Universidad de Ingeniería y Tecnología

FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA

Prof. Oscar E. Ramos Ponce

Guía de Laboratorio 6:

Control Cinemático de un Robot Diferencial

Lima - Perú

2017 - 1

Laboratorio 6: Control Cinemático de un Robot Diferencial

1. Objetivos

- Familiarizarse con un simulador dinámico para robótica llamado V-REP y su interface con Octave (y similarmente, con Matlab)
- Implementar control feed-forward para la cinemática diferencial
- Implementar controladores cinemáticos P y PD en lazo cerrado para un robot diferencial utilizando V-REP
- Implementar un tipo de control cinemático basado en coordenadas polares y probarlo en V-REP

2. Control Feed-forward

El modelo cinemático de un robot diferencial, cuyas ruedas tienen un control de velocidad en el bajo nivel, está dado por

$$v = \frac{r}{2}\left(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l\right), \qquad \omega = \frac{r}{2b}\left(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l\right) \tag{1}$$

donde (v, ω) representan las velocidades lineal y angular del robot con respecto a su propio sistema de referencia, y $(\dot{\phi}_r, \dot{\phi}_l)$ representan la velocidad de giro de las ruedas derecha e izquierda, respectivamente. Además, r representa el radio de cada una de las ruedas, y d es la mitad de la distancia entre ambas ruedas. De manera alternativa, la cinemática directa dada en (1) puede ser representada como

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Invirtiendo la expresión anterior es posible calcular la velocidad de cada una de las ruedas del robot a partir de las velocidades lineal y angular del robot como

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \tag{3}$$

a lo que se conoce como cinemática inversa. A este esquema de control en el que se da directamente la velocidad deseada de cada rueda, en lazo abierto, se suele denominar *control pre-alimentado* o *control feed-forward* en robótica móvil.

Centro Instantáneo de Curvatura (ICC) Cuando el robot móvil realiza una trayectoria cualquiera, describe una circunferencia de radio r_{icc}, denominado *radio del centro de curvatura instantánea* (ICC: *Instantaneous Center of Curvature*) dado por

$$r_{icc} = \frac{v}{\omega} \tag{4}$$

Por ejemplo, si el robot solamente posee velocidad lineal, la velocidad angular ω es nula, y por tanto el el radio r_{icc} sería infinito dando lugar a una trayectoria recta.

Tareas

1. (1 pt) Determinar los elementos de la matriz M en (2) y determinar el valor de la matriz M^{-1} en (3).
2. (0.5 pts) Usando los resultados anteriores, encontrar la expresión de $\dot{\phi}_r$, y $\dot{\phi}_l$ en función de las velocidades lineal v y angular ω.
3. (1 pt) Completar la función `cinematica_inversa.m` que implementa la cinemática inversa del robot. Anexar en el reporte el código implementado.
4. (1 pts) Validar el controlador feed-forward anterior utilizando el programa llamado `testCircle.m`. En dicho programa, se desea que el robot describa una circunferencia de radio 0.5 m con una la velocidad lineal de $v = 0{,}5$ m/s. Determinar el valor necesario de la velocidad angular, ejecutar desde Octave el script y verificar. Adjuntar el gráfico obtenido.
5. (0.5 pts) Utilizar V-REP para observar el comportamiento de un robot diferencial. Desde un terminal, ejecutar: `vrep` (que iniciará el simulador) y abrir la escena que se encuentra en `scene/diffrobot.ttt`. Luego, desde Octave, ejecutar el script `controlFF.m`, en el cual se debe ingresar la velocidad lineal, el radio del centro de curvatura instantáneo y la velocidad angular como se hizo anteriormente. Adjuntar el gráfico obtenido.
6. (0.5 pts) Si se desea que la velocidad angular del robot sea 0.4 m/s y el radio 1 m, determinar la velocidad lineal necesaria. Adjuntar el gráfico obtenido a partir de la simulación de V-REP.

3. Control Cinemático Clásico en Lazo Cerrado

Si se desea que el robot se dirija hacia un punto de referencia con una orientación determinada, sin especificar explícitamente las velocidades lineal o angular, es posible el uso de control cinemático en lazo cerrado. La forma más simple de realizar este tipo de control consiste en utilizar una ley de control P, una ley PD o una ley PID basada en el error entre la posición y orientación actuales y las deseadas.

3.1. Control Cinemático Proporcional (P)

Considérese que se representa la posición y orientación deseadas mediante $\boldsymbol{x}_d = (x_d, y_d, \theta_d)$, y la posición y orientación actuales (estimadas usando odometría y el valor del giroscopio) mediante $\boldsymbol{x} = (x, y, \theta)$, ambas con respecto a un sistema de referencia inercial. La ley de control P está dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = K_p(\boldsymbol{x}_d - \boldsymbol{x})$$

donde $\dot{\boldsymbol{x}}$ es la derivada temporal de la posición y orientación. Resulta común utilizar una matriz diagonal para las ganancias proporcionales, de tal modo que la ley de control puede ser expresada término a término como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{p_1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{p_2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{p_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ \theta_d - \theta \end{bmatrix} \tag{5}$$

La relación entre las velocidades en el sistema de referencia inercial, y las velocidades lineal y angular en el sistema del robot pueden ser representadas como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \tag{6}$$

donde $S \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ es una matriz que transforma las velocidades indicadas. Usando (6) y (5) es posible expresar las velocidades lineal y angular en función del error como

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = S^{\#} K_p(\boldsymbol{x}_d - \boldsymbol{x}) \tag{7}$$

donde $S^{\#} = (S^T S)^{-1} S^T$ representa la pseudo-inversa de Moore-Penrose de la matriz S.

Tareas

1. (0.5 pts) Determinar el valor de la matriz S en (6).
2. (0.5 pts) ¿Por qué en (7) se utiliza la pseudo-inversa? ¿Se podría utilizar simplemente la inversa? Justificar.
3. (1.5 pts) Utilizando los resultados obtenidos, implementar la ley de control P en el script `controlP.m`. Anexar el código implementado y los gráficos obtenidos al ejecutar el script con V-REP, usando una ganancia proporcional unitaria para cada elemento de K_p diagonal.
4. (0.5 pts) ¿Cuáles son las condiciones de término en `controlP.m`? Describir qué hacen dichas condiciones.
5. (1 pt) Variar los valores de las ganancias (usar por lo menos 3 valores diferentes) para tratar de alcanzar la posición/orientación deseada. Mostrar los gráficos obtenidos en cada caso incluyendo el mejor resultado obtenido. De ser necesario, incrementar el tiempo de simulación (`maxT`). Comentar los resultados.
6. (0.5 pts) Utilizar 3 puntos diferentes (con orientación igual a cero) manteniendo los mismos mejores valores de ganancia obtenidos anteriormente. ¿Los resultados son adecuados?
7. (0.5 pts) Cambiar el valor de la orientación a, por ejemplo, $\pi/2$. Probar con otros dos valores diferentes de orientación. ¿Qué resultados se obtiene? Adjuntar los gráficos y comentar los resultados.

3.2. Control Cinemático Proporcional Derivativo (PD)

Para mejorar el comportamiento del robot se puede añadir el término derivativo obteniendo una ley de control PD dada por

$$\dot{\mathbf{x}} = K_p(\boldsymbol{x}_d - \boldsymbol{x}) + K_d(\dot{\boldsymbol{x}}_d - \dot{\boldsymbol{x}})$$

donde los elementos son los mismos que en la sección anterior. Esta ley de control puede ser simplificada considerando una velocidad final deseada $\dot{\boldsymbol{x}}_d$ nula. Al igual que para la ganancia proporcional, se utilizará una matriz diagonal par la ganancia derivativa K_d.

Tareas. Con base en el script utilizado en la sección anterior, crear un nuevo script con el nombre `controlPD.m` e implementar la ley de control PD.

1. (1 pt) Para la misma posición utilizada en la parte anterior (parte 5), utilizar la ley de control PD para llevar el robot a la posición/orientación deseadas. Variar los valores de ganancias adecuadamente. Indicar los valores de ganancia utilizados. ¿Se logra mejoras significativas en la respuesta del sistema?

2. (1 pt) Utilizar los valores de ganancia encontrados con los puntos usados en la parte 7 de la sección anterior. Adjuntar los gráficos obtenidos. Comentar los resultados.

3. (2 pt) ¿Qué sugeriría para mejorar la respuesta del sistema? Implementar la alternativa sugerida y verificar si la respuesta mejora (con un punto que tenga orientación diferente de cero). Comentar los resultados.

4. Control Cinemático Polar en Lazo Cerrado

Una forma alternativa de obtener un control suave de posición y orientación para un robot diferencial es a través de una ley lineal de control por realimentación de estados basada en coordenadas polares. Sin pérdida de generalidad se asocia un sistema de referencia X_I, Y_I a la posición y orientación deseadas con orientación dada por la orientación deseada. El esquema se muestra en la Figura 1 donde X_R, Y_R representan el sistema de referencia del propio robot.
El ángulo θ representa la orientación del robot y los ángulos α y β se definen como se muestran en la figura. La posición del robot es $(x_d - x, y_d - y)$ en el sistema de referencia inercial, y la distancia hasta el punto deseado está representada por ρ. Cuando se cumple $\alpha \leq \pi/2$, el punto deseado se encuentra frente al robot y se tiene:

$$\begin{aligned}
\rho &= \sqrt{(x_d - x)^2 + (y_d - y)^2} \\
\alpha &= \operatorname{atan2}(y_d - y, x_d - x) - \theta \\
\beta &= -\operatorname{atan2}(y_d - y, x_d - x) + \theta_d.
\end{aligned}$$

En caso que α no cumpla la condición anterior, se tendrá que sustraer π a α y a β, por geometría, para que el robot pueda ir hacia atrás. Se debe normalizar ambos ángulos después de calcularlos (usando la función `normalizeAngle`.

Considerando estas variables mostradas, se puede utilizar la siguiente ley de control para la velocidad lineal y para la velocidad angular del robot:

$$\begin{aligned}
v &= k_\rho \rho \\
\omega &= k_\alpha \alpha + k_\beta \beta
\end{aligned}$$

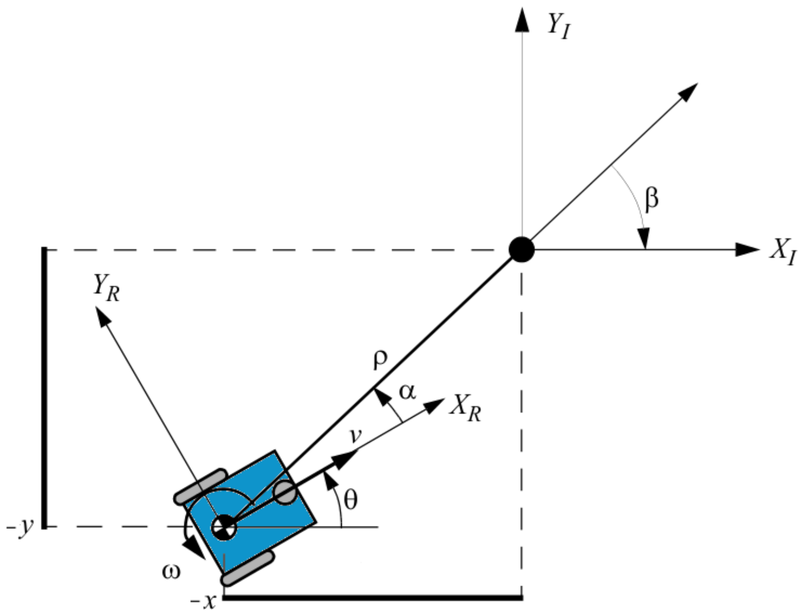

Figura 1: Control por realimentación de estados a una posición de referencia

Se puede demostrar que para obtener una estabilidad más robusta se debe satisfacer las siguientes restricciones:

$$k_\rho > 0$$
$$k_\beta < 0$$
$$0 < k_\alpha + \frac{5}{3}k_\beta - \frac{2}{\pi}k_\rho$$

Tareas.

1. (3.0 pts) Implementar esta ley de control en el archivo `getControlPolar.m` (el cual se utiliza desde el archivo `controlPolar.m`), considerando los dos casos posibles de α (si el punto deseado está delante del robot o no). Verificar los resultados en V-REP ejecutando el archivo `controlPolar.m`. Encontrar valores de ganancia adecuados.

2. (1 pt) Utilizar las mismas posiciones utilizadas en las partes anteriores (con orientación diferente de cero). Adjuntar los gráficos obtenidos y comentar los resultados con respecto a los obtenidos anteriormente.

3. (1.5 pt) En el caso anterior, la velocidad del robot decrece exponencialmente cuando se acerca al objetivo. Esto lleva a velocidades muy pequeñas hacia el final de la trayectoria. Para evitar esto, se puede observar que la trayectoria no cambia si la relación entre v y ω se mantiene constante (dado que el valor de r_{icc} es constante) y por tanto la salida de control puede ser escalada. Implementar esta modificación al final de `getControlPolar.m`. Luego, probar con la simulación de V-REP con los valores deseados anteriores y comparar las velocidades obtenidas (se debe enviar a 1 el valor de la variable `constantspeed`).

5. Conclusiones

(1 pt) Elaborar conclusiones sobre el laboratorio desarrollado comparando principalmente los resultados obtenidos con los diversos métodos utilizados.

6. Referencias

- Siegwart, Roland, Illah Reza Nourbakhsh, and Davide Scaramuzza. *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. MIT press, 2011.
- Coppelia Robotics, GmbH, V-REP, Virtual Robot Experimentation Platform, Switzerland: `http://www.coppeliarobotics.com/`