程序设计与算法(二)
算法基础

郭 炜

微博：http://weibo.com/guoweiofpku

微信公众号

学会程序和算法，走遍天下都不怕!

讲义照片均为郭炜拍摄

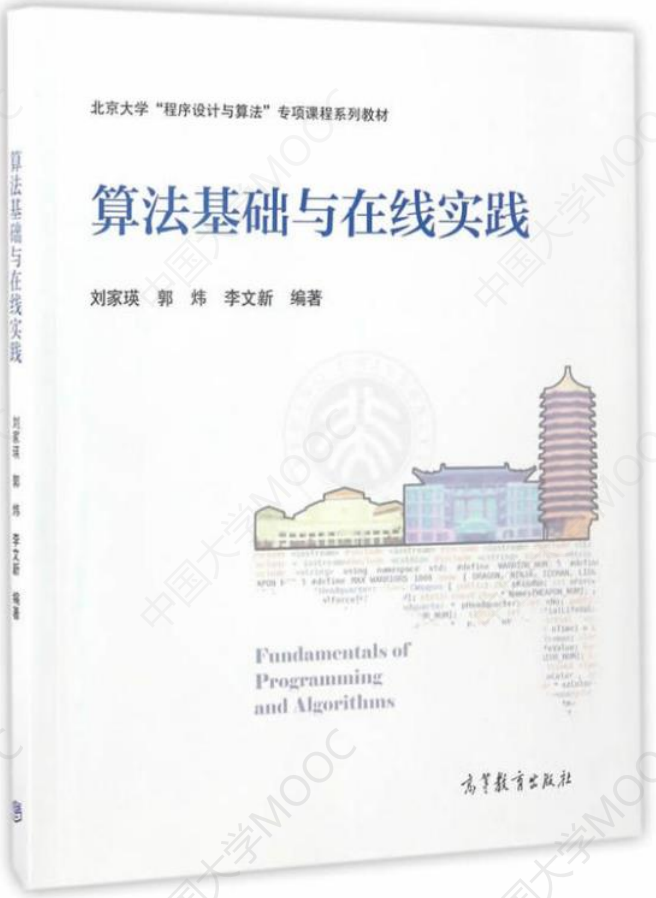
配套教材：

高等教育出版社

《算法基础与在线实践》

刘家瑛 郭炜 李文新 编著

本讲义中所有例题，根据题目名称在
http://openjudge.cn
“百练”组进行搜索即可提交



深度优先搜索(二)

例题:Roads

美国黄石公园

ROADS (百练1724)

N个城市，编号1到N。城市间有R条单向道路。
每条道路连接两个城市，有长度和过路费两个属性。
Bob只有K块钱，他想从城市1走到城市N。问最短共需要走多长的路。如果到不了N，输出-1

2<=N<=100
0<=K<=10000
1<=R<=10000
每条路的长度 L, 1 <= L <= 100
每条路的过路费T , 0 <= T <= 100

输入：
K
N
R
s_1 e_1 L_1 T_1
s_1 e_2 L_2 T_2
...
s_R e_R L_R T_R
s e是路起点和终点

解题思路

从城市 1开始深度优先遍历整个图，找到所有能过到达 N 的走法，选一个最优的。

解题思路

从城市 1开始深度优先遍历整个图，找到所有能过到达 N 的走法，
选一个最优的。

最优性剪枝：

1) 如果当前已经找到的最优路径长度为L ,那么在继续搜索的过程中，总长度已经大于等于L的走法，就可以直接放弃，不用走到底了

解题思路

从城市 1开始深度优先遍历整个图，找到所有能到达 N 的走法，
选一个最优的。

最优性剪枝：

1）如果当前已经找到的最优路径长度为L ,那么在继续搜索的过程中，总长度已经大于等于L的走法，就可以直接放弃，不用走到底了

保存中间计算结果用于最优性剪枝：

2) 用midL[k][m] 表示：走到城市k时总过路费为m的条件下，最优路径的长度。若在后续的搜索中，再次走到k时，如果总路费恰好为m，且此时的路径长度已经不小于midL[k][m],则不必再走下去了。

解题思路

另一种通用的最优性剪枝思想 ---保存中间计算结果用于最优性剪枝：

2） 如果到达某个状态A时，发现前面曾经也到达过A，且前面那次到达A所花代价更少，则剪枝。这要求保存到达状态A的到目前为止的最少代价。

用midL[k][m] 表示：走到城市k时总过路费为m的条件下，最优路径的长度。若在后续的搜索中，再次走到k时，如果总路费恰好为m，且此时的路径长度已经不小于midL[k][m],则不必再走下去了。

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstring>
using namespace std;
int K,N,R;
struct Road {
    int d,L,t;
};
vector<vector<Road> > cityMap(110); //邻接表。cityMap[i]是从点i有路连到的城市集合
int minLen = 1 << 30;  //当前找到的最优路径的长度
int totalLen;   //正在走的路径的长度
int totalCost ; //正在走的路径的花销
int visited[110];  //城市是否已经走过的标记
int minL[110][10100]; //minL[i][j]表示从1到i点的，花销为j的最短路的长度
```

```
void Dfs(int s) //从 s开始向N行走
{
        if( s == N ) {
                minLen = min(minLen,totalLen);
                return ;
        }
        for( int i = 0 ;i < cityMap[s].size(); ++i ) {
                int d =  cityMap[s][i].d;  //s 有路连到d
                if(! visited[d] ) {
                    int cost = totalCost +  cityMap[s][i].t;
                    if( cost > K)
                                continue;
                    if( totalLen +  cityMap[s][i].L >= minLen ||
                      totalLen + cityMap[s][i].L >= minL[d][cost])
                                continue;
```

```
                    totalLen += cityMap[s][i].L;
                    totalCost +=  cityMap[s][i].t;
                    minL[d][cost] = totalLen;
                    visited[d] = 1;
                    Dfs(d);
                    visited[d] = 0;
                    totalCost -=  cityMap[s][i].t;
                    totalLen -= cityMap[s][i].L;
                }
        }
}
```

```
int main()
{
        cin >>K >> N >> R;
        for( int i = 0;i < R; ++ i) {
                int s;
                Road r;
                cin >> s >> r.d >> r.L >> r.t;
                if( s != r.d )
                        cityMap[s].push_back(r);
        }
        for( int i = 0;i < 110; ++i )
                for( int j = 0; j < 10100; ++ j )
                        minL[i][j] = 1 << 30;
        memset(visited,0,sizeof(visited));
        totalLen = 0;
        totalCost = 0;
        visited[1] = 1;
```

```
        minLen = 1 << 30;
        Dfs(1);
        if( minLen < (1 << 30))
                cout << minLen << endl;
        else
                cout << "-1" << endl;
}
```

例题:生日蛋糕

美国黄石公园

生日蛋糕 (百练1190)

要制作一个体积为Nπ的M层生日蛋糕，每层都是一个圆柱体。
设从下往上数第i(1 <= i <= M)层蛋糕是半径为Ri, 高度为Hi的圆柱。当i < M时，要求Ri > Ri+1且Hi > Hi+1。

由于要在蛋糕上抹奶油，为尽可能节约经费，我们希望蛋糕外表面（最下一层的下底面除外）的面积Q最小。

令Q = Sπ

请编程对给出的N和M，找出蛋糕的制作方案（适当的Ri和Hi的值），使S最小。
（除Q外，以上所有数据皆为正整数）

解题思路

- 深度优先搜索，枚举什么?

解题思路

- 深度优先搜索，枚举什么？
  枚举每一层可能的高度和半径。

- 如何确定搜索范围？

解题思路

- 深度优先搜索，枚举什么？
  枚举每一层可能的高度和半径。

- 如何确定搜索范围？
  底层蛋糕的最大可能半径和最大可能高度

- 搜索顺序，哪些地方体现搜索顺序？

解题思路

- 深度优先搜索，枚举什么？
  枚举每一层可能的高度和半径。

- 如何确定搜索范围？
  底层蛋糕的最大可能半径和最大可能高度

- 搜索顺序，哪些地方体现搜索顺序？
  从底层往上搭蛋糕，而不是从顶层往下搭

- 如何剪枝？

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstring>
#include <cmath>
using namespace std;
int N,M;
int minArea = 1 << 30; //最优表面积
int area = 0; //正在搭建中的蛋糕的表面积
int main()
{
                .......
                Dfs( N,M,maxR,maxH);
                if( minArea == 1 << 30)
                        cout << 0 << endl;
                else
                        cout << minArea << endl;
        }

}
```

```
void Dfs(int v, int n,int r,int h)
//要用n层去凑体积v,最底层半径不能超过r,高度不能超过h
//求出最小表面积放入 minArea
{
        if( n == 0 ) {
                if( v ) return;
                else {  minArea = min(minArea,area);  return; }
        }
        if( v <= 0)
                return ;
        for( int rr = r; rr >=n; -- rr ) {
                if( n == M ) //底面积
                        area = rr * rr;
                for( int hh = h; hh >= n ; --hh ) {
                        area += 2 * rr * hh;
                        Dfs(v-rr*rr*hh,n-1,rr-1,hh-1);
                        area -= 2 * rr * hh;
                }
        }
}
```

剪枝

●剪枝1：搭建过程中发现已建好的面积已经不小于目前求得的最优表面积，或者预见到搭完后面积一定会不小于目前最优表面积,则停止搭建（最优性剪枝）

剪枝

●剪枝1：搭建过程中发现已建好的面积已经不小于目前求得的最优表面积，或者预见到搭完后面积一定会不小于目前最优表面积,则停止搭建（最优性剪枝）

●剪枝2：搭建过程中预见到再往上搭，高度已经无法安排，或者半径已经无法安排，则停止搭建(可行性剪枝)

剪枝

●剪枝1：搭建过程中发现已建好的面积已经不小于目前求得的最优表面积，或者预见到搭完后面积一定会不小于目前最优表面积,则停止搭建（最优性剪枝）

●剪枝2：搭建过程中预见到再往上搭，高度已经无法安排，或者半径已经无法安排，则停止搭建(可行性剪枝)

●剪枝3：搭建过程中发现还没搭的那些层的体积，一定会超过还缺的体积，则停止搭建(可行性剪枝)

剪枝

●剪枝1：搭建过程中发现已建好的面积已经不小于目前求得的最优表面积，或者预见到搭完后面积一定会不小于目前最优表面积,则停止搭建（最优性剪枝）

●剪枝2：搭建过程中预见到再往上搭，高度已经无法安排，或者半径已经无法安排，则停止搭建(可行性剪枝)

●剪枝3：搭建过程中发现还没搭的那些层的体积，一定会超过还缺的体积，则停止搭建(可行性剪枝)

●剪枝4：搭建过程中发现还没搭的那些层的体积，最大也到不了还缺的体积，则停止搭建(可行性剪枝)