



程序设计与算法(二) 算法基础

郭 炜

微信公众号



微博: <http://weibo.com/guoweiofpku>

学会程序和算法，走遍天下都不怕！

讲义照片均为郭炜拍摄



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

配套教材：

高等教育出版社

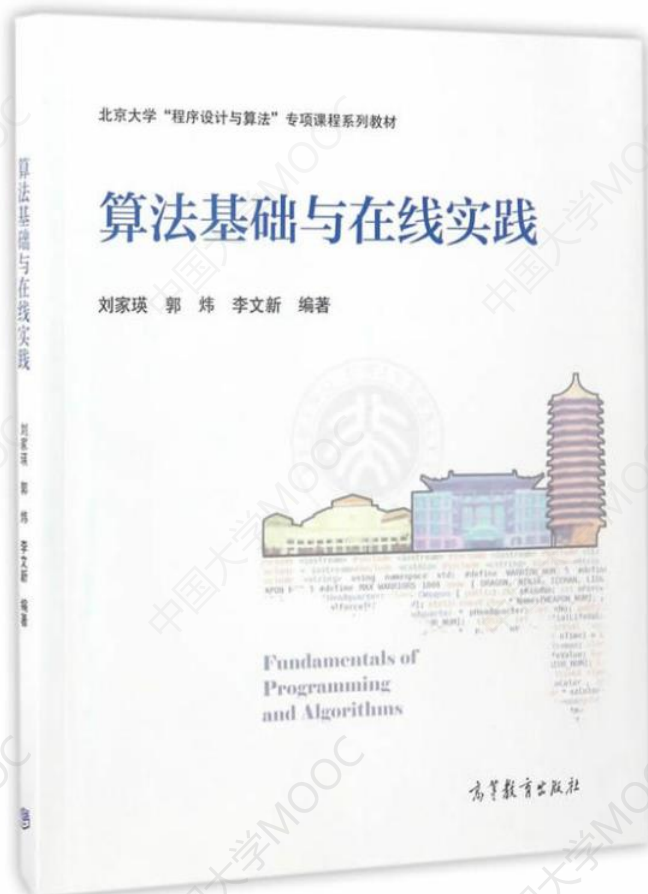
《算法基础与在线实践》

刘家瑛 郭炜 李文新 编著

本讲义中所有例题，根据题目名称在

<http://openjudge.cn>

“百练”组进行搜索即可提交





北京大学
PEKING UNIVERSITY

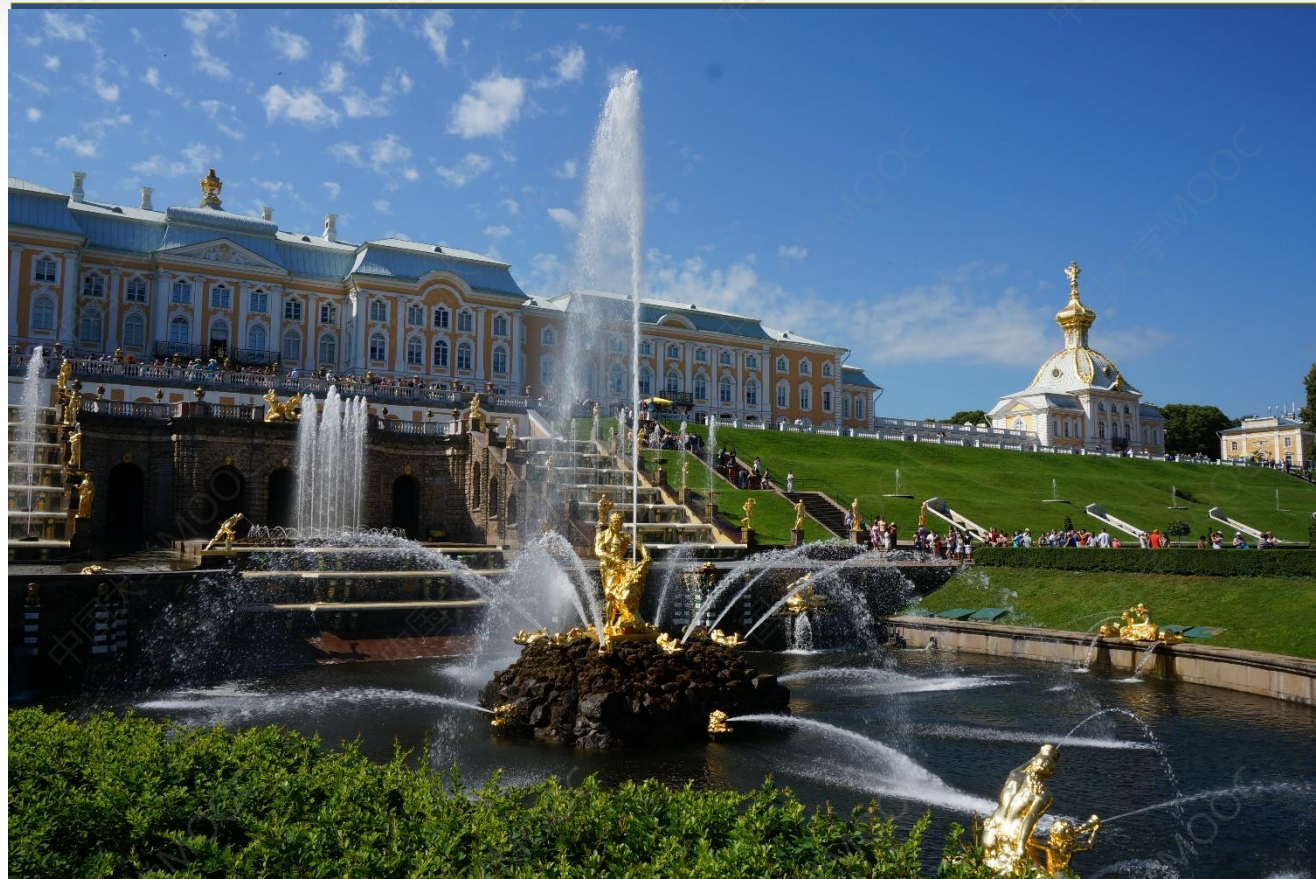
动态规划(二)



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

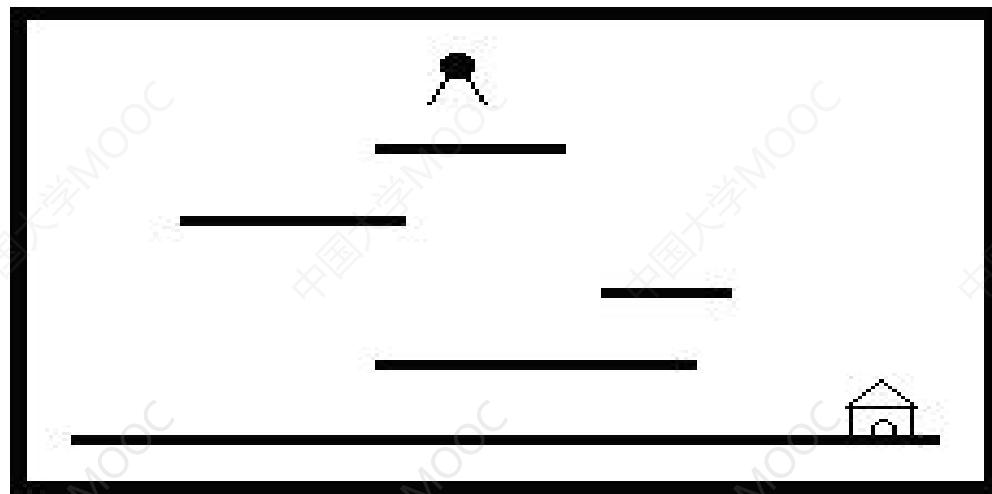
例题
Help Jimmy



圣彼得堡彼得霍夫宫

Help Jimmy(POJ1661)

"Help Jimmy" 是在下图所示的场景上完成的游戏：



Help Jimmy(POJ1661)

场景中包括多个长度和高度各不相同的平台。

地面是最低的平台，高度为零，长度无限。

Jimmy老鼠在时刻0从高于所有平台的某处开始下落，它的下落速度始终为1米/秒。当Jimmy落到某个平台上时，游戏者选择让它向左还是向右跑，它跑动的速度也是1米/秒。当Jimmy跑到平台的边缘时，开始继续下落。Jimmy每次下落的高度不能超过MAX米，不然就会摔死，游戏也会结束。

设计一个程序，计算Jimmy到地面时可能的最早时间。

Help Jimmy(POJ1661)

输入数据

第一行是测试数据的组数 t ($0 \leq t \leq 20$)。每组测试数据的第一行是四个整数 N , X , Y , MAX , 用空格分隔。 N 是平台的数目 (不包括地面), X 和 Y 是Jimmy开始下落的位置的横竖坐标, MAX 是一次下落的最大高度。接下来的 N 行每行描述一个平台, 包括三个整数, $X1[i]$, $X2[i]$ 和 $H[i]$ 。 $H[i]$ 表示平台的高度, $X1[i]$ 和 $X2[i]$ 表示平台左右端点的横坐标。 $1 \leq N \leq 1000$, $-20000 \leq X, X1[i], X2[i] \leq 20000$, $0 < H[i] < Y \leq 20000$ ($i = 1..N$)。所有坐标的单位都是米。

Jimmy的大小和平台的厚度均忽略不计。如果Jimmy恰好落在某个平台的边缘, 被视为落在平台上。所有的平台均不重叠或相连。测试数据保Jimmy一定能安全到达地面。

Help Jimmy(POJ1661)

输出要求

对输入的每组测试数据，输出一个整数，Jimmy到地面时可能的最早时间。

输入样例

```
1
3 8 17 20
0 10 8
0 10 13
4 14 3
```

输出样例

```
23
```


解题思路

Jimmy跳到一块板上后，可以有两种选择，向左走，或向右走。走到左端和走到右端所需的时间，是很容易算的。如果我们能知道，以左端为起点到达地面的最短时间，和以右端为起点到达地面的最短时间，那么向左走还是向右走，就很容易选择了。因此，整个问题就被分解成两个子问题，即Jimmy所在位置下方第一块板左端为起点到地面的最短时间，和右端为起点到地面的最短时间。这两个子问题在形式上和原问题是完全一致的。将板子从上到下从1开始进行无重复的编号(越高的板子编号越小，高度相同的几块板子，哪块编号在前无所谓)，那么，和上面两个子问题相关的变量就只有板子的编号。

不妨认为Jimmy开始的位置是一个编号为0，长度为0的板子，假设 $\text{LeftMinTime}(k)$ 表示从k号板子左端到地面的最短时间， $\text{RightMinTime}(k)$ 表示从k号板子右端到地面的最短时间，那么，求板子k左端点到地面的最短时间的方法如下：

```
if ( 板子k左端正下方没有别的板子) {  
    if( 板子k的高度  $h(k)$  大于Max)  
        LeftMinTime(k) =  $\infty$ ;  
    else  
        LeftMinTime(k) =  $h(k)$ ;  
}  
else if( 板子k左端正下方的板子编号是m )  
    LeftMinTime(k) =  $h(k) - h(m) +$   
    Min( LeftMinTime(m) +  $Lx(k) - Lx(m)$ ,  
        RightMinTime(m) +  $Rx(m) - Lx(k)$ );  
}
```

上面， $h(i)$ 就代表 i 号板子的高度， $Lx(i)$ 就代表 i 号板子左端点的横坐标， $Rx(i)$ 就代表 i 号板子右端点的横坐标。那么 $h(k)-h(m)$ 当然就是从 k 号板子跳到 m 号板子所需要的时间， $Lx(k)-Lx(m)$ 就是从 m 号板子的落脚点走到 m 号板子左端点的时间， $Rx(m)-Lx(k)$ 就是从 m 号板子的落脚点走到右端点所需的时间。

求 $\text{RightMinTime}(k)$ 的过程类似。

不妨认为Jimmy开始的位置是一个编号为0，长度为0的板子，那么整个问题就是要求 $\text{LeftMinTime}(0)$ 。

输入数据中，板子并没有按高度排序，所以程序中一定要首先将板子排序。

时间复杂度:

一共 n 个板子, 每个左右两端的最小时间各算一次 $O(n)$

找出板子一段到地面之间有那块板子, 需要遍历板子 $O(n)$

总的时间复杂度 $O(n^2)$



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

例题 神奇的口袋



圣彼得堡阿芙乐尔号巡洋舰

例五、神奇的口袋(百练2755)

- 有一个神奇的口袋，总的容积是40，用这个口袋可以变出一些物品，这些物品的总体积必须是40。
- John现在有 n ($1 \leq n \leq 20$) 个想要得到的物品，每个物品的体积分别是 a_1, a_2, \dots, a_n 。John可以从这些物品中选择一些，如果选出的物体的总体积是40，那么利用这个神奇的口袋，John就可以得到这些物品。现在的问题是，John有多少种不同的选择物品的方式。

- **输入**

输入的第一行是正整数 n ($1 \leq n \leq 20$), 表示不同的物品的数目。接下来的 n 行, 每行有一个1到40之间的正整数, 分别给出 a_1, a_2, \dots, a_n 的值。

- **输出**

输出不同的选择物品的方式的数目。

- **输入样例**

3

20

20

20

- **输出样例**

3

枚举的解法：

枚举每个物品是选还是不选，共 2^{20} 种情况

递归解法

```
#include <iostream>
using namespace std;
int a[30]; int N;
int Ways(int w ,int k ) { // 从前k种物品中选择一些，凑成体积w的做法数目
    if( w == 0 ) return 1;
    if( k <= 0 ) return 0;
    return Ways(w, k -1 ) + Ways(w - a[k], k -1 );
}
int main() {
    cin >> N;
    for( int i = 1; i <= N; ++ i )
        cin >> a[i];
    cout << Ways(40,N);
    return 0;
}
```

动 规 解 法

```
#include <iostream>
using namespace std;
int a[30]; int N;
int Ways[50][50]; //Ways[i][j]表示从前j种物品里凑出体积i的方法数
int main() {
    cin >> N;
    memset(Ways, 0, sizeof(Ways));
    for( int i = 1; i <= N; ++ i ) {
        cin >> a[i];    Ways[0][i] = 1;
    }
    Ways[0][0] = 1;
    for( int w = 1 ; w <= 40; ++ w ) {
        for( int k = 1; k <= N; ++ k ) {
            Ways[w][k] = Ways[w][k-1];
            if( w-a[k] >= 0 )
                Ways[w][k] += Ways[w-a[k]][k-1];
        }
    }
    cout << Ways[40][N];
    return 0;
}
```



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

例题

Charm Bracelet



美国圣地亚哥中途岛号航母

例六、 Charm Bracelet 0-1背包问题(POJ3624)

有N件物品和一个容积为M的背包。第i件物品的体积 $w[i]$ ，价值是 $d[i]$ 。求解将哪些物品装入背包可使价值总和最大。每种物品只有一件，可以选择放或者不放 ($N \leq 3500, M \leq 13000$)。

0-1背包问题(POJ3624)

用 $F[i][j]$ 表示取前 i 种物品，使它们总体积不超过 j 的最优取法取得的价值总和。要求 $F[N][M]$

边界：if ($w[1] \leq j$)
 $F[1][j] = d[1];$
 else
 $F[1][j] = 0;$

0-1背包问题(POJ3624)

用 $F[i][j]$ 表示取前 i 种物品，使它们总体积不超过 j 的最优取法取得的价值总和

递推： $F[i][j] = \max(F[i-1][j], F[i-1][j-w[i]] + d[i])$

取或不取第 i 种物品，两者选优
($j-w[i] \geq 0$ 才有第二项)

0-1背包问题(POJ3624)

$$F[i][j] = \max(F[i-1][j], F[i-1][j-w[i]] + d[i])$$

本题如用记忆型递归，需要一个很大的二维数组，会超内存。注意到这个二维数组的下一行的值，只用到了上一行的正上方及左边的值，因此可用滚动数组的思想，只要一行即可。即可以用一维数组，用“人人为我”递推型动归实现。



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

例题:滑雪



圣彼得堡炮兵博物馆

例七、滑雪(百练1088)

Michael喜欢滑雪百这并不奇怪， 因为滑雪的确很刺激。

可是为了获得速度，滑的区域必须向下倾斜，而且当你滑到坡底，你不得不再次走上坡或者等待升降机来载你。

Michael想知道载一个区域中最长的滑坡。区域由一个二维数组给出。数组的每个数字代表点的高度。下面是一个例子

```
1 2 3 4 5
16 17 18 19 6
15 24 25 20 7
14 23 22 21 8
13 12 11 10 9
```

一个人可以从某个点滑向上下左右相邻四个点之一，当且仅当高度减小。在上面的例子中，一条可滑行的滑坡为24-17-16-1。当然25-24-23-...-3-2-1更长。事实上，这是最长的一条。输入输入的第一行表示区域的行数R和列数C($1 \leq R, C \leq 100$)。下面是R行，每行有C个整数，代表高度h， $0 \leq h \leq 10000$ 。输出输出最长区域的长度。

输入

输入的第一行表示区域的行数R和列数C
($1 \leq R, C \leq 100$)。下面是R行，每行有C个整数，
代表高度h， $0 \leq h \leq 10000$ 。

输出

输出最长区域的长度。

样例输入

```
5 5
1 2 3 4 5
16 17 18 19 6
15 24 25 20 7
14 23 22 21 8
13 12 11 10 9
```

样例输出

```
25
```

解题思路

$L(i,j)$ 表示从点 (i,j) 出发的最长滑行长度。

一个点 (i,j) , 如果周围没有比它低的点, $L(i,j) = 1$

否则

递推公式: $L(i,j)$ 等于 (i,j) 周围四个点中,比 (i,j) 低, 且 L 值最大的那个点的 L 值, 再加1

复杂度: $O(n^2)$

解题思路

解法1) “人人为我”式递推

$L(i,j)$ 表示从点 (i,j) 出发的最长滑行长度。

一个点 (i,j) , 如果周围没有比它低的点, $L(i,j) = 1$

将所有点按高度从小到大排序。每个点的 L 值都初始化为1

从小到大遍历所有的点。经过一个点 (i,j) 时, 用递推公式求 $L(i,j)$

解题思路

解法2) “我为人人” 式递推

$L(i,j)$ 表示从点 (i,j) 出发的最长滑行长度。

一个点 (i,j) , 如果周围没有比它低的点, $L(i,j) = 1$

将所有点按高度从小到大排序。每个点的 L 值都初始化为1

从小到大遍历所有的点。经过一个点 (i,j) 时, 要更新他周围的, 比它高的点的 L 值。例如:

if $H(i+1,j) > H(i,j)$ // H 代表高度

$L(i+1,j) = \max(L(i+1,j), L(i,j)+1)$



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

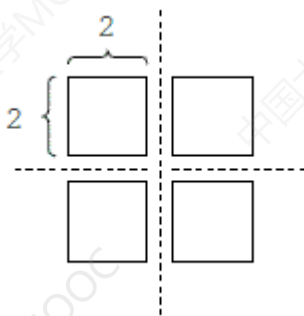
例题:分蛋糕



瑞典斯德哥尔摩

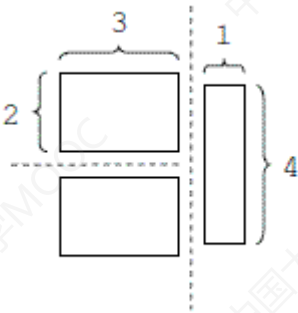
例八、分蛋糕

- 问题描述
- 有一块矩形大蛋糕，宽和高分别是整数 w 、 h 。现要将其切成 m 块小蛋糕，每个小蛋糕都必须是矩形、且宽和高均为整数。切蛋糕时，每次切一块蛋糕，将其分成两个矩形蛋糕。请计算：最后得到的 m 块小蛋糕中，最大的那块蛋糕的面积下限。
- 假设 $w=4$, $h=4$, $m=4$ ，则下面的切法可使得其中最大蛋糕块的面积最小。



例八、分蛋糕

- 假设 $w = 4$, $h = 4$, $m = 3$, 则下面的切法可使得其中最大蛋糕块的面积最小。



例八、分蛋糕

- 输入

共有多行，每行表示一个测试案例。每行是三个用空格分开的整数 W, H, M ，其中 $1 \leq W, H, M \leq 20$ ， $M \leq WH$ 。当 $W = H = M = 0$ 时不需要处理，表示输入结束。

- 输出

每个测试案例的结果占一行，输出一个整数，表示最大蛋糕块的面积下限。

- 样例输入

4 4 4

4 4 3

0 0 0

- 样例输出

4

6

例八、分蛋糕

- 解题思路
- 设 $ways(w, h, m)$ 表示宽为 w , 高为 h 的蛋糕, 被切 m 刀后, 最大的那块蛋糕的面积最小值
- 题目就是要求 $ways(W, H, M-1)$

边界条件:

$$w * h < m + 1$$

INF

$$m == 0$$

$$w * h$$

例八、分蛋糕

递推式:

SV为第一刀竖着切时能得到的最好结果, SH为第一刀横着切时能得到的最好结果, 则 $\text{ways}(w,h,m) = \min(\text{SV}, \text{SH})$

$$\text{SV} = \min\{ S_i, i = 1 \dots w-1 \},$$

其中: $S_i =$ 为第一刀左边宽为*i*的情况下的最好结果

例八、分蛋糕

递推式:

SV为第一刀竖着切时能得到的最好结果, SH为第一刀横着切时能得到的最好结果, 则 $\text{ways}(w,h,m) = \min(\text{SV}, \text{SH})$

$$\text{SV} = \min\{ S_i, i = 1 \dots w-1 \},$$

其中: S_i = 为第一刀左边宽为*i*的情况下的最好结果

$$S_i = \min\{ \max(\text{ways}(i,h,k), \text{ways}(w-i,h,m-1-k)), k = 0 \dots m-1 \}$$



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

例题：灌溉草场



瑞士马特洪峰

例九、Dividing the Path 灌溉草场 (POJ2373)

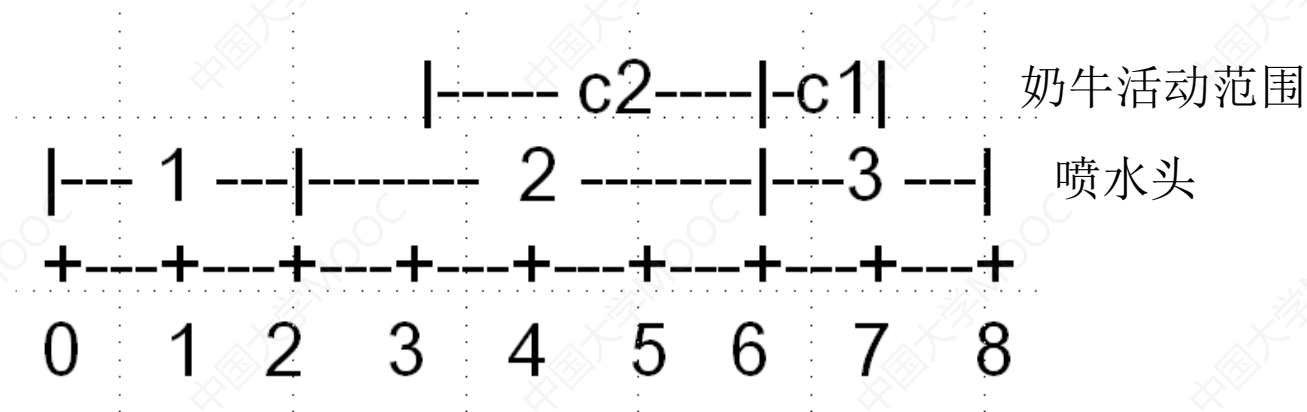
在一片草场上:有一条长度为 L ($1 \leq L \leq 1,000,000$, L 为偶数)的线段。John的 N ($1 \leq N \leq 1000$) 头奶牛都沿着草场上这条线段吃草, 每头牛的活动范围是一个开区间 (S, E) , S, E 都是整数。不同奶牛的活动范围可以有重叠。

John要在这条线段上安装喷水头灌溉草场。每个喷水头的喷洒半径可以随意调节, 调节范围是 $[A, B]$ ($1 \leq A \leq B \leq 1000$), A, B 都是整数。要求

- 线段上的每个整点恰好位于一个喷水头的喷洒范围内
- 每头奶牛的活动范围要位于一个喷水头的喷洒范围内
- 任何喷水头的喷洒范围不可越过线段的两端(左端是0,右端是 L)

请问, John 最少需要安装多少个喷水头。

Dividing the Path 灌溉草场 (POJ2373)



在位置2和6，喷水头的喷洒范围不算重叠

- **输入**

第1行：整数N、L。

第2行：整数A、B。

第3到N+2行：每行两个整数S、E ($0 \leq S < E \leq L$)，表示某头牛活动范围的起点和终点在线段上的坐标(即到线段起点的距离)。

- **输出：**最少需要安装的多少个喷水头；若没有符合要求的喷水头安装方案，则输出-1。

- **输入样例**

2 8

1 2

6 7

3 6

- **输出样例**

3

问题分析

- 从线段的起点向终点安装喷水头，令 $f(X)$ 表示：所安装喷水头的喷洒范围恰好覆盖直线上的区间 $[0, X]$ 时，最少需要多少个喷水头
- 显然， X 应满足下列条件
 - X 为偶数
 - X 所在位置不会出现奶牛，即 X 不属于任何一个 (S, E)
 - $X \geq 2A$
 - 当 $X > 2B$ 时，存在 $Y \in [X-2B, X-2A]$ 且 Y 满足上述三个条件，使得 $f(X) = f(Y) + 1$

解题思路

- 递推计算 $f(X)$
 - $f(X) = \infty$: X 是奇数
 - $f(X) = \infty$: $X < 2A$
 - $f(X) = \infty$: X 处可能有奶牛出没
 - $f(X)=1$: $2A \leq X \leq 2B$ 、且 X 位于任何奶牛的活动范围之外
 - $f(X)=1+\min\{f(Y): Y \in [X-2B, X-2A]\}$ 、 Y 位于任何奶牛的活动范围之外: $X > 2B$

解题思路

$f(X) = 1 + \min\{f(Y) : Y \in [X-2B, X-2A], Y \text{ 位于任何奶牛的活动范围之外}\} : X > 2B$

- 对每个 X 求 $f(X)$ ，都要遍历区间 $[X-2B, X-2A]$ 去寻找其中最小的 $f(Y)$ ，则时间复杂度为： $L * B = 1000000 * 1000$ ，太慢
- 快速找到 $[X-2B, X-2A]$ 中使得 $f(Y)$ 最小的元素是问题求解速度的关键。

解题思路

- 可以使用优先队列priority_queue! (multiset也可以, 比priority_queue慢一点) !
- 求 $F(X)$ 时, 若坐标属于 $[X-2B, X-2A]$ 的二元组 $(i, F(i))$ 都保存在一个priority_queue中, 并根据 $F(i)$ 值排序, 则队头的元素就能确保是 $F(i)$ 值最小的。

解题思路

- 在求 X 点的 $F(x)$ 时，必须确保队列中包含所有属于 $[X-2B, X-2A]$ 的点。而且，**不允许出现坐标大于 $X-2A$ 的点**，因为这样的点对求 $F(X)$ 无用，如果这样的点出现在队头，因其对求后续点的 F 值有用，故不能抛弃之，于是算法就无法继续了。
- 队列中可以出现坐标小于 $X-2B$ 的点。这样的点若出现在队头，则直接将其抛弃。
- 求出 X 点的 F 值后，将 $(X-2A+2, F(X-2A+2))$ 放入队列，为求 $F(X+2)$ 作准备
- 队列里只要存坐标为偶数的点即可

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <queue>
using namespace std;
const int INFINITE = 1<<30;
const int MAXL = 1000010;
int F[MAXL]; // F[L]就是答案
int cowThere[MAXL]; //cowThere[i]为1表示点i有奶牛
int N,L,A,B;
struct Fx {
    int x;          int f;
    bool operator<(const Fx & a) const
    { return f > a.f; }
    Fx(int xx=0,int ff=0):x(xx),f(ff) { }
}; // 在优先队列里，f值越小的越优先
priority_queue<Fx> qFx;
```

```
int main()
{
    cin >> N >> L;
    cin >> A >> B;
    A <=& 1; B <=& 1; //A,B的定义变为覆盖的直径
    memset(cowThere,0,sizeof(cowThere));
    for( int i = 0;i < N; ++i ) {
        int s,e;
        cin >> s >> e;
        ++cowThere[s+1]; //从s+1起进入一个奶牛区
        --cowThere[e]; //从e起退出一个奶牛区
    }
    int inCows = 0; //表示当前点位于多少头奶牛的活动范围之内
    for( int i = 0;i <= L ; ++i) { //算出每个点是否有奶牛
        F[i] = INFINITE;
        inCows += cowThere[i];
        cowThere[i] = inCows > 0;
    }
}
```



```
for( int i = A; i <= B ; i += 2 ) //初始化队列
```

```
    if( ! cowThere[i] ) {
```

```
        F[i] = 1;
```

```
        if( i <= B + 2 - A )
```

```
            //在求F[i]的时候, 要确保队列里的点x,  $x \leq i - A$ 
```

```
            qFx.push( Fx(i, 1) );
```

```
    }
```

```
for( int i = B + 2 ; i <= L; i += 2 ) {
```

```
    if( ! cowThere[i] ) {      Fx fx;
```

```
        while( ! qFx.empty() ) {
```

```
            fx = qFx.top();
```

```
            if( fx.x < i - B )
```

```
                qFx.pop();
```

```
            else
```

```
                break;
```

```
        }
```

```
        if ( ! qFx.empty() )
```

```
            F[i] = fx.f + 1;
```

```
    }
```

```
        if( F[i- A + 2] != INFINITE) {  
            //队列中增加一个+1可达下个点的点  
            qFx.push(Fx(i- A + 2, F[i- A + 2]));  
        }  
    }  
    if( F[L] == INFINITE )  
        cout << -1 << endl;  
    else  
        cout << F[L] << endl;  
    return 0;  
} // 复杂度:  $O(n \log n)$ 
```

手工实现优先队列的方法

- 如果一个队列满足以下条件：
 - 1) 开始为空
 - 2) 每在队尾加入一个元素 a 之前，都从现有队尾往前删除元素，一直删到碰到小于 a 的元素为止，然后再加入 a
- 那么队列就是递增的，当然队头的元素，一定是队列中最小的



北京大学
PEKING UNIVERSITY

信息科学技术学院

例题:方盒游戏

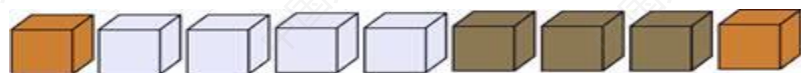


瑞典斯德哥尔摩

例八、POJ1390 方盒游戏

■ 问题描述

N个方盒(小块)摆成一排，每个小块有自己的颜色。连续摆放的同颜色小块构成一个“大块”。下图中共有四个大块，每个大块分别有1、4、3、1个小块

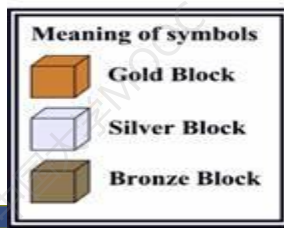
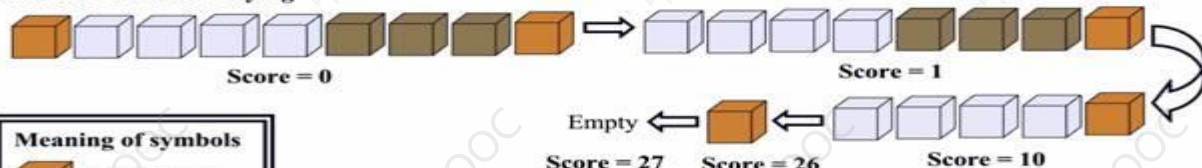


玩家每次点击一个小块，则该小块所在大块就会消失。若消失的大块中共有k个小块，则玩家获得 $k*k$ 个积分。

One Possible Playing



Another Possible Playing



- 请问：给定游戏开始时的状态，玩家可获得的最高积分是多少？
- 输入：第一行是一个整数 $t(1 \leq t \leq 15)$ ，表示共有多少组测试数据。每组测试数据包括两行
 - 第一行是一个整数 $n(1 \leq n \leq 200)$ ，表示共有多少个小块
 - 第二行包括 n 个整数，表示每个小块的颜色。这些整数的取值范围是 $[1, n]$
- 输出：对每组测试数据，分别输出该组测试数据的序号、以及玩家可以获得的最高积分

■ 样例输入

2

9

1 2 2 2 2 3 3 3 1

1

1

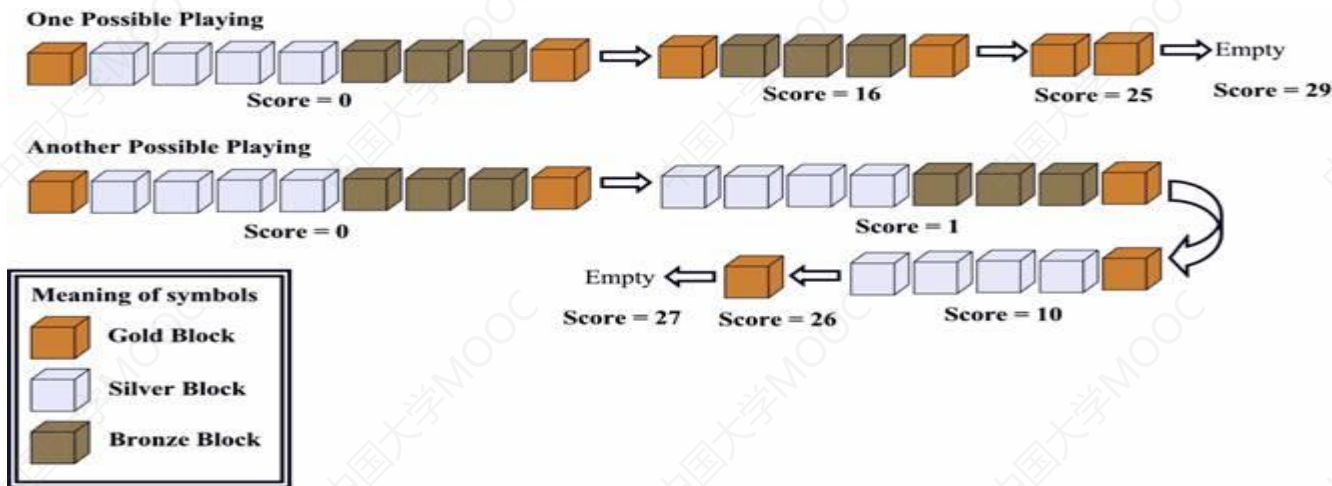
■ 样例输出

Case 1: 29

Case 2: 1

问题分析

- 当同颜色的小块摆放在不连续的位置时，小块的点击顺序影响玩家获得的积分



- 同种颜色的小块被点击的次数越少，玩家获得的积分越高
- 明显的递归问题：每次点击之后，剩下的小块构成一个新的小块队列，新队列中小块的数量减少了。然后计算玩家从新队列中可获得的最高积分

问题分析

- 点击下图中黑色小块之前，先点击绿色小块可提高玩家的积分：同颜色小块A和B被其他颜色的小块隔开时，先点击其他颜色小块，使得A和B消失前能够在同一个大块中
- 点击下图中红色和蓝色小块可获得的积分
 - 所有红色小块合并到同一个片段： $49+1+36=86$
 - 所有蓝色小块合并到同一个片段： $49+16+9=74$



问题分析

■ 思路:

将连续的若干个方块作为一个“大块”

考虑, 假设开始一共有 n 个“大块”, 编号0到 $n-1$

第 i 个大块的颜色是 $color[i]$, 包含的方块数目, 即长度, 是 $len[i]$

用 $ClickBox(i, j)$ 表示从大块 i 到大块 j 这一段消除后所能得到的最高分

则整个问题就是: $ClickBox(0, n-1)$

问题分析

要求ClickBox(i,j)时，考虑最右边的大块j，对它有两种处理方式，要取其优者：

- 1) 直接消除它，此时能得到最高分就是：

$$\text{ClickBox}(i, j-1) + \text{len}[j] * \text{len}[j]$$

- 2) 期待以后它能和左边的某个同色大块合并

考虑和左边的某个同色大块合并:

左边的同色大块可能有很多个，到底和哪个合并最好，不知道，只能枚举。假设大块 j 和左边的大块 $k(i \leq k < j-1)$ 合并，此时能得到的最高分是多少呢？

考虑和左边的某个同色大块合并:

左边的同色大块可能有很多个，到底和哪个合并最好，不知道，只能枚举。假设大块 j 和左边的大块 $k(i \leq k < j-1)$ 合并，此时能得到的最高分是多少呢？

是不是：

$$\text{ClickBox}(i, k-1) + \text{ClickBox}(k+1, j-1) + (\text{len}[k] + \text{len}[j])^2$$

问题分析

$$\text{ClickBox}(i, k-1) + \text{ClickBox}(k+1, j-1) + (\text{len}[k] + \text{len}[j])^2$$

不对！

因为将大块 k 和大块 j 合并后，形成的新大块会在最右边。将该新大块直接将其消去的做法，才符合上述式子，但直接将其消去，未必是最好的，也许它还应该和左边的同色大块合并，才更好

递推关系无法形成，怎么办？

问题分析

需要改变问题的形式。

ClickBox(i,j) 这个形式不可取，因为无法形成递推关系

考虑新的形式：

ClickBox(i,j,ex_len)

表示：

大块j的右边已经有一个长度为ex_len的大块(该大块可能是在合并过程中形成的，不妨就称其为ex_len)，且j的颜色和ex_len相同，在此情况下将 i 到j以及ex_len都消除所能得到的最高分。

于是整个问题就是求：ClickBox(0,n-1,0)

问题分析

求ClickBox(i,j,ex_len)时，有两种处理方法，取最优者

假设j和ex_len合并后的大块称作 Q

1) 将Q直接消除，这种做法能得到的最高分就是：

$$\text{ClickBox}(i, j-1, 0) + (\text{len}[j] + \text{ex_len})^2$$

2) 期待Q以后能和左边的某个同色大块合并。需要枚举可能和Q合并的大块。假设让大块k和Q合并，则此时能得到的最大分数是：

$$\text{ClickBox}(i, k, \text{len}[j] + \text{ex_len}) + \text{ClickBox}(k+1, j-1, 0)$$

递归的终止条件是什么？

ClickBox(i,j,ex_len) 递归的终止条件:

$$i == j$$


```
#include <iostream>
#include <cstring>
using namespace std;
const int M = 210;
struct Segment { //Segment就是大块
    int color;
    int len;
};
Segment segments[M];
int score[M][M][M];
```

```
int ClickBox(int i,int j,int len)  {
    if( score[i][j][len] != -1)
        return score[i][j][len];
    int result = (segments[j].len + len) *
                (segments[j].len + len);
    if( i == j )
        return result;
    result += ClickBox(i,j-1,0);
    for(int k = i;k <= j-1; ++k ) {
        if( segments[k].color != segments[j].color )
            continue;
        int r = ClickBox(k+1,j-1,0);
        r += ClickBox(i,k,segments[j].len + len);
        result = max(result,r);
    }
}
```

```
score[i][j][len] = result;  
return result;
```

```
}
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int T;
```

```
    cin >> T;
```

```
    for(int t = 1; t <= T; ++ t) {
```

```
        int n;
```

```
        memset(score, 0xff, sizeof(score));
```

```
        cin >> n;
```

```
        int lastC = 0;
```

```
        int segNum = -1;
```

```
for(int i = 0;i < n; ++ i) {  
    int c;  
    cin >> c;  
    if( c != lastC ) {  
        segNum ++;  
        segments[segNum].len = 1;  
        segments[segNum].color = c;  
        lastC = c;  
    }  
    else segments[segNum].len ++;  
}
```

```
cout << "Case " << t << ": " << ClickBox(0,segNum,0) << endl;  
}  
return 0;  
}
```