	<b>MOMENTO LINEAL</b>	<b>IES La Magdalena. Avilés. Asturias</b>
---	-----------------------	---

Fue el propio Newton quien introdujo el concepto de **momento lineal** (aunque él lo llamaba *cantidad de movimiento*) con el fin de disponer de una expresión que combinara las magnitudes características de una partícula material en movimiento: su **masa** (toda partícula material tiene masa) y su **velocidad** (magnitud que caracteriza el movimiento)

**Se define el momento lineal,  $\vec{p}$ , como:**  $\vec{p} = m \vec{v}$

Por tanto el momento lineal,  $\vec{p}$ , es una **magnitud vectorial**, ya que resulta de multiplicar un escalar (la masa) por un vector (la velocidad). Su dirección y sentido coinciden con los del vector velocidad.

Las dimensiones del momento lineal son:

$$[p] = [M] [L T^{-1}] = [M L T^{-1}]$$

Por tanto la unidad S. I será el  $kg \cdot m \cdot s^{-1}$

Si una partícula, cuya masa permanezca inalterada, se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme ( $v = cte$ ) su momento lineal no variará, pero si esta partícula modifica su velocidad (desde un valor  $v_1$  a otro  $v_2$ ), el momento lineal sufrirá una variación dada por:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p}_1 = m \vec{v}_1 \\ \vec{p}_2 = m \vec{v}_2 \end{array} \right\} \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1 ; \boxed{\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}}$$

A partir de esta expresión es muy fácil calcular la rapidez con que varía el momento lineal:

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \vec{a}$$

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \vec{a}$$

Si el segundo miembro de la ecuación obtenida es igual al producto de la masa por la aceleración, y considerando el Principio Fundamental de la Dinámica, **la rapidez con que varía el momento lineal deberá de ser igual a la fuerza resultante aplicada sobre la partícula:**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \vec{a} \\ \vec{F} = m \vec{a} \end{array} \right\} \boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}} \Rightarrow \boxed{\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t}$$

La expresión obtenida nos dice que **una misma variación del momento lineal** (de la velocidad, si suponemos constante la masa) se puede producir, **bien aplicando una fuerza grande durante un tiempo corto, o bien aplicando una fuerza menor durante un tiempo más largo.**

El producto de la fuerza por el intervalo de tiempo que actúa ( $\vec{F} \Delta t$ ) recibe el nombre de **impulso mecánico**.

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \Delta t}$$

La ecuación de más arriba puede, por tanto, leerse como: **la variación del momento lineal es igual al impulso mecánico.**

$$\boxed{\Delta \vec{p} = \vec{I}}$$

El impulso mecánico tiene la misma ecuación dimensional que el momento lineal y en el S.I de unidades se mide en N. s.

### Principio de conservación del momento lineal

El momento lineal de un sistema sobre el que no actúa fuerza externa alguna (o varias que se componen para dar una resultante nula), permanece constante.

Si partimos de la expresión  $\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t$  y consideramos que la fuerza externa resultante es nula, se tiene:

$$\text{Si } \vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0. \text{ Esto es: } \vec{p} = \text{constante}$$

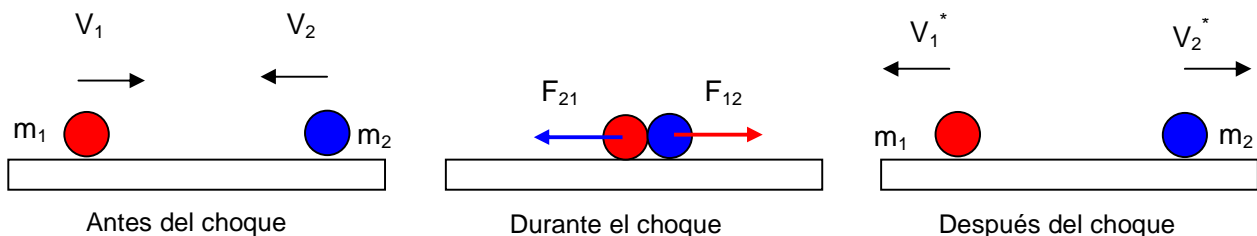
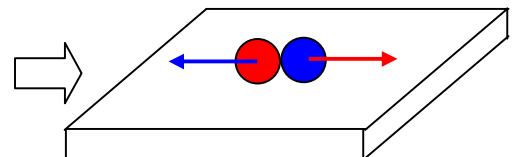
El Principio de conservación del momento lineal tiene múltiples aplicaciones. Una muy característica es su aplicación al estudio de las colisiones entre cuerpos.

Cuando dos cuerpos chocan, en el momento del choque, aparecen fuerzas de acción y reacción entre los objetos. **Si consideramos el sistema formado por ambos cuerpos** éstas serán fuerzas internas cumpliéndose, por tanto, la condición de que la fuerza externa actuante es nula.

Fuerzas que actúan sobre dos bolas en el momento de la colisión. La bola roja se movía hacia la derecha y la azul hacia la izquierda.

En el momento del choque la bola roja ejerce una fuerza hacia la derecha sobre la azul y la azul una igual y contraria (reacción) sobre la roja).

Si consideramos el sistema formado por ambos objetos estas fuerzas son internas (ejercidas entre elementos del sistema)



Las únicas fuerzas externas que actúan se anulan (peso y normal, que no se han pintado) y considerando que las fuerzas actuantes durante el choque son interiores, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \vec{p}_{\text{antes}} &= \vec{p}_{\text{después}} \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}_1^* + \vec{p}_2^* \\ m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 &= m_1 \vec{v}_1^* + m_2 \vec{v}_2^* \end{aligned}$$

Como se puede observar cuando dos objetos chocan y el momento lineal se mantiene constante la pérdida de momento experimentado por uno de ellos ha de ser ganado por el otro. De aquí que se diga que **se produce una transferencia de momento entre los cuerpos**.

Donde las magnitudes con asterisco indican valores después del choque.

Cuando el choque es como el que se muestra en la figura el choque se denomina **frontal** y como el movimiento antes y después tiene lugar según una única dirección, se puede prescindir de la notación vectorial y poner simplemente :

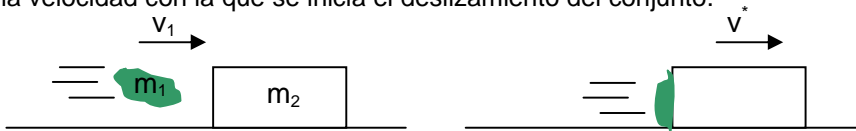
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

El sentido de movimiento (hacia la izquierda o hacia la derecha) se indica mediante el signo + ó -

Ya que tenemos una sola ecuación y dos incógnitas (velocidades después del choque) la solución será indeterminada, aunque en algunos casos particulares podremos llegar a una solución considerando únicamente esta ecuación.

### Ejemplo 1

Un trozo de plastilina de 250 g es lanzado con una velocidad de 10 m/s contra un bloque de madera de 500 g situado sobre una mesa horizontal. Tras el impacto la plastilina queda adherida al bloque. Calcular la velocidad con la que se inicia el deslizamiento del conjunto.



#### Solución

$$p_{\text{antes}} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad ; \quad (v_2 = 0)$$

$$p_{\text{desp}} = (m_1 + m_2) v^*$$

$$p_{\text{antes}} = p_{\text{desp}} ; m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v^*$$

$$v^* = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{0,250 \text{ kg } 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(0,250 + 0,500) \text{ kg}} = 3,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Ejemplo 2



Un patinador de 60 kg se encuentra situado sobre un monopatín de 3 kg en reposo. En determinado momento el patinador se impulsa hacia la derecha con una velocidad de 1 m/s. ¿Qué ocurrirá con el monopatín?

#### Solución

$$p_{\text{antes}} = 0$$

$$p_{\text{desp}} = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

$$p_{\text{antes}} = p_{\text{desp}} ; 0 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

$$v_2^* = -\frac{m_1 v_1^*}{m_2} = -\frac{60 \text{ kg } 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ kg}} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como se puede observar el patín sale hacia la izquierda (en sentido contrario al del patinador) ya que se ha considerado positivo hacia la derecha.

### Ejemplo 3

A un cuerpo de 3 kg, inicialmente en reposo, se le aplica una fuerza de 5 N durante 3 s ¿Cuál será su velocidad al cabo de este tiempo?

#### Solución:

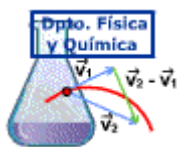
Este ejercicio se puede solucionar aplicando usando la Segunda Ley de la Dinámica para calcular la aceleración y a continuación las ecuaciones cinemáticas del movimiento. Sin embargo, se puede solucionar muy rápidamente haciendo uso de la expresión que relaciona el impulso mecánico con la variación del momento lineal.

$$\Delta p = F \Delta t$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m v_2 - 0 = m v_2$$

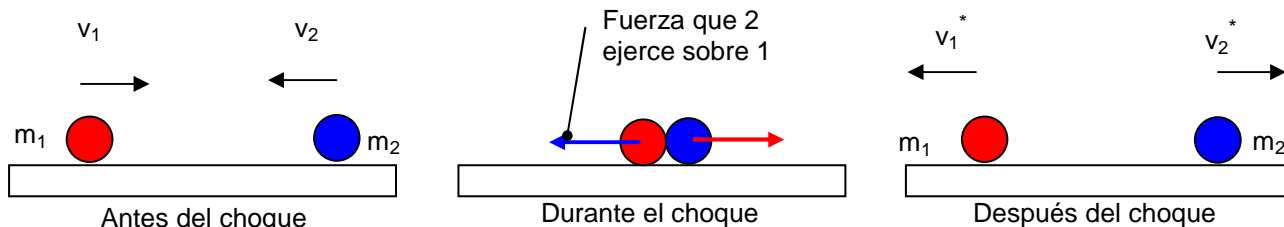
$$m v_2 = F t$$

$$v_2 = \frac{F t}{m} = \frac{5 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 3 \text{ s}}{3 \text{ kg}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



**Colisión (choque) frontal**

En una colisión frontal (ver figura) se conserva el momento lineal del sistema formado por ambos cuerpos ya que durante el choque sólo actúan fuerzas internas entre los objetos que chocan <sup>(1)</sup>



En consecuencia, usaremos como valor de la velocidad con que chocan los objetos el valor que esta magnitud tenga para ambos un instante anterior al choque, y obtendremos su velocidad en el instante siguiente a él. Si efectivamente actúa una fuerza, esta velocidad será modificada a medida que transcurra el tiempo.

Podemos escribir, por tanto:

$$\begin{aligned}\vec{p}_{\text{antes}} &= \vec{p}_{\text{después}} \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}_1^* + \vec{p}_2^* \\ m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 &= m_1 \vec{v}_1^* + m_2 \vec{v}_2^*\end{aligned}$$

y ya que el movimiento va a tener lugar en una dirección paralela al plano podemos prescindir de la notación vectorial y escribir simplemente:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^* \quad (1)$$

Al tener una sola ecuación y dos incógnitas (las velocidades después del choque, señaladas con asterisco) la solución es indeterminada. Necesitamos una segunda ecuación.

Una manera bastante sencilla de obtener esta segunda ecuación es a partir de la definición del llamado **"coeficiente de restitución", e**. Este coeficiente fue ya propuesto por Newton, sirve sólo para choques frontales y tiene validez solamente aproximada. Se define de la forma siguiente:

$$e = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2} \quad (2)$$

El valor de **e** oscila entre:

**0: Choque inelástico.**  
**1: Choque elástico.**

Considerando entonces la ecuación (1) que expresa la conservación del momento lineal y la (2) que nos da el coeficiente de restitución se puede obtener el valor de las velocidades después del choque:

$$\begin{aligned}m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1^* + m_2 v_2^* \\ e &= \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}\end{aligned}$$

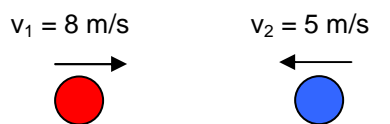
<sup>(1)</sup> Podría objetarse que puede no cumplirse la condición impuesta para que el momento lineal se mantenga invariable. Esto es, que la resultante de las fuerzas exteriores actuantes sea nula ( $F_{\text{ext}} = 0$ ), ya que en una experiencia real actuará sobre los objetos la fuerza de rozamiento (fuerza exterior al sistema). Pues bien, aún en este caso podremos suponer que el momento lineal se conserva si consideramos únicamente un intervalo de tiempo muy pequeño que comprenda un instante anterior al choque, el mismo choque y un instante después de éste. Si este intervalo de tiempo es lo suficientemente pequeño podemos considerar que la variación producida en el momento lineal por la acción de las fuerzas exteriores debe ser muy pequeña y, por tanto, podemos ignorarla.

**Ejemplo 1**

Dos bolas de idéntica masa se mueven en sentidos opuestos, una de ellas con una velocidad de 5m/s y otra con 8 m/s. Calcular las velocidades después del choque si éste se supone que es totalmente elástico ( $e = 1$ )

**Solución:**

Como la masa es la misma para ambas bolas podemos plantear:



$$m v_1 + m v_2 = m v_1^* + m v_2^*$$

... y como el coeficiente de restitución vale 1:

$$1 = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Sustituyendo valores (se considera positivo hacia la derecha)

$$8 - 5 = v_1^* + v_2^*$$

$$1 = \frac{v_2^* - v_1^*}{8 - (-5)}$$

Operando llegamos al sistema:

$$v_1^* + v_2^* = 3$$

$$v_2^* - v_1^* = 13$$

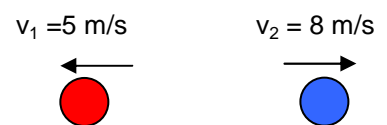
Solucionando el sistema planteado se obtienen los valores de las velocidades tras la colisión:

$$v_1^* = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2^* = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo menos de  $v_1$  indica que tras la colisión la bola **se mueve hacia la izquierda**, mientras que la otra bola se mueve con una velocidad de 8 m/s **hacia la derecha**.

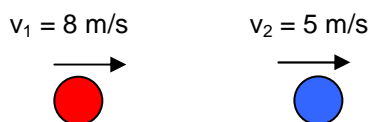
**Si los cuerpos que chocan tienen idéntica masa y el choque es totalmente elástico las velocidades se intercambian.**

**Ejemplo 2**

Dos bolas de idéntica masa se mueven en el mismo sentido, una de ellas con una velocidad de 5m/s y otra con 8 m/s. Calcular las velocidades después del choque si el coeficiente de restitución vale  $e = 0,60$ .

**Solución:**

Como la masa es la misma para ambas bolas podemos plantear:



$$m v_1 + m v_2 = m v_1^* + m v_2^*$$

... y como el coeficiente de restitución vale 0,60:

$$0,60 = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Sustituyendo valores (se considera positivo hacia la derecha)

$$8 + 5 = v_1^* + v_2^*$$

$$0,60 = \frac{v_2^* - v_1^*}{8 - 5}$$

Operando llegamos al sistema:

$$v_1^* + v_2^* = 13$$

$$v_2^* - v_1^* = 1,80$$

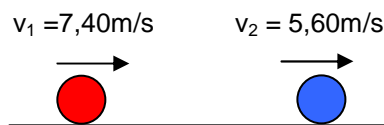
Solucionando el sistema planteado se obtienen los valores de las velocidades tras la colisión:

$$v_1^* = 5,60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2^* = 7,40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ambas bolas se mueven hacia la derecha. La que iba a más rápido, pierde velocidad y la que iba más lenta la gana.

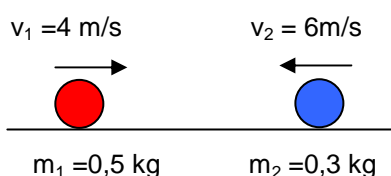
Este tipo de choque recibe el nombre de "choque por alcance" y es muy corriente entre vehículos que circulan por una autopista.



### Ejemplo 3

Una bola de 500 g se mueve con una velocidad de 4 m/s hacia la derecha. Otra bola de 300 g se mueve con velocidad de 6 m/s hacia la izquierda. Calcular las velocidades después del choque si el coeficiente de restitución vale  $e = 0,40$ .

Solución:



Como las masas para ambas bolas son distintas:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

... y como el coeficiente de restitución vale 0,60:

$$0,40 = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Sustituyendo valores (se considera positivo hacia la derecha)

$$0,5 \times 4 + 0,3 \times (-6) = 0,5 v_1^* + 0,3 v_2^*$$

$$0,40 = \frac{v_2^* - v_1^*}{4 - (-6)} ; 4 = v_2^* - v_1^*$$

Operando llegamos al sistema:

$$0,5 v_1^* + 0,3 v_2^* = 0,20$$

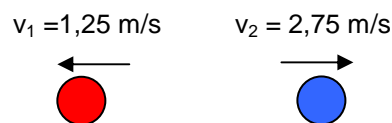
$$v_2^* - v_1^* = 4$$

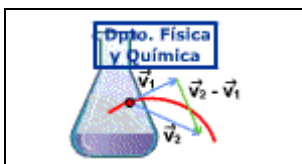
Solucionando el sistema planteado se obtienen los valores de las velocidades tras la colisión:

$$v_1^* = -1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2^* = 2,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo menos de  $v_1$  indica que tras la colisión la bola **se mueve hacia la izquierda**, mientras que la otra bola se mueve con una velocidad de 2,75 m/s **hacia la derecha**.



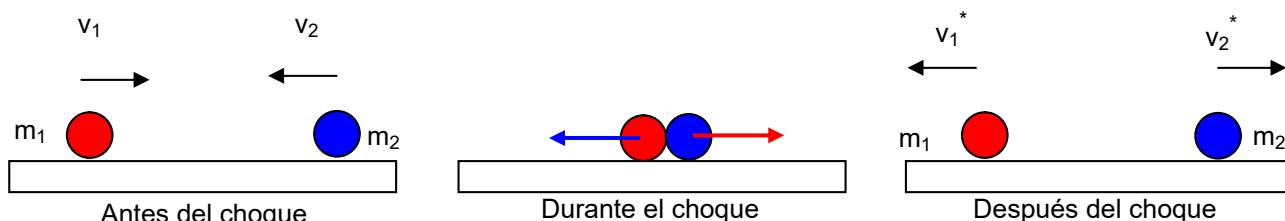


## Colisiones II (Ampliación)

IES La Magdalena.  
Avilés. Asturias

### Colisión (choque) frontal

En una colisión frontal (ver figura) se conserva el momento lineal del sistema formado por ambos cuerpos ya que durante el choque sólo actúan fuerzas internas entre los objetos que chocan.



Podría objetarse que puede no cumplirse la condición impuesta para que el momento lineal se mantenga invariable. Esto es que la resultante de las fuerzas exteriores actuantes sea nula ( $F_{ext} = 0$ ) ya que en una experiencia real actuará sobre los objetos la fuerza de rozamiento (fuerza exterior al sistema).

Pues bien, aún en este caso podremos suponer que el momento lineal se conserva si consideramos únicamente un intervalo de tiempo muy pequeño que comprenda un instante anterior al choque, el mismo choque y un instante después de éste. Si este intervalo de tiempo es lo suficientemente pequeño podemos considerar que la variación producida en el momento lineal por la acción de las fuerzas exteriores debe ser muy pequeña y, en consecuencia podemos ignorarla. En consecuencia, usaremos como valor de la velocidad con que chocan los objetos el valor que esta magnitud tenga para ambos un instante anterior al choque y obtendremos con los cálculos su velocidad en el instante siguiente a él. Si efectivamente actúa una fuerza esta velocidad será modificada a medida que transcurra el tiempo.

Podemos escribir, por tanto:

$$\begin{aligned}\vec{p}_{\text{antes}} &= \vec{p}_{\text{después}} \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}_1^* + \vec{p}_2^* \\ m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 &= m_1 \vec{v}_1^* + m_2 \vec{v}_2^*\end{aligned}$$

y ya que el movimiento va a tener lugar en una dirección paralela al plano podemos prescindir de la notación vectorial y escribir simplemente:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^* \quad (1)$$

Al tener una sola ecuación y dos incógnitas (las velocidades después del choque, señaladas con asterisco) la solución es indeterminada. Necesitamos una segunda ecuación.

Una manera bastante sencilla de obtener esta segunda ecuación es a partir de la definición del llamado **“coeficiente de restitución”, e**. Este coeficiente fue ya propuesto por Newton, sirve sólo para choques frontales y tiene validez solamente aproximada. Se define de la forma siguiente:

$$e = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2} \quad (2)$$

El valor de **e** oscila entre:

- 0: Choque inelástico.**
- 1: Choque elástico.**

Considerando entonces la ecuación (1) que expresa la conservación del momento lineal y la (2) que nos da el coeficiente de restitución se puede obtener el valor de las velocidades después del choque:

$$\begin{aligned}m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1^* + m_2 v_2^* \\ e &= \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}\end{aligned}$$

Operando se llega a las siguientes expresiones:

$$v_1^* = \frac{m_2 v_2 (e + 1) + v_1 (m_1 - m_2 e)}{m_1 + m_2} \quad v_2^* = \frac{m_1 v_1 (e + 1) + v_2 (m_2 - m_1 e)}{m_1 + m_2}$$

Apliquemos estas expresiones para resolver algunos casos.

### Caso 1. Cuerpos con la misma masa

En el caso de que los cuerpos que chocan tengan la misma masa:  $m_1 = m_2 = m$ , podremos tener varios tipos de choque:

#### ► Choque inelástico ( $e = 0$ )

Sustituyendo los valores de las masas y de  $e$  en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{m v_2 (0 + 1) + v_1 (m - m \cdot 0)}{m + m} = \frac{\cancel{m} (v_2 + v_1)}{2 \cancel{m}} = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$$

Si repetimos el procedimiento con la velocidad del cuerpo 2 después del choque obtenemos exactamente la misma expresión. Luego:

Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con la misma masa y el choque es (totalmente) inelástico ( $e = 0$ ), ambos cuerpos se desplazan tras el choque con la misma velocidad (permanecen unidos). La velocidad después del choque viene dada por la expresión:

$$v_1^* = v_2^* = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$$

En el caso particular de que ambas velocidades sean iguales, pero de distinto sentido ( $v_1 = -v_2$ ) la velocidad final de ambos cuerpos será nula.

#### ► Choque elástico ( $e=1$ )

Sustituyendo los valores de las masas y de  $e$  en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{m v_2 (1 + 1) + v_1 (m - m)}{m + m} = \frac{\cancel{2m} v_2}{2 \cancel{m}} = v_2$$

$$v_2^* = \frac{m v_1 (1 + 1) + v_2 (m - m)}{m + m} = \frac{\cancel{2m} v_1}{2 \cancel{m}} = v_1$$

**Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con la misma masa y el choque es (totalmente) elástico ( $e = 1$ ), ambos cuerpos intercambian los valores de sus velocidades.**

$$v_1^* = v_2$$

$$v_2^* = v_1$$

#### ► Choque intermedio ( $0 < e < 1$ )

Si el coeficiente de restitución tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Es decir, **el choque no es totalmente elástico o inelástico, el valor de las velocidades después del choque varían entre el valor para el caso inelástico y el valor cuando es elástico.** Supongamos que el cuerpo 1 tiene una velocidad (antes del choque) superior a la del cuerpo 2:



- La velocidad de 1 disminuirá, a medida que aumente el valor del coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{(v_2 + v_1)}{2}$  correspondiente a  $e = 0$  hasta el valor  $v_2$  correspondiente al valor  $e = 1$ .
- La velocidad de 2, en cambio aumentará, a medida que los haga el coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{(v_2 + v_1)}{2}$  hasta el valor  $v_1$  correspondiente al valor  $e = 1$ .

Como ejemplo se muestra la siguiente tabla de valores. La hoja de cálculo con la que se ha obtenido puede verse en:

<http://www.fisquiweb.es/Colisiones/HojaColisiones.xls>

Valores iniciales				Comprobación		
m <sub>1</sub> (kg)	1,00	v <sub>1</sub> (m/s)	10,00			
m <sub>2</sub> (kg)	1,00	v <sub>2</sub> (m/s)	6,00			
Inelástico	e	v <sub>1</sub> <sup>*</sup> (m/s)	v <sub>2</sub> <sup>*</sup> (m/s)		Pantes (kg.m.s-1)	Pdesp (kg.m.s-1)
	0,00	8,00	8,00		16,00	16,00
	0,10	7,80	8,20		16,00	16,00
	0,20	7,60	8,40		16,00	16,00
	0,30	7,40	8,60		16,00	16,00
	0,40	7,20	8,80		16,00	16,00
	0,50	7,00	9,00		16,00	16,00
	0,60	6,80	9,20		16,00	16,00
	0,70	6,60	9,40		16,00	16,00
	0,80	6,40	9,60		16,00	16,00
Elástico	0,90	6,20	9,80		16,00	16,00
	1,00	6,00	10,00		16,00	16,00

### Caso 2. Cuerpos con distinta masa.

Consideremos ahora el caso, más general, en el cual ambos cuerpos tienen masas diferentes. Siempre podemos establecer una relación entre las masas de ambos tal como:

$$m_2 = k m_1, \text{ donde } k \text{ es una constante que se puede obtener haciendo : } k = \frac{m_2}{m_1}$$

#### ► Choque inelástico ( $e = 0$ )

Sustituyendo los valores de las masas y de  $e$  en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = v_2^* = \frac{k v_2 + v_1}{1 + k}$$

**Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con distinta masa y el choque es (totalmente) inelástico ( $e = 0$ ), ambos cuerpos se desplazan tras el choque con la misma velocidad (permanecen unidos). La velocidad después del choque viene dada por la expresión:**

$$v_1^* = v_2^* = \frac{k v_2 + v_1}{1 + k}$$

► **Choque elástico (e=1)**

Sustituyendo los valores de las masas y de **e** en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k} \quad v_2^* = \frac{v_2(k-1) + 2v_1}{1+k}$$

**Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con distinta masa y el choque es (totalmente) elástico (e = 1), ambos cuerpos se mueven tras el choque con unas velocidades dadas por:**

$$v_1^* = \frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k} \quad v_2^* = \frac{v_2(k-1) + 2v_1}{1+k}$$

► **Choque intermedio (0 < e < 1)**

**Si el coeficiente de restitución tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Es decir el choque no es totalmente elástico o inelástico, el valor de las velocidades después del choque varían entre el valor para el caso inelástico y el valor cuando es elástico.** Supongamos que el cuerpo 1 tiene una velocidad (antes del choque) superior a la del cuerpo 2:

- La velocidad de 1 disminuirá, a medida que aumente el valor del coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{k v_2 + v_1}{1+k}$  correspondiente a e = 0, hasta el valor  $\frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k}$  para e = 1.
- La velocidad de 2, en cambio aumentará, a medida que los haga el coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{k v_2 + v_1}{1+k}$  hasta el valor  $\frac{v_2(k-1) + 2v_1}{1+k}$  (e = 1)

Como ejemplo se muestra la siguiente tabla de valores. La hoja de cálculo con la que se ha obtenido puede verse en:

<http://www.fisquiweb.es/Colisiones/HojaColisiones.xls>

Valores iniciales				Comprobación	
m <sub>1</sub> (kg)	1,00	v <sub>1</sub> (m/s)	10,00		
m <sub>2</sub> (kg)	4,00	v <sub>2</sub> (m/s)	6,00		
e	v <sub>1</sub> <sup>*</sup> (m/s)	v <sub>2</sub> <sup>*</sup> (m/s)		Pantes (kg.m.s-1)	Pdesp (kg.m.s-1)
0,00	6,80	6,80		34,00	34,00
0,10	6,48	6,88		34,00	34,00
0,20	6,16	6,96		34,00	34,00
0,30	5,84	7,04		34,00	34,00
0,40	5,52	7,12		34,00	34,00
0,50	5,20	7,20		34,00	34,00
0,60	4,88	7,28		34,00	34,00
0,70	4,56	7,36		34,00	34,00
0,80	4,24	7,44		34,00	34,00
0,90	3,92	7,52		34,00	34,00
1,00	3,60	7,60		34,00	34,00