

Explicaciones Quiz T4: Fuerzas Rozamiento, Muelles y Péndulos

1. (B) No; 15,3 N

Para decidir si el bloque permanece en reposo, aplicamos la primera ley y comprobamos que existe una fuerza paralela al plano. Tomamos una nueva referencia por conveniencia.

- Eje (y) perpendicular a la superficie inclinada:

$$N = P_y \rightarrow N = m \cdot g \cdot \cos(25^\circ)$$

- Eje (x) paralelo a la superficie inclinada intervienen dos fuerzas opuestas P_x y F_{max} :

$$P_x = m \cdot g \cdot \sin(25^\circ) = 5 \cdot 9,8 \cdot 0,423 \approx 20,7 \text{ N}$$

$$F_{\text{f},\text{max}} = \mu_{\text{f}} \cdot m \cdot g \cdot \cos(25^\circ) = 0,45 \cdot 5 \cdot 9,8 \cdot 0,906 \approx 19,8 \text{ N}$$

De la segunda ley concluimos que $P_x > F_{\text{f},\text{max}}$, por lo que el bloque desliza y la fuerza mínima para impedirlo sería $\Sigma F = m \cdot a \rightarrow P_x - F_{\text{f},\text{max}} \approx 0,9 \text{ N}$.

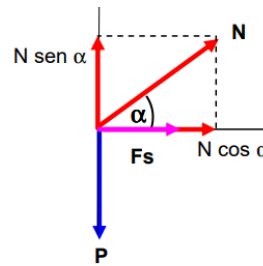
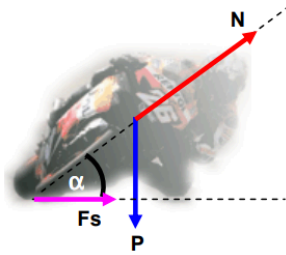
2. (D) 7,5 m/s²

Tomamos la típica referencia por conveniencia. Aplicamos la segunda ley de Newton:

- Del eje (y): $N = m \cdot g - 25 \cdot \sin(40^\circ) = 2 \cdot 9,8 - 16,07 \approx 3,53 \text{ N}$
- Eje (x): $F_x = 25 \cdot \cos(40^\circ) \approx 19,15 \text{ N}$ y $F_{\text{k}} = \mu_{\text{k}} \cdot N = 0,3 \cdot 3,53 \approx 1,06 \text{ N}$

$$\rightarrow a = (F_x - F_{\text{k}})/m \approx (19,15 - 1,06)/2 \approx 9,05 \text{ m/s}^2$$

3. (A) $v = \sqrt{(gR \cdot (\cos\alpha + \mu_s) / \sin\alpha)}$



Eje Y:

$$N \sin \alpha - m g = 0; N = \frac{m g}{\sin \alpha}$$

Eje X : Para describir la curva debe cumplirse $F_N = m \cdot a_N$

$$N \cos \alpha + F_s = m a_n; N \cos \alpha + F_s = m \frac{v^2}{R}$$

$$N \cos \alpha + \mu_s N = m \frac{v^2}{R}; N (\cos \alpha + \mu_s) = m \frac{v^2}{R}$$

Sustituyendo el valor de N llegamos a la siguiente expresión para el cálculo de la velocidad:

$$N (\cos \alpha + \mu_s) = m \frac{v^2}{R}$$

$$\frac{m g}{\sin \alpha} (\cos \alpha + \mu_s) = m \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g R \left(\frac{\cos \alpha + \mu_s}{\sin \alpha} \right)}$$

4. (A) 0 m/s^2

Para que el cuerpo acelere, la fuerza aplicada debe superar la máxima fricción estática:

$$F_{\square, \max} = \mu_{\square} \cdot m \cdot g = 0,4 \cdot 3 \cdot 9,8 = 11,76 \text{ N}$$

Dado que $F = 10 \text{ N} < F_{\square, \max}$, la segunda ley predice $a = 0$.

5. (A) $8,2 \text{ m}$

El bloque desacelera por fricción:

$$a = -\mu_k \cdot g = -0,1 \cdot 9,8 = -0,98 \text{ m/s}^2$$

Usando la ecuación cinemática (partiendo del reposo con velocidad y aceleraciones constantes que distancia obtenemos? MRUA manipulada):

$$v^2 = 2a \cdot d \text{ obtenemos } d = v^2 / (2|a|) = 16 / (2 \cdot 0,98) \approx 8,16 \text{ m.}$$

6. (B) 30 N, en sentido opuesto al estiramiento

$F = k \cdot x = 200 \cdot 0,15 = 30 \text{ N}$ (por ahora solo interesa el módulo, mejor interpretar las direcciones)

Esta fuerza siempre actúa en sentido opuesto al desplazamiento que la origina, y según la tercera ley, la masa ejerce sobre el muelle una fuerza de igual magnitud y dirección contraria.

7. (B) 2,2 s

Considerando el péndulo como sistema aislado y sin fricción, la primera ley señala que oscilará, y la segunda ley rotacional aporta:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L/g} = 2\pi \cdot \sqrt{1,2/9,8} \approx 2,2 \text{ s}$$

DEMOSTRACIÓN: (EDOs)

La ecuación $T = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}$ proviene de linearizar las ecuaciones de movimiento angular de pequeño ángulo.

Se parte del torque $\{\tau\} = -m \cdot g \cdot L \cdot \theta$, y de la segunda ley rotacional $I \cdot \alpha = \sum \tau$ con momento de inercia $I = m \cdot L^2$ y aceleración angular $\alpha = \theta''$.

Se llega a $\theta'' + (g/L)\theta = 0$, ecuación de oscilador armónico, con solución

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot \cos(\sqrt{g/L}t). \text{ De la forma general } x'' + \omega^2 x = 0, \omega = \sqrt{g/L}, \text{ y } T = 2\pi/\omega = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}.$$

8. (A) 2,0 Hz

En el oscilador armónico, la segunda ley da la frecuencia natural:

$$f = (1/2\pi) \cdot \sqrt{k/m} = (1/2\pi) \cdot \sqrt{80/0,5} \approx 2,0 \text{ Hz}$$

DEMOSTRACIÓN: (EDOs)

La fórmula $f = (1/2\pi) \cdot \sqrt{k/m}$ surge de la ecuación de movimiento $m \cdot x'' + k \cdot x = 0$ de un sistema masa-muelle sin rozamiento. Su solución $x(t) = A \cdot \cos(\omega t)$ cumple $\omega = \sqrt{k/m}$. Como $f = \omega/(2\pi)$, resulta $f = (1/2\pi) \cdot \sqrt{k/m}$.

9. (A) 0,85 m

Para el péndulo en Marte, la primera ley indica periodo sin fricción y la segunda ley rotacional señala:

Para hallar L dado T , invertimos $T = 2\pi \cdot \sqrt{L/g} \rightarrow \sqrt{L/g} = T/(2\pi) \rightarrow L = g \cdot (T/(2\pi))^2 = (g \cdot T^2)/(4\pi^2)$. Esta deducción emplea la expresión de la frecuencia angular $\omega = 2\pi/T = \sqrt{g/L}$.

$$L = (g \cdot T^2)/(4\pi^2) = (3,7 \cdot 9)/(39,48) \approx 0,85 \text{ m}$$

10. (A) 0,4 s

El sistema masa-muelle aislado se describe con la segunda ley del movimiento armónico:

Cuando la masa efectiva aumenta a $m + m_e$, la ecuación $m_{\text{eff}} \cdot x'' + k \cdot x = 0$ conserva la misma forma, con $m_{\text{eff}} = m + m_e$. Por tanto $T = 2\pi \cdot \sqrt{(m_{\text{eff}}/k)} = 2\pi \cdot \sqrt{((m + m_e)/k)}$. Este resultado se obtiene igual que en el caso ideal, sustituyendo la masa total.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{((m + m_e)/k)} = 2\pi \cdot \sqrt{(0,5/150)} \approx 0,4 \text{ s}$$

11. (B) 300 N/m

En primer lugar, derivamos la posición para obtener la aceleración:

$$a(t) = x''(t) = 0.12 \cdot t - 0.2$$

$$a(2) = 0.12 \cdot 2 - 0.2 = 0.04 \text{ m/s}^2$$

La fuerza neta en $t = 2 \text{ s}$ resulta de la segunda ley:

$$F(2) = m \cdot a(2) = 1.5 \cdot 0.04 = 0.06 \text{ N}$$

Evaluamos el desplazamiento en ese instante:

$$x(2) = 0.02 \cdot (2)^3 - 0.1 \cdot (2)^2 + 0.5 \cdot 2 = 0.16 - 0.4 + 1.0 = 0.76 \text{ m}$$

Finalmente, de $F = k \cdot x$ despejamos:

$$k = F(2)/x(2) = 0.06 / 0.76 \approx 0.079 \text{ N/m}$$