Chpter1 上机报告

一、题目

Chapter1 上机选择 2：Horner 算法的拓展 1，求多项式在某一点的导数值

数值实验 1: 请用 Mathematica 外任何一种编程语言,如 Matlab, C++, Fortran, Python 等实现第一个拓展算法, 并通过数值算例等验证你的程序. 在提交的数值实验报告中,请给出算法的严格理论分析以及工作量分析.

二、分析及解法

由上机文档中的讨论可知函数在某一点的 k 阶导数的导数值可以由下式得到：

$$f^{(k)}(x^*) = k!f_{n-k}(x^*).$$

其中 $f_{n\text{-}k}$ 是对函数 f 进行 Horner 算法后，每次取其商多项式构成新的函数进行 Horner 算法，持续 n-k 次得到的商多项式，且每次进行 horner 算法后系数的数量会减少一个。因此可以得到其实现的过程如下：

Algorithm 1: Horner 算法的实现

输入: 系数 $a_0, \cdots, a_n$, 中心 a, 目标点 x^*, k 个数值.

输出: 函数和导数值 $a_{0:k}$

```
for j = 0 to k do
    for i = n − 1 to j do
        a_i = (x* − a)a_{i+1} + a_i
    end
    a_j = a_j * j!
end
```

共需要 n+(n-1)+…+(n-k)=kn+0.5k(k+1)次加法，n+0.5k(k+1)+k+1 次乘法

三、程序以及运行结果 （采用 C++）

```
#include<iostream>
using namespace std;
int* hornerRule(int list[],int m,int x0, int a); //Horner法则求多项式值
int jiecheng(int m)    //求阶乘
{
    int k=1;
    for(;m>1;m--)
    {k = m*k;}
    return k;
}
int main()
{
    int i,n,x0,a;
    int list[]= {1, 2, 3, 4, 5};          //存放系数an
    n = sizeof(list) / sizeof(*list)-1; //注意已经减1了
    cout<<"x0 的值:"<<endl;
    cin>>x0;
```

```
    cout<<"a 的值"<<endl;
    cin>>a;
    int* m = hornerRule(list,n,x0,a);
    for (i = 0; i <= n; i++)
    {
        cout << *(m + i) << endl;  //输出导数值
    }
    system("pause");
    return 0;
}

int* hornerRule(int list[],int n,int x0, int a)
{
    int i,j,k;    //k表示第k阶导数的值
    cout<<"需要求导数的阶数k: ";
    cin>>k;
    for(j=0;j<=k;j++)
    {
        for(i=n-1;i>=j;i--)
        {
            list[i]=(x0-a)*list[i+1]+list[i];   //bn的函数形式
        }
        list[j]=list[j]*jiecheng(j);
    }
    return list;
}
```

运行结果：

采用上机文档中的两个算例进行验证，均满足要求

```
Horner1[{1,2,3,4,5},2,0,5]
Table[D[1+2x+3x^2+4x^3+5x^4,{x,k}]/.x->2,{k,0,4}]
```

结果都是 {129, 222, 294, 264, 120}. 再运行指令：

(1) list[]= {1, 2, 3, 4, 5}

x0=2 a=0 k=5

```
x0 的值:
2
a 的值
0
需要求导数的阶数k: 5
129
222
294
264
120
请按任意键继续. . .
```

```
Horner1[{1,2,3,4,5},2,1,5]
Table[D[1+2x+3x^2+4x^3+5x^4,{x,k}]/.x->1,{k,0,4}]
```

结果都是 {15, 40, 90, 144, 120}.

(2) list[]= {1, 2, 3, 4, 5}

x0=2 a=1 k=5

```
x0 的值:
2
a 的值
1
需要求导数的阶数k: 5
15
40
90
144
120
请按任意键继续. . .
```