

1. Докажите тождество:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

или

При каких значениях x предикат превращается в истинное высказывание:

$$(x > 5) \rightarrow ((x < 3) \rightarrow (x^2 < 4))$$

2. Докажите, что:

$$\text{если } A \cup B = C, \text{ то } C \cap A = A$$

или

Вычислите:

$$1 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n$$

3. Решите неравенство:

$$\frac{10^x - 25 \cdot 2^x - 2 \cdot 5^x + 50}{5x - x^2 - 4} \geq 0$$

или

$$x^2 \log_{243}(4 - x) \leq \log_3(x^2 - 8x + 16)$$

4. Постройте график функции:

$$y = -|\log_{0,5}(-x)|$$

или

$$y = \frac{|10^x - 5^x|}{2^x - 1}$$

5. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 48 250 рублей больше суммы, взятой кредита?

6. Задача разная в зависимости от того, на какую оценку претендует студент.

(а) Решите неравенство (для не претендующих на 5):

$$\log_{x+2} x \geq 0$$

или

6. (б) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$ (для претендующих на 5):

$$\ln(6a - x) \cdot \ln(2a + 2x - 2) = \ln(6a - x) \cdot \ln(x - a)$$