

1. Módulo Diccionario Lineal(κ, σ)

El módulo Diccionario Lineal provee un diccionario básico en el que se puede definir, borrar, y testear si una clave está definida en tiempo lineal. Cuando ya se sabe que la clave a definir no esta definida en el diccionario, la definición se puede hacer en tiempo $O(1)$.

En cuanto al recorrido de los elementos, se provee un iterador bidireccional que permite recorrer y eliminar los elementos de d como si fuera una secuencia de pares κ, σ .

Para describir la complejidad de las operaciones, vamos a llamar $copy(k)$ al costo de copiar el elemento $k \in \kappa \cup \sigma$ y $equal(k_1, k_2)$ al costo de evaluar si dos elementos $k_1, k_2 \in \kappa$ son iguales (i.e., $copy$ y $equal$ son funciones de $\kappa \cup \sigma$ y $\kappa \times \kappa$ en \mathbb{N} , respectivamente).¹

Interfaz

parámetros formales

géneros κ, σ

función $\bullet = \bullet(\text{in } k_1 : \kappa, \text{in } k_2 : \kappa) \rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} (k_1 = k_2)\}$
Complejidad: $\Theta(equal(k_1, k_2))$
Descripción: función de igualdad de κ 's

función $\text{COPIAR}(\text{in } k : \kappa) \rightarrow res : \kappa$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} k\}$
Complejidad: $\Theta(copy(k))$
Descripción: función de copia de κ 's

función $\text{COPIAR}(\text{in } s : \sigma) \rightarrow res : \sigma$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} s\}$
Complejidad: $\Theta(copy(s))$
Descripción: función de copia de σ 's

se explica con: $\text{DICCIONARIO}(\kappa, \sigma)$

géneros: $\text{dicc}(\kappa, \sigma)$.

Operaciones básicas de diccionario

$\text{VACÍO}() \rightarrow res : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacío}\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera un diccionario vacío.

$\text{DEFINIR}(\text{in/out } d : \text{dicc}(\kappa, \sigma), \text{in } k : \kappa, \text{in } s : \sigma) \rightarrow res : \text{itDicc}(\kappa, \sigma)$

Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\}$

Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{definir}(d, k, s) \wedge \text{haySiguiete}(res) \wedge_L \text{Siguiete}(res) = \langle k, s \rangle \wedge \text{alias}(\text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d))\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{k' \in K} equal(k, k') + copy(k) + copy(s)\right)$, donde $K = \text{claves}(d)$

Descripción: define la clave k con el significado s en el diccionario. Retorna un iterador al elemento recién agregado.

Aliasing: los elementos k y s se definen por copia. El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función ELIMINARSIGUIENTE . Además, $\text{anteriores}(res)$ y $\text{siguientes}(res)$ podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique el d sin utilizar las funciones del iterador.

$\text{DEFINIRRAPIDO}(\text{in/out } d : \text{dicc}(\kappa, \sigma), \text{in } k : \kappa, \text{in } s : \sigma) \rightarrow res : \text{itDicc}(\kappa, \sigma)$

Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \neg \text{definido?}(d, k)\}$

Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{definir}(d, k, s) \wedge \text{haySiguiete}(res) \wedge_L \text{Siguiete}(res) = \langle k, s \rangle \wedge \text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d)\}$

Complejidad: $\Theta(copy(k) + copy(s))$

Descripción: define la clave $k \notin \text{claves}(d)$ con el significado s en el diccionario. Retorna un iterador al elemento recién agregado.

¹Nótese que este es un abuso de notación, ya que no estamos describiendo $copy$ y $equal$ en función del tamaño de k . A la hora de usarlo, habrá que realizar la traducción.

Aliasing: los elementos k y s se definen por copia. El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función ELIMINARSIGUIENTE. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique el d sin utilizar las funciones del iterador.

DEFINIDO?(**in** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $k: \kappa$) $\rightarrow res: \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(d, k)\}$
Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} \text{equal}(k, k'))$, donde $K = \text{claves}(d)$
Descripción: devuelve **true** si y sólo k está definido en el diccionario.

SIGNIFICADO(**in** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $k: \kappa$) $\rightarrow res: \sigma$
Pre $\equiv \{\text{def?}(d, k)\}$
Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{Significado}(d, k))\}$
Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} \text{equal}(k, k'))$, donde $K = \text{claves}(d)$
Descripción: devuelve el significado de la clave k en d .
Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable.

BORRAR(**in/out** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $k: \kappa$)
Pre $\equiv \{d = d_0 \wedge \text{def?}(d, k)\}$
Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{borrar}(d_0, k)\}$
Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} \text{equal}(k, k'))$, donde $K = \text{claves}(d)$
Descripción: elimina la clave k y su significado de d .

#CLAVES(**in** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$) $\rightarrow res: \text{nat}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \#\text{claves}(d)\}$
Complejidad: $\Theta(1)$
Descripción: devuelve la cantidad de claves del diccionario.

COPIAR(**in** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$) $\rightarrow res: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} d\}$
Complejidad: $\Theta\left(\sum_{k \in K} (\text{copy}(k) + \text{copy}(\text{significado}(k, d)))\right)$, donde $K = \text{claves}(d)$
Descripción: genera una copia nueva del diccionario.

• = •(**in** $d_1: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $d_2: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$) $\rightarrow res: \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} c_1 = c_2\}$
Complejidad: $O\left(\sum_{\substack{k_1 \in K_1 \\ k_2 \in K_2}} \text{equal}(\langle k_1, s_1 \rangle, \langle k_2, s_2 \rangle)\right)$, donde $K_i = \text{claves}(d_i)$ y $s_i = \text{significado}(d_i, k_i)$, $i \in \{1, 2\}$.
Descripción: compara d_1 y d_2 por igualdad, cuando σ posee operación de igualdad.
Requiere: **• = •**(**in** $s_1: \sigma$, **in** $s_2: \sigma$) $\rightarrow res: \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} (s_1 = s_2)\}$
Complejidad: $\Theta(\text{equal}(s_1, s_2))$
Descripción: función de igualdad de σ 's

Especificación de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

$\text{esPermutacion?} : \text{secu}(\text{tupla}(\kappa, \sigma)) \times \text{dicc}(\kappa, \sigma) \rightarrow \text{bool}$

$\text{esPermutacion?}(s, d) \equiv d = \text{secuADicc}(s) \wedge \#\text{claves}(d) = \text{long}(s)$

$\text{secuADicc} : \text{secu}(\text{tupla}(\kappa, \sigma)) \rightarrow \text{dicc}(\kappa, \sigma)$

$\text{secuADicc}(s) \equiv \text{if vacia?}(s) \text{ then vacio else definir}(\Pi_1(\text{prim}(s)), \Pi_2(\text{prim}(s)), \text{secuADict}(\text{fin}(s))) \text{ fi}$

Representación

Representación del diccionario

El diccionario se representa con dos listas enlazadas, una conteniendo las claves y otras los significados. Ambas listas deben tener igual largo ya que las claves y los significados se aparean por posición.

$\text{dicc}(\kappa, \sigma)$ se representa con dic

donde dic es $\text{tupla}(\text{claves: lista}(\kappa), \text{significados: lista}(\sigma))$

$\text{Rep} : \text{dic} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(d) \equiv \text{true} \iff$

$\text{sin claves repetidas: } \# \text{claves}(\text{secuADicc}(d.\text{claves})) = \text{long}(d.\text{claves}) \wedge$
 $\text{long}(d.\text{claves}) = \text{long}(d.\text{significados})$

$\text{Abs} : \text{dicc } d \rightarrow \text{dicc}(\kappa, \sigma)$

$\{\text{Rep}(d)\}$

$\text{Abs}(d) \equiv \text{if vacia?}(d.\text{claves}) \text{ then}$

vacío

else

$\text{definir}(\text{prim}(d).\text{claves}, \text{prim}(d).\text{significado}, \text{Abs}((\text{fin}(d.\text{claves}), \text{fin}(d.\text{significados})))$

fi

Algoritmos

iVacío() $\rightarrow res : \text{dic}$

1: $res \leftarrow \langle \text{secu::Vacía}(), \text{secu::Vacía}() \rangle$

Complejidad: $\Theta(1)$

iDefinir(in/out d: dic, in k: κ , in s: σ) $\rightarrow res : \text{itDicc}$

if la clave k está en $d.\text{claves}$ **then**

$\text{itC}, \text{itS} \leftarrow \text{buscar}(d, k)$

$*\text{itS} \leftarrow s$

$res \leftarrow \langle \text{itC}, \text{itS} \rangle$

else $res \leftarrow \text{DefinirRapido}(d, k, s)$

end if

Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} \text{equal}(k, k') + \text{copy}(k) + \text{copy}(s))$

Justificación: Se debe revisar si la clave está. Esto toma $\mathcal{O}(n)$. Si la clave está definida, se recorren las listas hasta encontrar la clave ($\mathcal{O}(n)$). Luego se reemplaza el significado anterior por el nuevo ($\mathcal{O}(\text{copy}(\sigma))$). Si la clave no está, se deben copiar clave y significado al final ($\mathcal{O}(\text{copy}(\kappa) + \text{copy}(\sigma))$).

iDefinirRapido(in/out d: dic, in k: κ , in s: σ) $\rightarrow res : \text{itDicc}$

$\text{itC} \leftarrow d.\text{claves}.\text{AgregarAdelante}(k)$

$\text{itS} \leftarrow d.\text{significados}.\text{AgregarAdelante}(s)$

$res \leftarrow \langle \text{itC}, \text{itS} \rangle$

Complejidad: $\Theta(\text{copy}(k) + \text{copy}(s))$

Justificación: La clave no está, solo se deben copiar clave y significado al final de las listas internas ($\mathcal{O}(\text{copy}(\kappa) + \text{copy}(\sigma))$).

iDefinido?(in/out $d: \text{dic}$, in $k: \kappa$) $\rightarrow res: \text{bool}$

itC, itS \leftarrow buscar(d, k)

$res \leftarrow (itC == d.claves.end())$

Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} equal(k, k'))$

Justificación: Se recorre la lista de claves comparando con la clave parámetro.

iSignificado(in/out $d: \text{dic}$, in $k: \kappa$) $\rightarrow res: \sigma$

itC, itS \leftarrow buscar(d, k)

$res \leftarrow *itS$

Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} equal(k, k'))$

Justificación: Se recorre la lista de claves comparando con la clave parámetro. El significado se devuelve por referencia.

iBorrar(in/out $d: \text{dic}$, in $k: \kappa$) $\rightarrow res: \sigma$

itC, itS \leftarrow buscar(d, k)

$d.claves.borrar(itC)$

$d.significado.borrar(itS)$

Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} equal(k, k'))$

Justificación: Se recorre la lista de claves comparando con la clave parámetro. El significado se devuelve por referencia.

iClaves(in/out $d: \text{dic}$) $\rightarrow res: \text{nat}$

$res \leftarrow d.claves.longitud()$

Complejidad: Asume que la lista permite responder cantidad de claves en $\mathcal{O}(1)$

iBuscar(in/out $d: \text{dic}$, in $k: \kappa$) $\rightarrow res: \text{tupla}(itLista(\kappa), itLista(\sigma))$

itC $\leftarrow d.claves.begin()$

itS $\leftarrow d.significado.begin()$

while $*itC \neq k$ **do**

++itC

++itS

end while

$res \leftarrow \langle itC, itS \rangle$

Complejidad: $\Theta(\sum_{k' \in K} equal(k, k'))$

Justificación: Se recorre la lista de claves comparando con la clave parámetro. Se devuelven dos iteradores por copia. Se asume que su copia es $\mathcal{O}(1)$.

1.1. Iterador Diccionario Lineal

Interfaz

parámetros formales

géneros κ, σ

función $\bullet = \bullet(\text{in } k_1 : \kappa, \text{in } k_2 : \kappa) \rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} (k_1 = k_2)\}$
Complejidad: $\Theta(\text{equal}(k_1, k_2))$
Descripción: función de igualdad de κ 's

función $\text{COPIAR}(\text{in } k : \kappa) \rightarrow res : \kappa$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} k\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(k))$
Descripción: función de copia de κ 's

función $\text{COPIAR}(\text{in } s : \sigma) \rightarrow res : \sigma$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} s\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(s))$
Descripción: función de copia de σ 's

se explica con: $\text{SECU}(\text{TUPLA}(\kappa, \sigma))$

géneros: $\text{itDicc}(\kappa, \sigma)$.

El iterador que presentamos permite recorrer el diccionario o hacer referencia a una tupla clave-significado dentro del diccionario.

CREARIT(**in** $itC : \text{itLista}(\kappa)$, **in** $itS : \text{itLista}(\sigma)$) $\rightarrow res : \text{itDicc}(\kappa, \sigma)$

Pre $\equiv \{\text{itC e itS refieren al mismo diccionario y están alineados en el mismo}\}$

Post $\equiv \{\text{El iterador resultado genera la secuencia clave-significado de los elementos restantes por ver.}\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea un iterador del diccionario. Este método solo puede ser utilizado por el diccionario para generar un nuevo iterador.

DESREFERENCIAR(*)(**in** $it : \text{itDicc}(\kappa, \sigma)$) $\rightarrow res : \text{tupla}(\kappa, \sigma)$

Pre $\equiv \{\text{El iterador no llegó al final}\}$

Post $\equiv \{\text{Devuelve la clave valor del diccionario por referencia.}\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve el elemento al que apunta el iterador.

Aliasing: $res.\text{significado}$ es modificable si y sólo si it es modificable. En cambio, $res.\text{clave}$ no es modificable.

AVANZAR(++)(**in/out** $it : \text{itDicc}(\kappa, \sigma)$)

Pre $\equiv \{\text{El iterador no llegó al final.}\}$

Post $\equiv \{\text{El iterador apunta al siguiente elemento en el recorrido}\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: avanza a la posición siguiente del iterador.

RETROCEDER(-)(**in/out** $it : \text{itDicc}(\kappa, \sigma)$)

Pre $\equiv \{\text{El iterador no está al principio}\}$

Post $\equiv \{\text{El iterador apunta a la posición anterior en el recorrido}\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: retrocede a la posición anterior del iterador.

Representación

Representación del iterador

El iterador del diccionario es un par de iteradores a las listas correspondientes.

$\text{itDicc}(\kappa, \sigma)$ se representa con itDic

donde itDic es $\text{tupla}(\text{clave: itLista}(\kappa), \text{significado: itLista}(\sigma))$

$\text{Rep} : \text{itDic} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(it) \equiv \text{true} \iff \text{los iteradores apuntan al mismo diccionario} \wedge$
 $\text{obtener } *it.\text{clave} \text{ en el diccionario al que apuntan los iteradores es igual a } *it.\text{significado}$
 $\text{Abs} : \text{itDic } s \longrightarrow \text{secu}(\text{tupla}(\kappa, \sigma))$ $\{\text{Rep}(s)\}$
 $\text{Abs}(s) \equiv s \text{ está vacía ssi } \text{itDic.clave} \text{ llegó al final del recorrido} \wedge$
 $\text{prim}(s) = \langle *itDic.clave, *itDic.significado \rangle \wedge$
 $\text{fin}(s) = \text{Abs}(\langle ++itDic.clave, ++itDic.significado \rangle)$

Algoritmos

iCrearIt(in $itC : \text{itLista}(\kappa)$, in $itS : \text{itLista}(\sigma)$) $\rightarrow res : \text{itDic}$

1: $res \leftarrow \langle itC, itS \rangle$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Se asume que copiar los iteradores de lista es $\mathcal{O}(1)$

iDesreferenciar(in $it : \text{itDic}(\kappa, \sigma)$) $\rightarrow res : \text{tupla}(\kappa, \sigma)$

1: $res \leftarrow \langle *it.itC, *it.itS \rangle$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Se asume que desreferenciar los iteradores de lista es $\mathcal{O}(1)$. Los elementos se devuelven por referencia.

iAvanzar(in $it : \text{itDic}(\kappa, \sigma)$)

1: $++it.itC$

2: $++it.itS$

Complejidad: $\Theta(1)$

iRetroceder(in $it : \text{itDic}(\kappa, \sigma)$)

1: $--it.itC$

2: $--it.itS$

Complejidad: $\Theta(1)$
