes de robotique mobile, l'orientation θ n'est pas considérée comme une variable à asservir et seule compte la position (x, y) du robot : on parle alors de commande sans contrôle d'orientation. Cependant, pour des questions de perception notamment ou bien simplement pour garantir de meilleures propriétés de stabilité dans l'asservissement des déplacements, il peut être nécessaire d'intégrer également ce contrôle de l'orientation du robot. Cela conduit généralement à des problèmes d'automatique plus complexes souvent résolus par des méthodes de commande non linéaire [19][20].

Nous présentons en détail les trois types de commande dans le cas du robot de type unicycle, les résultats pouvant aisément être généralisés au cas d'un véhicule de type voiture. Les robots de type unicycle possèdent deux paramètres de commande cinématique, la vitesse longitudinale u et la vitesse de rotation en lacet $\omega = \dot{\theta}$.

Ralliemement de points de passage

Il s'agit d'une approche de commande pratique permettant de réaliser diverses tâches de déplacement en procédant à leur discréttisation pour en déduire une série ordonnée de points de passage. Dans ce cas de figure, le mouvement résultant (réellement réalisé par le robot entre deux points) n'est pas contraint, seul comptant le passage par les différents points [17].

Les coordonnées du robot, exprimées dans le repère de référence (\bar{x}_0, \bar{y}_0) , sont définies par son vecteur de posture $x = (x, y, \theta)$ (figure 13). Le point de passage D est défini dans le même repère de référence par $p_d = (x_d, y_d)$. La position relative du robot par rapport à ce point peut s'exprimer en coordonnées polaires (ρ, α) . Introduisons également β l'angle entre l'axe \bar{x}_p joignant la position du robot au point de passage et l'axe \bar{x} du repère de référence. Il s'agit d'une variable permettant de contrôler l'angle d'orientation du robot à son arrivée au point de passage :

$$\begin{cases} \rho &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \beta &= \text{atan2}(\Delta y, \Delta x) \\ \alpha &= \beta - \theta \end{cases} \quad (10)$$

où $\Delta x = x_d - x$ et $\Delta y = y_d - y$ représentent l'écart de position.

Ce nouveau paramétrage permet d'expliquer une forme de commande linéaire en opérant le changement de variables de commande suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\alpha & 0 & 0 \\ (\sin\alpha)/\rho & -1 & 0 \\ (\sin\alpha)/\rho & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} \quad (11)$$

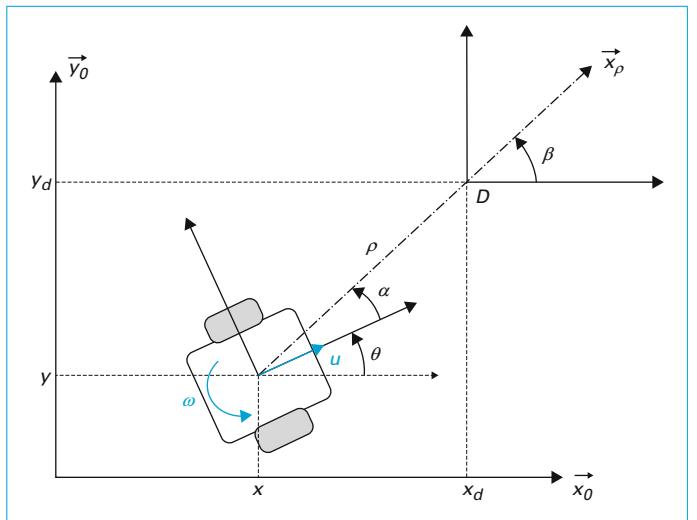


Figure 13 – Ralliemement de points de passage

Notons que cette transformation n'est pas définie pour $\rho = 0$ et considérons la loi de commande linéaire de la forme :

$$\begin{cases} u &= k_\rho \rho \\ \omega &= k_\alpha \alpha + k_\beta \tilde{\beta} \end{cases} \quad (12)$$

nous obtenons alors le système en boucle fermée :

$$\begin{cases} \dot{\rho} &= -k_\rho \rho \cos\alpha \\ \dot{\alpha} &= k_\rho \sin\alpha - k_\alpha \alpha - k_\beta \tilde{\beta} \\ \dot{\tilde{\beta}} &= -k_\rho \sin\alpha \end{cases} \quad (13)$$

où $\tilde{\beta} = \beta_d - \beta$ désigne l'écart de position angulaire par rapport à une consigne d'orientation β_d au point D . Nous pouvons constater que le système ne présente pas de singularité en $\rho = 0$ et que le seul point d'équilibre est $(\rho, \alpha, \tilde{\beta}) = (0, 0, 0)$. Il est possible de démontrer la stabilité asymptotique autour de ce point d'équilibre si :

$$k_\rho > 0, \quad k_\alpha > k_\rho, \quad k_\beta < 0$$

La démonstration de cette propriété suppose de linéariser le système (13) autour du point d'équilibre ($\cos\alpha = 1, \sin\alpha = x$) :

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\tilde{\beta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_\rho & 0 & 0 \\ 0 & -(k_\alpha - k_\rho) & -k_\beta \\ 0 & -k_\rho & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho \\ \alpha \\ \tilde{\beta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

La dynamique du système en boucle fermée autour du point d'équilibre est caractérisée par la matrice \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -k_\rho & 0 & 0 \\ 0 & -(k_\alpha - k_\rho) & -k_\beta \\ 0 & -k_\rho & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

dont les valeurs propres doivent avoir leur partie réelle négative pour vérifier la condition de stabilité asymptotique. Or, le polynôme caractéristique associé à cette matrice \mathbf{A} est :

$$(\lambda + k_\rho)(\lambda^2 + \lambda(k_\alpha - k_\rho) - k_\rho k_\beta) \quad (16)$$

dont les racines sont à partie réelle négative si :

$$k_\rho > 0, \quad k_\alpha > k_\rho, \quad k_\beta < 0$$

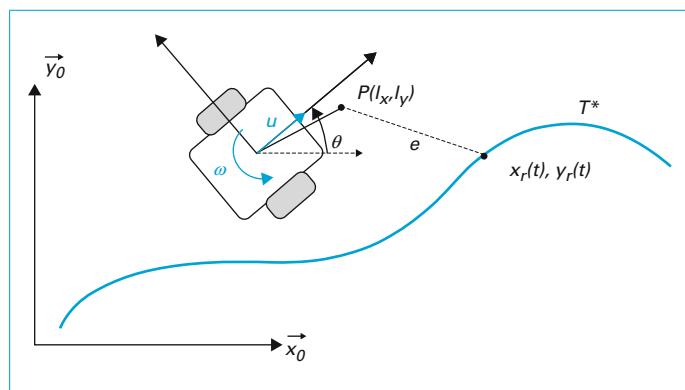


Figure 14 – Stabilisation de trajectoire

D'un point de vue pratique, le point à rallier D est considéré comme atteint lorsque la distance $|\rho|$ est inférieure à un certain seuil ρ_s , permettant alors de poursuivre le guidage vers le point de passage suivant.

■ Stabilisation de trajectoire

Pour ce type de commande, la trajectoire de référence est donnée dans le repère R_0 , sous la forme $(x_r(t), y_r(t))$ (figure 14). Comme indiqué précédemment, cette trajectoire est supposée être continûment différentiable. Soit P un point de référence sur le véhicule tel que (l_x, l_y) représente ses coordonnées dans le repère mobile attaché au robot et (x_p, y_p) ses coordonnées dans le repère fixe de référence. Ce point représente le point de contrôle du robot qui doit suivre la trajectoire de référence. L'objectif de la commande est alors de stabiliser autour de zéro l'erreur de suivi $e = (x_r - x_p, y_r - y_p)$.

Dans le cas d'un robot de type unicycle, la vitesse du point P peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_p &= u \cos \theta - \omega (l_x \sin \theta + l_y \cos \theta) \\ \dot{y}_p &= u \sin \theta + \omega (l_x \cos \theta - l_y \sin \theta) \end{cases} \quad (17)$$

et l'équation de l'erreur s'écrit alors :

$$\dot{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos \theta & -l_x \sin \theta \\ \sin \theta & l_x \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u - l_y \omega \\ \omega \end{bmatrix} \quad (18)$$

En effectuant le changement de variable suivant :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -l_x \sin \theta \\ \sin \theta & l_x \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u - l_y \omega \\ \omega \end{bmatrix} \quad (19)$$

Il est possible de trouver une loi de commande linéaire en ces nouvelles variables :

$$\begin{cases} v_1 &= \dot{x}_r + k_x (x_r - x_p) \\ v_2 &= \dot{y}_r + k_y (y_r - y_p) \end{cases} \quad (20)$$

qui en substituant dans l'équation (18) donne :

$$\dot{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} -k_x & 0 \\ 0 & -k_y \end{bmatrix} \mathbf{e}$$

Cette commande est stable si $k_x > 0$ et $k_y > 0$. De plus, elle est définie par la transformation (19) qui doit être inversible. Une condition d'existence est donc que $l_x \neq 0$. En pratique, le point P est souvent choisi sur l'axe longitudinal du robot $l_y = 0$, ce qui simplifie légèrement les équations. Nous pouvons remarquer que si $l_x = 0$, le point de contrôle P se trouve sur l'axe des roues du

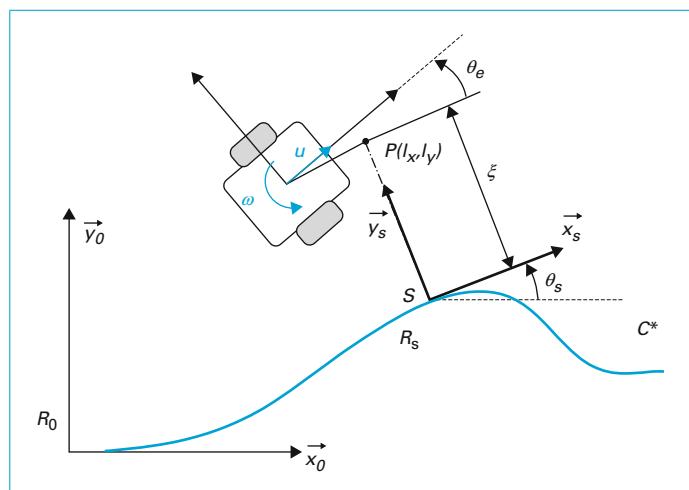


Figure 15 – Suivi de chemin

robot ; ainsi, sa vitesse latérale sera contrainte à zéro ce qui correspond à la dégénérescence de la transformation (19) qui n'est donc plus inversible. Il convient alors d'intégrer l'erreur d'orientation $\theta - \theta_r$ pour intégrer l'asservissement couplé de la position et de l'orientation du robot en ajoutant une nouvelle variable de commande. Pour plus de détails voir notamment [19].

■ Suivi de chemin

Considérant un chemin de référence noté $C^* = (x_r(s), y_r(s))$ et le point de contrôle P fixe dans le repère du robot (voir paragraphe précédent), il est possible d'exprimer les coordonnées de ce point de contrôle projeté sur la courbe C^* . Soit S , la projection orthogonale de P sur la courbe, définie comme le point le plus proche appartenant à C^* . On note R_s , le repère de Frenet associé à ce

point tel que \vec{y}_s soit normal à la courbe (figure 15). La configuration relative de robot par rapport à la courbe C^* peut alors être définie par les variables suivantes :

- s l'abscisse curviligne du point S ,
- ξ la distance du point P à la courbe C^* ,
- θ_e l'orientation relative du robot par rapport à R_s .

Dans le cas d'un robot unicycle, la variation de ces paramètres en fonction de la vitesse du robot (u, ω) peut s'exprimer sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{s} &= \frac{1}{1 - \xi c(s)} ((u - l_y \omega) \cos \theta_e - l_x \omega \sin \theta_e) \\ \dot{\xi} &= (u - l_y \omega) \sin \theta_e + l_x \omega \cos \theta_e \\ \dot{\theta}_e &= \omega - \dot{s} c(s) \end{cases} \quad (21)$$

où $c(s)$ est la courbure de C^* au point S .

La commande de suivi de chemin consiste donc à stabiliser à zéro le paramètre de distance ξ . La variable permettant d'agir sur cette distance est la vitesse de rotation ω , en supposant que la vitesse d'avancement est fixée par ailleurs à une valeur non nulle. Nous faisons également l'hypothèse que cette vitesse ne change pas de signe et que le produit $l_x u$ est strictement positif. Pour des raisons de simplification d'écriture mathématique, supposons $l_y = 0$ (le point de référence est situé sur l'axe longitudinal du robot). Nous remarquons que la condition $l_x \neq 0$ est nécessaire pour garantir la commandabilité de ξ par la vitesse de rotation ω .

Une commande stabilisante peut alors être obtenue en considérant la loi de retour non linéaire suivante :

$$\omega = -\frac{u}{l_x \cos \theta_e} \sin \theta_e - uk\xi \quad (22)$$

avec $k > 0$. Nous pouvons alors vérifier que l'application de ce retour d'état conduit à :

$$\dot{\xi} = -l_x u k \cos \theta_e \xi$$

En supposant $k > 0$ et $l_x u > 0$, on montre que $|\xi|$ est strictement décroissante et que ξ tend donc vers 0 si et seulement si $\theta_e \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (pour une démonstration de cet énoncé voir [19]).

La transformation (21) peut être retrouvée en exprimant la vitesse du point P sous la forme suivante :

$$\vec{V}(P \in R_p / R_0) = \vec{V}(S \in R_p / R_0) + \frac{d}{dt} \vec{SP}$$

Or $\vec{SP} = \xi \vec{y}_s$ et $\vec{V}(S \in R_p / R_0) = \dot{s} \vec{x}_s$, et par définition, la courbure de C^* au point S est $c(s) = \frac{\partial \theta_s}{\partial s}$, soit $\dot{\theta}_s = \dot{s} c(s)$. On en déduit donc :

$$\begin{aligned} \vec{V}(P \in R_p / R_0) &= \dot{s} \vec{x}_s + \dot{\xi} \vec{y}_s + \xi \dot{\theta}_s \vec{z} \times \vec{y}_s \\ &= \dot{s}(1 - \xi c(s)) \vec{x}_s + \xi \vec{y}_s \end{aligned}$$

La vitesse du point P peut également s'exprimer en projection dans R_s de manière analogue à l'expression (17) :

$$\begin{aligned} \vec{V}(P \in R_p / R_0) &= \left[(u - l_y \omega) \cos \theta_e - l_x \omega \sin \theta_e \right] \vec{x}_s \\ &\quad + \left[(u - l_y \omega) \sin \theta_e + l_x \omega \cos \theta_e \right] \vec{y}_s \end{aligned}$$

Par identification termes à termes de ces deux expressions et en considérant que $\dot{\theta}_e = \omega - \dot{\theta}_s$, nous retrouvons facilement les relations du système (21).

4.2 Localisation

La commande par retour d'état des déplacements d'un robot mobile s'appuie sur l'estimation de sa pose par rapport à un repère de référence. La détermination de la pose du robot est l'objet de la fonction de localisation qui s'appuie sur des mesures de son état interne (dites proprioceptives) et de son environnement (dites extéroceptives).

Les mesures proprioceptives sont généralement fournies par des capteurs de type encodeurs indiquant le déplacement angulaire de chaque roue. Elles sont éventuellement complétées par des mesures inertielles telles que la vitesse de rotation en lacet ($\dot{\theta}$) fournie par un gyromètre. Ces mesures permettent de faire de la localisation dite à l'estime (ou localisation par odométrie) en effectuant une intégration au cours du temps des déplacements élémentaires mesurés par ces capteurs. Les imperfections de ces capteurs et de leur chaîne d'acquisition, ainsi que les effets de glissement dans la liaison roue-sol entraînent nécessairement une dérive de cette localisation à l'estime. Une solution classique pour réduire cette erreur d'estimation consiste à équiper le robot de capteurs extéroceptifs fournissant une mesure de l'environnement et donc de son état relatif par rapport à cet environnement supposé statique. Cette information peut alors être utilisée pour recalculer la pose estimée. Parmi les capteurs extéroceptifs les plus fréquents, on retrouve les capteurs visuels permettant d'identifier et de localiser des amers visuels, les télémètres laser à balayage permettant de détecter des éléments discriminants de l'environnement tels que murs ou portes, et égale-

ment les récepteurs GNSS, très utilisés en milieu extérieur, permettant de se localiser sur le globe terrestre (ici les satellites des constellations GPS, GLONASS ou Galileo constituent les amers de référence). L'ouvrage [21] donne une description détaillée des capteurs classiquement utilisés en robotique mobile.

Odométrie

La localisation par odométrie consiste donc à utiliser une information de déplacement élémentaire fournie par des encodeurs associés à chaque roue pour estimer par intégration la pose courante \mathbf{x}_k du robot. Le déplacement élémentaire du robot (Δs , $\Delta \theta$) entre deux instants discrets k et $k+1$ peut être obtenu à partir de la mesure de la distance parcourue par chaque roue Δl_i , ce qui donne par exemple dans le cas du robot unicycle (figure 5) :

$$\begin{cases} \Delta s &= \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{2} \\ \Delta \theta &= \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2}{2d} \end{cases} \quad (23)$$

L'estimation de la pose à l'instant $k+1$ est alors définie par la relation de récurrence suivante :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta s \cos\left(\theta_k + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta s \sin\left(\theta_k + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \\ \theta_{k+1} &= \theta_k + \Delta \theta \end{aligned}$$

soit :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} \cos\left(\theta_k + \frac{\Delta \theta}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_k + \frac{\Delta \theta}{2}\right) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (24)$$

L'inconvénient majeur de cette méthode de localisation est lié à la propagation de l'erreur de mesure. Cette erreur, due notamment aux erreurs d'acquisition et d'échantillonnage des encodeurs, mais également à la présence de glissement entre les roues et le sol, peut être représentée par la matrice de covariance \mathbf{R}_Δ :

$$\mathbf{R}_\Delta = \begin{bmatrix} \mu_1 |\Delta l_1| & 0 \\ 0 & \mu_2 |\Delta l_2| \end{bmatrix}$$

telle que l'écart-type de la mesure de distance soit proportionnelle à la distance parcourue selon un facteur μ_i constant et dépendant des propriétés du robot et de l'environnement. Ce facteur est généralement déterminé expérimentalement pour chaque roue. La propagation de l'erreur dépend alors uniquement du modèle d'évolution défini par les équations (24) et (23) qui peut s'exprimer sous la forme :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \Delta l_1, \Delta l_2) \quad (25)$$

La matrice \mathbf{P}_k de covariance d'estimation de la pose du robot \mathbf{x}_k à l'instant k , représentant l'erreur de localisation, peut s'exprimer par l'équation de récurrence suivante :

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{F}_x \mathbf{P}_k \mathbf{F}_x^T + \mathbf{F}_\Delta \mathbf{R}_\Delta \mathbf{F}_\Delta^T \quad (26)$$

telle que \mathbf{F}_x et \mathbf{F}_Δ soient les matrices Jacobiniennes suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Delta l_1} & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Delta l_2} \end{bmatrix} \end{cases}$$

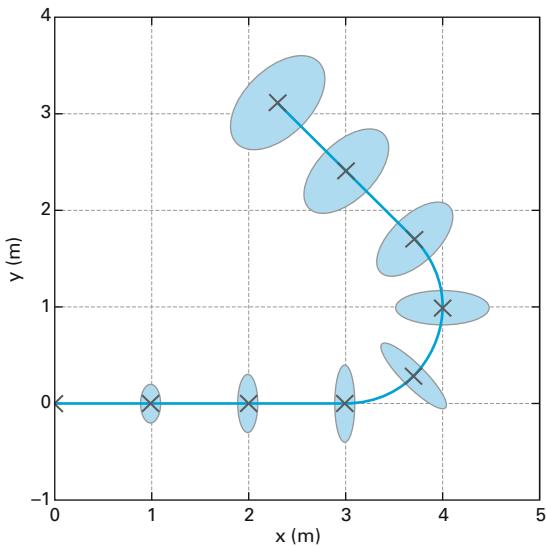


Figure 16 – Localisation par odométrie – évolution de l'erreur d'estimation représentée par une ellipse

Cette relation est une approximation linéaire du modèle d'évolution (25) obtenue par un développement limité d'ordre un.

La figure 16 montre le résultat de la simulation de la propagation de l'erreur de localisation sous forme d'ellipses. Il s'agit d'un modèle de type unicycle suivant la trajectoire nominale représentée sur la figure par un trait continu bleu. La matrice de covariance est calculée de manière récursive en suivant l'équation (26). Elle est représentée pour quelques points par une ellipse dont les valeurs des axes sont données par les valeurs propres de la matrice de covariance P_k et son orientation est donnée par les vecteurs propres de P_k .

Fusion de données multicapteurs

Une solution pour limiter la propagation d'erreur de la localisation à l'estime par odométrie est de prendre en compte dans l'estimation de la pose de nouvelles sources d'information. Ce peut être un capteur proprioceptif plus précis ou un capteur extéroceptif fournissant une mesure absolue permettant un réajustement de l'estimation. Comme l'estimation de localisation par odométrie est très sensible à l'erreur d'orientation, une solution classique est d'utiliser un gyromètre pour la mesure de la vitesse de lacet $\dot{\phi}$. L'avantage de ce capteur est d'être insensible au glissement des roues car il mesure directement le taux de rotation dans un repère inertiel. En revanche, il peut y avoir un biais qu'il convient alors d'estimer. Une autre source de mesure couramment employée est la mesure de position par satellites (GNSS). Cette mesure extéroceptive offre l'avantage d'être une mesure absolue très utile pour recalier l'estimation de position, mais la fréquence de mesure peut être trop faible au regard de la vitesse d'évolution du robot et la variance trop importante (de l'ordre du mètre pour un récepteur GPS standard), d'où l'intérêt de fusionner l'ensemble de ces mesures.

Les erreurs de mesure et d'estimation étant modélisées par des signaux et des fonctions aléatoires, la majeure partie des méthodes de fusion de données développées pour améliorer la fonction de localisation s'appuie sur un cadre mathématique basé sur la théorie des probabilités et du filtrage stochastique [22][23].

Le filtre de Kalman est l'une des approches les plus couramment employées. Il s'agit d'un estimateur d'état linéaire optimal à variance minimale, utilisant un modèle stochastique d'évolution de l'état x_k et de son observation z_k . Il en résulte le calcul d'une

estimée de l'état \hat{x}_k qui permet d'intégrer des mesures de divers capteurs qui sont liés à l'estimation de l'état par une fonction dite d'observation $(z_k)_i$, et caractérisés par leur bruit de mesure. Le filtre de Kalman se décompose en deux étapes : une étape de prédition à partir du modèle d'évolution et de la matrice de covariance associée de l'état à l'instant $k+1$, suivie d'une étape de correction qui intègre les mesures à travers les fonctions d'observation pour ajuster l'estimation d'état [r1107].

■ Localisation et cartographie simultanée

En milieu extérieur, la solution la plus commune pour résoudre le problème de localisation utilise la mesure par odométrie couplée à l'utilisation d'un gyromètre en lacet et d'un récepteur GNSS dans le cadre du filtrage stochastique [24][te6725]. Cependant, la disponibilité de la mesure GNSS n'est pas toujours garantie, notamment dans les environnements urbains ou à l'intérieur des bâtiments. Il est alors nécessaire de considérer d'autres types de capteur extéroceptif conduisant généralement à des techniques de localisation relativement à un environnement local. Il s'agit principalement de capteurs donnant une information de profondeur (télémètre laser, banc de stéréo-vision). La localisation relative à des éléments saillants de l'environnement nécessite alors de posséder ou de construire une modélisation de celui-ci. Cette modélisation est généralement construite sous la forme d'une carte discriminant les espaces libres et les obstacles, et peut être un modèle à deux ou trois dimensions. Les modélisations classiques s'appuient sur des représentations par discréttisation de l'espace (2D ou 3D) avec des nuages de points, des groupes de segments connectés ou encore des grilles de cellules [25].

Les méthodes modernes dites de localisation et cartographie simultanée (très souvent désignées par l'acronyme anglais SLAM : *Simultaneous Localization and Mapping*), permettent de construire le modèle de l'environnement tout en se localisant par rapport à celui-ci [s7785][s7738]. L'intérêt de ces méthodes réside dans la possibilité de débuter le processus avec une carte préexistante ou bien en partant d'une carte vierge. Il s'agit d'un processus d'estimation qui vise à réduire les erreurs de localisation couplées du robot et des points d'amer liés à l'environnement (éléments saillants de la scène définis automatiquement). Il s'appuie sur des techniques de filtrage stochastique, notamment le filtre de Kalman étendu et le filtrage à particules [26].

5. Conclusion

Cet article offre un aperçu des conceptions utilisées en robotique mobile, en particulier celles à roues, ainsi que des méthodes de contrôle de leurs déplacements. Les modèles développés ici s'appuient principalement sur la mécanique des systèmes de solides rigides, permettant une analyse des conceptions, surtout en termes de mobilité, ainsi que de la stabilité des commandes développées. Ces modèles physiques supposent comme souvent beaucoup d'hypothèses : structure du robot parfaitement rigide, connaissance parfaite des paramètres du robot (configuration, géométrie et inerties), un contact au sol adhérent et sans glissement, ainsi qu'un environnement structuré et mesurable. Beaucoup d'espérances sont placées aujourd'hui sur les techniques de l'intelligence artificielle (apprentissage par renforcement, apprentissage profond, approche probabiliste, etc.) pour pouvoir apprêhender toute la complexité des problèmes de navigation dans les environnements incertains (reliefs, obstacles fixes ou mobiles, présence d'humains...) et de commande des systèmes dynamiques complexes et sous-actionnés.

Robotique mobile : conception, modélisation et commande

par **Faïz BENAMAR**

Professeur, Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, ISIR, CNRS UMR 7222, Paris, France

et **Christophe GRAND**

Ingénieur de recherche, ONERA, Toulouse, France

Sources bibliographiques

- [1] GARCIA (E.), ESTRELLERA (J.) et GONZALES DE SANTOS (P.). – *A comparative study of stability margins for walking machines*. *Robotica*, 20: 595-606, 2002.
- [2] PAPADOPOULOS (E.G. E.G) et REY (D.A.). – *A new measure of tipover stability margin for mobile manipulators*. In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1996.
- [3] GRAND (C.), BEN AMAR (F.), PLUMET (F.) et BIDAUD (P.). – *Stability and traction optimization of a wheel-legged robot*. *International Journal of Robotics Research*, 23(10-1):1041–1058, 2004.
- [4] HIROSE (S.) et YAMADA (H.). – *Snake-Like robots*. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, March, 2009.
- [5] ALEXANDER (R.M.). – *Principles of animal locomotion*. Princeton University Press, 2002.
- [6] GABRIELLI (G.) et VON KÁRMÁN (T.). – *What price speed? Specific power required for propulsion of vehicles*. *Mechanical Engineering ASME*, 72-10, 1950.
- [7] YONG (J.), SMITH (R.), HATANO (L.) et HILLMANSEN (S.). – *What price speed – revisited*. Imperial College, Ingenia, 22, March, 2005.
- [8] SCHMIDHUBER (J.). – *Deep Learning in neural networks: An overview*. *Neural Networks*, 61: 85-117, 2015. Published online 2014; based on TR arXiv: 1404.7828 [cs.NE].
- [9] MA (J.), KHARBOUTLY (H.), BENALI (A.), BEN AMAR (F.) et BOUZIT (M.). – *Design of omnidirectional mobile platform for balance analysis*. *IEEE Trans. on Mechatronics*, 19(6):1872 - 1881, 2014.
- [10] PIN (F.G.) et KILLOUGH (S.M.). – *Design of an omnidirectional holonomic wheeled platform prototype*. In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1992.
- [11] WEST (M.) et ASADA (H.). – *Design and control of ball wheel omnidirectional vehicles*. In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1995.
- [12] CAMPION (G.), BASTIN (G.) et D'ANDRÉA-NOVEL (B.). – *Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots*. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 12(1):47-62, 1996.
- [13] LAUMOND (J. P.), LAMIRAUX (F.) et SEKHAVAT (S.). – *Planification de mouvements pour robots mobiles non holonomes*. In J.-P. Laumond, editor, *La robotique mobile*. Hermès Science, 2001.
- [14] LAVALLE (S. M.). – *Planning Algorithms*, Cambridge University Press, 2006.
- [15] BROOKS (R. A.). – *A robust layered control system for a mobile robot*. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 2(1):14-23, 1986.
- [16] KORTENKAMP (D.) et SIMMONS (R.). – *Robotic systems architectures and programming*. In Springer Handbook of Robotics, pages 187–206. Springer, 2008.
- [17] SIEGWART (R.), NOURBAKHSH (I. R.) et SCARAMUZZA (D.). – *Introduction to autonomous mobile robots*. MIT Press, 2011.
- [18] ESPIAU (B.), CHAUMETTE (F.) et RIVES (P.). – *A new approach to visual servoing in robotics*. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 8(3):313-326, 1992.
- [19] MORIN (P.) et SAMSON (C.). – *Commande*. In J.-P. Laumond, editor, *La robotique mobile*. Hermès Science, 2001.
- [20] M'CLOSKEY (R. T.) et MURRAY (R. M.). – *Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems using homogeneous feedback*. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 42(5):614–628, 1997.
- [21] EVERETT (H.R.). – *Sensors for Mobile Robots*. CRC Press, 1995.
- [22] THRUN (S.). – *Wolfram Burgard, and Dieter Fox*. Probabilistic robotics. MIT press, 2005.
- [23] DURRANT-WHYTE (H.) et HENDERSON (T. C.). – *Multisensor data fusion*. In Springer Handbook of Robotics, pages 585–610. Springer, 2008.
- [24] GOEL (P.), ROUMELIOTIS (S.) et SUKHATME (G. S.). – *Robust localization using relative and absolute position estimates*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, volume 2, pages 1134–1140, 1999.
- [25] BURGARD (W.) et HEBERT (M.). – *World modeling*. In Springer handbook of robotics, pages 853–869. Springer, 2008.
- [26] DURRANT-WHYTE (H.) et BAILEY (T.). – *Simultaneous localization and mapping : part i*. *Robotics & Automation Magazine, IEEE*, 13(2):99–110, 2006.

À lire également dans nos bases

- DELIGNON (Y.). – *Filtrage de kalman* [R1107] (2009).
- LUCIDARME (P.) et SIMONIN (O.). – *Cartographie et localisation simultanées multirobots* [S7738] (2015).

- STASSE (O.). – *Technologies des robots humanoïdes* [S7752] (2014).
- FILLIAT (D.). – *Cartographie et localisation simultanées en robotique mobile* [S7785] (2014).

- ESCHER (A.-C.). – *Intégration du GPS avec les systèmes de navigation inertielles* [TE6725] (2009).

Gagnez du temps et sécurisez vos projets en utilisant une source actualisée et fiable



- + de 340 000 utilisateurs chaque mois
- + de 10 000 articles de référence et fiches pratiques
- Des Quiz interactifs pour valider la compréhension 

SERVICES ET OUTILS PRATIQUES



Questions aux experts*
Les meilleurs experts techniques et scientifiques vous répondent



Articles Découverte
La possibilité de consulter des articles en dehors de votre offre



Dictionnaire technique multilingue
45 000 termes en français, anglais, espagnol et allemand



Archives
Technologies anciennes et versions antérieures des articles



Info parution
Recevez par email toutes les nouveautés de vos ressources documentaires

*Questions aux experts est un service réservé aux entreprises, non proposé dans les offres écoles, universités ou pour tout autre organisme de formation.

Les offres Techniques de l'Ingénieur

INNOVATION

- Eco-conception et innovation responsable
- Nanosciences et nanotechnologies
- Innovations technologiques
- Management et ingénierie de l'innovation
- Smart city – Ville intelligente

MATÉRIAUX

- Bois et papiers
- Verres et céramiques
- Textiles
- Corrosion – Vieillissement
- Études et propriétés des métaux
- Mise en forme des métaux et fonderie
- Matériaux fonctionnels. Matériaux biosourcés
- Traitements des métaux
- Élaboration et recyclage des métaux
- Plastiques et composites

MÉCANIQUE

- Frottement, usure et lubrification
- Fonctions et composants mécaniques
- Travail des matériaux – Assemblage
- Machines hydrauliques, aérodynamiques et thermiques
- Fabrication additive – Impression 3D

ENVIRONNEMENT – SÉCURITÉ

- Sécurité et gestion des risques
- Environnement
- Génie écologique
- Technologies de l'eau
- Bruit et vibrations
- Métier : Responsable risque chimique
- Métier : Responsable environnement

ÉNERGIES

- Hydrogène
- Ressources énergétiques et stockage
- Froid industriel
- Physique énergétique
- Thermique industrielle
- Génie nucléaire
- Conversion de l'énergie électrique
- Réseaux électriques et applications

GÉNIE INDUSTRIEL

- Industrie du futur
- Management industriel
- Conception et production
- Logistique
- Métier : Responsable qualité
- Emballages
- Maintenance
- Traçabilité
- Métier : Responsable bureau d'étude / conception

ÉLECTRONIQUE – PHOTONIQUE

- Électronique
- Technologies radars et applications
- Optique – Photonique

TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION

- Sécurité des systèmes d'information
- Réseaux Télécommunications
- Le traitement du signal et ses applications
- Technologies logicielles – Architectures des systèmes
- Sécurité des systèmes d'information

AUTOMATIQUE – ROBOTIQUE

- Automatique et ingénierie système
- Robotique

INGÉNIERIE DES TRANSPORTS

- Véhicule et mobilité du futur
- Systèmes aéronautiques et spatiaux
- Systèmes ferroviaires
- Transport fluvial et maritime

MESURES – ANALYSES

- Instrumentation et méthodes de mesure
- Mesures et tests électroniques
- Mesures mécaniques et dimensionnelles
- Qualité et sécurité au laboratoire
- Mesures physiques
- Techniques d'analyse
- Contrôle non destructif

PROCÉDÉS CHIMIE – BIO – AGRO

- Formulation
- Bioprocédés et bioproductions
- Chimie verte
- Opérations unitaires. Génie de la réaction chimique
- Agroalimentaire

SCIENCES FONDAMENTALES

- Mathématiques
- Physique Chimie
- Constantes physico-chimiques
- Caractérisation et propriétés de la matière

BIOMÉDICAL – PHARMA

- Technologies biomédicales
- Médicaments et produits pharmaceutiques

CONSTRUCTION ET TRAVAUX PUBLICS

- Droit et organisation générale de la construction
- La construction responsable
- Les superstructures du bâtiment
- Le second œuvre et l'équipement du bâtiment
- Vieillissement, pathologies et réhabilitation du bâtiment
- Travaux publics et infrastructures
- Mécanique des sols et géotechnique
- Préparer la construction
- L'enveloppe du bâtiment
- Le second œuvre et les lots techniques