

$f(x)$ — "не зручна"

$g(x)$ — "зручна", $g(x_i) = f(x_i)$, $i = 0, n$

$g(x)$ — поліном! $n+1$ точка \Rightarrow поліном степені n

Єдиний!!! $p_n(x)$:
$$\begin{cases} p_n(x_0) = y_0 \\ p_n(x_1) = y_1 \\ \dots \\ p_n(x_n) = y_n \end{cases} \quad \text{СЛАР}$$

$p_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$

Вандермонда

Матриця
$$\begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{pmatrix}$$

Розв'язати через СЛАР — важко...

1) $L_n(x)$ — поліном у формі Лагранжа

2) Поліном у формі Ньютона

Оцінка точності:

$$|f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_{(n+1)}}{(n+1)!} \underbrace{\|\omega_{n+1}(x)\|}_{C[a,b]}$$

$$\|\omega_{n+1}(x)\|_{C[a,b]} = \max_{x \in [a,b]} |\omega_{n+1}(x)|$$

$$M_{n+1} = \max_{x \in [a,b]} |f^{(n+1)}(x)|$$

$$\begin{aligned} \omega(x) &= (x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot \dots \cdot (x-x_n) = \\ &= x^{n+1} + a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 \end{aligned}$$

Як обрати вузли,
щоб зменшити ω ?
Поліном Чебихова!!!

Це все на $[-1, 1]$, Але в нас $[a, b]$

як перейти? $[a, b] \xrightarrow{?} [c, d]$

Заміна змінних! Пригому лінійне!

$$\underbrace{x' = px + q; \quad \begin{cases} c = pa + q \\ d = pb + q \end{cases}}_{\Rightarrow} \quad \begin{aligned} q &= c - pa \\ d &= pb + c - pa \end{aligned}$$

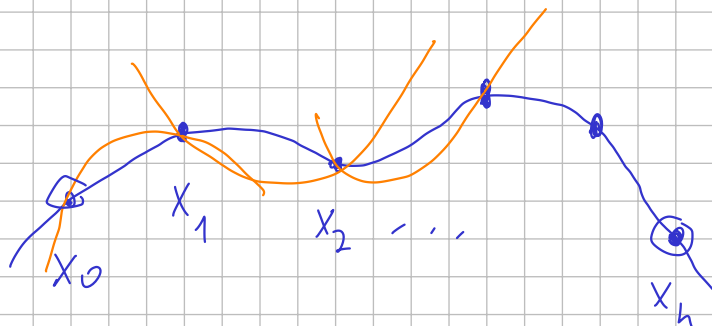
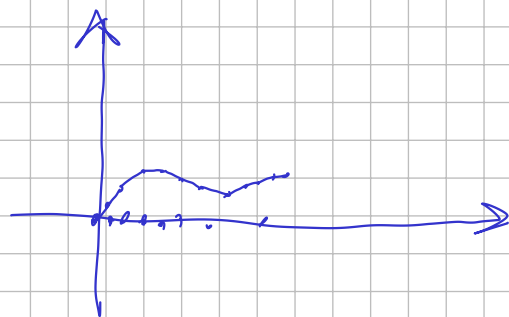
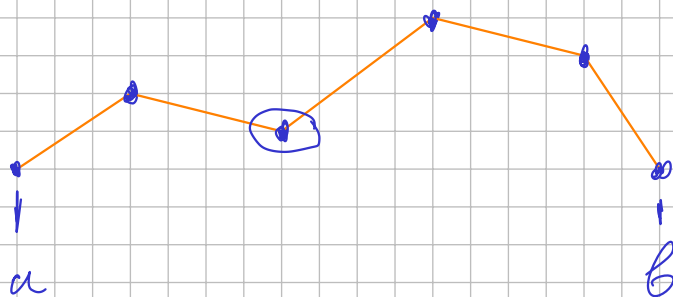
$$p(b-a) = d-c$$

$$p = \frac{d-c}{b-a};$$

$$x' = \frac{d-c}{b-a}x - \frac{d-c}{b-a} \cdot a + c =$$

$$= \boxed{\frac{d-c}{b-a} \cdot (x-a) + c}$$

$$q = c - \frac{d-c}{b-a} \cdot a$$



$$f^{IV} = 0$$

$$[x_0, x_1] \rightarrow a_1 x^3 + b_1 x^2 + c_1 x + d_1$$

$$[x_1, x_2] \rightarrow a_2 x^3 + b_2 x^2 + c_2 x + d_2$$

Задати (з міченими / константами / др-ї в Коді):

1) $f(x)$

2) $[a, b]$

3) n - кількість проміжків $\Rightarrow n+1$ вузів

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad \begin{array}{c} x_0 \quad x_1 \quad \dots \quad x_{n-1} \quad x_n \\ | \quad | \quad \quad \quad | \quad | \\ a \quad \quad \quad \quad \quad b \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c} x_i & y_i = f(x_i) \\ \hline x_0 & y_0 = f(x_0) \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{array}$$

Реалізувати:

1) Поліном Лагранжа

2) Поліном Ньютона

3) Куб. сплайни

Відобразити на одному полотні:

1) графік $f(x)$

2) точки (x_i, y_i)

3) графіки побудованих конструкцій

