	INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA **ELECTROSTÁTICA**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

Cualquier partícula material, además de tener masa (y ser sensible, por tanto, a la interacción gravitatoria) contiene cargas eléctricas positivas y negativas (denominación atribuida a Benjamín Franklin) que como es sabido son portadas por los protones y electrones.

La existencia de la carga eléctrica da lugar a una nueva interacción fundamental en la naturaleza ya que existe una fuerza de atracción entre cargas de distinto signo, mientras que la interacción se vuelve repulsiva si las cargas tienen signo idéntico.

La materia es eléctricamente neutra, de lo que podemos deducir alguna cosas:

- ***Debe de existir una carga eléctrica elemental*** (la carga eléctrica del electrón). En consecuencia, la carga eléctrica perdida o adquirida en los procesos de transferencia de carga debe ser siempre un múltiplo entero de la carga eléctrica elemental. Se dice que la carga eléctrica está ***"cuantizada".***
- El valor de la carga eléctrica elemental es $1{,}60.\ 10^{-19}$ C.
- La neutralidad eléctrica de la materia se explica por la existencia de un número idéntico de cargas positivas y negativas.
- El mecanismo por el cual un cuerpo adquiere carga eléctrica (sea positiva o negativa) implica la transferencia de electrones débilmente ligados al núcleo atómico (los que ocupan las capas más externas). Si un cuerpo pierde electrones quedará cargado positivamente debido al exceso de carga positiva y si los gana adquirirá la correspondiente carga negativa.

La interacción entre dos cargas (supuestas puntuales) viene descrita por la **Ley de Coulomb** (1785) que establece que **la fuerza con que dos cargas se atraen o se repelen es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.**

Carga de lo cuerpos en culombios (C)

Fuerza de atracción o repulsión: apunta siempre hacia el centro de los cuerpos cargados.

$$\vec{F} = K \frac{q\ Q}{r^2}\ \vec{u}_r$$

Vector unitario.
Dirección: la de la recta que une las cargas
Sentido: saliendo de la carga que se considera que atrae o repele.

Distancia entre las cargas en metros. Si son cargas grandes, la distancia se toma entre los centros.

El valor de K puede expresarse en función de una nueva constante, característica de cada medio, ε , llamada **constante dieléctrica del medio o permitividad:**

$$K = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon}$$

(En física los medios aislantes reciben el nombre de *dieléctricos* de ahí el nombre de constante dieléctrica)

Constante de proporcionalidad. Su valor depende del medio en el que se encuentren las cargas (vacío, aire, agua...). Para el vacío o el aire su valor es el mismo

Para el S.I:

$$K = 9\ 10^9\ \frac{N\ m^2}{C^2}$$

Para el S.I. y para el vacío o el aire la constante dieléctrica (ε_0) vale:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi.\,9.10^9}\,\frac{C^2}{N.m^2}$$

Por tanto el valor de K para el vacío o el aire será :

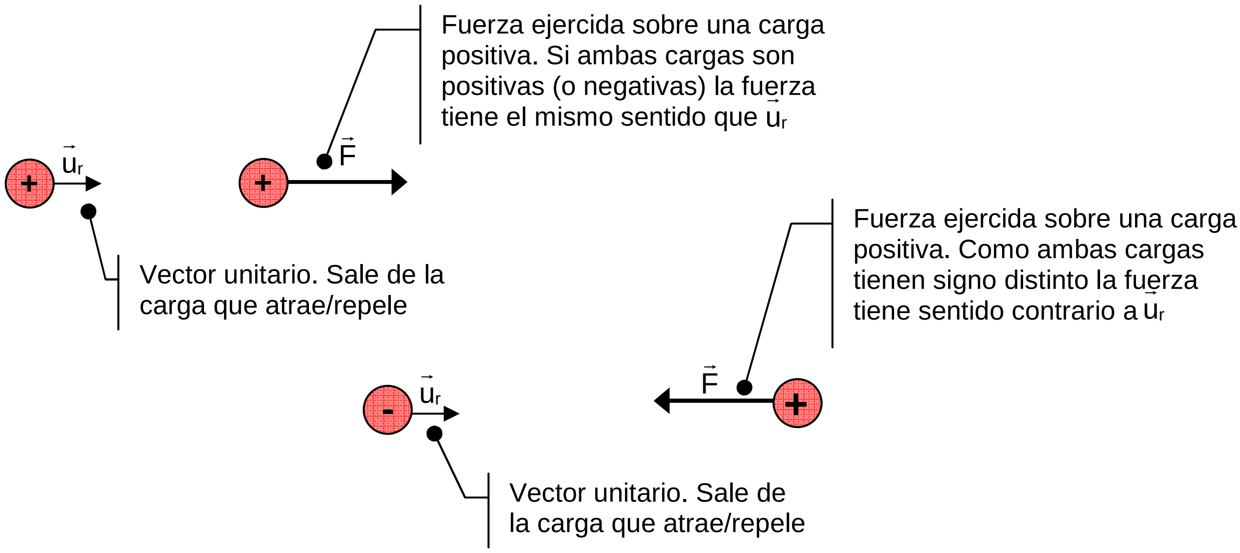
$$K = \frac{1}{\cancel{4\pi}\,\dfrac{1}{\cancel{4\pi}\,9.10^9\,\dfrac{N.m^2}{C^2}}} = 9.10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}$$

En otras ocasiones se emplea la ***constante dieléctrica relativa*** (un número sin dimensiones) definida como el cociente entre la constante dieléctrica del medio considerado y la del vacío:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\ ;\ \ \varepsilon = \varepsilon_r\ \varepsilon_0$$

La constante dieléctrica está relacionada con la capacidad del medio para transmitir la interacción eléctrica.

En un medio con un constante dieléctrica alta (K, pequeña) la fuerza entre dos cargas será más pequeña que en otro en el que la constante dieléctrica sea baja (K, grande). El primer medio es mejor aislante y, por tanto, "transmite" peor la interacción entre cargas (recordar que en física los medios aislantes reciben el nombre de *dieléctricos*)



En la práctica la unidad S.I (el culombio) resulta excesivamente grande por lo que se utilizan submúltiplos de la misma:

Microculombio (μC). 1 μC = 10^{-6} C
Nanoculombio (nC) . 1 n C = 10^{-9} C
Picoculombio (pC). 1 pC = 10^{-12} C

- Un aspecto importante de la carga eléctrica es que siempre aparece asociada a partículas con masa, las ***partículas elementales.***
- Se ha encontrado que en todos los procesos observados la carga neta de un sistema aislado permanece invariable, lo que constituye el enunciado del ***Principio de Conservación de la Carga.***
- Para calcular la fuerza total ejercida por varias cargas sobre otra es preciso calcular la fuerza ejercida por cada una de ellas y, al final, sumar (vectorialmente) todas las fuerzas (***Principio de Superposición***).
- La interacción eléctrica juega un papel fundamental en la estructura de la materia ya que es esta interacción la que mantiene unidos los electrones a los núcleos. También es la responsable de las fuerzas que actúan entre las moléculas (fuerzas intermoleculares) las cuales determinan algunas importantes propiedades de las sustancias.

Ejemplo 1

Calcular la fuerza entre dos cargas:

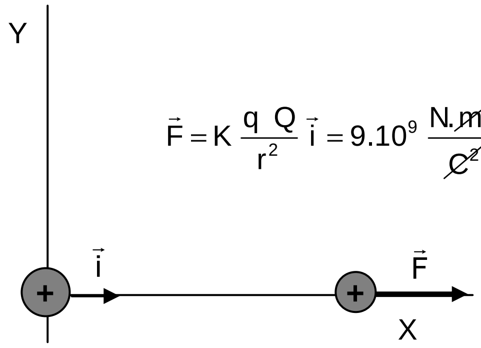
a) De + 5 μ C y +3 μ C situadas a 10 cm.

b) De + 5 μ C y -3 μ C situadas a idéntica distancia.

Solución:

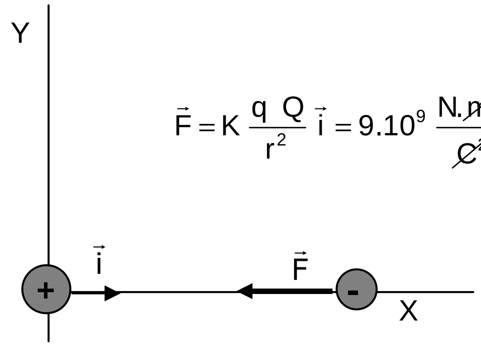
a) Si suponemos que una de las cargas está situada en el origen de coordenadas podremos identificar el vector unitario definido en la expresión de la ley de Coulomb con el vector $\vec{i}$

$$\vec F = K\frac{q\;Q}{r^2}\,\vec i = 9.10^9\,\frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\,\frac{3.10^{-6}\,\cancel{C}\;5.10^{-6}\,\cancel{C}}{0{,}10^2\,\cancel{m^2}}\,\vec i = 13{,}5\,\vec i\ (N)$$



b)

$$\vec F = K\frac{q\;Q}{r^2}\,\vec i = 9.10^9\,\frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\,\frac{(-3.10^{-6}\,\cancel{C})\quad 5.10^{-6}\,\cancel{C}}{0{,}10^2\,\cancel{m^2}}\,\vec i = -13{,}5\,\vec i\ (N)$$

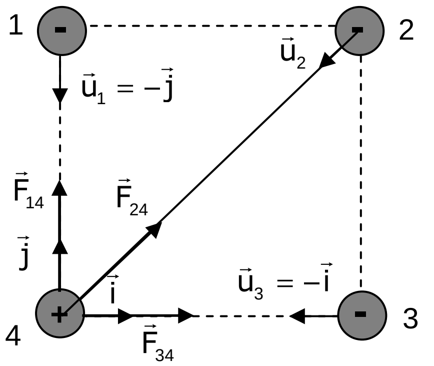


En el primer caso el sigo es positivo, indicando que el vector fuerza va en el mismo sentido que $\vec i$. En el segundo caso la fuerza lleva sentido apuesto a $\vec i$.

Ejemplo 2

Cuatro cargas de 4 μ C se encuentran dispuestas en los vértices de un cuadrado de 40 cm de lado (ver figura). Tres de ellas son negativas y la cuarta, situada en el origen de coordenadas, positiva. Calcular la fuerza ejercida por las tres cargas negativas sobre la positiva.

Solución:



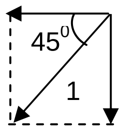
En la figura se han pintado las fuerzas ejercidas sobre la carga situada en el origen de coordenadas.

Con el fin de distinguir las cargas se han numerado del 1 al 4. De esta manera F_{14} indica, por ejemplo, la fuerza ejercida por la carga 1 sobre la 4.

Para definir la dirección y sentido de las fuerzas se toman como referencia los vectores unitarios según los ejes X e Y.

Vectores unitarios (ver figura):

$$\vec u_1 = -\vec j$$
$$\vec u_2 = -1.\cos(45^0)\,\vec i - 1.\mathrm{sen}(45^0)\,\vec j = -0{,}707\,\vec i - 0{,}707\,\vec j$$
$$\vec u_3 = -\vec i$$



La carga 2 está situada a una distancia (no extraemos la raíz): $r_{24}^2 = 0{,}4^2 + 0{,}4^2 = 2\,.0{,}4^2\ m^2$

Por tanto las fuerzas ejercidas sobre 4 serán:

$$\vec{F}_{14} = K\frac{q_1\ q_4}{r_{14}^2}(-\vec{j}) = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{(-4.10^{-6}\ \cancel{C})\ 4.10^{-6}\ \cancel{C}}{0,40^2\ \cancel{m^2}}(-\vec{j}) = \ 0,9\ \vec{j}\ (N)$$

$$\vec{F}_{24} = K\frac{q_2\ q_4}{r_{24}^2}\vec{u}_{24} = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{(-4.10^{-6}\ \cancel{C})\ 4.10^{-6}\ \cancel{C}}{2\ .\ 0,40^2\ \cancel{m^2}}(-0,707\vec{i} - 0,707\vec{j}) = \ 0,32\vec{i} + 0,32\vec{j}\ (N)$$

$$\vec{F}_{34} = K\frac{q_3\ q_4}{r_{34}^2}(-\vec{i}) = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{(-4.10^{-6}\ \cancel{C})\ 4.10^{-6}\ \cancel{C}}{0,40^2\ \cancel{m^2}}(-\vec{i}) = \ 0,9\ \vec{i}\ (N)$$

Obtendremos la fuerza total sumando (vectorialmente) las tres fuerzas:

$$\vec{F}_{RES} = \vec{F}_{34} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} = \left(0,9\ \vec{i}\right) + \left(0,9\ \vec{j}\right) + \left(0,32\ \vec{i} + 0,32\ \vec{j}\right) = 1,22\ \vec{i} + 1,22\ \vec{j}\ (N)$$

$$\boxed{\vec{F}_{RES} = 1,22\ \vec{i} + 1,22\ \vec{j}\ (N)}$$

Módulo de la fuerza resultante:

$$F = \sqrt{1,22^2 + 1,22^2}\ N = 1,73\ N$$

La fuerza resultante forma un ángulo de 45^0 con el eje X, ya que ambas componentes son idénticas.

La fuerza eléctrica como fuerza conservativa

Imaginemos ahora la siguiente situación:

Si en las proximidades de una carga positiva (Q) se introduce otra carga positiva de prueba (q), aplicando para ello una fuerza contraria a la ejercida por el campo, y la soltamos, será repelida y se moverá alejándose de la carga.

Tenemos una situación idéntica a la descrita cuando elevamos un objeto (situado en un campo gravitatorio) o cuando comprimimos un muelle. La energía comunicada al cuerpo se acumula como energía potencial que es liberada como energía cinética si se deja actuar a la fuerza.

La energía necesaria para traer una carga de prueba hasta un punto en el que siente la fuerza ejercida por la carga considerada, se acumula como energía potencial.

El valor de la energía potencial en un punto (igual al trabajo realizado contra la fuerza eléctrica para traer la carga hasta el punto) se puede calcular usando la siguiente expresión:

$$\boxed{E_p = K\frac{q\ Q}{r}}$$

La fuerza eléctrica, al igual que la gravitatoria, es una fuerza conservativa y, como tal, cuando realiza trabajo se produce una transferencia de energía cinética a potencial o viceversa (dependiendo del signo del trabajo). Se cumplirá por tanto:

$$\boxed{\mathbf{E_{cin} + E_{pot} = cte.\ ;\ E_{c\,1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}}}$$

***La suma de la energía cinética y potencial (energía mecánica) permanece constante (se conserva). La energía mecánica* se conserva.**

La energía potencial tendrá valor nulo a distancia infinita de la carga y puede tomar valores positivos o negativos en función del signo de las cargas consideradas.

A efectos prácticos lo realmente importante son las variaciones de energía potencial. ***Una carga siempre se mueve espontáneamente en el sentido en el que la energía potencial disminuye.*** Para conseguir que se mueva en el sentido según el cual la energía potencial aumenta es necesario comunicarle energía externamente. Esta energía aportada se acumula en la carga como energía potencial eléctrica.

$$\boxed{E_p = -K\,\frac{q\,Q}{r}}$$

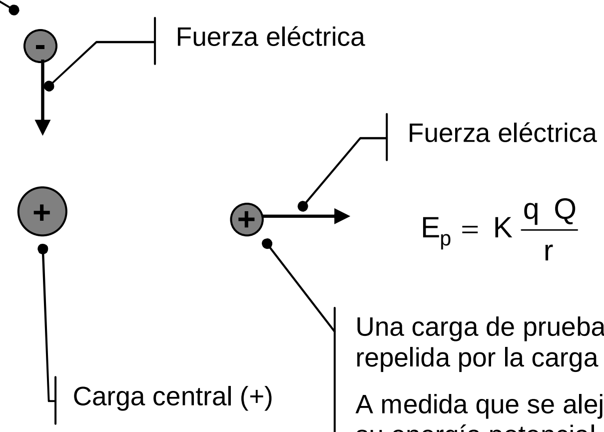
Una carga de prueba negativa es atraída hacia la carga central (+).

A medida que se acerca a la carga su energía potencial disminuye .

La carga ***espontáneamente*** se mueve disminuyendo su energía potencial.

Para alejarla de la carga central ***es necesario aplicar una fuerza externa*** (realizar trabajo). La energía suministrada se acumulará como energía potencial.

Al alejarse su energía potencial aumenta.



$$E_p = K\,\frac{q\,Q}{r}$$

Una carga de prueba positiva es repelida por la carga central (+).

A medida que se aleja de la carga su energía potencial disminuye .

La carga ***espontáneamente*** se mueve disminuyendo su energía potencial.

Para acercarla a la carga central ***es necesario aplicar una fuerza externa*** (realizar trabajo). La energía suministrada se acumulará como energía potencial.

Al acercarse su energía potencial aumenta.

La interacción gravitatoria y eléctrica presentan analogías evidentes, y algunas diferencias, que se comentan a continuación:

Ley de Gravitación Universal

$$\boxed{\vec{F} = -G\,\frac{m\,M}{r^2}\,\vec{u}_r}$$

Ley de Coulomb

$$\boxed{\vec{F} = K\,\frac{q\,Q}{r^2}\,\vec{u}_r}$$

- ***Tanto la interacción gravitatoria como la eléctrica son consecuencia de la existencia de propiedades inherentes a la materia: la masa y la carga***.

  Todo cuerpo que posea masa será sensible a la interacción gravitatoria. Todo objeto que posea carga neta será sensible a la interacción eléctrica. Cuanto mayor es la masa o la carga de dos cuerpos mayor es su interacción gravitatoria o eléctrica.

- ***Ambas interacciones decrecen muy rápidamente a medida que nos alejamos de la masa o de la carga.***
- ***La interacción gravitatoria es siempre atractiva, mientras que la interacción eléctrica puede ser atractiva o repulsiva en función del signo de las cargas.***
- ***El pequeño valor de la constante de gravitación universal (G) hace que la fuerza de atracción gravitatoria sea despreciable*** a no ser que las masa implicadas sean elevadas (astros). La fuerza de gravedad es la interacción que domina a nivel cosmológico.
- ***El valor de la constante que aparece en la Ley de Coulomb (K) hace que la fuerza eléctrica sea apreciable incluso cuando consideramos cargas eléctricas muy pequeñas***. La interacción eléctrica es la dominante a nivel de átomos y moléculas, haciendo posible la existencia de las unidades estructurales básicas que forman la materia (los átomos).
- ***La interacción gravitatoria no depende del medio en el que se encuentren las masas (aire, vacío, agua...), mientras que la naturaleza del medio sí influye en el valor de la interacción eléctrica.*** Unos medios transmiten mejor la interacción eléctrica que otros.
- ***La fuerza eléctrica y la gravitatoria son fuerzas conservativas.***

	INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA **CAMPO ELÉCTRICO**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

De manera análoga a como sucedía en la interacción gravitatoria, la interacción eléctrica entre cargas no se ejerce a distancia. Una carga colocada en un punto ***modifica las propiedades del espacio circundante*** de forma tal que si ahora introducimos una carga de prueba ésta acusará la existencia de una acción (fuerza) sobre ella que la atrae (si ambas cargas tienen signo contrario) o la repele (si son del mismo signo)

> **Se dice que la carga Q crea un campo eléctrico a su alrededor que actúa sobre la carga de prueba. De esta manera la acción no se ejerce a distancia. El campo es el responsable de la acción ejercida sobre la carga de prueba.**

El campo es una entidad física medible y se define la intensidad del campo eléctrico ($\vec{E}$) en un punto como la fuerza ejercida sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

Fuerza

Intensidad del campo eléctrico

Carga de prueba

Unidad S.I : N/C

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{K\,\frac{q\,Q}{r^2}\,\vec{u}_r}{q} = K\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}_r$$

$$\boxed{\vec{E} = K\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}_r}$$

Vector unitario.
Dirección: la de la recta que une la carga y el punto.
Sentido: siempre ***saliendo*** de la carga que crea el campo.

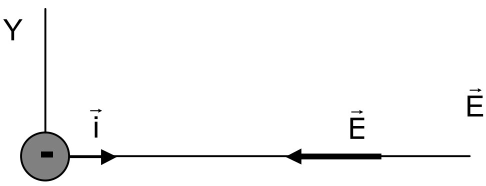
Ejemplo 1

Calcular la intensidad de campo eléctrico creado por una carga de 4 nC a 30 cm de la misma. Repetir el cálculo suponiendo ahora una carga de - 4 nC

Solución:

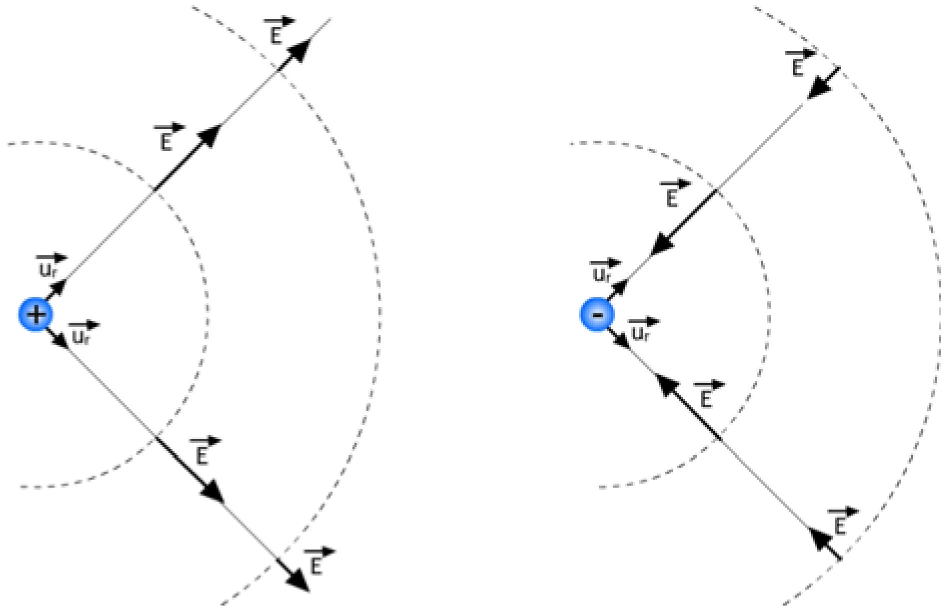
Si suponemos que la carga está situada en el origen de coordenadas y el punto considerado está situado a su derecha, podremos identificar el vector unitario definido en la expresión de la ley de Coulomb con el vector $\vec{i}$

$$\vec{E} = K\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{i} = 9.10^9\,\frac{N.\cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\,\frac{4.10^{-9}\,\cancel{C}}{0{,}30^2\,\cancel{m^2}}\,\vec{i} = 400\,\vec{i}\,(\frac{N}{C})$$

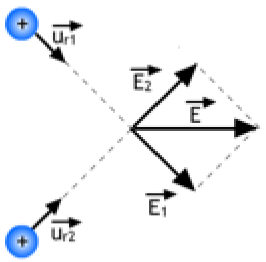


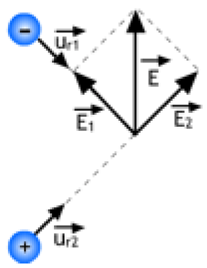
$$\vec{E} = K\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{i} = 9.10^9\,\frac{N.\cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\,\frac{-4.10^{-9}\,\cancel{C}}{0{,}30^2\,\cancel{m^2}}\,\vec{i} = -400\,\vec{i}\,(\frac{N}{C})$$

- La intensidad de campo, así definida, ***establece un vector*** (y sólo uno) para cada uno de los puntos del espacio. El campo eléctrico es un ***campo vectorial.***
- El valor del campo eléctrico en un punto ***es independiente de la carga de prueba*** y depende sólo de la carga que crea el campo y la distancia a la que esté el punto considerado.
- Los puntos que estén a una misma distancia de la carga central ***tendrán un mismo valor*** para la intensidad de campo. *La distancia se toma desde el centro de la carga*.
- La intensidad del campo eléctrico ***decrece muy rápidamente con la distancia,*** ya que es ***inversamente proporcional a su cuadrado.***
- ***El sentido del vector campo eléctrico depende del signo de la carga***. Si ésta es positiva el campo es radial y saliente (se dice que en el lugar en el que hay una carga positiva existe una "*fuente"* del campo) Si la carga es negativa el campo es radial y entrante (se dice que existe un "sumidero" del campo)



Campo eléctrico creado por una carga puntual positiva (izquierda) y negativa (derecha). En ambos casos el campo tiene disposición radial, saliente para la carga positiva y entrante para la negativa.





Si en las proximidades de un punto existe más de una carga, el campo eléctrico es el resultado de sumar (vectorialmente) cada uno de los campos individuales creados por las cargas (Principio de Superposición).

Es conveniente diferenciar claramente entre campo y acción (fuerza) ejercida sobre las cargas situadas en su seno.

El campo es algo que sólo depende de la carga que lo crea. Si ahora introducimos una carga en el campo, éste ejerce una acción sobre ella (fuerza). La fuerza ejercida por el campo sobre la carga se puede calcular fácilmente si se conoce el valor del campo:

$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{E}}$$

Se deduce fácilmente que fuerza y campo tendrán el mismo sentido si la carga es positiva y sentido contrario si es negativa.

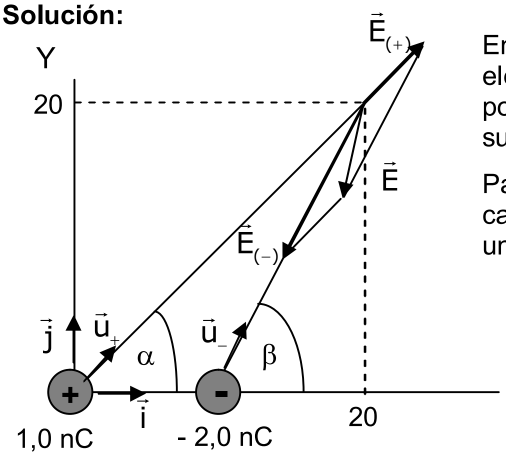
Si en una región del espacio en la que existen cargas de signo distinto se origina un campo eléctrico, éstas se moverán en sentidos contrarios produciéndose la separación de las cargas.

Ejemplo 2 (Oviedo. 2009-2010)

Dos cargas de 1,0 nC y de - 2,0 nC están situadas en reposo en los puntos (0,0) y (10 cm,0), respectivamente.

a) Determinar las componentes del campo eléctrico en el punto (20 cm, 20 cm).
b) Una vez obtenidas esas componentes, sin hacer más cálculos, ¿cuáles son las componentes del campo eléctrico en el punto (20 cm, - 20 cm).

Solución:

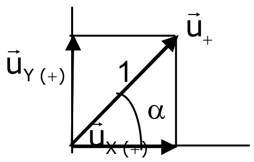


En el esquema adjunto se muestra el vector campo eléctrico creado en el punto (20,20) por la carga eléctrica positiva y la negativa. El campo resultante se obtendrá sumando vectorialmente ambos campos.

Para obtener la expresión matemática de cada uno de los campos obtendremos previamente la expresión del vector unitario correspondiente.

__Campo creado por la carga positiva__

- Distancia al punto : $r_{(+)}^2 = \left(20^2 + 20^2\right) cm^2 = 800\ cm^2 = 8\ 10^{-2} m^2$
- Vector unitario de la carga positiva:



$$tg\ \alpha = \frac{20}{20} = 1\ ;\ \alpha = 45^0$$

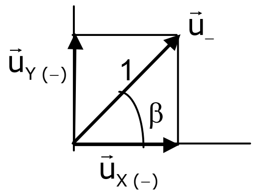
$$\vec{u}_+ = u_{X\,(+)}\vec{i} + u_{Y\,(+)}\vec{j} = (\cos\alpha)\,\vec{i} + (sen\alpha)\,\vec{j} = 0{,}707\vec{i} + 0{,}707\vec{j}$$

- Vector campo de la carga positiva:

$$\vec{E}_{(+)} = K\ \frac{Q_{(+)}}{r_{(+)}^{\ 2}}\ \vec{u}_+ = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{10^{-9}\ \cancel{C}}{8\,10^{-2}\ \cancel{m^2}}\left(0{,}707\vec{i} + 0{,}707\vec{j}\right) = \ 79{,}5\vec{i} + 79{,}5\vec{j}\ (\frac{N}{C})$$

__Campo creado por la carga negativa__

- Distancia al punto : $r_{(-)}^2 = \left(10^2 + 20^2\right) cm^2 = 500\ cm^2 = 5\ 10^{-2}\ m^2$
- Vector unitario de la carga negativa:



$$tg\ \beta = \frac{20}{10} = 2\ ;\ \phi = 63{,}4^0$$

$$\vec{u}_- = u_{X\,(-)}\vec{i} + u_{Y\,(-)}\vec{j} = (\cos\beta)\,\vec{i} + (sen\beta)\,\vec{j} = 0{,}45\vec{i} + 0{,}89\vec{j}$$

- Vector campo de la carga negativa:

$$\vec{E}_{(-)} = K\ \frac{Q_{(-)}}{r_{(-)}^{\ 2}} = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{(-2\,.10^{-9}\ \cancel{C})}{5\,10^{-2}\ \cancel{m^2}}\ \left(0{,}45\vec{i} + 0{,}89\vec{j}\right) = -162{,}0\vec{i} - 320{,}4\vec{j}\ (\frac{N}{C})$$

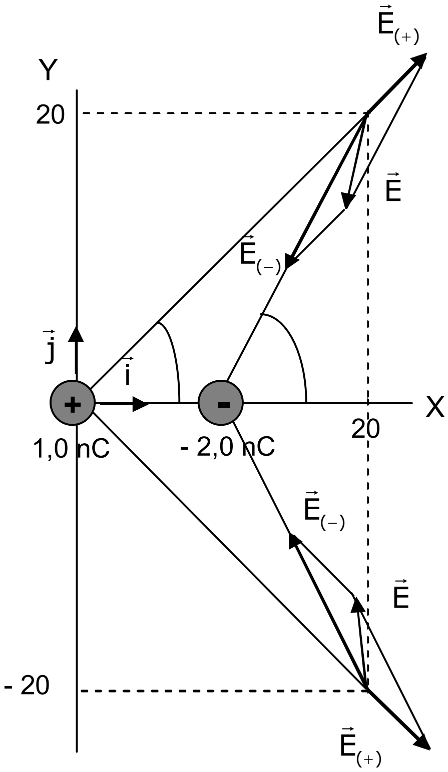
Campo resultante

$$\vec{E} = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)} = \left(79{,}5\ \vec{i} + 79{,}5\ \vec{j}\right) + \left(-\ 162{,}0\ \vec{i} - 320{,}4\vec{j}\right)$$
$$\vec{E} = -\ 82{,}5\ \vec{i} - 240{,}5\vec{j}$$

- Módulo del campo resultante

$$E = \sqrt{82{,}5^2 + 240{,}5^2} = 254{,}3\left(\frac{N}{C}\right)$$

b) Para el punto (20 cm, - 20 cm)



Como se observa en la figura al cambiar la componente y por - y el resultado es equivalente a una reflexión del vector respecto del plano que contiene al eje X. El resultado es que se mantiene invariable la componente x y cambia de signo la componente y.

Efectivamente:

$$\vec{E} = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)} = \left(79{,}5\ \vec{i} - 79{,}5\ \vec{j}\right) + \left(-\ 162{,}0\ \vec{i} + 320{,}4\vec{j}\right)$$
$$\vec{E} = -\ 82{,}5\ \vec{i} + 240{,}5\vec{j}$$

Si suponemos ahora que colocamos una carga de 4 mC en el punto (20 cm, 20 cm) el campo ejercerá una fuerza sobre ella de:

$$\vec{F} = q\,\vec{E} = 4\ 10^{-3}\,\cancel{C}\ (-\ 82{,}5\ \vec{i} - 240{,}5\ \vec{j})\left(\frac{N}{\cancel{C}}\right) = -\ 0{,}33\ \vec{i} - 0{,}96\vec{j}\ (N)$$

Ampliación

La fuerza lleva la misma dirección del campo y depende del valor de la carga considerada.

Si la carga que se coloca en el punto anterior es de - 4 mC, la fuerza ejercida sobre ella por el campo será ahora de:

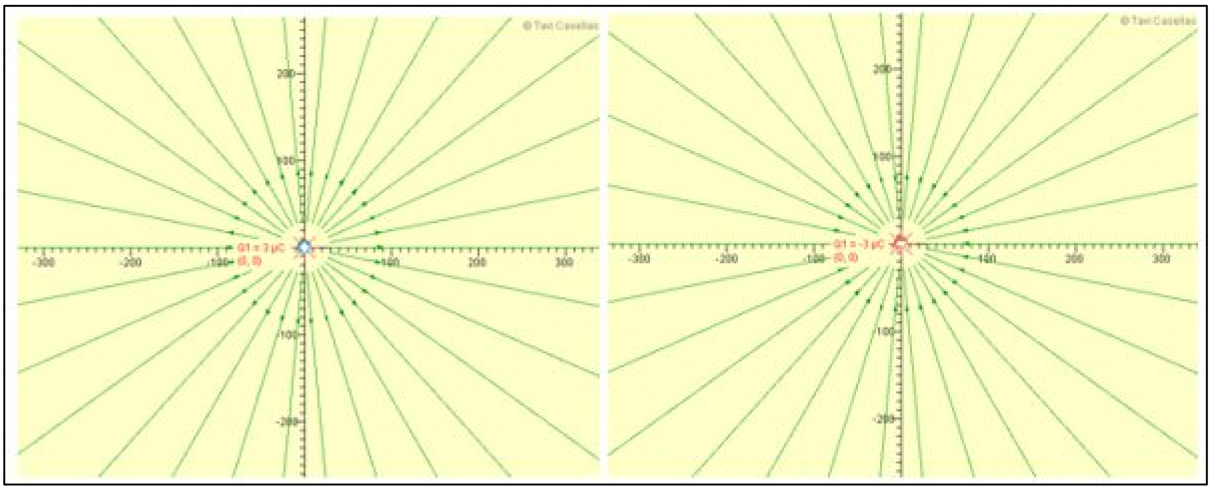
$$\vec{F} = q\,\vec{E} = -\ 4\ 10^{-3}\,\cancel{C}\ (-\ 82{,}5\ \vec{i} - 240{,}5\ \vec{j})\left(\frac{N}{\cancel{C}}\right) = 0{,}33\ \vec{i} + 0{,}96\vec{j}\ (N)$$

Al ser una carga negativa la fuerza lleva sentido contario al campo.

Campo eléctrico. Líneas de fuerza

Con el fin de visualizar el campo se recurre a dibujar las llamadas **"líneas de campo o líneas de fuerza"** que cumplen la condición de que ***el vector campo es siempre tangente*** en cualquiera de sus puntos y se trazan de modo que ***su densidad sea proporcional a la intensidad del campo***.

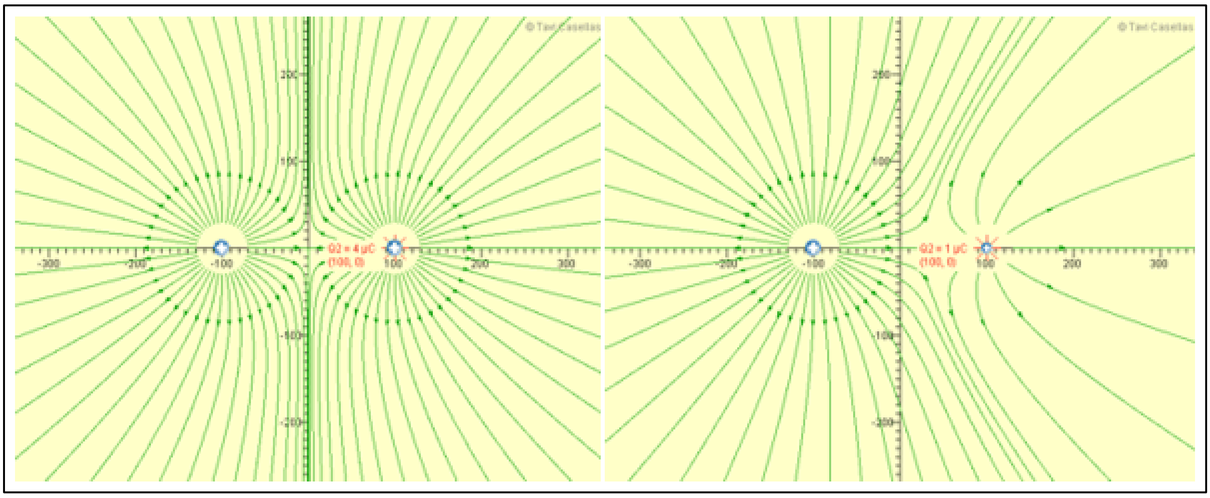
- Para una única carga las líneas de campo son radiales. Si ésta es positiva el campo sale de la carga ("fuentes de campo"), mientras que si es negativa apunta hacia ella ("*sumideros del campo*").
- Las líneas de fuerza representan las trayectorias que seguiría una carga situada en el campo. Si la carga es positiva se moverá en el sentido del campo. Si es negativa en sentido contrario



Izquierda: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por una carga de + 3 μC. El campo es saliente.
Derecha: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por una carga de - 3 μC. El campo es entrante

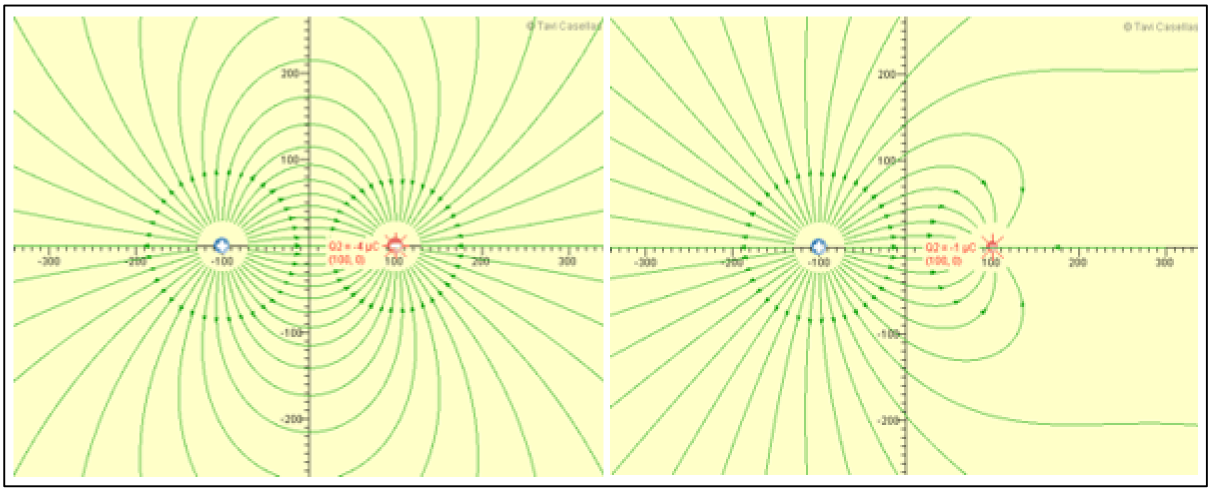
Captura de pantalla de ***FisLab.net.*** Autor: **Tavi Casellas**
(http://www.xtec.net/~ocasella/applets/elect/appletsol2.htm)

- Si hay más de una carga el campo se distorsiona debido a la superposición de ambos campos (en cada punto el campo resultante es la suma vectorial de los campos debidos a cada una de las cargas).



Izquierda: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas positivas e idénticas.
Derecha: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas positivas distintas. La situada a la izquierda es cuatro veces mayor que la que está situada más a la derecha.

(Captura de pantalla de web citada más arriba)



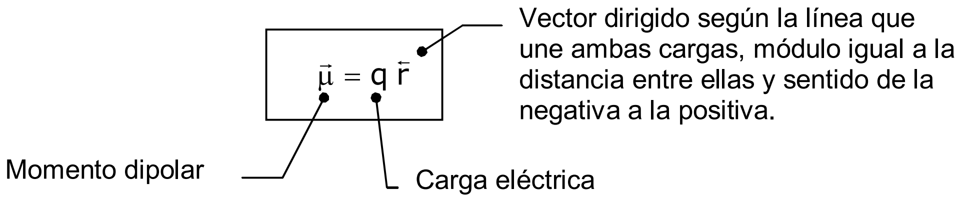
Izquierda: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas idénticas, pero de distinto signo. Las líneas salen de la positiva y entran en la negativa. Esta agrupación recibe el nombre de ***dipolo eléctrico***.
Derecha: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas de distinto signo. La situada a la izquierda es positiva y cuatro veces mayor que la que está situada más a la derecha (negativa).

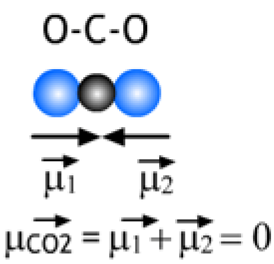
(Captura de pantalla de web citada más arriba)

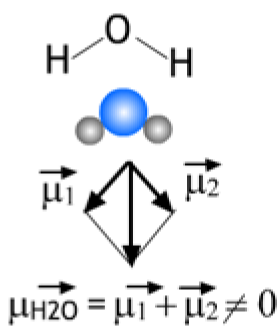
El dipolo eléctrico es un distribución de carga que adquiere una gran importancia en el estudio de las moléculas. Cuando están formadas por átomos distintos (moléculas heteronucleares), y debido a la diferente electronegatividad de éstos, se produce una separación de cargas adquiriendo el átomo más electronegativo una carga parcial negativa, mientras que el menos electronegativo adquiere una carga parcial idéntica pero positiva. ***Se forma un dipolo.***

Si se quiere hacer un estudio cuantitativo se define el llamado ***momento dipolar,*** un vector definido de la forma siguiente:

- Módulo: producto de la carga por la distancia que las separa.
- Dirección: la de la línea que une ambas cargas.
- Sentido: de la carga negativa a la positiva







Izquierda: molécula de CO_2. Aunque los dos enlaces CO son polares, la molécula, en conjunto, es apolar, ya que el momento dipolar resultante es nulo.

Derecha: molécula de H_2O. Los momentos dipolares de los dos enlaces H-O se suman para dar un momento dipolar total no nulo. La molécula es polar.

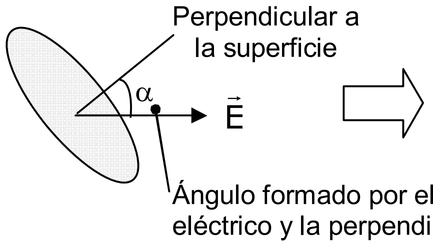
Flujo del campo eléctrico. Teorema de Gauss

Por convenio ***la intensidad del campo eléctrico es proporcional al número de líneas de campo que atraviesan la unidad de superficie colocada perpendicularmente a ellas.***

Si consideramos una superficie S, colocada perpendicularmente a las líneas de campo, y la multiplicamos por el campo eléctrico, ***la magnitud así definida será proporcional al número de líneas de campo que atraviesan dicha superficie***. Esta nueva magnitud recibe el nombre de ***flujo del campo eléctrico*** (ϕ_E):

$$\boxed{\phi_E = E\,.\,S}$$

Si la superficie no está colocada perpendicularmente a las líneas de campo, sino que forma con ellas cierto ángulo, el flujo del campo eléctrico a través de esa superficie viene dado por:



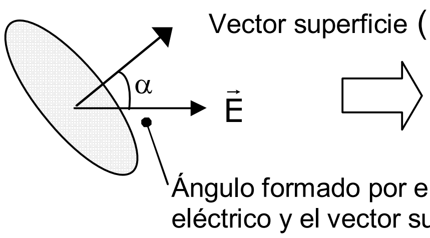
$$\boxed{\phi_E = E\,.\,S\,.\,\cos\alpha}$$

Flujo máximo para $\alpha = 0$ **.**
Superficie perpendicular al campo.

Flujo nulo para $\alpha = 90^0$ **.**
Superficie paralela al campo

La unidad S.I. de flujo del campo eléctrico es el N.m²/C.

Recordando la definición de producto escalar de dos vectores, y definiendo el vector superficie como un vector perpendicular a la misma, saliente (cuando la superficie sea cerrada), y cuyo módulo sea el área de la superficie considerada, tenemos:



$$\boxed{\phi_E = \vec{E}\,.\,\vec{S}}$$

Si el campo no es uniforme deberemos recurrir al cálculo diferencial para efectuar el cálculo.

Considerando una superficie muy pequeña (diferencial), a través de la cual el campo pueda suponerse constante. El flujo (diferencial) a través de dicha superficie valdrá:

$$d\phi_E = \vec{E}\,.\,d\vec{S}$$

Para calcular el flujo a través de toda la superficie deberemos de hacer una integral extendida a toda la superficie (integral de superficie):

$$\boxed{\phi_E = \int_S d\phi_E = \int_S \vec{E}\,.\,d\vec{S}}$$

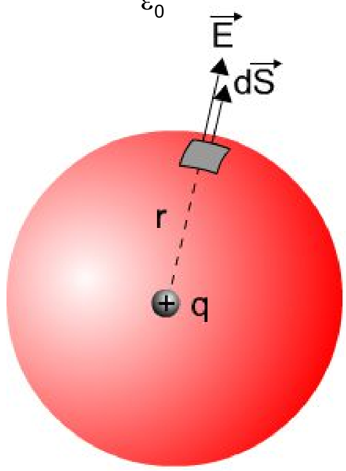
El concepto de flujo a través de superficies cerradas es muy útil a la hora de describir matemáticamente los campos y obtener información sobre ellos.

Teorema de Gauss

El teorema de Gauss[1] relaciona el flujo a través de una superficie cerrada (denominada gaussiana) con la carga eléctrica presente en su interior.

Si consideramos una superficie esférica de radio r que rodea una carga q situada en su interior, el flujo a través de la superficie considerada vendrá dado por:

$$\phi_E = \int_s \vec{E}\,.\,d\vec{S} = \int_s E\,dS\cos\alpha = E\int_S dS = E\,S = k\frac{q}{r^2}4\,\pi\,r^2 = \frac{1}{\cancel{4}\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\cancel{r^2}}\cancel{4\pi}\,\cancel{r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

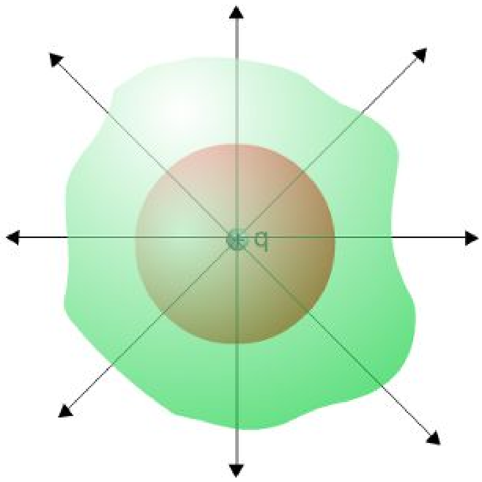


Luego podemos escribir:

$$\boxed{\phi_E = \int_S \vec{E}\,.\,d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Si hay varias cargas en el interior de la gaussiana, la carga q será la carga neta (suma algebraica de las cargas).

El resultado sería el mismo con independencia de la forma de la superficie considerada, ya que el flujo (número de líneas de campo que atraviesan la superficie) no variará según se puede ver en la figura:



Por tanto, podemos enunciar el teorema de Gauss en la forma:

El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga eléctrica neta en su interior dividida por ε_0

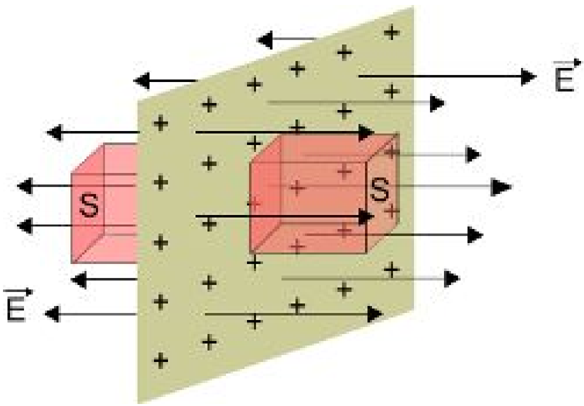
El teorema de Gauss es una excelente herramienta a la hora de explorar los campos o calcular el campo eléctrico creado por objetos cargados.

:

[1] **Karl Friedich Gauss** (1777–1855). Matemático, astrónomo y físico alemán que contribuyó significativamente en muchos campos, incluida la teoría de números, el análisis matemático, la geometría diferencial, la estadística, el álgebra, la geodesia, el magnetismo y la óptica. Gauss ha tenido una influencia notable en muchos campos de la matemática y de la ciencia y es considerado uno de los matemáticos que más influencia ha tenido en la Historia. (Wikipedia:http://bit.ly/2fP37HQ).

Campo eléctrico creado por una lámina conductora plana

El campo eléctrico creado es perpendicular a la lámina y uniforme. Si consideramos como superficie gaussiana la correspondiente a un prisma (ver figura) el flujo es nulo a través de las caras laterales, y para cada una de las bases valdrá:



$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E\ S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Sumando las dos bases :

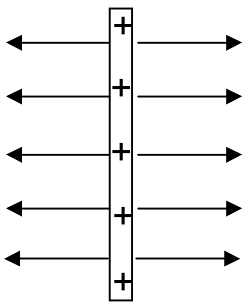
$$2\ E\ S = \frac{q}{\varepsilon_0}\ ;\ E = \frac{q}{2\ \varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\ \varepsilon_0}$$

Densidad de carga: $\sigma = \frac{q}{S}$

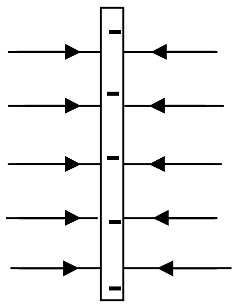
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\ \varepsilon_0}}$$

Su valor no depende de la distancia a la que nos situemos.
Solo depende de la densidad de carga de la placa (carga/superficie).

Campo eléctrico creado por dos láminas paralelas con carga de signo contrario



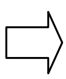
a) Con carga positiva. Campo saliente.

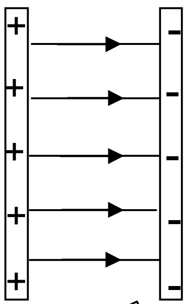


b) Con carga negativa. Campo entrante.

Los campos mostrados son un esquema teórico obtenido suponiendo una longitud infinita para las láminas.

Realmente en los extremos se produce una distorsión del campo que hace que en esas zonas no sea uniforme.





$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

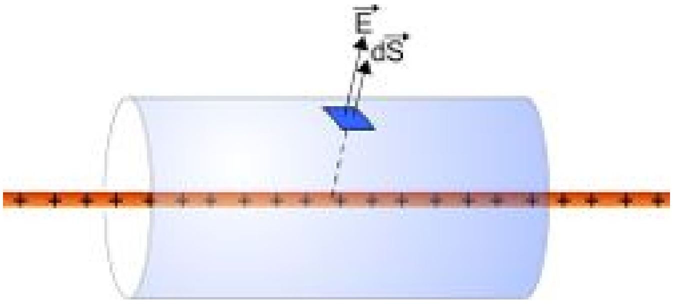
En el interior los campos creados por ambas láminas se suman, produciendo un campo uniforme y de intensidad doble.

En el exterior los campos se restan dando un campo nulo.

Campo eléctrico creado por un conductor cilíndrico (hilo) cargado

El campo creado es radial y tiene distribución cilíndrica.

Si consideramos como superficie gaussiana la correspondiente a un cilindro que envuelve al conductor de longitud L y aplicamos el teorema de Gauss obtendremos:



$$\phi_E = \int_S \vec{E}\,.\,d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E\;S = \frac{q}{\varepsilon_0}\;;\;E\left(2\,\pi\,r\,L\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{\left(2\,\pi\,r\,L\right)\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\,\pi\,r\,\varepsilon_0}$$

Densidad lineal de carga:

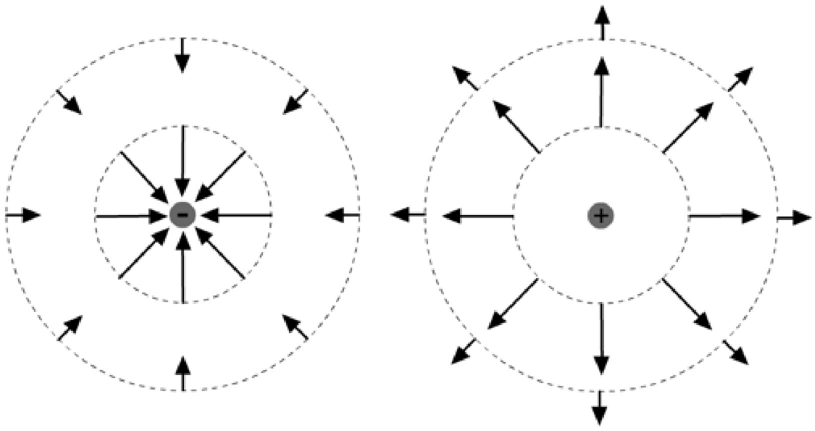
$$\lambda = \frac{q}{L}$$

El campo creado es radial y tiene distribución cilíndrica.

Depende de la densidad lineal de carga (carga/longitud) y disminuye a medida que nos alejamos del conductor.

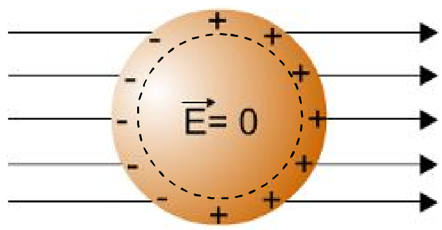
$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\,\pi\,r\,\varepsilon_0}}$$

Distancia al conductor



Esquema del campo eléctrico de un cilindro con carga (vista cenital).

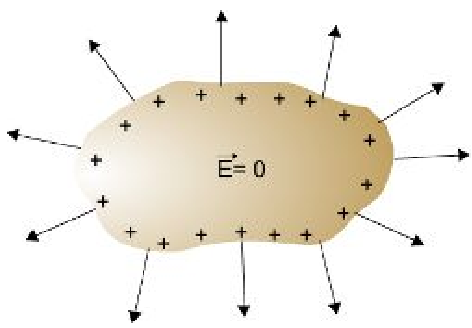
La aplicación del teorema de Gauss nos lleva a deducir que el campo eléctrico en el interior de un conductor situado en el seno de un campo eléctrico ha de ser nulo, ya que al tener electrones libres, estos se moverán originándose un dipolo que crea un campo interno que se opone al externo. El movimiento de cargas cesará cuando el campo interno anule al externo (lo que se produce de manera prácticamente instantánea, ya que se calcula que el tiempo necesario es del orden de 10^{-19} s). Este hecho fue estudiado por Faraday, por lo que se le conoce como efecto ***jaula de Faraday.***



Si rodeamos el interior con una gaussiana el flujo a través de ella es cero (ya que el campo es nulo), ***la carga por tanto se concentra en la superficie del conductor.***

Este hecho nos lleva a concluir que ***si nos situamos en el interior de un conductor estaremos aislados de campos eléctricos externos***. Así explicamos la falta de cobertura para los móviles cuando nos encontramos en el interior de un ascensor metálico, o la seguridad de los pasajeros situados en el interior de un avión si este es alcanzado por un rayo.

Si el conductor está cargado y en equilibrio electrostático (cargas quietas), por idénticas razones, ***la carga se distribuirá en la superficie, y el campo creado por el conductor en el exterior será perpendicular al mismo en todos los puntos***, ya que de no serlo habría una componente tangente a la superficie que haría que las cargas se movieran.



Potencial eléctrico

La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa. En consecuencia, a toda carga situada en su seno se le puede asignar una energía potencial. Basándonos en este hecho se puede definir una nueva magnitud (característica de los campos conservativos) denominada ***potencial eléctrico, V:***

Potencial eléctrico

$$V = \frac{E_P}{q}$$

Energía potencial

Carga colocada en el campo

Unidades S.I: J/C = Voltio (V)

El potencial eléctrico se define como la energía potencial por unidad de carga positiva colocada en el campo.

El potencial eléctrico es un número (escalar) que se puede calcular para cada uno de los puntos del campo, siendo su valor:

$$V = \frac{E_P}{q} = \frac{K\frac{q\,Q}{r}}{q} = K\frac{Q}{r}$$

$$\boxed{V = K\frac{Q}{r}}$$

Si existe más de una carga el potencial eléctrico en un punto es la suma de los potenciales debidos a cada una de las cargas (Principio de Superposición):

$$\boldsymbol{V_{TOT} = V_1 + V_2 + V_3 \ldots}$$

Como se puede ver el valor del potencial eléctrico sólo depende de la carga que crea el campo y de la distancia al punto considerado. ***Tendrá valor nulo a distancia infinita de la carga y puede tomar valores positivos o negativos en función del signo de la carga considerada.***

Un potencial positivo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga positiva.

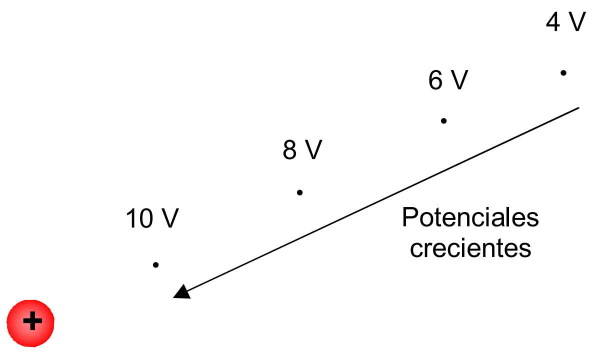
Análogamente un potencial negativo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga negativa.

Es importante distinguir entre el potencial eléctrico (V) y la energía potencial de una carga colocada en su seno. Ésta depende del valor de la carga y se puede obtener fácilmente si se conoce el valor del potencial eléctrico:

$$\boxed{E_p = q\,V}$$

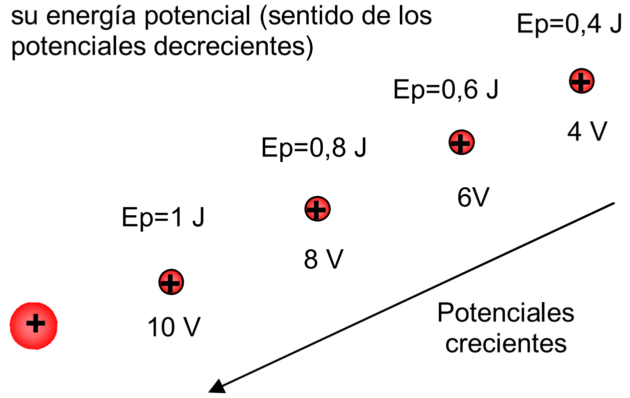
Valores del potencial en varios puntos del campo de una carga positiva. El potencial disminuye a medida que nos alejamos de la carga.

El punto de V =0 estará situado a distancia infinita (r =∞)



Si colocamos una carga positiva (de 0,1 C, por ejemplo) en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por Ep = q V

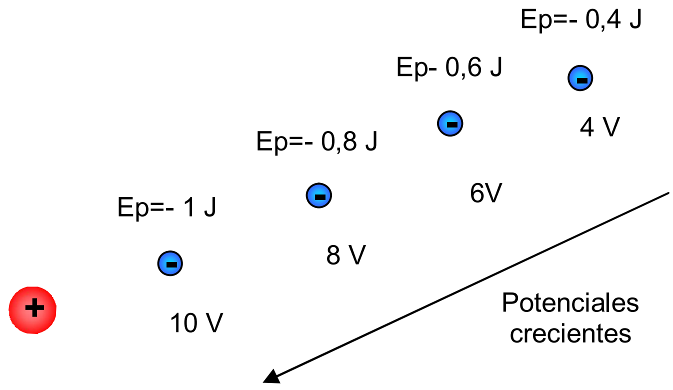
Si la carga se deja libre se moverá en el sentido de alejarse de la carga que crea el campo. Esto es, disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales decrecientes)



Si colocamos ahora una carga negativa (de - 0,1 C, por ejemplo) en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por Ep = q V

Si la carga se deja libre, se moverá en el sentido de acercarse a la carga que crea el campo. Esto es disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales crecientes)

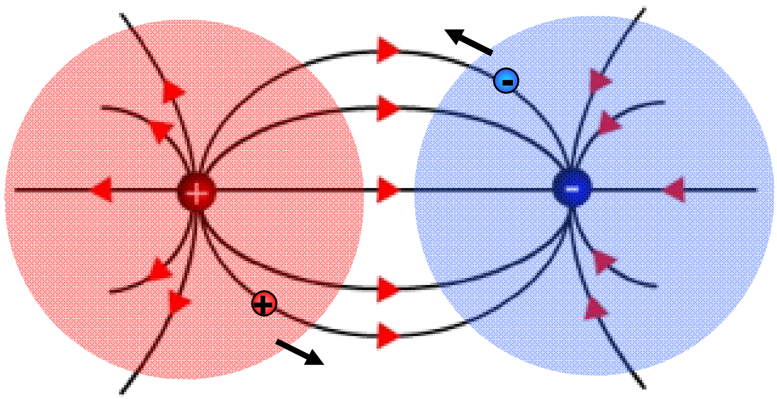
Reparar en el signo negativo que tiene ahora la energía potencial.



Resumiendo lo anterior:

- ***Cuando las cargas se introducen en un campo se mueven espontáneamente (siguiendo las líneas de campo) en la dirección en que su energía potencial disminuye.***
- ***Una carga positiva se moverá en la dirección de los potenciales decrecientes***. O lo que es lo mismo, desde las zonas de mayor potencial a las de menor potencial
- ***Una carga negativa se moverá en la dirección de los potenciales crecientes***. O lo que es lo mismo, desde las zonas de menor potencial a las de mayor.

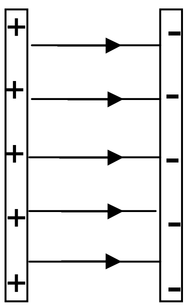
En la figura se ha representado con un círculo rojo la zona de potencial netamente positivo y en azul la que tendría un potencial negativo. Una carga positiva se moverá ,espontáneamente, siguiendo la línea de campo, desde la zona de potencial positivo hacia la zona de potencial negativo. Por el contrario, una carga negativa se mueve hacia los potenciales positivos.



Conclusión:

Para lograr que las cargas se muevan entre dos puntos hemos de conseguir que dichos puntos se encuentren a distinto potencial.

Una manera de conseguir esto es acumular cargas positivas en una zona y negativas en otra.



Diferencia de potencial entre dos láminas paralelas con carga de signo contrario

Como en la región situada entre las dos placas el campo es uniforme es posible establecer una relación muy sencilla entre campo y diferencia de potencial:

$$\Delta V = E\, r$$

Si la distancia entre ambas placas es d, la diferencia de potencial entre ambas valdrá:

$$\Delta V = E\, d$$

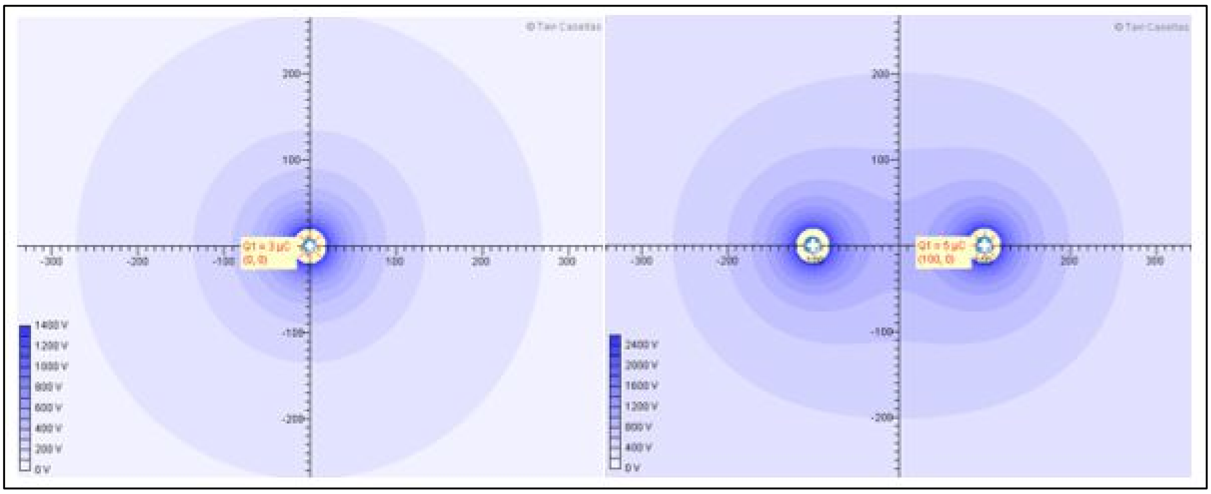
Las superficies equipotenciales son, por tanto, planos paralelos a las placas.

Como se deduce de la ecuación que permite calcular el potencial eléctrico en un punto, todos los puntos situados a una misma distancia (r) de la carga que crea el campo tendrán idéntico potencial. Si se unen con una línea todos estos puntos obtendremos circunferencias centradas en la carga que cumplen la condición de que ***todos sus puntos se encuentran al mismo potencia***l. Por esta razón reciben el nombre de ***líneas (o superficies, en tres dimensiones) equipotenciales.***

De todo lo dicho se deduce que el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga ***q*** desde un punto ***1*** hasta otro ***2*** se puede calcular (fuerza conservativa) por diferencia entre las respectivas energías potenciales:

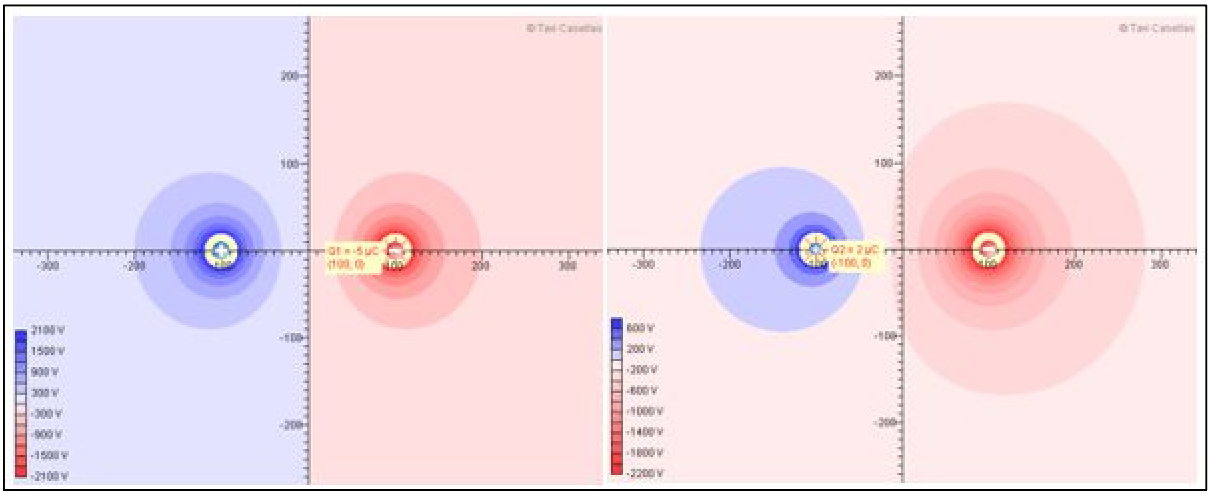
$$W_{cons} = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = q\,V_1 - q\,V_2 = q\,(V_1 - V_2)$$

Si nos movemos a lo largo de una línea equipotencial (V_2=V_1) el trabajo realizado será nulo. La fuerza eléctrica no realiza trabajo alguno, o lo que es equivalente, no se requiere aporte alguno de energía para trasladar una carga a lo largo de una línea equipotencial, de lo que se deduce que ***la fuerza eléctrica, y por consiguiente el vector campo, debe de ser perpendicular a la línea equipotencial.***



Izquierda: superficies equipotenciales para una carga de + 3 μC.
Derecha: superficies equipotenciales para dos cargas idénticas.

Captura de pantalla de ***FisLab.net.*** Autor: **Tavi Casellas**
(http://www.xtec.net/~ocasella/applets/elect/appletsol2.htm)



Izquierda: superficies equipotenciales para dos cargas idénticas pero de signo opuesto.
Derecha: superficies equipotenciales para dos cargas distintas y de signo opuesto. La carga negativa (situada a la derecha) es bastante mayor que la carga positiva situada a la izquierda

Captura de pantalla de ***FisLab.net.*** Autor: **Tavi Casellas**
(http://www.xtec.net/~ocasella/applets/elect/appletsol2.htm)

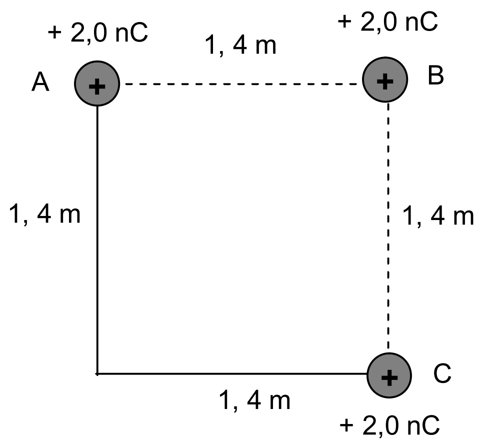
Ejemplo 3 (Oviedo. 2010-2011)

Se tienen tres cargas eléctricas iguales de valor + 2,0 nC dispuestas en tres de los cuatro vértices de un cuadrado de lado 1,4 m. Determinar

a) El valor del potencial electrostático en el cuarto vértice.
b) El trabajo necesario para llevar una carga de + 1,0 nC desde el cuarto vértice hasta el infinito.

DATOS: Permitividad dieléctrica del vacío 8,85 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}

Solución:



Como se observa en el esquema se supone que el vértice en el cual no está situada ninguna carga inicialmente coincide con el origen de coordenadas.

Además, aunque son exactamente iguales, se han nombrados con las letras A, B y C las tres cargas.

Como dato se da la permitividad del vacío. A partir de ese valor podemos calcular el de la constante K:

$$K = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} = \frac{1}{4\,\pi\,8{,}85\,10^{-12}} = 9.\,10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}$$

El potencial en el origen debido a las cargas A y C tiene el mismo valor:

$$V_A = V_C = K\,\frac{Q}{r} = 9\,10^9\,\frac{N\,m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\,\frac{2\,10^{-9}\,\cancel{C}}{1{,}4\,\cancel{m}} = 12{,}86\ V\left(\frac{J}{C}\right)$$

El potencial en el origen debido a la carga B tiene un valor distinto, ya que está situada a una distancia:

$$r_B = \sqrt{1{,}4^2 + 1{,}4^2} = 1{,}98\ m$$

$$V_B = K\,\frac{Q}{r_B} = 9\,10^9\,\frac{N\,m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\,\frac{2\,10^{-9}\,\cancel{C}}{1{,}98\,\cancel{m}} = 9{,}09\ V\left(\frac{J}{C}\right)$$

Por tanto el potencial en el punto considerado será:

$V_{TOT}= V_A +V_B+V_C$ = 2 (12,86) V + 9,09 V = 34, 81 V

El trabajo realizado por el campo al llevar una carga q desde un punto de potencial V_1 a otro de potencial V_2 (en este caso V_2 =0) viene dado por:

W = q (V_1 - V_2)= 1,0 10^{-9} C . 34,81 J/C = 3,48 10^{-8} J

El trabajo realizado por el campo es positivo, lo que indica que la energía cinética de la partícula aumentará en esta cantidad a expensas de una pérdida de energía potencial de idéntico valor. La carga se mueve, por tanto, desde un punto de energía potencial más elevada a otro de energía potencial más baja (en la dirección en la que el potencial decrece), de forma espontánea.

Ejemplo 4 (Oviedo. 2005-2006)

Sea una partícula de masa 1,0 g, cargada positivamente, y que se mueve en el seno de un campo eléctrico uniforme E = 1. 10^4 N/C, cuyas líneas de campo son perpendiculares al suelo. Inicialmente la partícula está en reposo a una altura de 5 m del suelo. Si se la deja libre, toca el suelo con una velocidad de 20 m/s. Determinar el sentido de las líneas del campo eléctrico y la carga de la partícula. (Datos: tomar g = 10 m/s^2)

Solución:

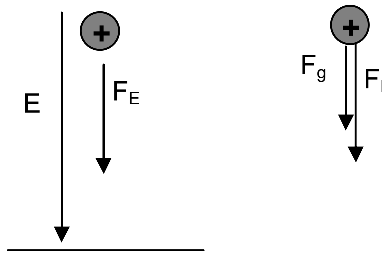
Si la partícula cayera sometida únicamente a la fuerza de gravedad llegaría al suelo con una velocidad:

$$s=\cancel{s_0}+\cancel{v_0 t}+\frac{1}{2}a\,t^2\;;\;t=\sqrt{\frac{2\,s}{a}}$$

$$v=\cancel{v_0}+a\,t=a\sqrt{\frac{2\,s}{a}}=\sqrt{2\,a\,s}$$

$$v=\sqrt{2\,a\,s}=\sqrt{2\;10\,\frac{m}{s^2}\,5\;m}=10\,\frac{m}{s}$$

Como en el enunciado se dice que llega al suelo con una velocidad doble, hemos de concluir que existe una fuerza adicional dirigida hacia abajo debida al campo eléctrico. Como la carga es positiva, fuerza y campo deben tener el mismo sentido, de lo que se deduce que el campo debe estar orientado de arriba a abajo. Por tanto la carga cae sometida a dos fuerzas: la de gravedad (F_g) y la debida al campo eléctrico (F_E). La aceleración de caída será entonces:



$$v=\sqrt{2\,a\,s}\;;\qquad a=\frac{v^2}{2\,s}=\frac{20^2\,\frac{m^{\cancel{2}}}{s^2}}{2\,.\,5\,\cancel{m}}=40\,\frac{m}{s^2}$$

Aplicando el Principio Fundamental de la Dinámica tenemos:

$$F_g+F_E=m\,a\;;\qquad F_E=m\,a-F_g=m\,(a-g)$$

$$F_E=m\,(a-g)=10^{-3}kg\;\;(40-10)\,\frac{m}{s^2}=3\;10^{-2}\;N$$

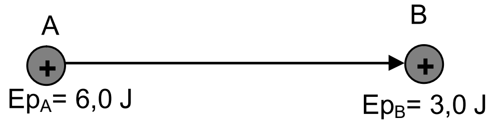
Como :

$$E=\frac{F_E}{q}\;;\qquad q=\frac{F_E}{E}=\frac{3\;10^{-2}\;\cancel{N}}{10^4\;\frac{\cancel{N}}{C}}=3\;10^{-6}\;C=3\;\mu C$$

Ejemplo 5 (Oviedo. 2010-2011)

La energía potencial de una carga de 2,0 nC en un punto A de un campo eléctrico es de 6,0 J y se traslada con velocidad nula a un punto B donde su energía vale 3,0 J. ¿Cuánto vale la diferencia de potencial V_B - V_A?

Solución:



$$V_A > V_B$$

$$\left.\begin{aligned}V_A&=\frac{E_{pA}}{q}\\ V_B&=\frac{E_{pB}}{q}\end{aligned}\right\}V_B-V_A=\frac{E_{pB}}{q}-\frac{E_{pA}}{q}=\frac{E_{pB}-E_{pA}}{q}=\frac{(3,0-6,0)\;J}{2\;10^{-9}C}=-\,1,5\;10^9\,V$$

La carga se mueve desde un punto de mayor potencial a otro de menor. La fuerza eléctrica realizará trabajo positivo. El proceso será espontáneo.

Ejemplo 6 (Oviedo. 2001)

Sean dos láminas conductoras planas A y B, paralelas entre sí y separadas por una distancia *d*, que es pequeña comparada con la extensión superficial de las láminas. Se establece una diferencia de potencial entre las láminas de forma que V_A sea mayor que V_B.

a) Dibujar las líneas del campo eléctrico y las superficie equipotenciales.

Si en el espacio comprendido entre las láminas, y equidistante de ambas, se introduce una partícula de masa 10 g y carga de - 2 10 $^{-4}$ C, calcular:

b) La diferencia de potencial que es necesario aplicar a las láminas para que la partícula cargada se mantenga en reposo si suponemos que d =1 cm. (Nota: considerar la partícula puntual)

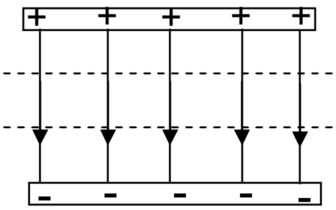
Solución:

a) El campo creado entre dos placas conductoras con carga de signo contrario puede considerarse uniforme si se desprecian las distorsiones en los extremos. Estas pueden despreciarse si la distancia entre las placas es pequeña comparada con su tamaño, tal y como se comenta en el enunciado.

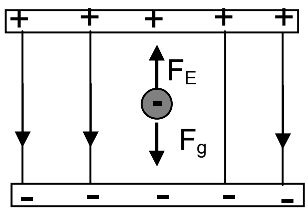
Las líneas de campo son paralelas y salen de la placa con carga positiva y entran en la placa con carga negativa (ver figura). Para esta distribución de carga la diferencia de potencial entre dos puntos se relaciona con el campo según:

$$\boxed{V = E\,r}$$ r = distancia entre los puntos considerados

Por tanto, todos los puntos que se encuentren a la misma distancia de una de las placas tienen idéntico potencial. Las líneas (superficies) equipotenciales serán líneas (planos) paralelas a las placas que en el esquema se han dibujado con líneas de trazos.



b)



$$F_E - F_g = 0\ ; \quad F_E = F_g$$

$$\left.\begin{aligned} F_E &= q\,E \\ F_g &= m\,g \end{aligned}\right\} q\,E = m\,g$$

Para dos placas paralelas : $V = E\,d$

$$\text{Por tanto} : q\,\frac{V}{d} = m\,g\ ; \quad V = \frac{m\,g\,d}{q} = \frac{10^{-2}\text{kg}\ 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ 10^{-2}\text{m}}{2\ 10^{-4}\text{C}} = 5\ \text{V}$$

	INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA CAMPO MAGNÉTICO	IES La Magdalena. Avilés. Asturias

Desde muy antiguo es conocida la curiosa propiedad del *imán natural* o ***magnetita*** [(1)] (mineral de hierro integrado, fundamentalmente, por Fe_3O_4) de atraer pequeños trozos de hierro o acero.

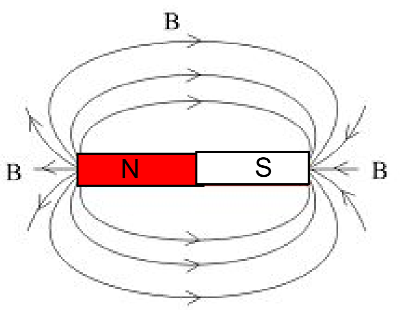
Posteriormente se observó que algunos metales, particularmente el hierro y el acero, podían transformarse en imanes obteniéndose de esta manera los *imanes artificiales.*

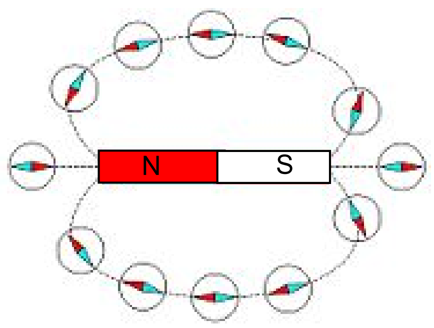
Del estudio de los imanes, y de su efecto asociado, el magnetismo, podemos extraer algunos datos importantes:

- El efecto atractivo es máximo en los extremos de imán, en las zonas denominadas *polos,* y nula en la parte media,o zona denominada como *línea neutra.* Esta afirmación es fácilmente comprobable espolvoreando limaduras de hierro directamente sobre el imán.
- El propio planeta Tierra se comporta como un gigantesco imán, ya que una aguja imantada que pueda girar libremente se orienta en la dirección Norte-Sur (aproximadamente) [(2)]. Por esta razón el polo del imán que apunta hacia el Norte geográfico se le da el nombre de polo norte (N) y polo sur (S) al contrario.
- Si enfrentamos polos del mismo nombre se repelen y si son de nombre distinto se atraen.
- ***Es imposible obtener polos magnéticos aislados***. No existen partículas fundamentales (tal y como sucede en el caso de la carga eléctrica) a las que puedan asociárseles un tipo de magnetismo N o S. ***Los cuerpos magnetizados siempre presentan ambos polos.***

> Un imán (de forma similar a lo que ocurre con una masa o una carga eléctrica) produce una alteración de las propiedades del medio que lo rodea, de forma tal que si se coloca otro imán en sus proximidades, éste "siente" una acción (fuerza). Podemos entonces decir que origina un ***campo magnético (B).***

- El campo magnético se puede visualizar espolvoreando limaduras de hierro sobre un papel situado sobre un imán u observando la orientación adquirida por una aguja imantada situada en sus proximidades. De estas experiencias concluiremos que:
  - ✓ Las líneas de campo son cerradas.
  - ✓ Salen del polo N y entran por el S.





La orientación de una aguja imantada en las proximidades de un imán nos suministra información acerca de la forma de las líneas del campo magnético.

[(1)] El nombre proviene de ***Magnesia*** (actual Turquía asiática) donde el mineral era muy abundante.

[(2)] La aguja imantada no apunta exactamente al Norte geográfico, ya que existe una desviación entre este punto y el denominado norte magnético que se conoce como ***declinación magnética***. La declinación varía, entre otras cosas, con la latitud. Para Avilés (Asturias) la declinación magnética vale 2^0 28 ' W, lo que significa que una brújula apunta 2^0 28 ' a la izquierda del Norte (geográfico).

Campo magnético y cargas

Si introducimos una carga eléctrica en el seno de un campo magnético no se detecta acción alguna del campo sobre la carga, pero ***si ésta se mueve en una dirección que no coincida con la del campo magnético,*** su trayectoria se curva evidenciando la acción de una fuerza perpendicular a la dirección de la velocidad.

La fuerza ejercida sobre una carga en movimiento en el seno de un campo magnético es proporcional a la carga, a su velocidad y a la intensidad del campo magnético (a veces llamado *inducción magnética*), B. El vector fuerza viene dado por la expresión:

Velocidad con que se desplaza la carga

Valor del campo magnético

Fuerza ejercida sobre la carga por el campo magnético (fuerza de Lorentz)

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

Valor de la carga

Producto vectorial

El producto vectorial de dos vectores ***es un vector*** definido de la forma siguiente:

Módulo: producto del módulo de ambos vectores por el seno del ángulo que forman.

Dirección: perpendicular al plano definido por ambos vectores.

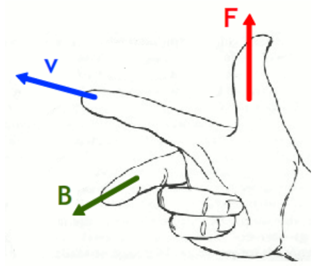
Sentido: el del sacacorchos que gira del primen al segundo vector por el camino más corto.

El módulo de la fuerza viene dado por: $F = q\,v\,B\,\text{sen}\,\alpha$, donde α es el ángulo formado por el vector campo magnético y la velocidad de la carga. Esto implica:

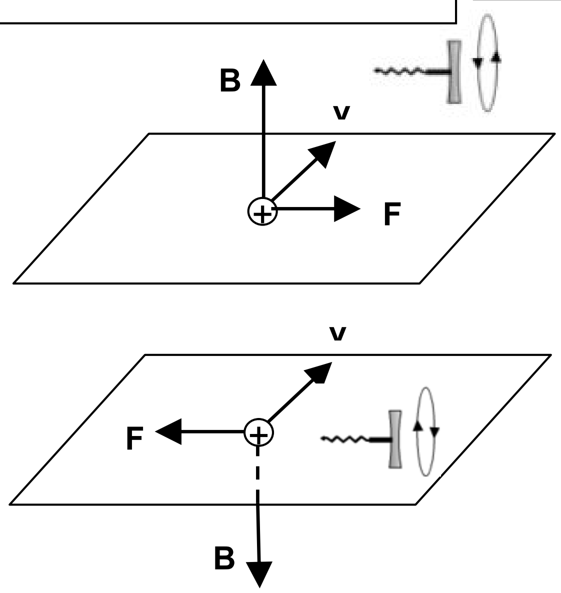
- Que si la carga se desplaza en la misma dirección del campo no experimentará fuerza alguna.
- Que la fuerza adquirirá su máximo valor cuando la carga se mueva en dirección perpendicular al campo (F = q v B)

El vector fuerza, por tanto, es perpendicular al plano determinado por los vectores velocidad y campo magnético.

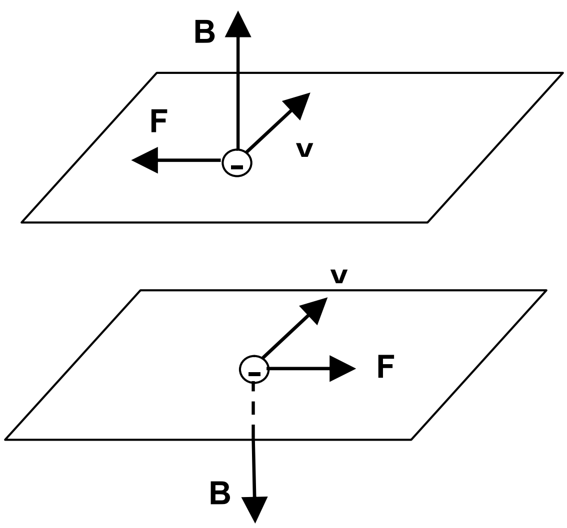
Su sentido es de un sacacorchos que gira de v a B por el camino más corto, si la carga es positiva. Si la carga es negativa, su sentido es opuesto.



Regla de la mano derecha



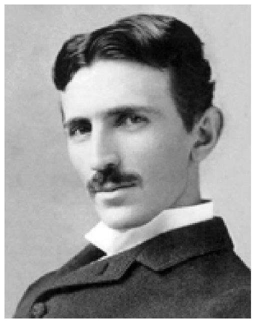
Dirección y sentido del vector fuerza para una carga ***positiva*** que se desplaza con velocidad v



Dirección y sentido del vector fuerza para una carga ***negativa*** que se desplaza con velocidad v

Teniendo en cuenta lo anterior podemos definir la unidad de campo magnético en el S.I. llamada ***tesla (T).***

> ***Un tesla*** es la intensidad de un campo magnético que ejerce una fuerza de 1 N sobre una carga de 1 C que se mueve perpendicularmente al campo con una velocidad de 1 m/s



Nikola Tesla (1856 - 1943)
Ingeniero e inventor serbio-americano que realizó importantes contribuciones al estudio del electromagnetismo

Dimensionalmente (recordar que I = q/t):

$$|B| = \frac{|F|}{|q||v|} = \frac{|MLT^{-2}|}{|I\ T||LT^{-1}|} = |MI^{-1}T^{-2}|$$

Unidad S.I : Tesla = kg. A^{-1} s^{-2} = $\frac{N}{C\ m/s} = \frac{N}{A\ m}$

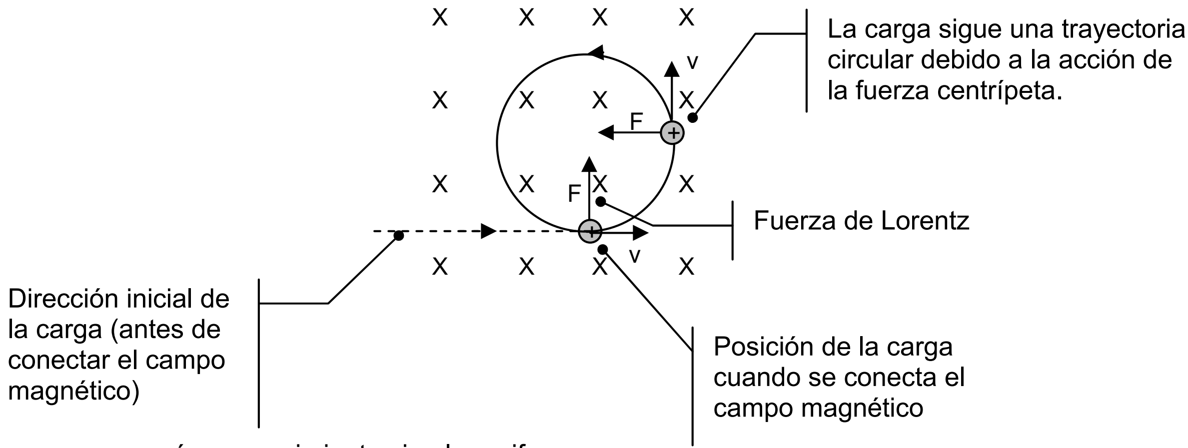
En la práctica el tesla resulta ser una unidad demasiado grande por lo que frecuentemente se emplea el ***gauss (G): 1 T = 10^4 G.***

Según se ha dicho fuerza y velocidad son siempre perpendiculares, por tanto la fuerza variará la dirección del vector velocidad, pero no su módulo. Cuando una carga en movimiento es sometida a la acción de un campo magnético no se produce una conversión de energía potencial en cinética. ***El campo magnético no es conservativo. No obstante, y en ausencia de fuerzas de rozamiento, la energía cinética de la carga permanece invariable.***

Puede ocurrir que en la región considerada exista, además de un campo magnético (B), uno eléctrico (E), en este caso la carga en movimiento interacciona con ambos campos y la fuerza total será:

$$\boxed{F = q\,.\left(\vec{v} \wedge \vec{B} + \vec{E}\right)}$$

Supongamos una partícula con carga positiva que se mueve de izquierda a derecha con velocidad constante. Si se crea un campo magnético perpendicular al plano del papel y dirigido hacia abajo (el campo magnético se representa por aspas), la carga interaccionará con dicho campo ejerciéndose sobre ella una fuerza perpendicular a su velocidad que hará que cambie continuamente de dirección describiendo una circunferencia.



La carga se moverá con movimiento circular uniforme:

$$F_N = m\,a_N$$

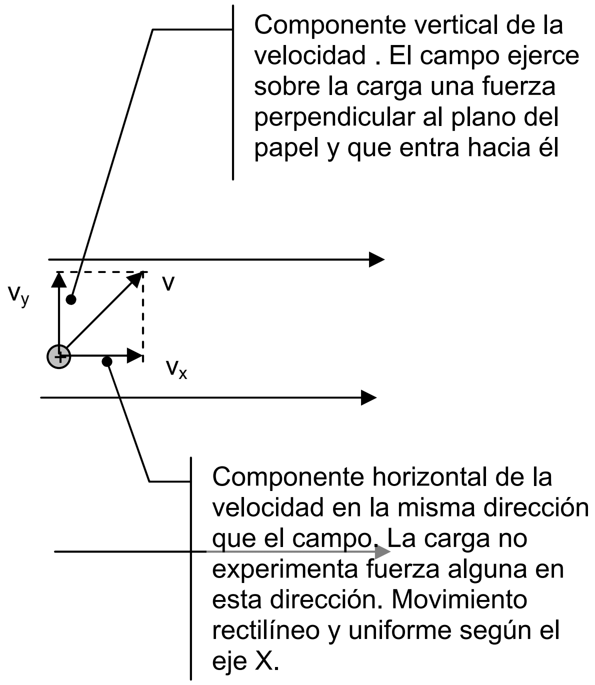
$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{R}$$

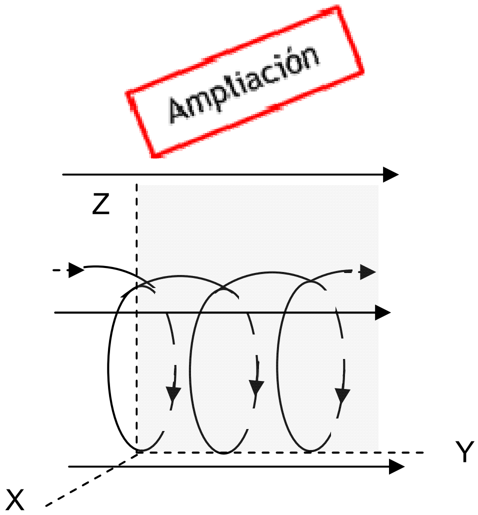
$$R = \frac{m\,v}{q\,B} = \left(\frac{m}{q\,B}\right) v$$

$$v = \omega\,R\ ;\ \omega = \frac{v}{R} = \frac{\frac{R\,q\,B}{m}}{R} = \frac{q\,B}{m}$$

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T}\ ;\ T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2\,\pi}{\frac{q\,B}{m}} = \frac{2\,\pi\,m}{q\,B}$$

En el caso general de que la carga penetre en el campo magnético con una velocidad oblicua, podemos considerar las componentes horizontal (en la misma dirección del campo) y vertical (perpendicular) de la velocidad. El movimiento resultante será la composición del movimiento de avance según el eje X y el circular según el eje Y, es decir un movimiento helicoidal.





Movimiento resultante: hélice en el plano XZ

Ejemplo 1 (Oviedo 2009-2010)

De acuerdo con la ley de Lorentz, ¿qué velocidad debería llevar una partícula cargada para que la fuerza máxima que ejerce sobre ella un campo magnético de 0,15 T sea igual a la que produce un campo eléctrico de 2 kN/C?

Solución:

El valor (módulo) de la fuerza de Lorentz depende del ángulo que el vector velocidad forme con el vector campo magnético, siendo su valor máximo cuando el ángulo formado son 90^0:

$$\vec{F} = q \,.\, \vec{v} \wedge \vec{B}$$
$$F = q\, v\, B\, \text{sen}\,\alpha$$
$$F_{MAX} = q\, v\, B$$

El valor de la fuerza debida a la interacción de la carga con el campo eléctrico viene dada por:

$$F_E = q\, E$$

Por tanto:

$$\left(F_{MAX}\right)_{mag} = F_E$$
$$q\, v\, B = q\, E$$
$$v = \frac{E}{B} = \frac{2\,10^3\,\frac{\cancel{N}}{\cancel{C}}}{0{,}15\,\frac{\cancel{N}}{\cancel{C}\,m\,s^{-1}}} = 13\,333{,}3\,\frac{m}{s}$$

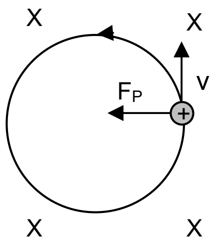
Ejemplo 2 (Oviedo 2006-2007)

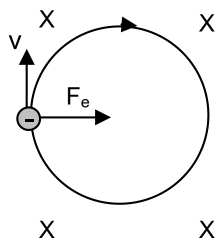
En una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme, se observa la existencia de un electrón y un protón que tienen trayectorias circulares con el mismo radio. ¿Serán también iguales los módulos de sus velocidades lineales? ¿Recorrerán sus trayectorias con el mismo sentido de giro? Razona tus respuestas.

Datos $Q_P = 1,6\ 10^{-19}$ C; $Q_e = 1,6\ 10^{-19}$ C; $m_P = 1,67\ 10^{-27}$ kg; $m_e = 9,1\ 10^{-31}$ kg;

Solución:

Aplicando la expresión que nos da la fuerza de Lorentz: $F = q\ (\vec{v} \wedge \vec{B})$, deducimos que para que la trayectoria sea circular la velocidad y el campo magnético han de ser perpendiculares. Además, y debido a que tienen carga de signo opuesto, las trayectorias del protón y del electrón deberán curvarse en sentido contrario:





El radio de la trayectoria lo obtendremos aplicando la ecuación que regula la dinámica del movimiento circular uniforme:

$$F_N = m\ a_N = m\ \frac{v^2}{R}$$

$$q\ v\ B = m\ \frac{v^2}{R}$$

$$R = \left(\frac{m}{q\ B}\right) v$$

Por tanto si ambos radios son iguales tendremos, y teniendo en cuenta que sus cargas son (en valor absoluto) iguales, tendremos:

$$\left.\begin{aligned} R_P &= \left(\frac{m_P}{q_P\ B}\right) v_p \\ R_e &= \left(\frac{m_e}{q_e\ B}\right) v_e \end{aligned}\right\} \frac{m_P}{q_P\ B} v_p = \frac{m_e}{q_e\ B} v_e$$

$$v_p\ m_P = v_e\ m_e$$

$$v_p = \frac{m_e}{m_P}\ v_e = \frac{9,1\ 10^{-31}\ kg}{1,67\ 10^{-27}\ kg} v_e = 5,5\ 10^{-4}\ v_e$$

$$v_p = 5,5\ 10^{-4}\ v_e$$

Ejemplo 3 (Oviedo 2003-2004)

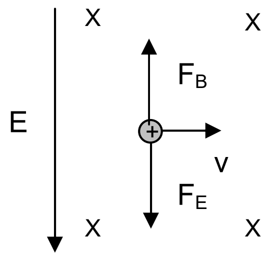
En una región del espacio coexisten un campo eléctrico y otro magnético, ambos uniformes y con líneas de campo perpendiculares entre sí, cuyas magnitudes respectivas son E = 3,4 10^{4} V/m y B = 2 10^{-2} T. Si en esta región se observa que una carga Q que se mueve con velocidad constante v y con una trayectoria perpendicular a las líneas de campo magnético, se pide:

a) Representar gráficamente las orientaciones relativas de los vectores E, v y B.

b) Calcular la velocidad de la carga

Solución:

Suponemos que la carga considerada tiene signo positivo. Para que mantenga una trayectoria rectilínea en el seno de un campo eléctrico y otro magnético cruzados, deberá de cumplirse que las fuerzas resultantes de la interacción con ambos campos sean iguales y de sentidos contrarios:



$$F_B = F_E$$

$$q\ v\ B = q\ E$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{3,4\ 10^{4}\ \frac{\cancel{N}}{\cancel{C}}}{2\ 10^{-2}\ \frac{\cancel{N}}{\cancel{C}\ m\ s^{-1}}} = 1,7\ 10^{6}\ \frac{m}{s}$$

Ejemplo 4 (Oviedo 2001)

Un protón de masa 1,67 10^{-27} kg y carga 1,6 10^{-19} C se mueve según una trayectoria circular estable debido a la acción de un campo magnético de 0,4 T. Deducir la expresión de la frecuencia de dicho movimiento circular y calcular su valor numérico en este caso.

Solución:

El campo magnético suministra la fuerza centrípeta necesaria para que exista una trayectoria circular:

$$F_N = m\ a_N = m\ \frac{v^2}{R}$$

$$q\ v\ B = m\ \frac{v^2}{R}$$

$$v = \frac{q}{m}\ R\ B$$

Para un movimiento circular uniforme:

$$v = \omega\ R\ ;\ \omega = \frac{v}{R} = \frac{\frac{q\ R\ B}{m}}{R} = \frac{q}{m}\ B$$

Como :

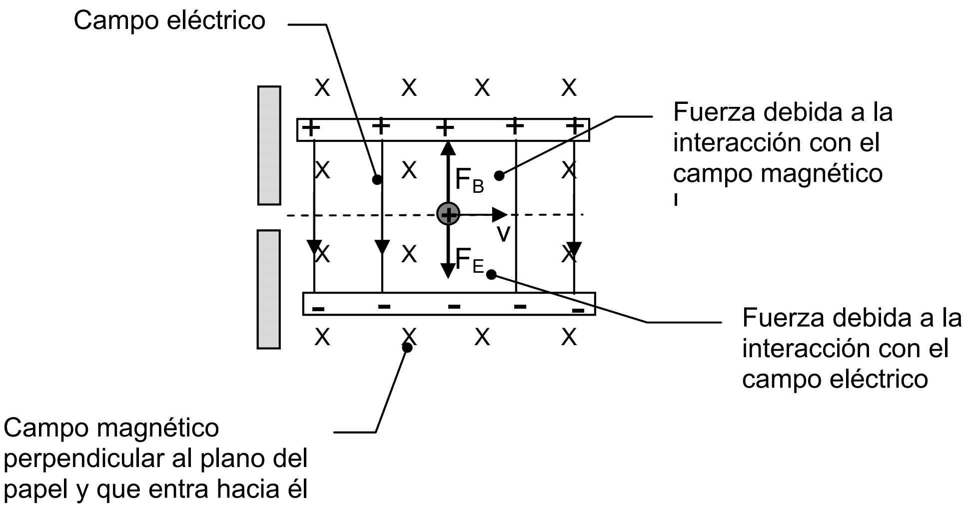
$$\omega = 2\ \pi\ f\ ;\ f = \frac{\omega}{2\ \pi} = \frac{\frac{q}{m}\ B}{2\ \pi} = \frac{q\ B}{2\ \pi\ m}$$

$$f = \frac{q\ B}{2\ \pi\ m} = \frac{1,60\ 10^{-19}\ \cancel{C}\ 0,4\ \frac{N}{\cancel{C}\ m\ s^{-1}}}{2\ \pi\ 1,67\ 10^{-27}\ kg} = 3,83\ 10^{7} s^{-1} = 3,83\ 10^{7} Hz$$

Selector de velocidades

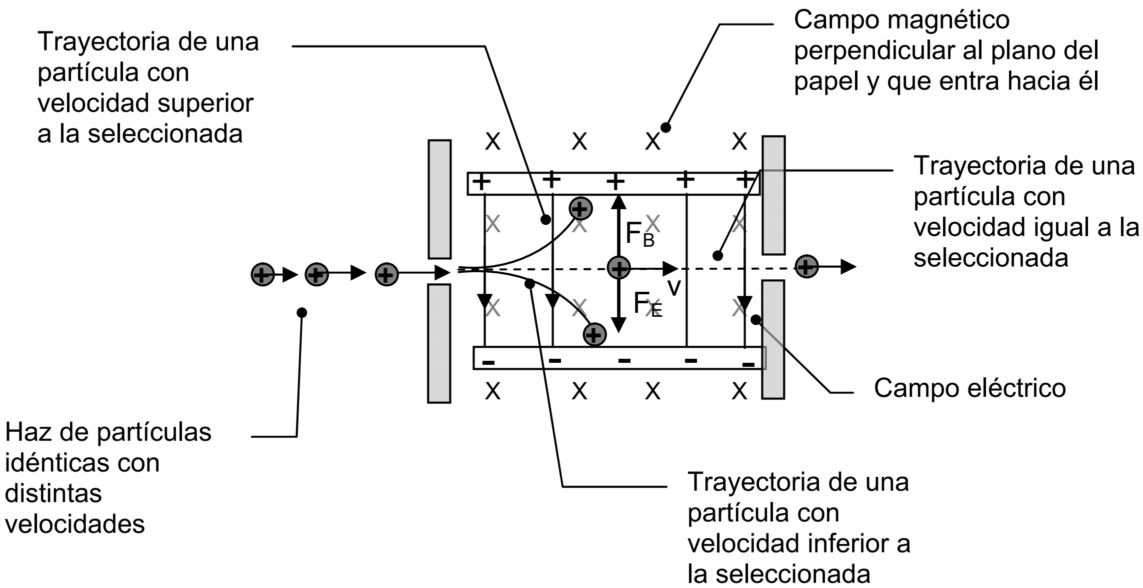
Como su propio nombre indica el selector de velocidades es un aparato que permite seleccionar haces de partículas con idéntica velocidad.

Su funcionamiento se basa en la interacción de las partículas con campos eléctricos y magnéticos cruzados (perpendiculares). Como se observa en la figura el campo eléctrico ejerce una fuerza hacia abajo y el magnético en sentido justamente opuesto a él. Si regulamos el valor del campo magnético y del eléctrico de forma que F_E y F_B sean iguales la carga seguirá una trayectoria recta



$$F_B = F_E$$
$$q\,v\,B = q\,E$$
$$\boxed{v = \frac{E}{B}}$$

Si la velocidad de la partícula es superior a la seleccionada la fuerza magnética será superior a la eléctrica y la trayectoria se curvará hacia arriba. Si ocurre los contrario la trayectoria se curva hacia abajo impidiendo que estas partículas emerjan del selector.



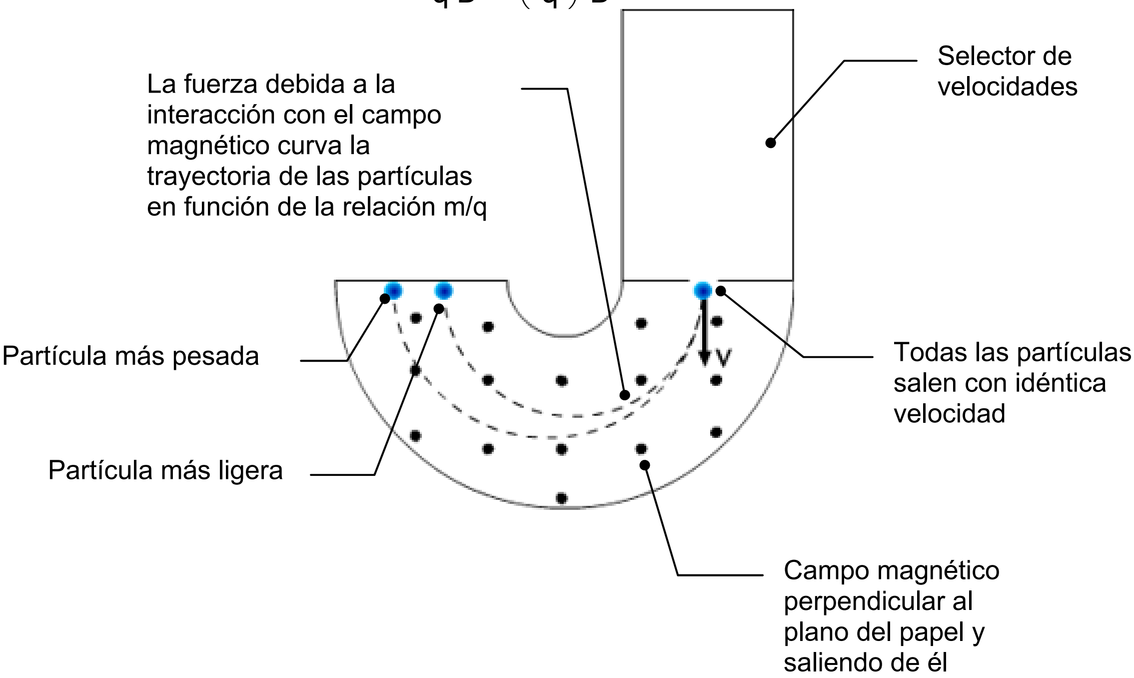
Espectrógrafo de masas

El espectrógrafo de masas permite separar partículas con idéntica carga y distinta masa (por ejemplo) aprovechando la interacción de las partículas cargadas con un campo magnético perpendicular:

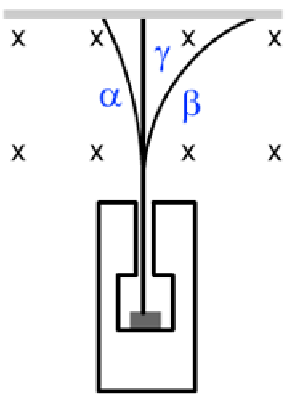
$$F_N = m\, a_N = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$q\, v\, B = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m\, v}{q\, B} = \left(\frac{m}{q}\right)\frac{v}{B}$$



El espectrógrafo de masas permite evaluar masas atómicas con gran precisión y la separación de isótopos de un mismo elemento.



Dispositivo usado por Rutherford (en 1903) para analizar la emisión radiactiva del radio.

La aplicación de un campo magnético permitió resolver la radiación en tres tipos distintos que fueron denominados como ***radiación alfa, beta y gamma.***

La radiación alfa estaba formada por partículas pesadas y con carga positiva (núcleos de He)

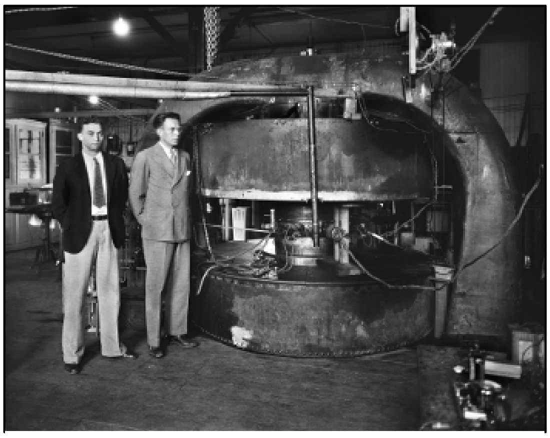
La radiación beta consistía en un chorro de partículas muy ligeras y con carga negativa (electrones)

La radiación gamma no poseía ningún tipo de carga, ya que no eran desviadas por el campo magnético.

Ciclotrón. Sincrotrón

El ciclotrón se usa para acelerar partículas cargadas que después se hacen colisionar con blancos para producir reacciones nucleares u obtener información sobre el interior de los núcleos.

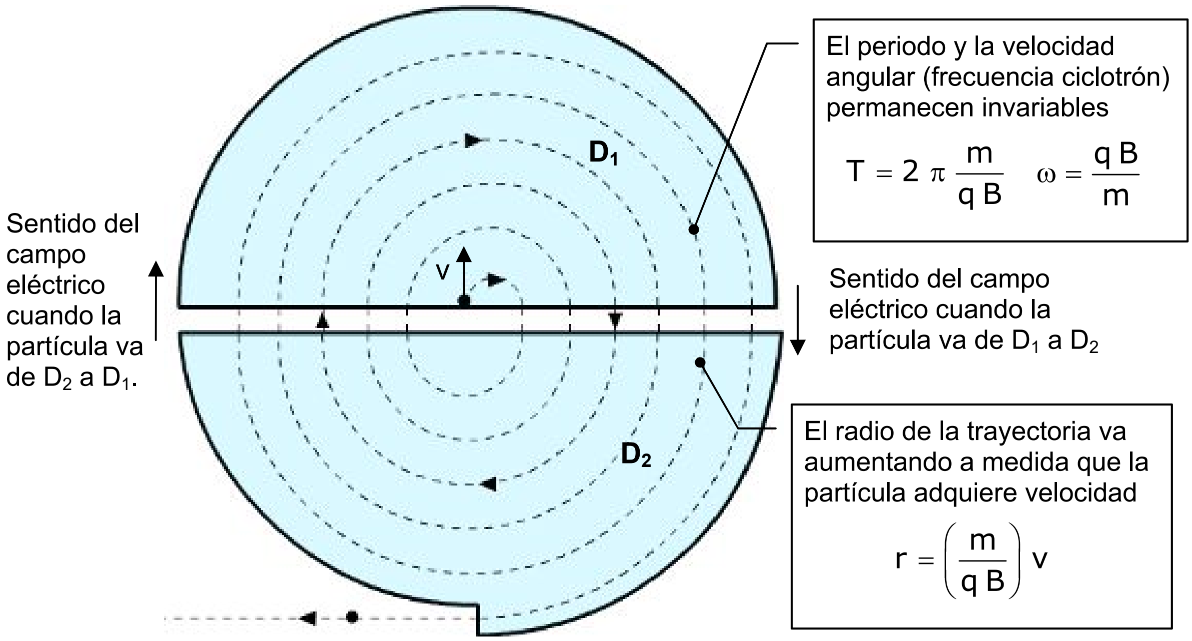
El primer ciclotrón fue construido por E. O. Lawrence (1901-1958) y M.S. Livingston (1905-1986) en 1934 y utiliza campos magnéticos para confinar las partículas y campos eléctricos para acelerarlas.



Livingston (izquierda) y Lawrence (derecha) y el ciclotrón de 27 pulgadas (1934).

Las piezas fundamentales de un ciclotrón son las "des" (llamadas así por su forma), dos recipientes metálicos semicirculares (en cuyo interior se ha hecho el vacío), en los que las partículas describen trayectorias circulares de radio creciente. Están situadas entre los polos de un electroimán (en la figura el campo magnético es perpendicular al plano del papel y saliente) y están sometidas a una diferencia de potencial alterna.

El proceso comienza cuando una partícula con carga (supongamos un protón) se inyecta cerca del centro de una de las des (D_1 en la figura). Debido al campo magnético la partícula curvará su trayectoria describiendo una circunferencia con velocidad angular y periodo independientes de la velocidad lineal de la partícula y del radio de la trayectoria, por lo cual tardará siempre lo mismo en su recorrido:



Cuando sale de la primera D el campo eléctrico entre ambas (en el plano del papel y hacia abajo) la acelera aumentando su energía cinética ($q V = \frac{1}{2} m v^2$). Como consecuencia de ese aumento de velocidad el radio de la trayectoria descrita en D_2 aumentará. Cuando abandona D_2 la polaridad de las des se invierte y el campo eléctrico apuntará ahora hacia arriba incrementando nuevamente su energía cinética.

En un ciclotrón típico el ciclo se repite entre 50 y 100 veces y al final la partícula se eyecta fuera del ciclotrón con la energía deseada.

Si la velocidad que alcanza la partícula no se acerca a la velocidad de la luz los cálculos anteriores son correctos, pero para velocidades próximas a las de la luz deberían de aplicarse consideraciones relativistas, ya que la masa de la partícula irá aumentando al hacerlo su energía. Es necesario entonces sincronizar el periodo de cambio en la polaridad de las des. Los ciclotrones que trabajan teniendo en cuenta esta sincronización reciben el nombre de ***sincrotrones***.