Chpter2 上机报告

一、题目

Chapter2 上机选择 2:

Newton法同二分法的结合

为了提升Newton法的稳定性,减少初值对它的影响,可以把它与二分法相结合.具体的策略是:

- 假设 $a<b$, $f(a)f(b)<0$,从 $x=a$ 或者 $x=b$ 开始迭代.
- 如果
$$\bar{x}=x-\frac{f(x)}{f'(x)}\in(a,b),$$
接受它,否则取 $\bar{x}=\dfrac{a+b}{2}$.
- 根据函数值的正负号,选取 $[a,\bar{x}]$ 或者 $[\bar{x},b]$ 作为新的有根区间.
- 重复前面的过程,并在 $|f(\bar{x})|$ 足够小时终止迭代.

数值实验 3.2: 选取适当的终止判据实现这个算法.对我们前面的算例,运行你的程序,并对比运算结果.

算例的选择:

继续看一个数值算例, 观察 Newton 法迭代中的奇怪现象.

例 14(数值实验). 分别对如下问题用 Newton 法进行计算.

(1) 对 $f(x)=xe^{-x}$ 以 $x_0=2.0$ 进行计算, 观察实验结果.

(2) 对 $f(x)=\arctan x$ 以 $x_0=1.45$ 进行计算, 观察实验结果.

二、分析及解法

(1) 从 x=2.0 开始牛顿迭代，f(2.0)=0.27067>0，f(-1)<0，则取 a=-1，b=2

每次带入 x_k 得到 x_{k+1} 后，如果 x_{k+1} 在区间（a，b）中，就根据该值的符号和 a 或者 b 的符号选取新的区间[a，b]。否则令此时的 x_{k+1}=(a+b)/2，并根据 x_{k+1} 和 a，b 的正负号选取新的区间[a，b]，然后重复上述过程。

规定一个精度值，迭代到 f(x_{k+1})的绝对值小于该精度值的时候，就认为此时的为符合规定精度的解，即 f(x)=0 的近似根。

(2) 从 x=1.45 开始牛顿迭代，f(1.45)=0.967047>0，f(-1)<0，则取 a=-1，b=1.45

每次带入 x_k 得到 x_{k+1} 后，如果 x_{k+1} 在区间（a，b）中，就根据该值的符号和 a 或者 b 的符号选取新的区间[a，b]。否则令此时的 x_{k+1}=(a+b)/2，并根据 x_{k+1} 和 a，b 的正负号选取新的区间[a，b]，然后重复上述过程。

规定一个精度值，迭代到 f(x_{k+1})的绝对值小于该精度值的时候，就认为此时的为符合规定精度的解，即 f(x)=0 的近似根。

三、程序以及运行结果 （采用 Matlab 计算）

选取精度值为 1×10^(-6)

```
clear;clc;
%% (1)对 f(x) = x*exp(-x)以 x0=2.0 进行计算
syms x;   % 定义一个符号 x
f(x) = x*exp(-x);       %定义函数,exp(n)表示 e 的 n 次方,
g(x) = diff(f(x));     %g(x)是 f(x)的一阶导数。
```

```
fprintf('f(x)=');disp(f);
fprintf('f'(x)=');disp(g);
e = 10^(-6);%根的容许误差
a = -1.0;
b = 2.0;
x0 = b;
x1 = double( x0-f(x0)/g(x0));%sysm 字符转换为 double 型
while(abs(f(x1))>e)
    if (a<x1)&&(x1<b)
            if x1<0
                a=x1;
            else
                b=x1;
            end
    else
        x1=(a+b)/2;
            if x1<0
                a=x1;
            else
                b=x1;
            end
    end
end
fprintf('第(1)题 f(x) = x*exp(-x)的近似根： ');disp(x1);
%% (2)对 f(x) = arctanx  以 x0=1.45 进行计算
syms x;   %  定义一个符号 x
f(x) = atan(x);      %定义函数,exp(n)表示 e 的 n 次方,
g(x) = diff(f(x));     %g(x)是 f(x)的一阶导数。
fprintf('f(x)=');disp(f);
fprintf('f'(x)=');disp(g);
e = 10^(-6);%根的容许误差
a = -1.0;
b = 1.45;
x0 = b;
x1 = double( x0-f(x0)/g(x0));%sysm 字符转换为 double 型
while(abs(f(x1))>e)
    if (a<x1)&&(x1<b)
            if x1<0
                a=x1;
            else
                b=x1;
            end
    else
        x1=(a+b)/2;
```

```
            if x1<0
                a=x1;
            else
                b=x1;
            end
        end
    end
    fprintf('第(2)题 f(x) = arctanx 的近似根：');disp(x1);
```

运行结果：

```
f(x)=x*exp(-x)
symbolic function inputs: x

f’(x)=exp(-x) - x*exp(-x)
symbolic function inputs: x

第(1)题f(x) = x*exp(-x)的近似根：  -9.5367e-07

f(x)=atan(x)
symbolic function inputs: x

f’(x)=1/(x^2 + 1)
symbolic function inputs: x

第(2)题f(x) = arctanx的近似根：  -4.7684e-07
```