

程序设计实习

算法基础

郭炜





微博: http://weibo.com/guoweiofpku

学会程序和算法,走遍天下都不怕!

讲义内照片均为郭炜拍摄

信息科学技术学院



配套教材:

高等教育出版社

《算法基础与在线实践》

刘家瑛 郭炜 李文新 编著

本讲义中所有例题,根据题目名称在 http://openjudge.cn "百练"组进行搜索即可提交





枚举

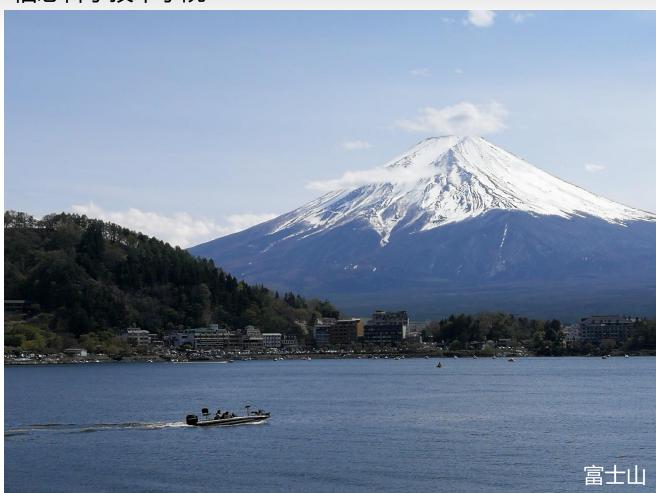
枚举

- 基于逐个尝试答案的一种问题求解策略
- 例如: 求小于N的最大素数
 - 找不到一个数学公式, 使得根据N就可以计算出这个素数
 - N-1是素数吗? N-2是素数吗?
 - →判断N-i是否是素数的问题
 - →转化为求小于N的全部素数(可以用筛法)



信息科学技术学院

例题: 完美立方



例题1:完美立方

- 形如 a^3 = b^3 + c^3 + d^3 的等式被称为完美立方等式。例如 12^3 = 6^3 + 8^3 + 10^3 。编写一个程序,对任给的正整数N (N≤100),寻找所有的四元组(a, b, c, d),使得 a^3 = b^3 + c^3 + d^3 , 其中a,b,c,d 大于 1, 小于等于N,且b<=c<=d。
- 輸入
 - 一个正整数N (N≤100)。
- 输出

每行输出一个完美立方。输出格式为: Cube = a, Triple = (b,c,d) 其中a,b,c,d所在位置分别用实际求出四元组值代入。

请按照a的值,从小到大依次输出。当两个完美立方等式中a的值相同,则b值小的优先输出、仍相同则c值小的优先输出、再相同则d值小的先输出。

● 样例输入

24

● 样例输出

Cube =
$$6$$
, Triple = $(3,4,5)$

Cube =
$$12$$
, Triple = $(6.8,10)$

Cube =
$$18$$
, Triple = $(2,12,16)$

Cube =
$$18$$
, Triple = $(9,12,15)$

Cube =
$$19$$
, Triple = $(3,10,18)$

Cube =
$$20$$
, Triple = $(7,14,17)$

Cube =
$$24$$
, Triple = $(12,16,20)$

● 解题思路

四重循环枚举a,b,c,d, a在最外层,d在最里层,每一层都是从小到大枚举, a枚举范围[2,N]

● 解题思路

四重循环枚举a,b,c,d, a在最外层,d在最里层,每一层都是从小到大枚举,a枚举范围[2,N]b范围[2,a-1]

● 解题思路

四重循环枚举a,b,c,d,a在最外层,d在最里层,每一层 都是从小到大枚举, a枚举范围[2,N] b范围 [2,a-1] c范围 [b,a-1] d范围 [c,a-1]

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
  int N;
  scanf("%d",&N);
    for(int a = 2; a \le N; ++a)
      for (int b = 2; b < a; ++b)
        for (int c = b; c < a; ++c)
          for (int d = c; d < a; ++d)
           if(a*a*a == b*b*b + c*c*c + d*d*d)
             d);
  return 0;
```



信息科学技术学院

例题: 生理周期



例题2: 生理周期

● 人有体力、情商、智商的高峰日子,它们分别每隔 23天、28天和33天出现一次。对于每个人,我们想 知道何时三个高峰落在同一天。给定三个高峰出现 的日子p,e和i(不一定是第一次高峰出现的日子), 再给定另一个指定的日子d,你的任务是输出日子d 之后,下一次三个高峰落在同一天的日子(用距离d 的天数表示)。例如:给定日子为10,下次出现三 个高峰同一天的日子是12,则输出2。

输入

输入四个整数: p, e, i和d。 p, e, i分别表示体力、情感和智力高峰出现的日子。d是给定的日子,可能小于p, e或 i。所有给定日子是非负的并且小于或等于365,所求的日子小于或等于21252。

● 输出

从给定日子起,下一次三个高峰同一天的日子(距离给定日子的天数)。

15

- 输入样例
- 0000
- 0 0 0 100
- 5 20 34 325
- 4567
- 283 102 23 320
- 203 301 203 40
- -1 -1 -1 -1

● 输出样例

Case 1: the next triple peak occurs in 21252 days.

Case 2: the next triple peak occurs in 21152 days.

Case 3: the next triple peak occurs in 19575 days.

Case 4: the next triple peak occurs in 16994 days.

Case 5: the next triple peak occurs in 8910 days.

Case 6: the next triple peak occurs in 10789 days.

● 解题思路

• 从d+1天开始,一直试到第21252 天,对其中每个日期k,看是否满足

$$(k - p) %23 == 0 && (k - e) %28 == 0 && (k-i) %33 == 0$$

• 如何试得更快?

● 解题思路

• 从d+1天开始,一直试到第21252 天,对其中每个日期k,看 是否满足

$$(k - p) %23 == 0 && (k - e) %28 == 0 && (k-i) %33 == 0$$

• 如何试得更快? 跳着试!

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
using namespace std;
#define N 21252
int main(){
   int p,e,i,d,caseNo = 0;
   while( cin >> p >> e >>i >>d && p!= -1) {
        ++ caseNo;
        int k;
        for (k = d+1; (k-p) %23; ++k);
        for(; (k-e) %28; k+= 23);
        for(; (k-i)%33; k+= 23*28);
        cout << "Case " << caseNo <<</pre>
        ": the next triple peak occurs in " << k-d << " days." << endl;
   return 0;
```



信息科学技术学院

例题: 称硬币



例题3: <u>POJ1013</u> 称硬币

有12枚硬币。其中有11枚真币和1枚假币。假币和真币重量不同,但不知道假币比真币轻还是重。现在,用一架天平称了这些币三次,告诉你称的结果,请你找出假币并且确定假币是轻是重(数据保证一定能找出来)。

例题: POJ1013 称硬币

● 输入

第一行是测试数据组数。

每组数据有三行,每行表示一次称量的结果。银币标号为A-L。每次称量的结果用三个以空格隔开的字符串表示:天平左边放置的硬币 天平右边放置的硬币 平衡状态。其中平衡状态用``up'',``down'',或``even''表示,分别为右端高、右端低和平衡。天平左右的硬币数总是相等的。

● 输出

输出哪一个标号的银币是假币,并说明它比真币轻还是重。

例题: POJ1013 称硬币

• 输入样例

1

ABCD EFGH even

ABCI EFJK up

ABIJ EFGH even

• 输出样例

K is the counterfeit coin and it is light.

例题: <u>POJ1013</u> 称硬币

●解题思路

对于每一枚硬币先假设它是轻的,看这样是否符合称量结果。如果符合,问题即解决。如果不符合,就假设它是重的,看是否符合称量结果。把所有硬币都试一遍,一定能找到特殊硬币

```
#include <iostream>
#include <cstring>
using namespace std;
char Left[3][7]; //天平左边硬币
char Right[3][7]; //天平右边硬币
char result[3][7]; //结果
bool IsFake(char c,bool light);
//light 为真表示假设假币为轻,否则表示假设假币为重
```

```
int main() {
   int t;
  cin >> t;
  while(t--) {
     for(int i = 0;i < 3; ++i) cin >> Left[i] >> Right[i] >> result[i];
     for(char c='A'; c<='L';c++) {
       if( IsFake(c, true) ) {
            cout << c << " is the counterfeit coin and it is light. \n";
            break;
      else if( IsFake(c,false) ){
           cout << c << " is the counterfeit coin and it is heavy. \n";
           break;
   return 0; }
```

```
bool IsFake(char c,bool light)
//light 为真表示假设假币为轻,否则表示假设假币为重
  for (int i = 0; i < 3; ++i) {
       char * pLeft,*pRight; //指向天平两边的字符串
       if(light) {
              pLeft = Left[i];
              pRight = Right[i];
       else {
              pLeft = Right[i];
              pRight = Left[i];
```

```
switch(result[i][0]) {
            case 'u':
                    if ( strchr(pRight,c) == NULL)
                            return false;
                    break;
            case 'e':
                    if( strchr(pLeft,c) || strchr(pRight,c))
                            return false;
                    break;
            case 'd':
                    if ( strchr(pLeft,c) == NULL)
                            return false;
                    break;
return true;
```



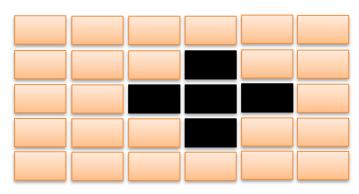
信息科学技术学院

例题: 熄灯问题

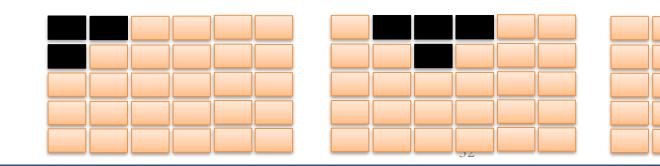


例题4: 熄灯问题 POJ1222

- 有一个由按钮组成的矩阵, 其中每行有6个按钮, 共5行
- 每个按钮的位置上有一盏灯
- 当按下一个按钮后,该按钮以及周围位置(上边,下边,左边,右边)的灯都会改变状态



- 如果灯原来是点亮的, 就会被熄灭
- 如果灯原来是熄灭的, 则会被点亮
 - 在矩阵角上的按钮改变3盏灯的状态
 - 在矩阵边上的按钮改变4盏灯的状态
 - 其他的按钮改变5盏灯的状态



● 与一盏灯毗邻的多个按钮被按下时,一个操作会抵消另一次操作的结果

给定矩阵中每盏灯的初始状态,求一种按按钮方案,使得所有的灯都熄灭

● 输入:

- 第一行是一个正整数N, 表示需要解决的案例数
- 每个案例由5行组成, 每一行包括6个数字
- 这些数字以空格隔开, 可以是0或1
- 0 表示灯的初始状态是熄灭的
- 1 表示灯的初始状态是点亮的

- 输出:
 - 对每个案例, 首先输出一行, 输出字符串 "PUZZLE #m", 其中m是该案例的序号
 - 接着按照该案例的输入格式输出5行
 - 1 表示需要把对应的按钮按下
 - 0 表示不需要按对应的按钮
 - 每个数字以一个空格隔开

• 样例输入

● 样例输出

PUZZLE #1

1 1 0 1 0 1

01000

PUZZLE #2

第2次按下同一个按钮时,将抵消第1次按下时所产生的结果

- 第2次按下同一个按钮时,将抵消第1次按下时所产生的结果
- →每个按钮最多只需要按下一次

- 第2次按下同一个按钮时,
 将抵消第1次按下时所产生的结果
- →每个按钮最多只需要按下一次
- 各个按钮被按下的顺序对最终的结果没有影响

- 第2次按下同一个按钮时,
 将抵消第1次按下时所产生的结果
- →每个按钮最多只需要按下一次
- 各个按钮被按下的顺序对最终的结果没有影响
- 对第1行中每盏点亮的灯,按下第2行对应的按钮,就可以 熄灭第1行的全部灯
- 如此重复下去,可以熄灭第1,2,3,4行的全部灯

- 第一想法: 枚举所有可能的按钮(开关)状态, 对每个状态计算一下最后灯的情况, 看是否都熄灭
 - 每个按钮有两种状态(按下或不按下)
 - 一共有30个开关, 那么状态数是230, 太多, 会超时

- 第一想法: 枚举所有可能的按钮(开关)状态, 对每个状态计算一下最后灯的情况, 看是否都熄灭
 - 每个按钮有两种状态(按下或不按下)
 - 一共有30个开关, 那么状态数是230, 太多, 会超时
- 如何减少枚举的状态数目呢?

基本思路: 如果存在某个局部, 一旦这个局部的状态被确定, 那么剩余其他部分的状态只能是确定的一种, 或者不多的n 种, 那么就只需枚举这个局部的状态即可

- 本题是否存在这样的 "局部" 呢?
- 经过观察, 发现第1行就是这样的一个 "局部"
 - 因为第1行的各开关状态确定的情况下,这些开关作用过后,将导致第1行某些灯是亮的,某些灯是灭的
 - →要熄灭第1行某个亮着的灯(假设位于第i列), 那么唯一的办法就是按下第2行第i列的开关 (因为第1行的开关已经用过了, 而第3行及其后的开关不会影响到第1行)
 - 为了使第1行的灯全部熄灭, 第2行的合理开关状态就是唯一的

- 第2行的开关起作用后,
- → 为了熄灭第2行的灯, 第3行的合理开关状态就也是唯一的
- → 以此类推, 最后一行的开关状态也是唯一的
- 只要第1行的状态定下来,记作A,那么剩余行的情况就是确定唯一的了

- → 推算出最后一行的开关状态, 然后看看最后一行的开关起作用后, 最后一行的所有灯是否都熄灭:
 - 如果是, 那么A就是一个解的状态
 - · 如果不是, 那么A不是解的状态, 第1行换个状态重新试试
- 只需枚举第1行的状态, 状态数是26 = 64

有没有状态数更少的做法?

• 枚举第一列, 状态数是25 = 32

```
#include <memory>
#include <string>
#include <cstring>
#include <iostream>
using namespace std;
int GetBit(char c,int i) {
  //取c的第i位
  return (c >> i) & 1;
void SetBit(char & c,int i, int v) {
  //设置c的第i位为v
  if( v )
       c \mid = (1 << i);
  else
       c &= ~( 1 << i);
void Flip(char & c, int i) {
  //将c的第i位为取反
       c ^= (1 << i);
```

```
void OutputResult(int t, char result[]) //输出结果
   cout << "PUZZLE #" << t << endl;</pre>
   for( int i = 0; i < 5; ++i ) {
        for( int j = 0; j < 6; ++j ) {
                cout << GetBit(result[i],j);</pre>
                if(j < 5)
                        cout << " ";
        cout << endl;</pre>
```

```
int main() {
  char oriLights[5]; //最初灯矩阵,一个比特表示一盏灯
  char lights[5]; //不停变化的灯矩阵
  char result[5]; //结果开关矩阵
  char switchs; //某一行的开关状态
  int T;
  cin >> T;
  for( int t = 1; t \le T; ++ t) {
      memset(oriLights, 0, sizeof(oriLights));
      for( int i = 0;i < 5; i ++ ) { //读入最初灯状态
             for( int j = 0; j < 6; j ++) {
                    int s;
                    cin >> s;
                    SetBit(oriLights[i],j,s);
```

```
for(int n = 0; n < 64; ++n) { //遍历首行开关的64种状态
      memcpy(lights,oriLights,sizeof(oriLights));
       switchs = n; //第i行的开关状态
       for ( int i = 0; i < 5; ++i ) {
              result[i] = switchs; //第i行的开关方案
             for( int j = 0; j < 6; ++j ) {
                     if( GetBit(switchs,j)) {
                            if(j > 0)
                               Flip(lights[i],j-1);//改左灯
                           Flip(lights[i], j);//改开关位置的灯
                            if(j < 5)
                               Flip(lights[i],j+1);//改右灯
              if(i < 4)
                     lights[i+1] ^= switchs;//改下一行的灯
             switchs = lights[i]; //第i+1行开关方案和第i行灯情况同
```

使用bitset的解法

```
#include <string>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <bitset>
#include <algorithm>
using namespace std;
void OutputResult(int t,bitset<6> result[]) //输出结果
   cout << "PUZZLE #" << t << endl;</pre>
   for ( int i = 0; i < 5; ++i ) {
        for ( int j = 0; j < 6; ++j ) {
                cout << result[i][j];</pre>
                if(i < 5)
                        cout << " ";
        cout << endl;</pre>
```

```
int main() {
  bitset<6> oriLights[8]; //最初灯矩阵,一个比特表示一盏灯
  bitset<6> lights[8]; //不停变化的灯矩阵
  bitset<6> result[8]; //结果开关矩阵
  bitset<6> switchs; //某一行的开关状态
  int T;
  cin >> T;
  for( int t = 1; t <= T; ++ t) {
      for( int i = 0;i < 5; i ++ ) { //读入最初灯状态
             for ( int j = 0; j < 6; j ++ ) {
                    int s;
                   cin >> s;
                   oriLights[i][j] = s;
```

```
for( int n = 0; n < 64; ++n ) { //遍历首行开关的64种状态
       copy(oriLights,oriLights+8,lights);
       switchs = n; //第i行的开关状态
       for( int i = 0; i < 5; ++i ) {
              result[i] = switchs; //第i行的开关方案
              for ( int j = 0; j < 6; ++j ) {
                    if( switchs[j]) {
                           if(j > 0)
                              lights[i].flip(j-1); //改左灯
                           lights[i].flip(j); //改开关位置的灯
                           if(j < 5)
                              lights[i].flip(j+1); //改右灯
              if(i < 4)
                    lights[i+1] ^= switchs;//改下一行的灯
             switchs = lights[i]; //第i+1行开关方案和第i行灯情况同
```



信息科学技术学院

例题: 讨厌的青蛙

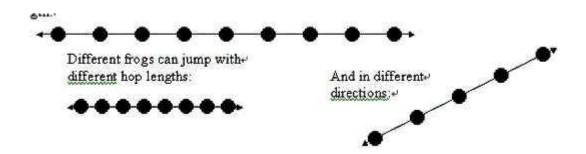


例题5: 讨厌的青蛙

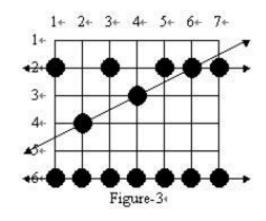
POJ1054:The Troublesome Frog

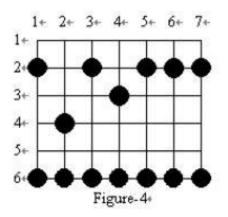


- 在韩国,有一种小青蛙
- 每到晚上,这种青蛙会跳跃稻田,从而踩踏稻子
- 农民早上看到被踩踏的稻子,希望找到造成最大损害的那只青蛙经过的路径
- 每只青蛙总是沿着一条直线跳跃稻田
- 且每次跳跃的距离都相同

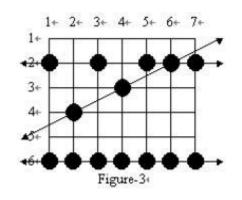


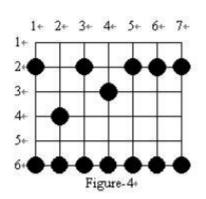
- 稻田里的稻子组成一个栅格, 每棵稻子位于一个格点上
- 而青蛙总是从稻田的一侧跳进稻田, 然后沿着某条直线穿越稻田, 从另一侧跳出去

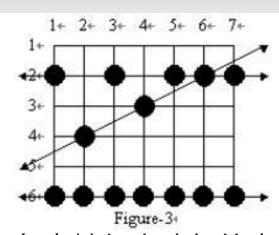


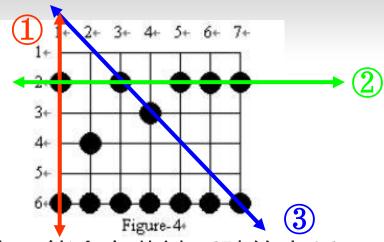


- 可能会有多只青蛙从稻田穿越
- 青蛙每一跳都恰好踩在一棵水稻上, 将这棵水稻拍倒
- 有些水稻可能被多只青蛙踩踏
- 农民所见到的是图4中的情形,并看不到图3中的直线,也见不到别人家田里被踩踏的水稻



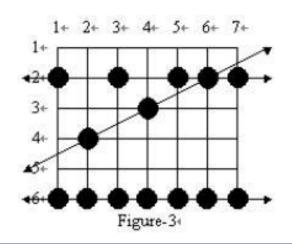


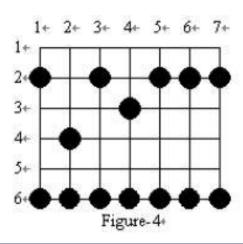




- 而在一条青蛙行走路径的直线上, 也可能会有些被踩踏的水稻不属于该行走路径
 - ① 不是一条行走路径: 只有2棵被踩踏的水稻
 - ② 是一条行走路径, 但不包括 (2,6)上的水稻
 - ③ 不是一条行走路径: 虽然有3棵被踩踏的水稻, 但这3棵水稻之间的距离间隔不相等

- 请写一个程序,确定:
 - 在各条青蛙行走路径中,踩踏水稻最多的那一条上,有多少颗水稻被踩踏
 - 例如, 图4中答案是7, 因为第6行上全部水稻恰好构成一条青蛙行走路径





●輸入

- 第一行上两个整数R, C, 分别表示稻田中水稻的行数和列数, 1≤R, C≤5000
- 第二行是一个整数N, 表示被踩踏的水稻数量,3≤N≤5000
- 在剩下的N行中,每行有两个整数,分别是一颗被踩踏水稻的行号(1~R)和列号(1~C),两个整数用一个空格隔开
- 且每棵被踩踏水稻只被列出一次

●輸出

- 如果在稻田中存在青蛙行走路径, 则输出包含最多水稻的青蛙行走路径中的水稻数量, 否则输出0

●样例输入

6 7 //6行7列 14

 $\frac{1}{2}$ 1

6 6

4 2

2 5

2 6

2 7

3 4

6 1

6 2

2 3

6 3

6 4

6 5

6 7

● 样例输出

7

解题思路 — 枚举

- 枚举什么?
 - 1) 枚举青蛙踩踏的前两点 (5000*5000), 步长和 方向也就随之确定

- 假设一只青蛙进入稻田后踩踏的前两棵水稻分别是 $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2)$. 那么:
- 青蛙每一跳在 X 方向上的步长 $dX = X_2 X_1$, 在 Y 方向上的步长 $dY = Y_2 Y_1$;

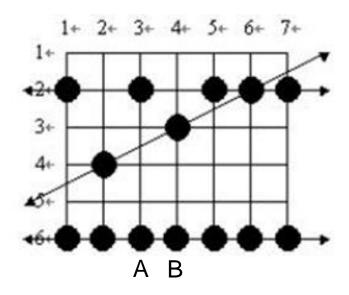
解题思路 — 枚举

2)接下来判断每走一步是否都会踩到水稻(5000*T),如果能,则记录一共走多少步后出稻田(T是判断时间)

时间: 5000*5000*5000*T, 似乎惊人,但其实运气不会这么坏

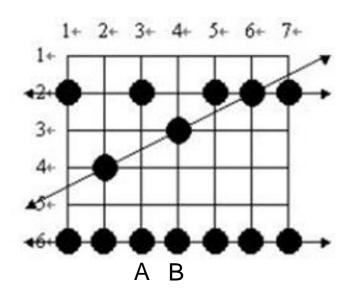
及早排除不必要的尝试

1) 要判断前两点的合法性



及早排除不必要的尝试

1) 要判断前两点的合法性



若选了A,B作为前两点, 立即能判断这不成立。因 步长为1,而青蛙不可能 从稻田外一步跳到A。

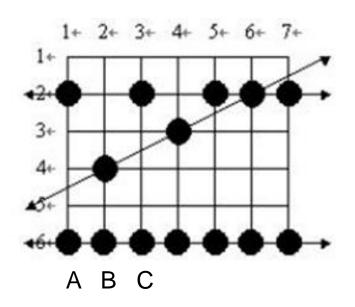
直接否定这前两点的假设,不必进行后续判断

及早排除不必要的尝试

2) 如果已经发现踩倒n棵水稻的路径,那么,最多不超过n 步就会跳出稻田的前两点的方案,就可以直接否定。

选择合适枚举顺序

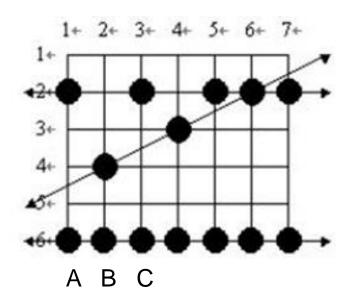
3) 有序, 而非随机枚举前两点



若先枚举了A和B作为前两点并发现可行,则枚举AC作为前两点就没有必要了。

选择合适枚举顺序

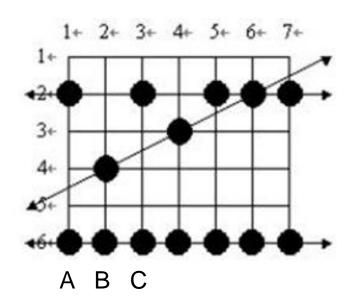
3) 有序,而非随机枚举前两点



为避免对AC的没必要枚举 , 应该确定枚举顺序, 即 在第一点相同时, 优先枚 举X方向上步长短的 (Y方 向亦可)。如何做到这个 枚举顺序?

选择合适枚举顺序

3) 有序,而非随机枚举前两点



将所有水稻按X坐标从小 到大排序,X坐标相同则 按Y坐标排序。枚举时确保 第一点X坐标一定小于等 于第二点X坐标。

如何判断某一步是否踩到水稻

• 猜测一条行走路径时, 需要从当前位置(X, Y)出发上时, 看看(X + dX, Y + dY)位置的水稻是否被踩踏

如何判断某一步是否踩到水稻

• 猜测一条行走路径时, 需要从当前位置(X, Y)出发上时, 看看(X + dX, Y + dY)位置的水稻是否被踩踏

- 方案1: 设置标记数组,常数时间即可知道某点上有无水稻。代价: 5000*5000的数组

如何判断某一步是否踩到水稻

• 猜测一条行走路径时,需要从当前位置(X,Y)出发上时, 看看(X + dX, Y + dY)位置的水稻是否被踩踏

方案2:用binary_search ()从已经排好序的水稻数组中查找 (X + dX, Y + dY)看是否存在

```
#include <cstdio>
#include <cstdlib>
#include <algorithm>
#include <cstring>
#include <bitset>
using namespace std;
int r, c, n;
struct Plant {//水稻排序规则,先按x坐标从小到大排,x坐标相同则按y坐标从小到大排
  int x, y;
  bool operator < (const Plant & p) {</pre>
       if (x == p.x)
             return y < p.y;
       return x < p.x;
};
Plant plants[5010];
//char plantExists[5010][5010]; //plantExists[i][j] == 1表示(i,i)处有水稻
bitset<5010> plantExists[5010]; //更节省空间
int maxSteps(Plant secPlant, int dX, int dY);//求最多步数的函数
```

```
int main()
  int i, j, dX, dY, pX, pY, steps, max = 2;
  memset(plantExists, 0, sizeof(plantExists));
  scanf("%d %d", &r, &c);
  //行数和列数, x方向是上下, y方向是左右
  scanf("%d", &n);
  for (i = 0; i < n; i++) {
         scanf("%d %d", &plants[i].x, &plants[i].y);
         plantExists[plants[i].x][plants[i].y] = 1;
  //将水稻按x坐标从小到大排序, x坐标相同按v从小到大排序
  sort(plants, plants + n);
  for (i = 0; i < n - 2; i++) //plants[i] 是第一个点
        for ( j = i + 1; j < n -1; j++) { //plants[j]是第二个点
            dX = plants[ j ].x - plants[i].x;
            dY = plants[ j ].y - plants[i].y;
            pX = plants[ i ].x - dX; //(pX,pY) 是第一点之前的的点
            pY = plants[ i ].y - dY;
```

```
if (pX <= r && pX >= 1 && pY <= c && pY >= 1) continue;
              //第一点的前一点在稻田里,
              //说明本次选的第二点导致的x方向步长不合理(太小)
              //取下一个点作为第二点
          if (plants[i].x + (max - 1) * dX > r) break;
//x方向过早越界了. 说明本次选的第二点不成立
I/I如果换下一个点作为第二点,x方向步长只会更大, 更不成立, 所以应该
//认为本次选的第一点必然是不成立的 , 那么取下一个点作为第一点再试
           pY = plants[i].y + (max - 1) * dY;
           if (pY > c || pY < 1)
              continue; //y方向过早越界了, 应换一个点作为第二点再试
           steps = maxSteps(plants[j], dX, dY);
           //看看从这两点出发,一共能走几步
           if (steps > max)
             max = steps;
   if (\max == 2)
      max = 0;
   printf("%d\n", max);
```

```
//判断以 secPlant作为第2点, 步长为dx, dy, 那么最多能走几步
int maxSteps(Plant secPlant, int dX, int dY)
  Plant p;
  int steps = 2;
  p.x = secPlant.x + dX;
  p.y = secPlant.y + dY;
  while (p.x \le r \&\& p.x \ge 1 \&\& p.y \le c \&\& p.y \ge 1) {
         if( ! plantExists[p.x][p.y])
       //或: if(!binary search(plants,plants+n,p))
            return 0; //每一步都必须踩倒水稻才算合理, 否则这就不是一条行走路径
         p.x += dX;
         p.y += dY;
         ++steps;
   return steps;
```

小结

- 注意枚举顺序
- 尽早排除不可能的情况
- 进行最优性剪枝