# WERYFIKACJA HIPOTEZ STATYSTYCZNYCH METODA BOOTSTRAP I TESTY PERMUTACYJNE

# WARTOŚĆ PRZECIĘTNA METODĄ BOOTSTRAP

# Etap 1: Sformułowanie hipotezy zerowej H<sub>0</sub> i hipotezy alternatywnej H<sub>1</sub>

$$H_0$$
:  $\mu = \mu_0$   
 $H_1$ :  $\mu \neq \mu_0$  lub  $H_1$ :  $\mu < \mu_0$  lub  $H_1$ :  $\mu > \mu_0$ 

## Etap 2: Wybór odpowiedniej statystyki testowej związanej z hipotezą zerową

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

#### Etap 3: Obliczenie wartości wybranej statystyki testowej na podstawie wyników uzyskanych z próby

# Etap 4: Ustalenie poziomu istotności α

 $\alpha$  – z treści zadania

# Etap 5: Wyznaczenie obszaru krytycznego testu istotności

#### Schemat obliczeń:

- 1. Na podstawie próby losowej o rozmiarze n pobranej z populacji generalnej tworzymy "populację bootstrapową" jako kopię wartości z próby przeliczonych w taki sposób, by "populacja" idealnie spełniała hipotezę zerową. W tym celu do wszystkich wartości w stworzonej kopii próby dodajemy różnicę wartości oczekiwanej założonej w hipotezie zerowej oraz wartości oczekiwanej wyliczonej na podstawie oryginalnej próby losowej tak, aby wartość oczekiwana "populacji bootstrapowej" wynosiła  $\mu_0$ .
- 2. Na podstawie "populacji bootstrapowej" dokonujemy losowania prostego ze zwracaniem d prób bootstrapowych o rozmiarze n. Na podstawie każdej z prób wyliczamy wartość estymowanego parametru wartości oczekiwanej  $m_i$ .
- 3. Wyliczamy wartość *pvalue* jako frakcję prób boostrapowych, z których otrzymaliśmy bardziej ekstremalne wartości estymowanego parametru (w kierunku hipotezy alternatywnej) względem wartości *m* otrzymanej na podstawie oryginalnej próby losowej.

# Etap 6: Podjęcie decyzji weryfikującej

Odrzucenie H<sub>0</sub> na rzecz H<sub>1</sub> następuje gdy:

 $pvalue \leq \alpha$ 

Wynik testu istotności nie daje podstaw do odrzucenia H<sub>0</sub> gdy:

 $pvalue > \alpha$ 

# DWIE WARTOŚCI PRZECIĘTNE METODĄ BOOTSTRAP

# Etap 1: Sformulowanie hipotezy zerowej H<sub>0</sub> i hipotezy alternatywnej H<sub>1</sub>

## Etap 2: Wybór odpowiedniej statystyki testowej związanej z hipotezą zerową

$$\Delta m = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i - \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i$$

#### Etap 3: Obliczenie wartości wybranej statystyki testowej na podstawie wyników uzyskanych z próby

#### Etap 4: Ustalenie poziomu istotności α

α – z treści zadania

# Etap 5: Wyznaczenie obszaru krytycznego testu istotności

#### Schemat obliczeń:

- 1. Łączymy dwie próby losowe o rozmiarach  $n_1$  i  $n_2$  w "populację bootstrapową" o rozmiarze  $n=n_1+n_2$ .
- 2. Na podstawie "populacji bootstrapowej" dokonujemy losowania prostego ze zwracaniem d par prób bootstrapowych o rozmiarach  $n_1$  i  $n_2$ . Dla każdej z par prób bootstrapowych wyliczamy wartość estymowanego parametru różnicę między wartościami oczekiwanymi tych prób  $\Delta m_i$ .
- 3. Wyliczamy wartość *pvalue* jako frakcję par prób boostrapowych, z których otrzymaliśmy bardziej ekstremalne wartości estymowanego parametru (w kierunku hipotezy alternatywnej) względem wartości  $\Delta m$  otrzymanej na podstawie oryginalnej próby losowej.

# Etap 6: Podjęcie decyzji weryfikującej

Odrzucenie H<sub>0</sub> na rzecz H<sub>1</sub> następuje gdy:

 $pvalue \leq \alpha$ 

Wynik testu istotności nie daje podstaw do odrzucenia H<sub>0</sub> gdy:

 $pvalue > \alpha$ 

# DWIE WARTOŚCI PRZECIĘTNE METODĄ TESTU PERMUTACYJNEGO

# Etap 1: Sformułowanie hipotezy zerowej H<sub>0</sub> i hipotezy alternatywnej H<sub>1</sub>

$$H_0\colon \mu_1=\mu_2$$
 
$$H_1\colon \mu_1\neq \mu_2 \quad \text{lub} \quad H_1\colon \mu_1<\mu_2 \quad \text{lub} \quad H_1\colon \mu_1>\mu_2$$

## Etap 2: Wybór odpowiedniej statystyki testowej związanej z hipotezą zerową

$$\Delta m = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i - \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i$$

# Etap 3: Obliczenie wartości wybranej statystyki testowej na podstawie wyników uzyskanych z próby

#### Etap 4: Ustalenie poziomu istotności α

α – z treści zadania

# Etap 5: Wyznaczenie obszaru krytycznego testu istotności

#### Schemat obliczeń:

- 1. Łączymy dwie próby losowe o rozmiarach  $n_1$  i  $n_2$  w "populację" o rozmiarze  $n = n_1 + n_2$ .
- 2. Na podstawie "populacji" dokonujemy losowania prostego ze zwracaniem d par prób o rozmiarach  $n_1$  i  $n_2$  (losujemy bez zwracania elementy, które mają trafić do pierwszej próby, a pozostałe trafiają do drugiej próby). Dla każdej z par prób wyliczamy wartość estymowanego parametru różnicę między wartościami oczekiwanymi tych prób  $\Delta m_i$ .
- 3. Wyliczamy wartość *pvalue* jako frakcję par prób, z których otrzymaliśmy bardziej ekstremalne wartości estymowanego parametru (w kierunku hipotezy alternatywnej) względem wartości  $\Delta m$  otrzymanej na podstawie oryginalnej próby losowej.

#### Etap 6: Podjęcie decyzji weryfikującej

Odrzucenie H<sub>0</sub> na rzecz H<sub>1</sub> następuje gdy:

$$pvalue \leq \alpha$$

Wynik testu istotności nie daje podstaw do odrzucenia H<sub>0</sub> gdy:

$$pvalue > \alpha$$