ESTYMACJA PARAMETRYCZNA

Uwagi ogólne do zestawu wzorów:

1) Wzory zostały podane w formie przystosowanej do funkcji pakietu scipy, w przypadku korzystania z innych funkcji lub tablic statystycznych poprawna forma wzorów może być inna.
2) W przypadku wielu parametrów opracowanych zostało wiele różnych estymatorów, w zestawie wzorów zostały podane jedynie wybrane przykładowe wzory.
3) Przedstawione wzory w wielu przypadkach zostały wyprowadzone przy założeniu, że rozkład wartości badanego parametru w populacja, z której została pobrana próba losowa jest normalny. Można je stosować w innych przypadkach, jednak należy pamiętać, że wyznaczone wartości mają wtedy charakter szacunkowy, szczególnie w przypadku małej liczebności próby losowej lub gdy rozkład wartości badanego parametru w populacji w znacznym stopniu odbiega od normalnego.

Estymacja wartości oczekiwanej

Estymator wartości oczekiwanej

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Estymacja przedziałowa

$$P\left(\bar{X} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

stosujemy, gdy znane jest odchylenie standardowe populacji.

$$P\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

lub

$$P\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

stosujemy, gdy odchylenie standardowe populacji nie jest znane.

Estymacja wariancji i odchylenia standardowego

Estymatory wariancji

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \qquad \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Estymacja przedziałowa wariancji i odchylenia standardowego

$$P\left(\frac{nS^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}} < \sigma^2 < \frac{nS^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

lub

$$P\left(\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)\hat{S}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

Przedział ufności dla odchylenia standardowego otrzymuje się w wyniku pierwiastkowania wartości otrzymanych w wyniku obliczenia przedziału ufności dla wariancji.

Estymacja współczynnika korelacji liniowej Pearsona
Estymator współczynnika korelacji liniowej Pearsona
$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{Y})^2}}$$
Estymacja przedziałowa
$$P\left(r - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{1-r^2}{\sqrt{n}} < r < r + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Estymacja parametrów funkcji regresji liniowej
Estymatory parametrów funkcji regresji liniowej
$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2}$$ $$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$
Estymacja przedziałowa
$$P\left(a - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-2}D(a) < \alpha < a + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-2}D(a)\right) = 1 - \alpha$$ $$P\left(b - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-2}D(b) < \beta < b + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-2}D(b)\right) = 1 - \alpha$$ gdzie: $$D(a) = \frac{s_u}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2}}$$ $$D(b) = s_u\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2}}$$ $$s_u^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$ $$\hat{y}_i = ax_i + b$$