Notebook

UTN FRRO - HOLA

2024

\mathbf{C}	Contents		6	6 Geometría 1
	Basics 1.1 Template 1.2 Compilation	2 2 2		6.1 Punto 1 6.2 Line 1 6.3 Segment 1 6.4 Circle 1 6.5 Polar sort 1
	Math 2.1 Identidades	2 2 2 3 4	7	7 DP
3	Estructuras 3.1 vector	5 5 5 5 6 6 6 7	8	8 Utils 1 8.1 Binary Search 1 8.2 Sort 1 8.3 Cout para doubles 1 8.4 Longest increasing subsequence 1 8.5 Prev Permutation 1
4	Grafos 4.1 Recorrer Grafos 4.1.1 DFS 4.1.2 BFS 4.1.2 BFS 4.2.1 Bellman-Ford 4.2.1 Bellman-Ford 4.2.2 Ciclos negativos 4.2.3 Dijkstra 4.2.4 Floyd-Warshall	8 8 8 8 8 8 9 9		
5	Strings 5.1 Hash	10 10		

UTN FRRO - hola 2 MATH

1 Basics

1.1 Template

```
#include <bits/stdc++.h>
   #define forr(i, a, b) for (int i = (a); i < (b); i++)
  #define forn(i, n) forr(i, 0, n)
  #define dforn(i, n) for (int i = (n) - 1; i \ge 0; i--)
   #define forall(it, v) for (auto it = v.begin(); it != v.end(); it++)
  #ifdef EBUG
  // local
 9 #else
  // judge
  #endif
13
  using namespace std;
   int main() {
  #ifdef EBUG
       freopen("input.txt", "r", stdin);
  #endif
18
19
20
      ios::sync_with_stdio(false);
21
      cin.tie(NULL);
22
      cout.tie(NULL);
       return 0;
23
24
```

1.2 Compilation

```
g++ -DEBUG <ej>.cpp -o a && time ./a
```

2 Math

2.1 Identidades

$$\begin{split} \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} &= 2^{n} \\ \sum_{i=0}^{n} i \binom{n}{i} &= n * 2^{n-1} \\ \sum_{i=m}^{n} i &= \frac{n(n+1)}{2} - \frac{m(m-1)}{2} = \frac{(n+1-m)(n+m)}{2} \\ \sum_{i=m}^{n} i &= \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \\ \sum_{i=0}^{n} i^{2} &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n^{3}}{3} + \frac{n^{2}}{2} + \frac{n}{6} \\ \sum_{i=0}^{n} i(i-1) &= \frac{8}{6} \left(\frac{n}{2}\right) \left(\frac{n}{2} + 1\right) (n+1) \text{ (doubles)} \rightarrow \text{Sino ver caso impar y par} \\ \sum_{i=0}^{n} i^{3} &= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^{2} = \frac{n^{4}}{4} + \frac{n^{3}}{2} + \frac{n^{2}}{4} = \left[\sum_{i=1}^{n} i\right]^{2} \\ \sum_{i=0}^{n} i^{4} &= \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^{2}+3n-1)}{30} &= \frac{n^{5}}{5} + \frac{n^{4}}{2} + \frac{n^{3}}{3} - \frac{n}{30} \\ \sum_{i=0}^{n} i^{p} &= \frac{(n+1)^{p+1}}{p+1} + \sum_{k=1}^{p} \frac{B_{k}}{p-k+1} \binom{p}{k} (n+1)^{p-k+1} \end{split}$$

2.2 Tablas y cotas (Primos, Divisores, Factoriales, etc)

Factoriales 0! = 111! = 39.916.8001! = 1 $12! = 479.001.600 \ (\in int)$ 2! = 213! = 6.227.020.8003! = 614! = 87.178.291.2004! = 2415! = 1.307.674.368.0005! = 12016! = 20.922.789.888.0006! = 72017! = 355.687.428.096.0007! = 5.04018! = 6.402.373.705.728.0008! = 40.32019! = 121.645.100.408.832.0009! = 362.880 $20! = 2.432.902.008.176.640.000 (\in tint)$

Primos

10! = 3.628.800

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313 317 331 337 347 349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433 439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509 521 523 541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619 631 641 643 647 653 659 661 673 677 683 691 701 709 719 727 733 739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811 821 823 827 829 839 853 857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937 941 947 953 967 971 977 983 991 997 1009 1013 1019 1021 1031 1033 1039 1049

21! = 51.090.942.171.709.400.000

UTN FRRO - hola 2 MATH

 $\begin{array}{c} 1051\ 1061\ 1063\ 1069\ 1087\ 1091\ 1093\ 1097\ 1103\ 1109\ 1117\ 1123\ 1129\ 1151\ 1153\\ 1163\ 1171\ 1181\ 1187\ 1193\ 1201\ 1213\ 1217\ 1223\ 1229\ 1231\ 1237\ 1249\ 1259\ 1277\\ 1279\ 1283\ 1289\ 1291\ 1297\ 1301\ 1303\ 1307\ 1319\ 1321\ 1327\ 1361\ 1367\ 1373\ 1381\\ 1399\ 1409\ 1423\ 1427\ 1429\ 1433\ 1439\ 1447\ 1451\ 1453\ 1459\ 1471\ 1481\ 1483\ 1487\\ 1489\ 1493\ 1499\ 1511\ 1523\ 1531\ 1543\ 1549\ 1553\ 1559\ 1567\ 1571\ 1579\ 1583\ 1597\\ 1601\ 1607\ 1609\ 1613\ 1619\ 1621\ 1627\ 1637\ 1657\ 1663\ 1667\ 1669\ 1693\ 1697\ 1699\\ 1709\ 1721\ 1723\ 1733\ 1741\ 1747\ 1753\ 1759\ 1777\ 1783\ 1787\ 1789\ 1801\ 1811\ 1823\\ 1831\ 1847\ 1861\ 1867\ 1871\ 1873\ 1877\ 1879\ 1889\ 1901\ 1907\ 1913\ 1931\ 1933\ 1949\\ 1951\ 1973\ 1979\ 1987\ 1993\ 1997\ 1999\ 2003\ 2011\ 2017\ 2027\ 2029\ 2039\ 2053\ 2063\\ 2069\ 2081\end{array}$

Primos cercanos a 10^n

9941 9949 9967 9973 10007 10009 10037 10039 10061 10067 10069 10079 99961 99971 99989 99991 100003 100019 100043 100049 100057 100069 999959 999961 999979 999983 1000003 1000033 1000037 1000039 9999943 9999971 9999991 10000019 10000079 10000103 10000121 99999941 99999959 99999971 99999989 100000007 100000037 100000039 100000049 999999893 99999999 99999997 100000007 100000009 1000000021 1000000033

Cantidad de primos menores que 10^n

 $\pi(10^1) = 4 \; ; \; \pi(10^2) = 25 \; ; \; \pi(10^3) = 168 \; ; \; \pi(10^4) = 1229 \; ; \; \pi(10^5) = 9592 \\ \pi(10^6) = 78.498 \; ; \; \pi(10^7) = 664.579 \; ; \; \pi(10^8) = 5.761.455 \; ; \; \pi(10^9) = 50.847.534 \\ \pi(10^{10}) = 455.052,511 \; ; \; \pi(10^{11}) = 4.118.054.813 \; ; \; \pi(10^{12}) = 37.607.912.018$

2.3 Reglas de divisibilidad

Nro	Regla	Ejemplo	
		5: porque si divides 5:1=5 y ese	
1	Todos los números	número es un múltiplo o divisor	
		de cualquier número.	
2	El número termina en una cifra	378: porque la última cifra (8) es	
	par.	par.	
3	La suma de sus cifras es un	480: porque 4+8+0=12 es	
	múltiplo de 3.	múltiplo de 3.	
		300 y 516 son divisibles entre 4	
4	Sus últimos dos dígitos son 0 o un	porque terminan en 00 y en 16,	
-1	múltiplo de 4.	respectivamente, siendo este	
		último un múltiplo de 4 (16 $=4*4$).	
5	La última cifra es 0 o 5.	485: porque termina en 5.	
7	Un número es divisible entre 7 cuando, al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 2 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 7. Otro sistema: Si la suma de la multiplicación de los números por la serie 2,3,1,-2,-3,-1 da 0 o un múltiplo de 7.	34349: separamos el 9, y lo duplicamos (18), entonces 3434-18=3416. Repetimos el proceso separando el 6 (341'6) y duplicándolo (12), entonces 341-12=329, y de nuevo, 32'9, 9*2=18, entonces 32-18=14; por lo tanto, 34349 es divisible entre 7 porque 14 es múltiplo de 7. Ejemplo método 2: 34349: [(2*3)+(3*4)+(1*3)-(2*4)-(3*9)]= 6+12+3-8-27 = -14.8	
8	Para saber si un número es divisible entre 8 hay que comprobar que sus tres últimas cifras sean divisibles entre 8. Si sus tres últimas cifras son divisibles entre 8 entonces el número también es divisible entre 8.	Ejemplo: El número 571.328 es divisible por 8 ya que sus últimas tres cifras (328) son divisibles por 8 (32 = 8*4 y 8 = 8*1). Realizando la división comprobamos que 571.328 : 8 = 71.416	

UTN FRRO - hola 2 MATH

Continúa			
Nro	Regla	Ejemplo	
9	Un número es divisible por 9 cuando al sumar todas sus cifras el resultado es múltiplo de 9.	504: sumamos 5+0+4=9 y como 9 es múltiplo de 9 504 es divisible por 9 5346: sumamos 5+3+4+6=18 y como 18 es múltiplo de 9, 5346 es divisible por 9.	
10	La última cifra es 0.	4680: porque termina en 0	
11	Sumando las cifras (del número) en posición impar por un lado y las de posición par por otro. Luego se resta el resultado de ambas sumas obtenidas. Si el resultado es cero o un múltiplo de 11, el número es divisible entre este. Si el número tiene solo dos cifras y estas son iguales será múltiplo de 11.	42702: $4+7+2=13 \cdot 2+0=2 \cdot 13-2=11 \rightarrow 42702$ es múltiplo de 11. 66: porque las dos cifras son iguales. Entonces 66 es múltiplo de 11.	
13	Un número es divisible entre 13 cuando, al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 9 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 13	3822: separamos el último dos (382'2) y lo multiplicamos por 9, 2×9=18, entonces 382-18=364. Repetimos el proceso separando el 4 (36'4) y multiplicándolo por 9, 4×9=36, entonces 36-36=0; por lo tanto, 3822 es divisible entre 13.	
17	Un número es divisible entre 17 cuando, al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 5 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 17	2142: porque 214'2, 2*5=10, entonces 214-10=204, de nuevo, 20'4, 4*5=20, entonces 20-20=0; por lo tanto, 2142 es divisible entre 17.	
19	Un número es divisible entre 19 si al separar la cifra de las unidades, multiplicarla por 2 y sumar a las cifras restantes el resultado es múltiplo de 19.	3401: separamos el 1, lo doblamos (2) y sumamos 340+2= 342, ahora separamos el 2, lo doblamos (4) y sumamos 34+4=38 que es múltiplo de 19, luego 3401 también lo es.	

	Continúa				
Nro Regla		Ejemplo			
20	Un número es divisible entre 20 si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplos de 20. Cualquier número par que tenga uno o más ceros a la derecha, es múltiplo de 20.	57860: Sus 2 últimas cifras son 60 (Que es divisible entre 20), por lo tanto 57860 es divisible entre 20.			
23	Un número es divisible entre 23 si al separar la cifra de las unidades, multiplicar por 7 y sumar las cifras restantes el resultado es múltiplo de 23.	253: separamos el 3, lo multiplicamos por 7 y sumamos 25+21= 46, 46 es múltiplo de 23 así que es divisible entre 23.			
25	Un número es divisible entre 25 si sus dos últimas cifras son 00, o en múltiplo de 25 (25,50,75,)	650: Es múltiplo de 25 por lo cual es divisible. 400 también será divisible entre 25.			
29	Un número es divisible entre 29 cuando, al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 3 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 29	2436: separamos el 6 (243'6) y lo multiplicamos por 3, 6×3=18, entonces 243-18=225. Repetimos el proceso separando el 5 (22'5) y multiplicándolo por 3, 5×3=15, entonces 22-15=7, que no es divisible entre 29.			

2.4 Coprimos

Son aquellos números enteros a y b cuyo único factor en común que tienen es 1. Equivalentemente son coprimos, si, y solo si, su máximo común divisor (MCD) es igual a 1. Dos números coprimos no tienen por qué ser primos absolutos de forma individual. 14 y 15 son compuestos, sin embargo son coprimos, pues: $\gcd(14,15)=1$

UTN FRRO - hola 3 ESTRUCTURAS

3 Estructuras

3.1 vector

Función	Explicación	О
(constructor)	Construct vector	O(n)
(destructor)	Vector destructor	O(n)
operator=	Assign content	O(n)
begin	Return iterator to beginning	O(1)
end	Return iterator to end	O(1)
rbegin	Return reverse iterator to reverse beginning	O(1)
rend	Return reverse iterator to reverse end	O(1)
cbegin	Return const_iterator to beginning	O(1)
cend	Return const_iterator to end	O(1)
crbegin	Return const_reverse_iterator to reverse beginning	O(1)
crend	Return const_reverse_iterator to reverse end	O(1)
size	Return size	O(1)
resize	Change size	O(n)
empty	Test whether vector is empty	O(1)
operator[]	Access element	O(1)
at	Access element	O(1)
front	Access first element	O(1)
back	Access last element	O(1)
assign	Assign vector content	O(n)
push_back	Add element at the end	O(1)
pop_back	Delete last element	O(1)
insert	Insert elements	O(n)
erase	Erase elements	O(n)
swap	Swap content	O(1)
clear	Clear content	O(n)
emplace	Construct and insert element	O(1)
emplace_back	Construct and insert element at the end	O(1)

3.1.1 emplace

3.1.2 resize

Resizes the container so that it contains n elements.

```
void resize (size_type n, const value_type& val);
```

3.1.3 assign

Assigns new contents to the vector, replacing its current contents, and modifying its size accordingly.

```
void assign (size_type n, const value_type& val);
```

UTN FRRO - hola 3 ESTRUCTURAS

3.2 unordered set

Función	Explicación	О
(constructor)	Construct unordered_set	-
(destructor)	Destroy unordered_set	-
operator=	Assign content	O(n)
empty	Test whether container is empty	O(1)
size	Return container size	O(1)
max_size	Return maximum size	O(1)
begin	Return iterator to beginning	O(1)
end	Return iterator to end	O(1)
find	Get iterator to element	O(n)
count	Count elements with a specific key	O(n)
	Returns 0 or 1	
equal_range	Get range of elements with a specific key	O(n)
emplace	Construct and insert element	O(n)
emplace_hint	Construct and insert element with hint	O(n)
insert	Insert elements	O(n)
erase	Erase elements	O(n)
clear	Clear content	O(n)
swap	Swap content	O(1)
reserve	Request a capacity change	O(n)
key_eq	Get key equivalence predicate	O(1)

```
unordered_set<int> s;
s.insert(3);
s.insert(5);
s.erase(3);
s.count(3); // -> 0
s.count(5); // -> 1
```

3.3 Iterators

```
sort(v.begin(), v.end());
reverse(v.begin(), v.end());
random_shuffle(v.begin(), v.end());
sort(v.begin(), v.end(), sortbysec);
```

sort complexity = $O(Nlog_2N)$.

Ordenar un vector de pair por su segunda componente

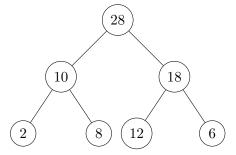
```
vector<pair<int, int>> v;

bool sortbysec(const pair<int,int> &a, const pair<int,int> &b){
   return (a.second < b.second);
}</pre>
```

También es posible ordenar un array normal:

```
sort(a, a+n);
reverse(a, a+n);
random_shuffle(a, a+n)
```

3.4 Segment Tree



```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

#define ll long long
#define dforn(i,n) for(int i=n-1; i>=0; i--)
#define fora(p, i, n) for(int i = p; i < n; i++)
#define forn(i, n) for(int i = 0; i < n; i++)</pre>
```

UTN FRRO - hola 3 ESTRUCTURAS

```
7 | #define fori(i, n) for(int i = n - 1; i <= 0; i--)
8 #define forall(it, v) for (auto it = v.beqin(); it != v.end(); it++)
  #define MAXN 200000
10 #define operacion(x, y) make_pair(max(x.first, x.second + y.first), x.second +
        y.second)
#define neutro make_pair(0,0)
12 #define tipo pair<ll, 11>
  struct RMO{
15
      int sz;
16
      tipo t[4*MAXN];
17
      tipo &operator[](int p) {return t[sz+p];}
      void init(int n){//O(nlqn)
18
19
           sz = 1 \ll (32-\underline{builtin_clz(n)});
           forn(i, 2*sz) t[i] = neutro;
20
21
22
      void updall(){
           dforn(i, sz) t[i] = operacion(t[2*i], t[2*i+1]);
23
24
25
      tipo get(int i, int j) {return get(i, j, 1, 0, sz);}
26
      tipo get(int i, int j, int n, int a, int b){
27
           if(j<=a || i>= b) return neutro;
28
           if(i<=a && b<=j) return t[n];</pre>
29
           int c = (a+b)/2;
30
           return operacion(get(i, j, 2*n, a, c), get(i, j, 2*n+1, c, b));
31
32
      void set(int p, tipo val){
33
           for(p+=sz; p>0 && t[p] != val;){
34
               t[p]=val;
35
               p/=2;
36
               val = operacion(t[2*p],t[2*p+1]);
37
38
39
   } mx;
  mx.init(v.size()); forn(i, v.size()) mx[i] = v[i]; mx.updall();
42
43 | 11 searchST(int v, int tl, int tr, int m) { //buscar el primer elemento mayor
      a un numero
      if( tl == tr) {
          return tl;
45
46
47
     int tm = (tl + tr)/2;
     if(t[2*v] >= m) return searchST(2*v, tl, tm, m);
     return searchST(2*v+1, tm+1, tr, m);
49
50
```

3.5 Array

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main() {
```

```
int dp[50][50];
// llenar una lista para DP
memset(dp,-1, sizeof(dp));

for(int i=0; i<50;i++){
    for(int j=0; j<50;j++){
        cout << dp[i][j] << " ";
}
cout << endl;
}</pre>
```

UTN FRRO - hola 4 GRAFOS

4 Grafos

4.1 Recorrer Grafos

Dado un Grafo como lista de adjacencias

```
#include <bits/stdc++.h>
#define MAXN 100000
using namespace std;

vector<int> G[MAXN];
bool visited[MAXN];
```

Podemos recorrerlo con DFS o con BFS.

4.1.1 DFS

4.1.2 BFS

4.2 Camino Mínimo

4.2.1 Bellman-Ford

El algoritmo de Bellman-Ford encuentra el camino desde un nodo de origen a todos los nodos del grafo.

Complejidad = O(nm)

```
#include <bits/stdc++.h>
  #define INF 100000000
  using namespace std;
  vector<tuple<int, int, int>> edges;
  void bellman_ford(int x) {
      vector<int> distance(n, INF);
      distance[x] = 0;
10
11
12
       for (int i = 1; i \le n-1; i++) {
13
          for (auto e : edges) {
14
               int a, b, w;
               tie(a, b, w) = e;
15
               distance[b] = min(distance[b], distance[a]+w);
16
17
18
19 }
```

4.2.2 Ciclos negativos

El algoritmo es capaz de detectar ciclos negativos. Para eso Se debe correr una vez m'as

UTN FRRO - hola 4 GRAFOS

4.2.3 Dijkstra

El algorimo necesita que todos los pesos sean ; 0

Complejidad = $O(n + m \log m)$

```
1 #include <bits/stdc++.h>
  #define MAXN 100000
  using namespace std;
 4 typedef pair<int, int> ii;
  vector<pair<int, int>> G[MAXN]; //Lista de pares, dest, peso
 7 bool visited[MAXN];
  int n;
10 void dijkstra(int x) {
      // La PQ esta ordenada de menor a mayor
      priority_queue<ii, vector<ii>, greater<ii>> q;
13
      vector<int> distance(n, MAXN);
14
      distance[x] = 0;
      q.push(\{0,x\});
15
16
17
      while (!q.empty()) {
18
           int a = q.top().second; q.pop();
19
           if (visited[a]) continue;
20
           visited[a] = true;
22
           for (auto u : G[a]) {
               int b = u.first, w = u.second;
23
               if (distance[a]+w < distance[b]) {</pre>
24
                   distance[b] = distance[a]+w;
                   q.push({distance[b], b});
27
28
29
```

4.2.4 Floyd-Warshall

```
/* minima distancia entre cada par de nodos en un grafo dirigido.
      O(n^3)
4 */
5 int distance[MAX_N][MAX_N];
  for (int i = 1; i <= n; i++) {
      for (int j = 1; j <= n; j++) {
          if (i == j) distance[i][j] = 0;
          else if (adj[i][j]) distance[i][j] = adj[i][j];
          else distance[i][j] = INF;
10
11
12 }
14 /* After this, the shortest distances can be found as follows: */
15
16 for (int k = 1; k \le n; k++) {
      for (int i = 1; i <= n; i++) {
          for (int j = 1; j <= n; j++) {
19
              distance[i][j] = min(distance[i][j], distance[i][k]+distance[k][j])
20
21
22 }
```

UTN FRRO - hola 5 STRINGS

5 Strings

5.1 Hash

```
#include <bits/stdc++.h>
 3 #include <bitset>
  #include <iostream>
 5 #include <string>
 6 using namespace std;
  #define forn(i,n) for(ll i = 0; i < n; i++)
 8 #define fora(p, i,n) for(ll i = p; i < n; i++)</pre>
  #define pb push back
10 typedef long long 11;
11 #define MAXN 100000010
12 #ifdef EBUG
13 //local
14 #else
15 //judge
16 #endif
17
  #define forr(i,s,n) for(int i=s; i<n; i++)</pre>
19 struct Hash{
       int P=1777771, MOD[2], PI[2];
21
       vector<int> h[2], pi[2];
22
      vector<ll> primos[2];
23
       Hash(string& s){
           MOD[0] = 999727999; MOD[1] = 1070777777;
24
25
           PI[0]=325255434; PI[1]=10018302;
26
27
              h[k].resize(s.size()+1), pi[k].resize(s.size()+1), primos[k].resize
                   (s.size()+1);
28
29
           forr(k, 0, 2) {
30
               h[k][0]=0;
31
               pi[k][0]=1;
               11 p=1;
32
33
               primos[0][0]=p;
               primos[1][0]=p;
34
35
                forr(i,1,s.size()+1){
                    h[k][i] = (h[k][i-1] + p*s[i-1]) %MOD[k];
36
37
                    pi[k][i] = (1LL * pi[k][i-1] * PI[k]) %MOD[k];
38
                    p=(p*P) %MOD[k];
39
                    primos[k][i]=p;
40
41
42
43
       ll get(int s, int e){
           11 h0=(h[0][e]-h[0][s]+MOD[0])%MOD[0];
44
45
           h0 = (1LL * h0 * pi[0][s]) % MOD[0];
46
           11 h1=(h[1][e]-h[1][s]+MOD[1])%MOD[1];
           h1 = (1LL*h1*pi[1][s])%MOD[1];
47
           return (h0<<32) |h1;
48
49
```

```
51
       //devuelve el hash del string cambiando en la iesima posicion a c1 por c2.
52
        // s: inicio del string, e: fin, i: posicion a cambiar, c1: old char, c2:
            new char
 53
       ll get change(int s, int e, int i, int c1, int c2){
 54
 55
           11 h0=(h[0][e]-h[0][s]+MOD[0])%MOD[0];
 56
           h0 = (1LL * h0 * pi[0][s]) %MOD[0];
           h0 = ((h0 - c1*primos[0][i] % MOD[0]) + MOD[0])%MOD[0];
 57
 58
           h0 = (h0 + c2*primos[0][i])%MOD[0];
 59
 60
           11 h1=(h[1][e]-h[1][s]+MOD[1])%MOD[1];
 61
           h1 = (1LL*h1*pi[1][s])%MOD[1];
           h1=( (h1 - c1*primos[1][i])%MOD[1] + MOD[1])%MOD[1];
 62
 63
           h1=(h1 + c2*primos[1][i])%MOD[1];
 64
            return (h0<<32) | h1;
 65
 66
 67
       void set_change(int s, int e, int i, int c1, int c2) {
 68
            for (int k = 0; k < 2; ++k) {
 69
                h[k][e] = (h[k][e] - c1 * primos[k][i] % MOD[k] + MOD[k]) % MOD[k
                h[k][e] = (h[k][e] + c2 * primos[k][i]) % MOD[k];
 71
 72
 73 };
 74
 75
   int main(){
       #ifdef EBUG
 79
            freopen("input.txt", "r", stdin);
 80
        #endif
 81
       ios :: sync_with_stdio(false);
 82
       cin.tie(NULL);
 83
       cout.tie(NULL);
 84
 85
 86
       int n;
 87
       cin >> n;
 88
       string s:
 89
       cin >> s;
 90
       int r, m;
 91
       cin >> r >> m;
 92
 93
       unordered_map<11,11> tabla;
 94
       string abecedario = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz,._";
 95
       forn(i,r){
 96
           string palabra;
 97
           cin >> palabra;
           Hash p(palabra);
 98
99
           tabla[p.get(0,palabra.size())]++;
100
101
            forn(j,m){
102
                forn(k, abecedario.size()){
103
                    if(palabra[j] == abecedario[k])continue;
104
                    tabla[p.get_change(0, m , j, palabra[j], abecedario[k])]++;
```

UTN FRRO - hola 6 GEOMETRÍA

```
106
107
108
109
        Hash secuencia(s);
110
        11 \text{ ans} = 0;
111
        for(int i=0; i+m <= s.size(); i++){</pre>
112
            11 valor = secuencia.get(i,i+m);
113
114
            if(tabla.count(valor)>0){
115
116
                  ans += tabla[valor];
117
118
        cout << ans << endl;</pre>
119
120
121
        return 0;
122
123 }
```

6 Geometría

6.1 Punto

```
1 #include <bits/stdc++.h>
  #define 11 long long
3 #define ld double
5 struct pto {
      11 x, y;
      pto() : x(0), y(0) {} //Constructor pto(a = pto(); =>) a.x = 0, a.y = 0
      pto(ll _x, ll _y) : x(_x), y(_y) {}
      pto operator+(pto b) { return pto(x+b.x, y+b.y); }
10
      pto operator-(pto b) { return pto(x-b.x, y-b.y); }
11
      pto operator+(ll k) { return pto(x+k, y+k); }
12
      pto operator*(ll k) { return pto(x*k, y*k); }
13
      pto operator/(ll k) { return pto(x/k, y/k); }
14
      11 operator*(pto b) { return x*b.x + y*b.y; }
15
      pto proj(pto b) { return b*((*this)*b) / (b*b); }
16
      11 operator^(pto b) { return x*b.y - y*b.x; }
17
      ld norm() { return sqrt(x*x + y*y); }
18
      ld dist(pto b) { return (b - (*this)).norm(); }
19 };
```

6.2 Line

```
1 #include "pto.cpp"
3 | int sqn(T x) \{ return x < 0 ? -1 : !!x; \}
5 struct line {
     T a, b, c; // Ax+By=C
      line() {}
      line(T a_, T b_, T c_) : a(a_), b(b_), c(c_) {}
10
      // TO DO: check negative C (multiply everything by -1)
11
      line(pto u, pto v) : a(v.y - u.y), b(u.x - v.x), c(a * u.x + b * u.y) {}
      int side(pto v) { return sqn(a * v.x + b * v.y - c); }
      bool inside(pto v) { return abs(a \star v.x + b \star v.v - c) <= EPS; }
14
      bool parallel(line v) { return abs(a * v.b - v.a * b) <= EPS; }</pre>
15
      pto inter(line v) {
16
          T det = a * v.b - v.a * b;
17
          if (abs(det) <= EPS) return pto(INF, INF);</pre>
          return pto(v.b * c - b * v.c, a * v.c - v.a * c) / det;
18
19
20 };
```

6.3 Segment

UTN FRRO - hola 6 GEOMETRÍA

```
#include "pto.cpp"
  #include "line.cpp"
  struct segment {
      pto s, e;
      segment(pto s_, pto e_) : s(s_), e(e_) {}
      pto closest(pto b) {
           pto bs = b - s, es = e - s;
          ld l = es * es;
          if (abs(1) <= EPS) return s;</pre>
          ld t = (bs * es) / l;
           if (t < 0.) return s:
                                       // comment for lines
           else if (t > 1.) return e; // comment for lines
14
          return s + (es * t);
15
16
      bool inside (pto b) { //Return true if pto b is inside the segment
17
           return abs(s.dist(b) + e.dist(b) - s.dist(e)) < EPS;
18
19
20
21
      pto inter(segment b) { // if a and b are collinear, returns one point
2.2
           if ((*this).inside(b.s)) return b.s;
           if ((*this).inside(b.e)) return b.e;
24
           pto in = line(s, e).inter(line(b.s, b.e));
           if ((*this).inside(in) && b.inside(in)) return in;
25
26
           return pto(INF, INF);
27
28 };
```

6.4 Circle

```
1 #define sqr(a) ((a) * (a))
 pto perp(pto a) {return pto(-a.y, a.x);}
 3 line bisector(pto a, pto b) {
      line l = line(a, b); pto m = (a+b)/2;
      return line(-1.b, 1.a, -1.b*m.x+1.a*m.y);
  struct circle{
      pto o; T r;
      circle(){}
11
      circle(pto a, pto b, pto c) {
          o = bisector(a, b).inter(bisector(b, c));
          r = o.dist(a);
13
14
15
      bool inside(pto p) { return (o-p).norm_sq() <= r*r+EPS; }</pre>
      bool inside(circle c) { // this inside of c
          T d = (o - c.o).norm_sq();
17
18
           return d \le (c.r-r) * (c.r-r) + EPS;
19
      // circle containing p1 and p2 with radius r
      // swap p1, p2 to get snd solution
21
      circle* circle2PtoR(pto a, pto b, T r_) {
```

```
23
           1d d2 = (a-b).norm_sq(), det = r_*r_/d2 - 1d(0.25);
24
           if(det < 0) return nullptr;</pre>
25
           circle *ret = new circle();
26
           ret->o = (a+b)/ld(2) + perp(b-a)*sqrt(det);
27
           ret->r = r;
28
           return ret;
29
30
       pair<pto, pto> tang(pto p) {
31
           pto m = (p+o)/2;
32
           ld d = o.dist(m);
33
           1d a = r*r/(2*d);
34
           ld h = sqrtl(r*r - a*a);
35
           pto m2 = o + (m-o) *a/d;
36
           pto per = perp(m-o)/d;
37
           return make_pair(m2 - per*h, m2 + per*h);
38
39
       vector<pto> inter(line 1) {
40
           1d = 1.a, b = 1.b, c = 1.c - 1.a*o.x - 1.b*o.y;
41
           pto xy0 = pto(a*c/(a*a + b*b), b*c/(a*a + b*b));
42
           if(c*c > r*r*(a*a + b*b) + EPS) {
43
               return {}:
44
           }else if(abs(c*c - r*r*(a*a + b*b)) < EPS) {
45
               return { xv0 + o };
46
           }else{
47
               1d m = sqrt1((r*r - c*c/(a*a + b*b))/(a*a + b*b));
48
               pto p1 = xy0 + (pto(-b,a)*m);
49
               pto p2 = xy0 + (pto(b, -a)*m);
50
               return { p1 + o, p2 + o };
51
52
53
       vector<pto> inter(circle c) {
54
           line l:
55
           1.a = o.x - c.o.x;
           1.b = o.v - c.o.v;
57
           1.c = (\operatorname{sqr}(c.r) - \operatorname{sqr}(r) + \operatorname{sqr}(o.x) - \operatorname{sqr}(c.o.x) + \operatorname{sqr}(o.y) - \operatorname{sqr}(c.o.y)) / 2.0;
58
           return (*this).inter(1);
59
60
      ld inter triangle(pto a, pto b) { // area of intersection with oab
61
           if (abs((o-a)^(o-b)) <= EPS) return 0.;
62
           vector<pto> q = \{a\}, w = inter(line(a,b));
63
           if(sz(w) == 2) forn(i,sz(w)) if((a-w[i])*(b-w[i]) < -EPS) q.pb(w[i]);
64
65
           if(sz(q) == 4 \& (q[0]-q[1])*(q[2]-q[1]) > EPS) swap(q[1], q[2]);
           ld s = 0;
66
67
           forn(i, sz(q)-1){
68
               if(!inside(q[i]) || !inside(q[i+1])) {
69
                    s += r*r*angle((q[i]-o),q[i+1]-o)/T(2);
70
71
               else s += abs((q[i]-o)^(q[i+1]-o)/2);
72
73
           return s;
74
75 };
76 vector<ld> inter_circles(vector<circle> c) {
      vector<ld> r(sz(c)+1); // r[k]: area covered by at least k circles
       forn(i, sz(c)) { // O(n^2 \log n) (high constant)
```

UTN FRRO - hola 6 GEOMETRÍA

```
int k = 1;
            cmp s(c[i].o, pto(1,0));
80
81
            vector<pair<pto,int>> p = {
                \{c[i].o + pto(1,0)*c[i].r, 0\},\
 82
 83
                \{c[i].o - pto(1,0)*c[i].r, 0\}\};
            forn(j, sz(c)) if(j != i) {
 84
                bool b0 = c[i].inside(c[j]), b1 = c[j].inside(c[i]);
 85
                if(b0 && (!b1 || i<j)) k++;
 86
 87
                else if(!b0 && !b1) {
 88
                    vector<pto> v = c[i].inter(c[j]);
 89
                    if(sz(v) == 2) {
                        p.pb(\{v[0], 1\}); p.pb(\{v[1], -1\});
                        if(s(v[1], v[0])) k++;
 91
 92
 93
 94
            sort(p.begin(), p.end(), [&](pair<pto,int> a, pair<pto,int> b) {
 95
                    return s(a.fst,b.fst); });
 97
            forn(j,sz(p)) {
                pto p0 = p[j? j-1: sz(p)-1].fst, p1 = p[j].fst;
 98
                1d = angle(p0 - c[i].o, p1 - c[i].o);
99
                r[k] += (p0.x-p1.x) * (p0.y+p1.y) /ld(2) +c[i].r*c[i].r*(a-sinl(a)) /ld
100
                     (2);
                k += p[j].snd;
101
102
103
104
       return r;
105
```

6.5 Polar sort

```
funcionamiento:
      vector<pto> puntos = {pto(1, 2), pto(2, 1), pto(-1, -1), pto(0, 2)};
      pto referencia(1, 1); // punto de referencia
      sort(puntos.begin(), puntos.end(), Cmp(referencia));
  struct Cmp{//orden total de puntos alrededor de un punto r
    pto r;
    Cmp(pto r):r(r) {}
    int cuad(const pto &a) const{
      if(a.x > 0 \&\& a.y >= 0) return 0;
12
      if(a.x <= 0 && a.y > 0) return 1;
      if(a.x < 0 && a.y <= 0)return 2;
14
15
      if (a.x >= 0 \&\& a.y < 0) return 3;
      assert(a.x ==0 && a.y==0);
16
      return -1;
17
18
    bool cmp(const pto&p1, const pto&p2)const{
19
      int c1 = cuad(p1), c2 = cuad(p2);
20
21
      if(c1==c2) return p1.y*p2.x<p1.x*p2.y;
          else return c1 < c2;
22
23
```

```
bool operator() (const pto&p1, const pto&p2) const{
    return cmp(pto(p1.x-r.x,p1.y-r.y),pto(p2.x-r.x,p2.y-r.y));
    };
}
```

UTN FRRO - hola 7 DP

7 DP

7.0.1 Long common subsecuence

```
Print one longest string that is a subsequence of both s and t.
      axyb
      abyxb
       output: axb
  #include <bits/stdc++.h>
  using namespace std;
10 #define ll long long
12 string s,t;
13 int dp[3000][3000];
  int subsecuencia(int i, int j) {
17
      if( i == s.size() || j == t.size() ) return 0;
18
      if ( dp[i][j] != -1 ) return dp[i][j];
19
20
21
      if (s[i] == t[j]) {
22
           dp[i][j] = 1 + subsecuencia(i+1, j+1);
23
           return dp[i][j];
24
25
      else {
           dp[i][j] = max(subsecuencia(i+1, j), subsecuencia(i, j+1));
26
27
           return dp[i][j];
28
29
32 string respuesta = "";
  void sol(int i, int j){
      if(i == s.size() || j == t.size() ) return;
35
36
      if(s[i] == t[j]){
37
           respuesta += s[i] , sol(i+1, j+1);
38
39
          if(dp[i+1][j] > dp[i][j+1]) sol(i+1, j);
40
          else sol(i, j+1);
42
43
  int main(){
44
      //freopen("input.txt", "r", stdin);
      cin >> s >> t;
      memset(dp, -1, sizeof(dp));
      subsecuencia(0, 0);
      sol(0, 0);
```

7.0.2 matching mask

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 #define forn(i, n) for(int i = 0; i < n; i++)
4 #define fori(i, n) for(int i = n - 1; i <= 0; i--)
5 #define mos(v) forn(auto i : v) cout << i << " ";
6 #define 11 long long
7 #define ld double
8 #define pb push_back
9 #define mod 1000000007
10 int n:
11 ll dp[22][2097152];
12 11 a[22][22];
13
15 ll solve(int i, ll mask, int sum) {
      if(i==n){
17
           if(sum==n){
               return 1;
18
20
          else return 0;
21
22
      if(dp[i][mask]!=-1) return dp[i][mask];
23
24
      ll ans = 0;
25
      forn(j,n){
26
          if(a[i][j]==1){
27
              11 \text{ aux} = 0;
28
               aux = (1LL << j);
               if((aux&mask)==0){
30
                   ans = ((ans%mod) + (solve(i+1, mask^aux, sum+1)%mod) %mod);
31
32
33
34
35
      dp[i][mask] = ans;
36
       return dp[i][mask];
37 }
38
39 int main() {
      //freopen("input.txt", "r", stdin);
      cin >> n;
42
      int valor;
43
      forn(i,n){
44
          forn(j,n){
45
               cin >> valor;
46
               a[i][j] = valor;
```

UTN FRRO - hola 7 DP

7.0.3 game

```
1 #include <bits/stdc++.h>
  #include <cstdio>
 3 #define 11 long long
 4 using namespace std;
 6 int N, K, turno;
 7 11 A[3000];
 8 11 dp[3000][3000];
10 ll juegoOptimo(int inicio, int fin)
11
      if (inicio > fin)
12
13
           return 0;
14
      if (dp[inicio][fin] != -1)
15
16
           return dp[inicio][fin];
17
      if ((fin - inicio + 1) % 2 == turno)
           dp[inicio][fin] = max(A[inicio] + juegoOptimo(inicio + 1, fin), A[fin]
19
                + juegoOptimo(inicio, fin - 1));
20
21
           dp[inicio][fin] = min(-A[inicio] + juegoOptimo(inicio + 1, fin), -A[
                fin] + juegoOptimo(inicio, fin - 1));
22
23
       return dp[inicio][fin];
24
25
26
   int main(){
27
       freopen("input.txt", "r", stdin);
28
      cin >> N;
      memset(dp,-1, sizeof(dp));
30
31
       for (int i = 0; i < N; i++) {</pre>
32
           cin >> A[i];
33
34
      if(N%2==0) turno=0;
35
      else turno=1;
36
37
38
       cout << juegoOptimo(0,N-1) << endl;</pre>
```

```
40 return 0;
41 }
```

7.0.4 dp rangos

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std:
3 #define forn(i, n) for(int i = 0; i < n; i++)
 4 #define fori(i, n) for(int i = n - 1; i <= 0; i--)
 5 #define mos(v) forn(auto i : v) cout << i << " ";</pre>
 6 #define 11 long long
7 #define ld double
8 #define pb push_back
9 #define MAXN 410
10 int n;
11 ll dp[MAXN][MAXN];
12 vector<ll> A;
13 ll suma(int a, int b) {
      if(a==0) return A[b];
15
16
       return (A[b]-A[a-1]);
17 }
18 ll sol(int a, int b) {
      if(a==b) return 0;
      if(a>b) return 0;
      if (dp[a][b]!=-1) return dp[a][b];
22
      ll ans=1e18;
23
       for (int k=a; k<b; k++) {</pre>
24
           ans = min(ans, sol(a,k) + sol(k+1,b) + suma(a,b));
25
26
27
       return dp[a][b]=ans;
28 }
29
30 int main() {
       //freopen("input.txt", "r", stdin);
31
32
      cin >> n;
33
       forn(i,n){
          ll valor;
34
35
           cin >> valor;
36
           A.pb(valor);
37
38
       for(ll i=1;i<n;i++)</pre>
39
40
           A[i] += A[i-1];
41
42
       memset(dp,-1, sizeof(dp));
43
44
       cout \ll sol(0,n-1) \ll endl;
45
46 }
```

UTN FRRO - hola 8 UTILS

8 Utils

8.1 Binary Search

```
#include <bits/stdc++.h>
  using namespace std;
   int bs(vector<int> &v, int val){
       int l = 0, r = v.size() - 1, mid = (l+r)/2;
       while (1 \le r) {
           if(val < v[mid]){</pre>
               r = mid - 1;
           }else{
               1 = mid + 1;
11
12
           mid = (1+r)/2;
       if(val < v[mid]){</pre>
15
           mid --;
16
17
18
       return mid;
19
```

8.2 Sort

Ordenar un vector de pair por su segunda componente

```
vector<pair<int, int>> v;

bool sortbysec(const pair<int,int> &a, const pair<int,int> &b){
   return (a.second < b.second);
}
sort(v.begin(), v.end(), sortbysec);</pre>
```

8.3 Cout para doubles

```
cout << fixed << setprecision(20) << ans << endl;
```

8.4 Longest increasing subsequence

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

#define ll long long
ll INF = 1;

int lis(vector<ll> const& a) { //longest increasing subsequence
```

```
int n = a.size();
       vector<ll> d(n+1, INF);
       d[0] = -INF;
10
11
       for (int i = 0; i < n; i++) {
12
          11 1 = upper_bound(d.begin(), d.end(), a[i]) - d.begin();
13
          if (d[l-1] <= a[i] && a[i] <= d[l] && a[i] >= 0)
14
              d[1] = a[i];
15
16
      ll ans = 0;
17
      for (int 1 = 0; 1 <= n; 1++) {
18
          if (d[1] < INF)
19
              ans = 1;
20
21
       return ans-1;
22
```

8.5 Prev Permutation

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 int main () {
       vector\langle int \rangle dias = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\};
       vector<bool> mask(dias.size(), false);
       //combinaciones de D elementos.
       fill(mask.begin(), mask.begin() + d, true);
10
      do {
11
           for (int i = 0; i < dias.size(); ++i) {</pre>
12
               if (mask[i]) {
13
                    // permutacion actual
14
                    cout << dias[i] << " ";
15
16
17
           cout << endl;
18
       } while (prev_permutation(mask.begin(), mask.end()));
19
20
       /* Salida
21
          1 2 3
           1 2 4
22
23
           1 2 5
24
           1 2 6
25
           1 2 7
26
           1 3 4
           1 3 5
27
           1 3 6
28
           1 3 7
30
31
           5 6 7
32
33
    return 0;
34 }
```