Energía = Fuerza · desplazamiento $\Longleftrightarrow$ $E = \int F\,ds$.

Dpto. Física y Química	**ENERGÍA (I)** **CONCEPTOS FUNDAMENTALES**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

La energía es una magnitud de difícil definición, pero de gran utilidad.

Para ser exactos, podríamos decir que más que de "energía" (en sentido general), deberíamos hablar de **distintos tipos de energías**, cada una de ellas definida convenientemente.

De forma general podríamos decir:

- Es necesario transferir (dar o quitar) algún tipo de energía a un sistema para que se produzcan cambios en el mismo.
- Todo sistema que tenga capacidad para producir cambios, tiene energía de alguna clase.

Hermann von **Helmholtz.**
Postdam. Alemania
(1821 – 1894)

Helmholtz en 1847 enuncia lo que se considera una de las leyes fundamentales de la Física: la **Ley de Conservación de la Energía (LCE)**

La energía no se puede crear (sacar de la nada) ni destruir (aniquilar, hacerla desaparecer). Únicamente se puede transformar de una forma a otra.

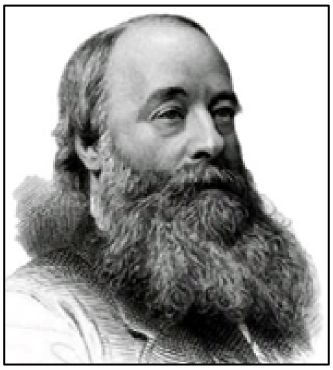
Si queremos disponer de determinada cantidad de una forma de energía sólo lo podremos conseguir transformando una cantidad equivalente de otra forma de energía.

Una de las formas fundamentales de la energía es la **energía cinética.**

Se denomina energía cinética a la que poseen los cuerpos en movimiento. Depende de la masa y de la velocidad y se define como:

$E_{cin} = \int \vec{F}\,dv = \frac{1}{2} m v^2$

$$\boxed{E_{cin} = \frac{1}{2} m\, v^2}$$



James Prescott **Joule**.
Solford. Inglaterra
(1818 – 1889)

La unidad S.I de energía es el **julio (J)** que toma el nombre de James P. **Joule,** físico del siglo XIX autor de numerosos estudios sobre el calor.

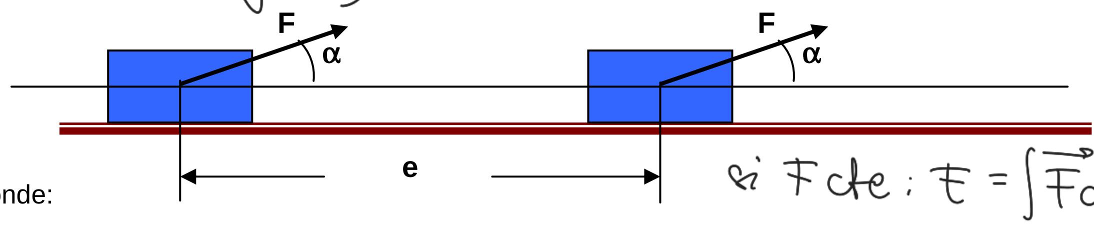
De esta manera un cuerpo de 2 kg de masa que se mueva con una velocidad de 1 m/s tiene una energía cinética de 1 J:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 2\,kg\ 1^2\ \frac{m^2}{s^2} = 1\,kg\ \frac{m^2}{s^2} = 1\,J$$

Las fuerzas al actuar sobre los cuerpos producen cambios en su velocidad (aceleraciones). Por tanto, **transfieren energía cinética** a los cuerpos.

La energía cinética transferida por una fuerza se puede calcular aplicando la siguiente ecuación:

(≡ TRABAJO) **W = F . e. cos α**



si F cte: $E = \int \vec{F}\,ds = \vec{F} \cdot e$.

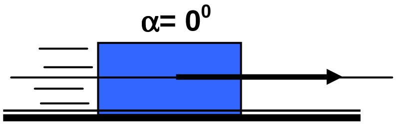
proyección en dirección de e.

Donde:

W = Energía cinética transferida al cuerpo. Se le da el nombre de *trabajo* de la fuerza F.
F = Fuerza aplicada.
e = Espacio recorrido.
cos α = Coseno del ángulo formado por la fuerza y la dirección del desplazamiento

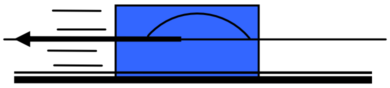
Consideremos los tres casos siguientes:

- Fuerza en el mismo sentido que el desplazamiento: $W = F\ .\ e.\ \cos 0^0 = F\ .\ e$; $\boldsymbol{W = F.\ e}$



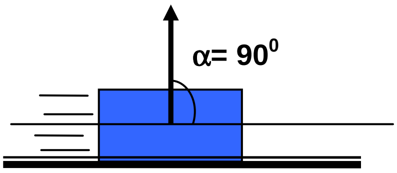
El signo positivo indica que la fuerza da energía cinética al cuerpo.

- Fuerza en sentido contrario al desplazamiento: $W = F.\ e.\ \cos 180^{\ 0} = -\ F\ .\ s$; $\boldsymbol{W = -\ F\ .e}$



El signo negativo indica que la fuerza quita energía cinética al cuerpo.

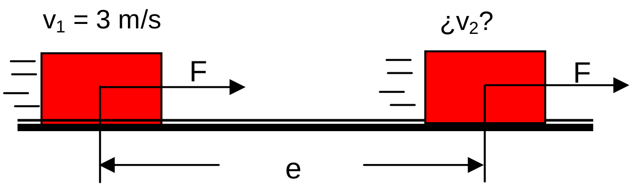
- Fuerza perpendicular al desplazamiento: $W = F\ .\ e.\ \cos 90^0 = 0$; $\boldsymbol{W = 0}$



La fuerza ni aporta ni quita energía.

Ejemplo1

Determinar el tipo de energía del cuerpo de la figura (m = 400 g) en el estado inicial, en el final y su velocidad después de recorrer 5 m. La fuerza F tiene un valor de 6 N.



Solución:

Determinamos la energía del cuerpo en el estado inicial, la energía transferida por las fuerzas que actúan y, aplicando la Ley de Conservación de la Energía, calculamos la energía en el estado final.

Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,0{,}4\ kg\ 3^2\ \frac{m^2}{s^2} = 1{,}8\ J$

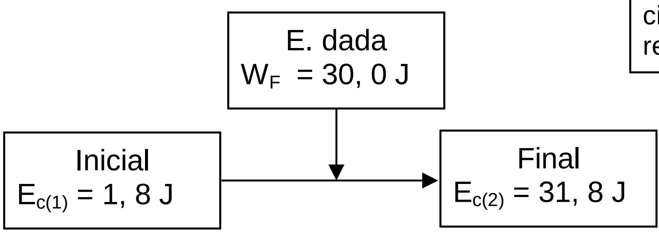
Energía cinética transferida por la fuerza: $W_F = F\ .\ e = 6\ N\ .\ 5\ m = 30{,}0\ J$. (energía cinética dada)

Aplicando la Ley de Conservación de la Energía (LCE): $E_{\,fin} = E_{ini} + W$; $E_{fin} = 1{,}8\ J + 30{,}0\ J = 31{,}8\ J$

En el punto final el cuerpo tendrá 31,8 J de energía será cinética. Por tanto:

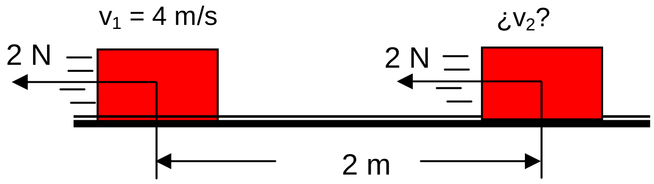
$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2}\,m\,v^2;\ v = \sqrt{\frac{2\,E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\,.31{,}8\ J}{0{,}400\ kg}} = 12{,}6\ \frac{m}{s}$$

Como indica el resultado obtenido se ha producido un aumento de la energía cinética del cuerpo (y por tanto de su velocidad) gracias al aporte de energía realizado por la fuerza.



Ejemplo 2

Realiza un balance de energía para el cuerpo indicado en la figura (m = 1500 g). La fuerza indicada es la fuerza de rozamiento. Calcula la velocidad al final del recorrido:



Solución:

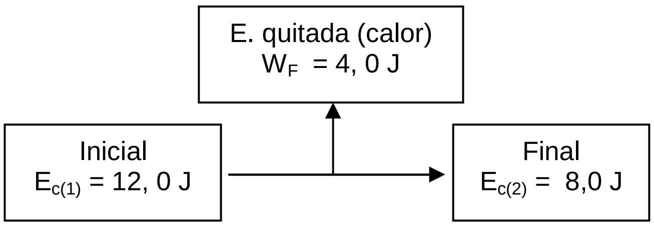
Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)}=\frac{1}{2}\,m\,v^2=\frac{1}{2}\,1{,}5\,kg\;4^2\,\frac{m^2}{s^2}=12{,}0\,J$

Energía cinética transferida por la fuerza: W = **-** F.e = **-** 2 N .2 m = **-** 4,0 J (le quita energía cinética)

Aplicando la LCE : $E_{fin}=E_{ini}+W$; E_{fin} = 12,0 J – 4,0 J = 8,0 J

En el punto final tendrá 8,0 J de energía cinética. Por tanto:

$$E_{cin\,(2)}=\frac{1}{2}\,m\,v^2;\; v=\sqrt{\frac{2\,E_{c(2)}}{m}}=\sqrt{\frac{2\,.8{,}0\,J}{1{,}5\,kg}}=3{,}3\,\frac{m}{s}$$



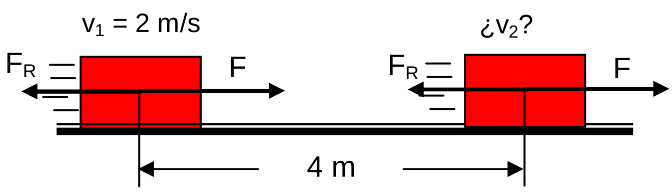
Como indica el resultado obtenido se ha producido una disminución de la energía cinética del cuerpo (y por tanto de su velocidad) debido a que la fuerza resta energía cinética al cuerpo.

La fuerza de rozamiento trasfiere la energía cinética del cuerpo al ambiente en forma de calor.

Los 12,0 J de energía cinética iniciales están al final en forma de calor (4,0 J) y de energía cinética (8,0 J). La LCE se cumple. La energía no desaparece, sino que pasa de una forma a otra.

Ejemplo 3

El cuerpo de la figura tiene una masa de 1 kg. Realizar un balance de energía comentando las variaciones de energía que experimenta. F = 5 N ; F_R = 2 N



Solución:

Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)}=\frac{1}{2}\,m\,v^2=\frac{1}{2}\,1{,}0\,kg\;2^2\,\frac{m^2}{s^2}=2{,}0\,J$

Como actúan dos fuerzas calculamos la energía transferida por cada una de las fuerzas:

W_{F1}= F . e = 5 N . 4 m = 20, 0 J. F da energía cinética al cuerpo.

W_{FR} = - F_R . e = - 2 N . 4 m = - 8, 0 J. F_R quita energía cinética al cuerpo.

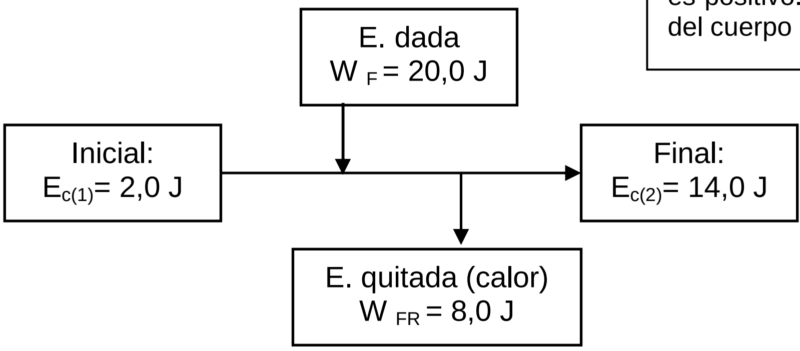
Al final, la energía cinética transferida por las fuerzas actuantes es: W = (20,0 – 8,0) J = 12,0 J

Aplicando la LCE : $E_{fin}=E_{ini}+W$; E_{fin} = 2,0 J + 12,0 J = 14,0 J

En el punto final tendrá 14,0 J de energía cinética. Por tanto:

$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2}\,m\,v^2;\; v = \sqrt{\frac{2\,E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\,.\,14{,}0\ J}{1{,}0\ kg}} = 5{,}3\ \frac{m}{s}$$

La velocidad al final es mayor que al principio, ya que el balance de energía total aportada por las fuerzas que actúan es positivo. Por tanto, la energía cinética del cuerpo aumentará.



Podría haberse resuelto el problema de otra forma:

Reducimos las fuerzas actuantes a una única fuerza equivalente (resultante) que produzca el mismo efecto que F_1 y F_2 actuando a la vez. Una vez calculada esa fuerza se calcula el trabajo (energía transferida) por ella:

$F_{res} = F + F_R = 5\ N - 2\ N = 3\ N$;

$W_{re} = F_{res}\ .\ s = 3\ N\ .\ 4\ m = 12\ J$. Se dan 12 J de energía cinética al cuerpo

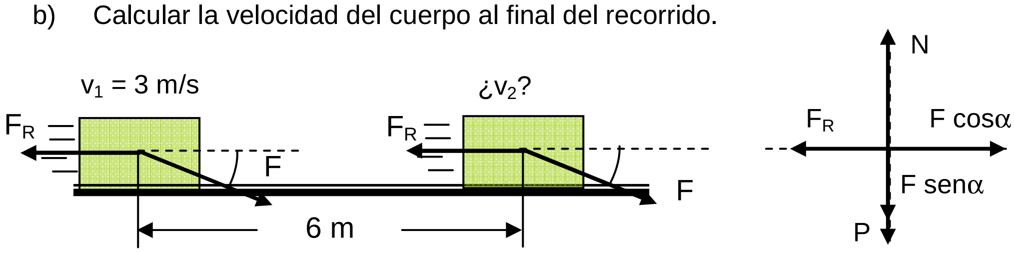
Como se observa el resultado es idéntico al obtenido más arriba. Una demostración del enunciado que dice:

El trabajo de la resultante de varias fuerzas es igual a la suma de los trabajos de dichas fuerzas.

Ejemplo 4

Un bloque de 1 kg que tiene inicilamente una velocidad de 3 m/s es empujado una distancia de 6 m. sobre un piso horizontal, mediante una fuerza de 8 N que forma, hacia abajo, un ángulo de 30^0 con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,30.

a) Realizar un balance de energía.
b) Calcular la velocidad del cuerpo al final del recorrido.



Solución:

Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,1{,}0\ kg\ 3^2\ \frac{m^2}{s^2} = 4{,}5\ J$

Calculamos la energía transferida por las dos fuerzas

$W_F = F\ .\ e\ \cos\alpha = 8\ N\ .\ 6\ m.\ \cos 30^0 = 41{,}6\ J$. Da energía cinética al cuerpo.

$W_{FR} = - F_R\ .\ e = -\mu\ N\ e = -\mu\ (m\ g + F\ \text{sen}\ \alpha)\ .e = - 0{,}30\ (1\ kg\ 10\ m/s^2 + 8\ N\ \text{sen}\ 30^0)\ 6\ m = - 25{,}2\ J$.
La F_R resta energía cinética al cuerpo, que será transferida al ambiente en forma de calor.

Al final, la energía cinética transferida por las fuerzas actuantes es: $W_{Tot} = (41,6 - 25,2)\ J = 16,4\ J$

Aplicando la LCE : $E_{fin} = E_{ini} + W$; $E_{fin} = 4,5\ J + 16,4\ J = 20,9\ J$

En el punto final tendrá 20,9 J de energía cinética. Por tanto:

$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2}\, m\, v^2;\ \ v = \sqrt{\frac{2\, E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\,.20,9\ J}{1,0\ kg}} = 6,5\ \frac{m}{s}$$

La velocidad al final es mayor que al principio, ya que el balance de energía total aportada por las fuerzas que actúan es positivo. Por tanto, la energía cinética del cuerpo aumentará.

E. dada
$W_F = 41,6\ J$

Inicial:
$E_{c(1)} = 4,5\ J$

Final:
$E_{c(2)} = 20,9\ J$

E. quitada (calor)
$W_{FR} = 25,2\ J$

En muchas ocasiones tan importante como saber la cantidad de energía dada o quitada a un sistema es conocer **la rapidez** con la que esta energía es transferida.

Para poder medir la rapidez con la que la energía se transfiere ***se define la potencia como la energía transferida por unidad de tiempo.***

$$P = \frac{E}{t}$$

La unidad de potencia en el S. I. es el **Julio/s**, llamado **watio** (en honor de James Watt), aunque en la práctica también se usa el caballo de vapor (CV)

1 CV = 735 W

De esta manera una bombilla de 100 W es capaz de generar energía luminosa (estrictamente es capaz de transformar la energía eléctrica en energía luminosa) a razón de 100 J por segundo.

Ejemplo 5

Comparar la energía emitida por una bombilla de 100 W y una de 60 W.

Solución:

Una bombilla de 100 W "consume" energía (es decir, transforma energía eléctrica que toma de la red en luz) mucho más rápidamente que una de 40 W. Por ejemplo, al cabo de 1 hora de funcionamiento:

Energía consumida por la bombilla de 100 W: $E = P\, t = 100\ \frac{J}{\cancel{s}} \cdot 3600\ \cancel{s} = 360.000\ J = 3,6\ 10^5\ J$

Energía consumida por la bombilla de 60 W: $E = P\, t = 40\ \frac{J}{\cancel{s}} \cdot 3600\ \cancel{s} = 144.000\ J = 1,4\ 10^5\ J$

Como se observa el julio es una unidad bastante pequeña, razón por la cual se emplea el kJ (1 kJ = 1000 J) y **en el caso de cálculos en los que intervenga la energía eléctrica es muy usado como unidad de energía el kW.h (kilowatio hora).** Para obtener la energía consumida en kW.h se debe expresar la potencia en kW (1 kW = 1000 W) y el tiempo en horas.

De esta manera el cálculo anterior quedaría:

Energía consumida por la bombilla de 100 W: $E = P\, t = 0,100\ kW \cdot 1\, h = 0,1\, kW.h$

Energía consumida por la bombilla de 40 W : $E = P\, t = 0,04\ kW \cdot 1\, h = 0,04\ kW.h$

Ejemplo 6

Un automóvil de masa 1.000 kg es capaz de aumentar su velocidad de cero a 100 km/h en 8,0 s. Calcular su potencia en watios y en C.V.

Solución:

Inicialmente el automóvil tiene una energía nula (v=0).

Al cabo de 8,0 s adquiere una velocidad de 100 km/h (27,8 m/s). Es decir, habrá adquirido una energía cinética de:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1000\, kg\, (27,8)^2 \left(\frac{m}{s}\right)^2 = 3,85.10^5\ J$$

Luego la rapidez con la cual se genera energía cinética (potencia) es:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{3,85\,.10^5\ J}{8\ s} = 4,81.10^4\ \frac{J}{s} = 4,81.10^4\ W = 48,1 kW$$

$$4,81.10^4\ \cancel{W}\ \frac{1 CV}{735\ \cancel{W}} = 65,4\ CV$$

Si consideramos un coche más potente, por ejemplo de 100 CV, será capaz de aumentar su velocidad (o su energía cinética) más rápidamente. Por ejemplo, para adquirir una velocidad de 100 km/h (27,8 m/s) tardaría:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1000\, kg\, (27,8)^2 \left(\frac{m}{s}\right)^2 = 3,85.10^5\ J$$

$$100\ \cancel{CV}\ \frac{735\ W}{1 \cancel{CV}} = 7,35.10^4\ W$$

$$P = \frac{E}{t}\ ;\ t = \frac{E}{P} = \frac{3,85.10^5\ \cancel{J}}{7,35.10^4\ \frac{\cancel{J}}{s}} = 5,2\ s$$

O bien, en 8,0 s sería capaz de generar una anergía cinética de:

$$E = P.t = 7,35.10^4\ \frac{J}{\cancel{s}}\ .\ 8,0\ \cancel{s} = 5,88.10^5\ J$$

O, lo que es lo mismo, alcanzaría una velocidad de:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2\ ;\ v = \sqrt{\frac{2.\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2.\,5,88.10^5\ \cancel{kg}.m^2.s^{-2}}{10^3\ \cancel{kg}}} = 34,29\ \frac{m}{s} = 123,4\ \frac{km}{h}$$

tienen un campo vectorial asociado

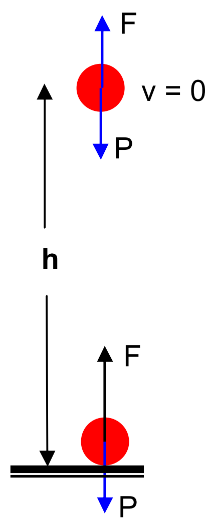
Dpto. Física y Química	**ENERGÍA (II)** **FUERZAS CONSERVATIVAS**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

Cuando elevamos un cuerpo una altura ***h***, la fuerza ***F*** realiza trabajo positivo (comunica energía cinética al cuerpo). No podríamos aplicar la definición de trabajo que conocemos para calcular la energía transferida, ya que la fuerza no es constante (deberá de ser mayor que el peso al principio para poner el cuerpo en movimiento y después, al final del trayecto, deberá hacerse menor para frenar)

Supongamos que realiza un trabajo W_F (desconocido).

El peso ***P*** realiza trabajo negativo (quita energía cinética al cuerpo). Como el peso es una fuerza constante podemos calcular el trabajo realizado:

$$Wp = - P \cdot h = - m\,g\,h$$



La situación es similar a la encontrada en el caso de la fuerza de rozamiento (la fuerza quita energía cinética la cuerpo). Sin embargo, en este caso, existe una diferencia fundamental: l**a energía cinética quitada al cuerpo no se transforma en calor (como en el caso de la fuerza de rozamiento), sino que se acumula como un nuevo tipo de energía llamada *energía potencial.* La fuerza de gravedad, al realizar trabajo negativo, transforma la energía cinética en energía potencial.**

Una vez arriba el cuerpo tiene energía "en potencia" (energía potencial), ya que si se le suelta adquiere energía cinética. **La energía potencial acumulada durante el ascenso se transforma ahora en energía cinética. La fuerza de gravedad al realizar trabajo positivo transforma energía potencial en cinética.**

Las fuerzas (como la gravedad o las fuerzas elásticas) que cuando quitan energía cinética al cuerpo no la transforman en calor (irrecuperable), sino que la transforman en energía potencial que puede transformarse nuevamente en cinética si se deja a la fuerza actuar libremente sobre el cuerpo, reciben el nombre de **fuerzas conservativas.**

Siempre que actúe una fuerza conservativa, y ésta realice trabajo negativo, restará energía cinética al cuerpo, que aparecerá como energía potencial: la energía cinética disminuirá y aumentará la potencial

Si realiza trabajo positivo la energía potencial se transforma en energía cinética: la energía potencial disminuye y aumenta la cinética.

Por tanto, en el caso de fuerzas conservativas, se puede calcular el trabajo realizado calculando la variación de energía potencial:

$$W_{cons} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_P$$

$(\Delta E_{TOT} = 0)$ para F_{cons}

Estamos definiendo una nueva forma de energía, la ***energía potencial gravitatoria***… pero ¿cuál es su valor? ¿Cómo calcularlo?

Al final, cuando el cuerpo se encuentra a una altura h, su energía cinética es nula. Por tanto, toda la energía cinética dada por la fuerza F (igual a W_F) ha sido transformada por la fuerza de gravedad en energía potencial (Ley de Conservación de la Energía).

Por tanto: $W_F = Ep$

Para que la energía cinética al final sea nula (v = 0) deberá de cumplirse que toda la energía cinética dada por la fuerza F ha sido restada por la acción de la fuerza de gravedad. O lo que es lo mismo, la fuerza de gravedad realiza un trabajo (Wp) exactamente igual, pero de signo contrario, al de la fuerza F:

$$Wp = - W_F$$

Como $W_P = - m\,g\,h$, entonces $W_F = Ep = m\,g\,h$.

Por tanto la energía potencial gravitatoria puede calcularse según:

$$Ep = m\,g\,h$$

Supongamos que levantamos un objeto de m = 1 kg desde el suelo hasta una altura de 2 m.

Energía inicial:

$E_{c1} = 0$; $E_{p1} = 0$

Energía final (h= 2 m):

$E_{c2} = 0$;

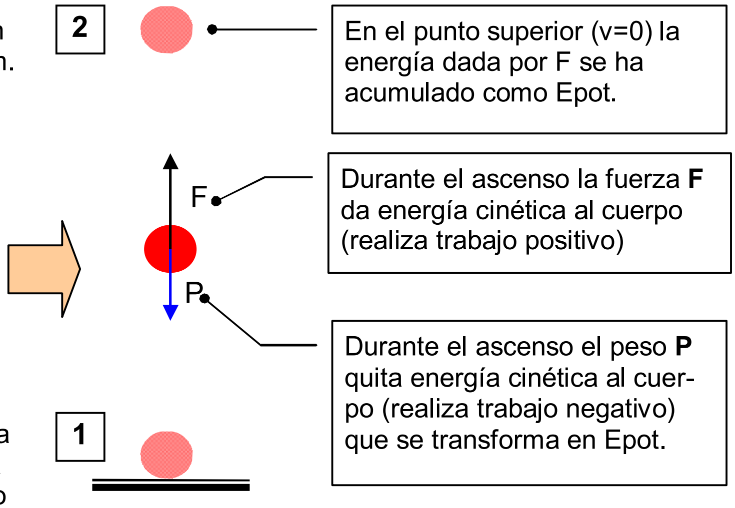
$E_{p2} = m.\,g.h = 1\text{ kg}.\ 10\text{ m/s}^2\ .\ 2\text{ m} = 20\text{ J}$

Trabajo realizado por la fuerza de gravedad:

$W_P = -\,m\ g\ .\ h = -\ 1\text{ kg}.\ 10\text{ m/s}^2\ .\ 2\text{ m} = -\ 20\text{ J}$

La fuerza necesaria para subir el cuerpo le da 20 J de energía. La fuerza de gravedad resta energía cinética al cuerpo que acumula como energía potencial cumpliéndose que:

$W_P = -\,(Ep_2 - Ep_1) = -\,(20 - 0)\text{ J} = -\ 20\text{ J}$



Una vez en el punto superior toda la energía dada por la fuerza F en la carrera de ascenso se ha acumulado como energía potencial. Si ahora dejamos que la fuerza de gravedad actúe podremos recuperar toda la energía

Energía inicial:

$E_{c2} = 0$; $E_{p2} = 20\text{ J}$

Energía final (suelo, h =0):

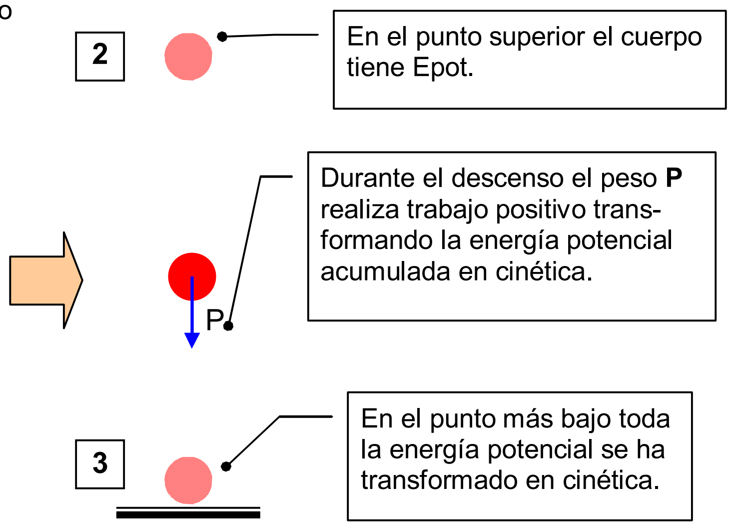
$E_{p3} = 0$; $E_{c3} = 20\text{ J}$

Trabajo realizado por la fuerza de gravedad:

$W_P = m\ g\ .\ h = -\ 1\text{kg}.\ 10\text{ m/s}^2\ .\ 2\text{ m} = 20\text{ J}$

La fuerza de gravedad transforma ahora la energía potencial en energía cinética, volviendo a cumplirse que

$W_P = -\,(E_{p3} - E_{p2}) = -\,(0 - 20)\text{ J} = 20\text{ J}$

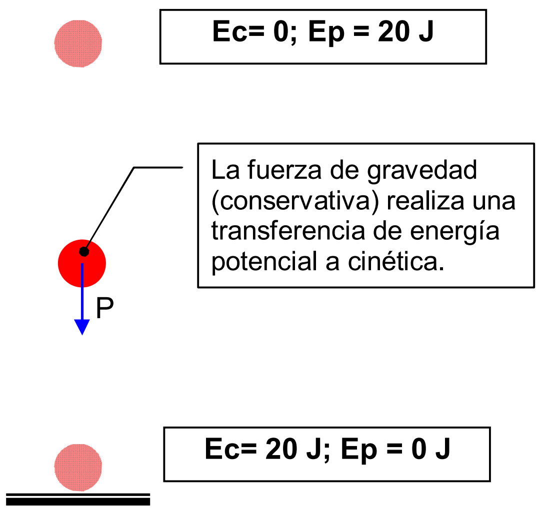


Por tanto las fuerzas conservativas realizan una transferencia de energía cinética a potencial o viceversa. Como la energía no puede desaparecer debe cumplirse que aparece tanta energía potencial como energía cinética es restada al cuerpo. **Por tanto si la única fuerza que realiza trabajo es conservativa se cumple:**

$$\mathbf{E_{cin} + E_{pot} = cte.\ ;\ E_{c\,1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}}$$

La suma de la energía cinética y potencial permanece constante (se conserva). A la suma de la energía cinética y potencial se le da el nombre de energía mecánica.

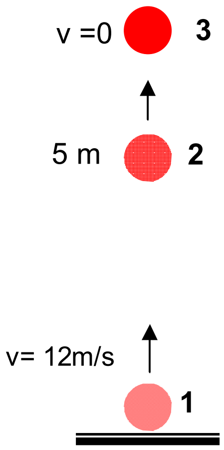
Por tanto podremos decir que cuando la única fuerza que realiza trabajo es conservativa la energía mecánica se conserva.



Ejemplo 1

Un cuerpo de 500 g es lanzado hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. Realiza un estudio energético de su recorrido.

Solución:



- Cuando se inicia el lanzamiento (punto 1) el cuerpo posee energía cinética (transferida por la fuerza aplicada durante el lanzamiento):

  $Ep_{(1)} = m\,g\;\; h_1 = 0$ (ya que h=0)

  $Ec_{(1)} = 1/2\; m\, v^2 = 1/2\; 0{,}5\; kg\; 12^2\; (m/s)^2 = 36\; J$

- ***A medida que el cuerpo asciende disminuye su energía cinética*** (debido a la acción de la fuerza de gravedad que realiza trabajo negativo). ***La energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria***. La fuerza de gravedad quita energía cinética al cuerpo que se transforma en energía potencial gravitatoria.

- Supongamos que estamos a una altura de 5 m (punto 2):

  $Ep_{(2)} = m\,g\;\; h_2 = 0{,}5\; kg\; 10\; m/s^2\; 5\; m = 25\; J$

  Como la energía no se destruye la energía cinética en ese punto sería:

  $Ec_{(2)} = 36\; J - 25\; J = 11\; J$

- ***Llegará un momento en el que la energía cinética sea nula (v =0). Esto ocurrirá en el punto de altura máxima (punto 3). Ahí toda la energía cinética se habrá convertido en potencial:***

  $Ep_{(3)} = 36\; J\; ;\; Ec_{(3)} = 0$

A partir del dato de energía potencial en el punto de altura máxima podemos calcular esta altura:

$$Ep_{(3)} = mgh_{MAX} ; h_{MAX} = \frac{Ep_{(3)}}{m\,g} = \frac{36\;\cancel{kg}\;m^{\cancel{2}}\;\cancel{s^{-2}}}{0{,}5\;\cancel{kg}\;10\;\cancel{m}\;\cancel{s^{-2}}} = 7{,}2\;m$$

- ***Cuando el cuerpo comienza a descender la fuerza de gravedad (conservativa) realiza trabajo positivo, realizándose ahora la conversión de energía potencial en cinética*** (la fuerza de gravedad transfiere ahora energía cinética al cuerpo).

- ***Cuando llega al suelo toda la energía potencial se habrá transformado en cinética. Luego el cuerpo llega al suelo con la misma velocidad con la que fue lanzado inicialmente***.

En toda esta descripción se ha supuesto una situación ideal: el aire no ejerce ningún tipo de acción (fuerza) sobre el cuerpo. La realidad no es esa (ver siguiente ejercicio). Por eso en la realidad cuando se lanza un objeto hacia arriba, regresa al suelo con menos velocidad que con la que fue lanzado.

Ejemplo 2

Un cuerpo de 1 kg es elevado desde el suelo hasta una altura de 10 m y a continuación se deja caer

a) Realizar un estudio energético suponiendo rozamiento nulo.
b) Repetir el estudio anterior suponiendo que cuando se deja caer, el aire ejerce una fuerza de rozamiento constante de 2 N.

Solución:

a)

1. Ascenso.

Punto inicial (suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = 0$

Punto final (a 10 m del suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\,g\,h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

La energía aportada por la fuerza es acumulada como energía potencial.

2. Descenso.

Punto inicial (a 10 m del suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\,g\,h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

Punto intermedio (a 4 m del suelo)

$E\ pot = m\,g\,h = 1\ kg\ 10\ m/s^2\ 4\ m = 40\ J$;

$E\ cin = 60\ J$ (aplicando la LCE).

Como se ve parte de la energía potencial se ha transformado en energía cinética.

Punto final (suelo)

$Epot = 0$; $E\ cin = 100\ J$

Toda la energía potencial se ha convertido en cinética.

Como se puede observar en ausencia de rozamiento la suma de la energía cinética y potencial (energía mecánica) se conserva.

b)

1. Ascenso.

Punto inicial (suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = 0$

Punto final (a 10 m del suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\,g\,h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

La energía aportada por la fuerza es acumulada como energía potencial.

2. Descenso.

Punto inicial (a 10 m del suelo):

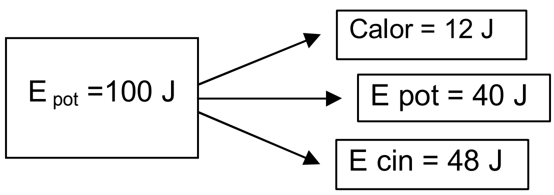
$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\,g\,h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

Punto intermedio (a 4 m del suelo)

$E\ pot = m\,g\,h = 1\ kg\ 10\ m/s^2\ 4\ m = 40\ J$;

$Wroz = -\ Froz\ .\ s = -\ 2\ N\ .\ 6\ m = -\ 12\ J$ (energía disipada como calor)

$E\ cin = 48\ J$ (aplicando la LCE).



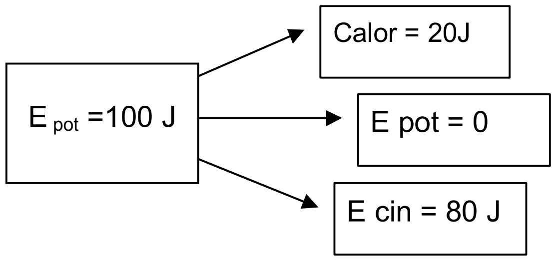
Punto final (suelo)

Epot = 0;

Wroz = - Froz . s = - 2 N . 10 m = - 20 J (energía disipada como calor)

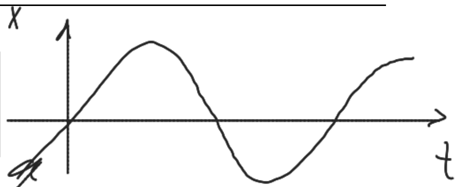
E cin = 80 J (aplicando la LCE).

La energía potencial se ha transformado en energía cinética y parte en calor



Observar que si hay rozamiento la suma de la energía cinética y potencial (energía mecánica) NO se conserva, ya que parte de la energía se convierte en calor que se disipa en el aire. **Por eso se dice que la fuerza de rozamiento es no conservativa.**

No obstante, **la Ley de Conservación de la Energía sigue siendo válida** ya que los 100 J iniciales aparecen íntegros al final: 20 J como calor y 80 J como energía cinética.

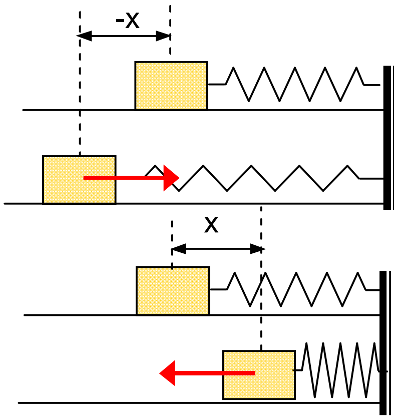


Estudio energético del MAS

La fuerza elástica es una fuerza conservativa ya que cuando realiza trabajo negativo resta energía cinética al cuerpo que se transforma en energía potencial elástica. La energía potencial acumulada puede volver a convertirse en energía cinética dejando que la fuerza elástica actúe (realizando trabajo positivo)

Por ser una fuerza conservativa se cumplirá:

$$\boxed{E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}}$$



En la figura superior el muelle se estira hacia la izquierda (comunicándole energía cinética). La fuerza elástica apunta entonces hacia la derecha y realiza trabajo negativo (restando energía cinética) que transforma en energía potencial elástica. Si ahora se suelta el muelle la fuerza elástica realiza trabajo positivo y la energía potencial se transforma en cinética.

La situación es similar si el muelle se comprime (figura inferior)

La energía potencial elástica vale: $\boxed{E_p = \frac{1}{2} k\, x^2}$

Tendrá su valor máximo en x = A y x = - A y un valor nulo en x =0

La energía cinética para un objeto que se mueva con MAS se puede escribir en función de la elongación en la forma:

$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{Como } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2} m\, \omega^2 \left(A^2 - x^2\right)}$$

La energía cinética adquiere un valor máximo para x = 0 y nulo para x =A

Si ahora sumamos las expresiones para la energía cinética y la potencial, observamos que la suma es una cantidad constante, lo que demuestra la interconversión de ambas formas de energía:

$$Ec = \frac{1}{2} m\, \omega^2 \left(A^2 - x^2\right)$$

$$Ep = \frac{1}{2} m\, \omega^2 x^2$$

$$Ec + Ep = \frac{1}{2} m\, \omega^2 \left(A^2 - x^2\right) + \frac{1}{2} m\, \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2$$

$$\boxed{Ec + Ep = \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} k\; A^2}$$

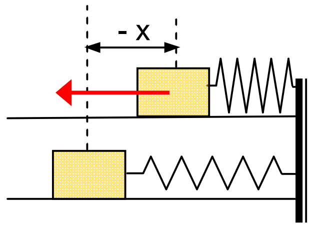
Ejemplo 3

Un cuerpo de masa 250 g se une a un muelle de constante elástica 500 N/m. Si el muelle se comprime 20 cm, calcular la velocidad con la que el cuerpo pasa por el punto de equilibrio

a) Suponiendo rozamiento nulo.
b) Suponiendo que el coeficiente de rozamiento valga 0,50

Solución

a) Cuando el muelle está comprimido su energía cinética es nula y la energía potencial elástica valdrá: $E_{p1} = \frac{1}{2} k\, x^2$



Cuando se suelta, la fuerza elástica realiza transforma la energía potencial acumulada en energía cinética y la energía mecánica se conservará:

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

Como en el punto de equilibrio x = 0 ; E_{p2} = 0. Por tanto:

$$\frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m\, v^2 \; ; \; v = \sqrt{\frac{k\, x^2}{m}} = \sqrt{\frac{500 \frac{\cancel{kg}.\cancel{m}.s^{-2}}{\cancel{m}} 0{,}20^2\, m^2}{0{,}250\, \cancel{kg}}} = 8{,}94\, \frac{m}{s}$$

b) Cuando el muelle está comprimido la situación es idéntica al caso anterior. Esto es: su energía cinética es nula y la energía potencial elástica valdrá:

$$E_{p1} = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} 500 \frac{N}{\cancel{m}} 0{,}20^2\, m^{\cancel{2}} = 10 J$$

Cuando se suelta, la fuerza elástica realiza transforma la energía potencial acumulada en energía cinética, pero ahora la fuerza de rozamiento realizará trabajo (negativo) restando energía cinética que se convierte en calor. **Como existe una fuerza no conservativa que realiza trabajo ahora no se conserva la energía mecánica.**
Cuando pasa por el punto de equilibrio (x =0):

$W_{FR} = - F_R . x = - \mu\, m\, g\, x = - 0{,}50.\ 0{,}25\ kg\ .\ 10\ m/s^2.\ 0{,}20\ m = - 0{,}25\ J$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m\, v^2$$

$$E_{p2} = 0$$

La fuerza de rozamiento resta energía al cuerpo que transfiere al ambiente en forma de calor.

Aplicando la Ley de Conservación de la Energía:

E inicial
E_{p1}= 10 J

Calor = 0,25 J

E_{c2} = 9,75 J

Una vez conocida la energía cinética al final, calculamos la velocidad:

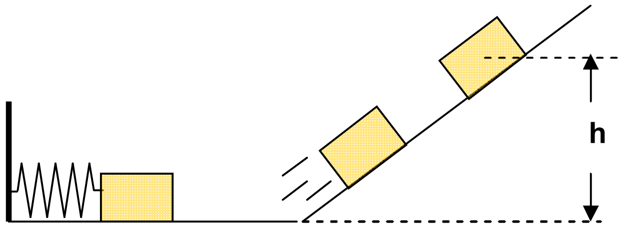
$$E_{c2} = \frac{1}{2} m\, v^2 \; ; \; v = \sqrt{\frac{2.E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2.\,9{,}75\ \cancel{kg}.m^2.s^{-2}}{0{,}25\ \cancel{kg}}} = 8{,}83\, \frac{m}{s}$$

Ejemplo 4

El muelle de la figura tiene una constante elástica de 100 N/m y está comprimido 20 cm.

Cuando se suelte, el cuerpo (m = 500 g) saldrá lanzado ascendiendo por el plano inclinado.

Calcular la altura máxima que alcanzará suponiendo rozamiento nulo.



Solución:

En el punto inicial el cuerpo tiene energía potencial (elástica) debida a la acción del muelle.

$$E_{p1} = \frac{1}{2}\,k\,x^2 = \frac{1}{2}\,100\,\frac{N}{\cancel{m}}\,0{,}20^2\,m^{\cancel{2}} = 2\,J$$

Cuando se suelta, la energía potencial se transformará en cinética, y a medida que ascienda por el plano inclinado y por acción de la fuerza de gravedad, irá perdiendo energía cinética que se irá transformando en potencial (gravitatoria). Cuando alcance el punto de máxima altura v = 0. Por tanto, toda la energía cinética se habrá transformado en potencial gravitatoria.

E. pot. elástica 2 J → **E. cinética 2 J** → **E. pot. gravitatoria 2 J**

Luego:

$$E_p = m.g.h\;;\; h = \frac{E_p}{m.\,g} = \frac{2\,\cancel{kg}\,m^{\cancel{2}}\,\cancel{s^{-2}}}{0{,}5\,\cancel{kg}\,10\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} = 0{,}4\,m$$

Una característica muy importante de las fuerzas conservativas radica en que el trabajo realizado por ellas no depende del camino recorrido entre los puntos inicial y final.

Veamos un ejemplo:

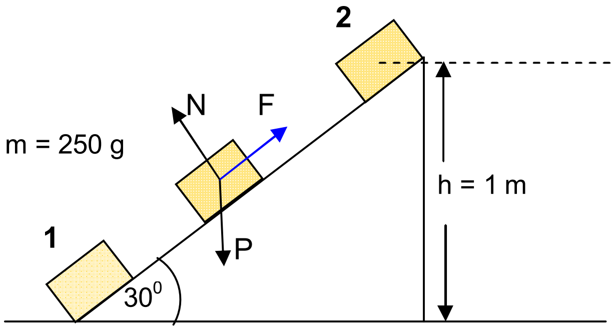
Para subir un cuerpo a una altura de 1 m podemos seguir dos caminos distintos:

Camino 1.

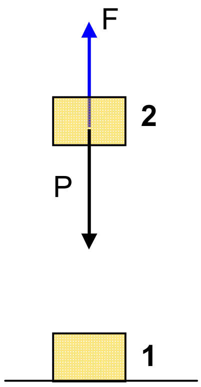
Utilizar un plano inclinado

Camino 2.

Subirlo en vertical



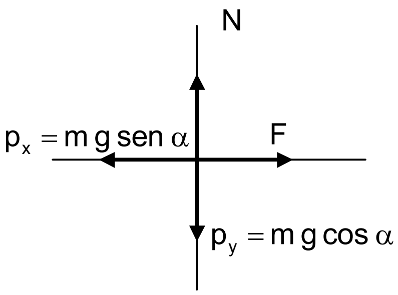
Camino 1



Camino 2

Camino 1

Una vez descompuesto el peso, el diagrama de fuerzas resultante será:



Las dos únicas fuerzas que realizan trabajo son F y la componente del peso paralela al plano (p_x). La normal y la componente del peso perpendicular no realizan trabajo, ya que forman un ángulo de 90^0 con la dirección del desplazamiento.

Si suponemos que en el punto1 el cuerpo está en reposo y en el punto 2 también se encuentra en reposo:

$$Ec_{(1)} = Ec_{(2)} = 0$$

Como la fuerza F realiza un trabajo positivo (transfiere energía al cuerpo), mientras que la componente del peso realiza un trabajo negativo (quita energía cinética al cuerpo), deberá de cumplirse:

$$W_F + W_{Px} = 0; \quad \mathbf{W_F = - W_{Px}}$$

Es decir, la energía aportada por F debe ser exactamente igual a la que le resta la componente del peso.

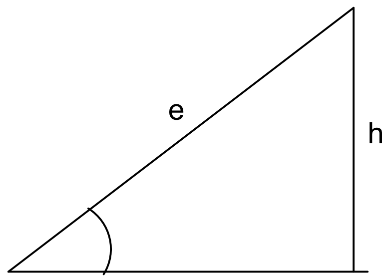
El trabajo realizado por px vale:

$$Wp_x = -p_x \, . e = -(m\, g\, \mathrm{sen}\alpha). \, e$$

Donde ***e*** es el espacio recorrido medido sobre el plano.

La altura **h** y el espacio recorrido **e** están relacionado según:

$$\mathrm{sen}\, \alpha = \frac{h}{e}; \quad e = \frac{h}{\mathrm{sen}\, \alpha}$$



Sustituyendo este valor en la expresión anterior, obtenemos:

$$Wp_x = -p_x \, . e = -(m\, g\, \mathrm{sen}\alpha). \, e = -(m\, g\, \cancel{\mathrm{sen}\alpha}). \frac{h}{\cancel{\mathrm{sen}\alpha}} = -m\, g\, h$$

El peso es un fuerza conservativa y, como tal, transforma la energía cinética en potencial. Luego en el punto situado a una altura h en el plano el cuerpo tendrá una energía potencial:

$$Ep_{(2)} = m\, g\, h$$

Camino 2

Si el cuerpo se eleva directamente, y en vertical, hasta la altura h (ver figura más arriba) podremos escribir siguiendo un razonamiento idéntico al caso anterior:

$$Ec_{(1)} = Ec_{(2)} = 0 \; ; \; W_F + W_P = 0; \quad \mathbf{W_F = - W_P}$$

En este caso el trabajo del peso será:

$$\mathbf{W_P} = - m\, g\, h$$

Y la energía potencial:

$$Ep_{(2)} = m\, g\, h$$

La energía potencial debida a la acción de una fuerza conservativa sólo depende del punto inicial y del final y no del camino seguido entre ambos puntos.