Clase 4[1] - Electrostática de los semiconductores

Semiconductores con dopaje no uniforme en equilibrio térmico

Contenido:

1. Semiconductor no-uniformemente dopado.
2. Aproximación de cuasi-neutralidad.
3. Relación de Boltzmann.
4. "Regla de los 60mV"

Lectura recomendada:

Libro de Pedro Julian, Cap. 2, §§2.5
Libro de Muller, Cap. 4, §§4.1

[1]Esta clase es una traducción, realizada por los docentes del curso "66.25 - Dispositivos Semiconductores - de la FIUBA", de la correspondiente hecha por el prof. Jesús A. de Alamo para el curso "6.012 - Microelectronic Devices and Circuits" del MIT. Cualquier error debe adjudicarse a la traducción.

Resumen clases anteriores:

- En un semiconductor es posible encontrar dos tipos de portadores: electrones y huecos.
- En equilibrio térmico la generación y recombinación hacen que $n_o p_o = n_i^2$; la concentración n_i aumenta con la temp.
- Al contaminar con ciertos átomos de grupos III o V con concentraciones N_a ó N_d se modifican n_o y p_o.
- Para un semiconductor dopado, si:
  $N_d >> n_i$ o $N_a >> n_i \rightarrow n_o \simeq N_d$ o $p_o \simeq N_a$
  La concentración de mayoritarios casi no depende de la temp. en este caso.
- Existen dos mecanismos de transporte: arrastre (drift) o difusión (difussion).
- El arrastre se da cuando existe un campo eléctrico, por la velocidad que ganan los portadores entre colisión y colisión :
  $J^{arr} = J_n^{arr} + J_p^{arr} = q(n\mu_n + p\mu_p)E$
- La movilidad decrece con la temperatura y con el dopaje (a dopajes altos).

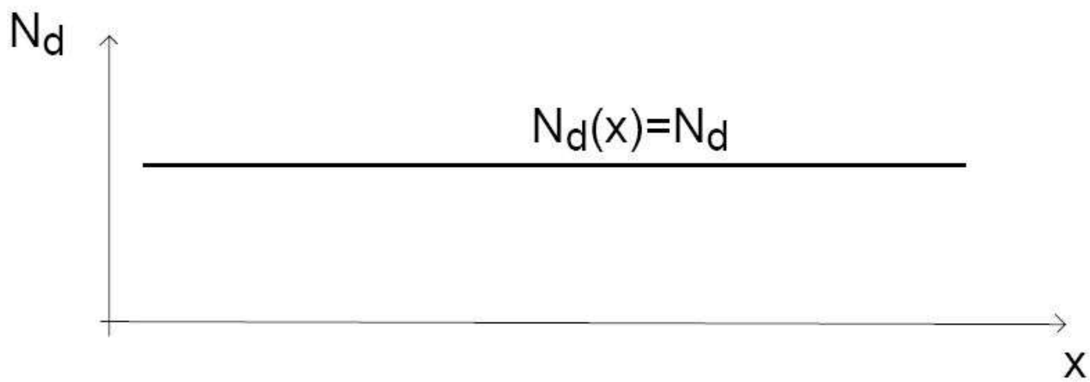
- La difusión se da cuando existe un gradiente en la concentración de portadores, que difunden debido a su movimiento térmico:
  $J^{dif} = qD_n\frac{dn}{dx} - qD_p\frac{dp}{dx}$
- Existe una relación entre las constantes asociadas a difusión y arrastre, dada por la relación de Einstein:
  $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$

Preguntas disparadoras:

- ¿Es posible tener un campo eléctrico dentro de un semiconductor en equilibrio térmico?
- Si hay un gradiente de dopaje en un semiconductor, ¿cuál es la concentración de portadores mayoritarios resultante en equilibrio térmico?

1. Semiconductor no-uniformemente dopado en equilibrio térmico

Consideremos primero Si tipo N *uniformemente dopado* en equilibrio térmico:



Tipo N $\Rightarrow$ muchos electrones, pocos huecos
$\Rightarrow$ nos concentramos en los electrones

$$n_o = N_d \quad \text{independiente de } x$$

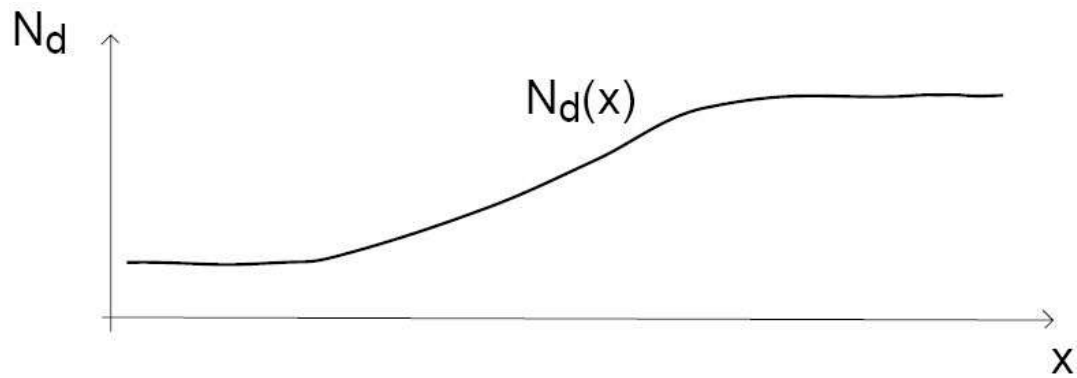
N_d: Carga positiva; n_o: Carga negativa

Densidad de carga volumétrica $[C/cm^3]$:[2]

$$\rho = q(N_d - n_o) = 0$$

[2]Asummiendo que N_a y p_o son despreciables

Luego, consideremos un trozo de Si tipo N en equilibrio térmico con una *distribución no-uniforme de dopantes*:



¿Cuál es la concentración de electrones resultante en equilibrio térmico?

Desarrollemos el concepto de *equilibrio térmico*. Por definición un sistema en equilibrio térmico no intercambia energía con el medio que lo rodea. Esto implica que:

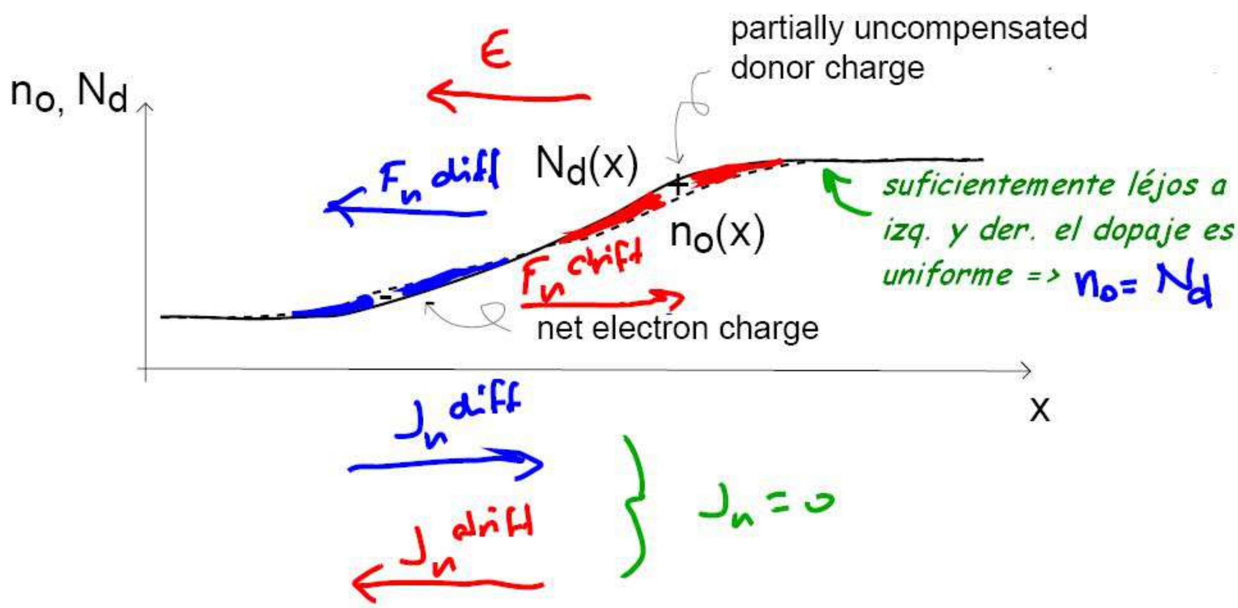
- Mantiene su temperatura constante, la generación y recombinación están compensadas y las poblaciones n_0 y p_0 no cambian
- Por tratarse de un medio resistivo, la corriente eléctrica neta es nula. Esto significa que:

$$J(x) = J^d(x) + J^a(x) = 0$$

Considerando el material dopado con $N_d(x)$ la difusión de electrones debe equilibrar exactamente al arrastre en todo punto:

$$J_n(x) = J_n^d(x) + J_n^a(x) = 0$$

¿Cuál es el $n_o(x)$ que satisface esta condición?



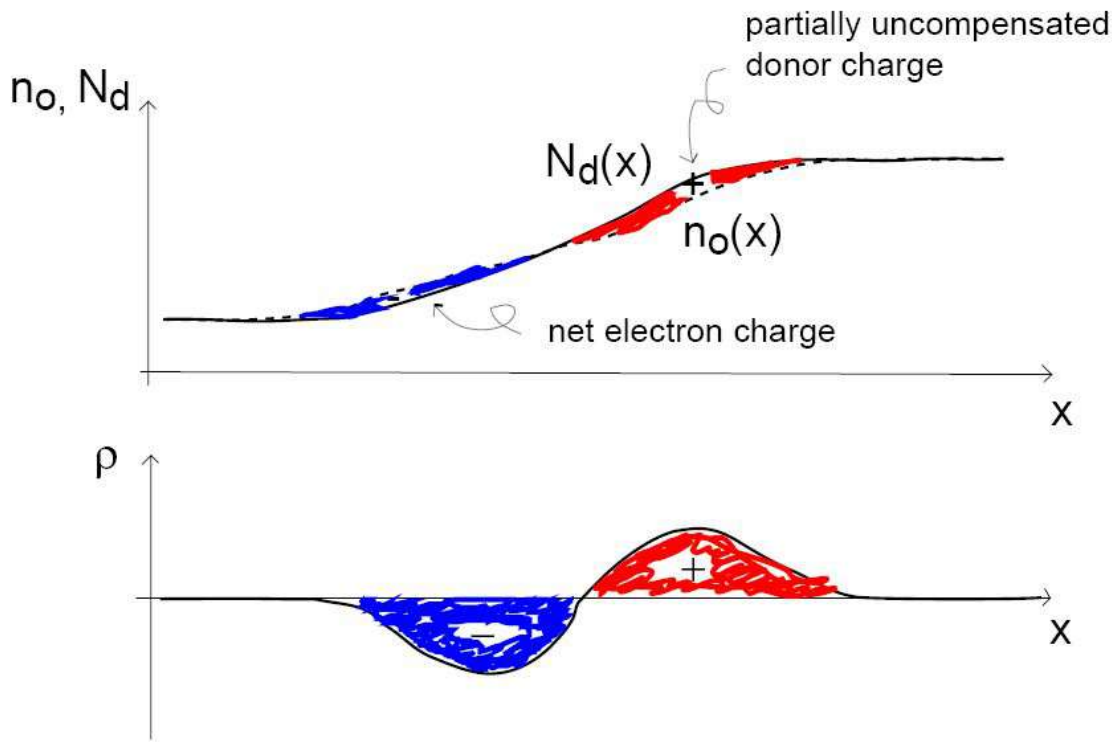
En general, luego:

$$n_o(x) \neq N_d(x)$$

¿Cuáles son las consecuencias de esto?

- *Densidad de carga espacial*[3]:

$$\rho(x) = q[N_d(x) - n_o(x)]$$



[3]Asummiendo que N_a y p_o son despreciables

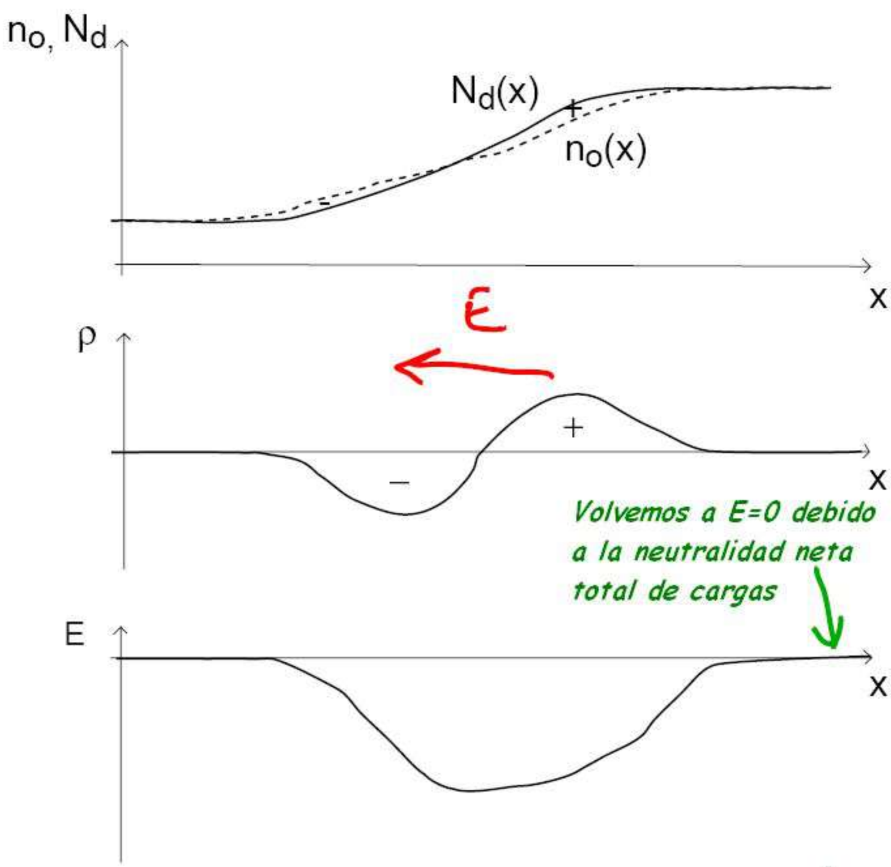
• *Campo eléctrico*:

Ecuación de Gauss:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

Integramos desde $x = 0$ hasta x:

$$E(x) - E(0) = \frac{1}{\epsilon_s} \int_0^x \rho(x) dx$$



• *Potencial electroestático*:

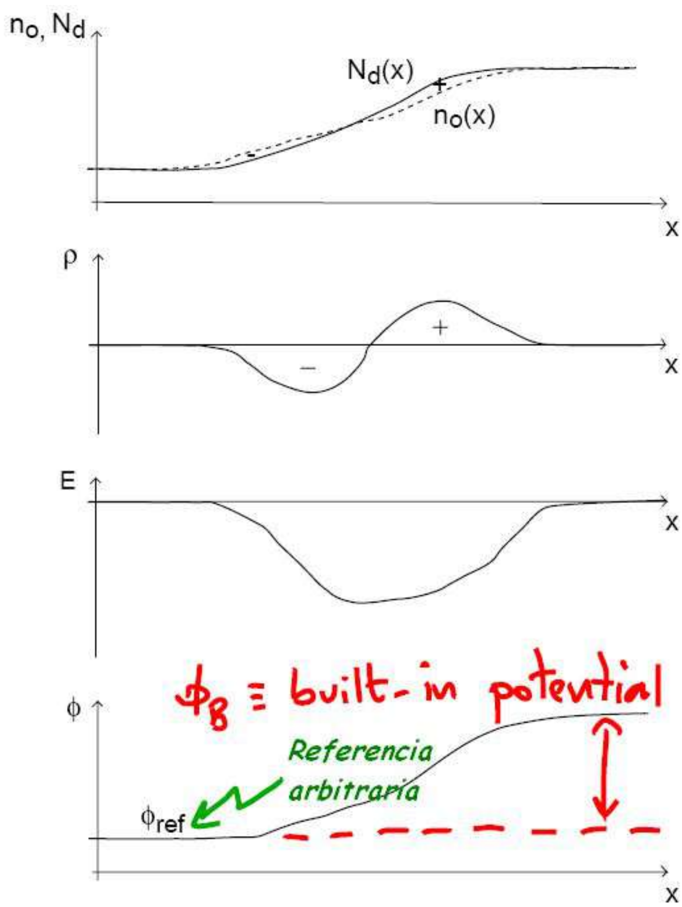
$$\frac{d\phi}{dx} = -E$$

Integramos desde $x = 0$ hasta x:

$$\phi(x) - \phi(0) = -\int_0^x E(x)dx$$

Es conveniente elegir una referencia de potencial:

$$\phi(x = 0) = \phi_{ref}$$



Dado $N_d(x)$, queremos conocer $n_o(x)$, $\rho(x)$, $E(x)$, y $\phi(x)$. Para ello escribimos las ecuaciones que describen este problema en términos de ϕ.

Equilibrio térmico:

$$J_n = q\mu_n n_o E + qD_n \frac{dn_o}{dx} = 0$$

$$-q\mu_n n_o \frac{d\phi}{dx} + qD_n \frac{dn_o}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{kT}{q}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{n_o}\frac{dn_o}{dx}\right) \tag{1}$$

Poisson:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{\epsilon_s}(N_d - n_o)$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{q}{\epsilon_s}(n_o - N_d) \tag{2}$$

Luego de (1) y (2) se obtiene:

$$\frac{d^2(\ln n_o)}{dx^2} = \frac{q^2}{\epsilon_s kT}(n_o - N_d) \tag{3}$$

Una ecuación con una incógnita. Dado $N_d(x)$, podemos resolver para $n_o(x)$ y el resto de las incógnitas, pero para la mayoría de las situaciones no existe solución analítica .

2. Aproximación de cuasi-neutralidad

$$\frac{d^2(\ln n_o)}{dx^2} = \frac{q^2}{\epsilon_s kT}(n_o - N_d)$$

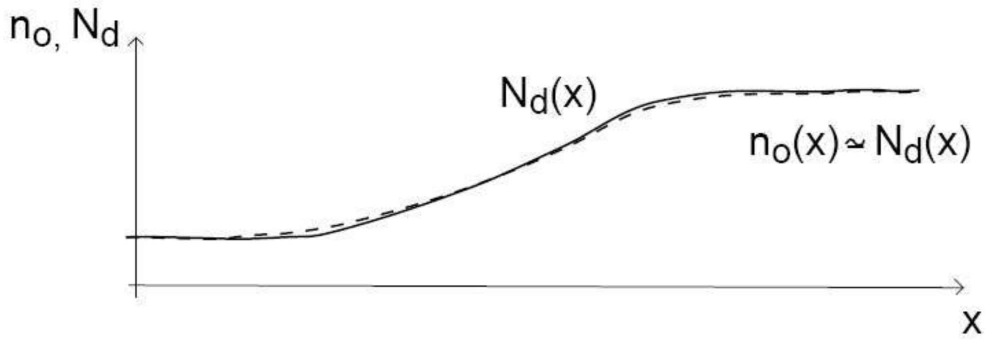
Si $N_d(x)$ cambia lentamente con x:

$\Rightarrow n_o(x)$ también cambia lentamente con x

$\Rightarrow \frac{d^2(\ln n_o)}{dx^2}$ pequeño

$$\Longrightarrow \quad n_o(x) \simeq N_d(x)$$

$n_o(x)$ sigue bien a $N_d(x) \Rightarrow$ mínima carga espacial $\Rightarrow$ el semiconductor es *cuasi-neutral*



La hipótesis de cuasi-neutralidad es válida si:

$$\left|\frac{n_o - N_d}{n_o}\right| \ll 1 \quad \text{o} \quad \left|\frac{n_o - N_d}{N_d}\right| \ll 1$$

3. *Relación de Boltzmann*

Los electrones de un SC en equilibrio térmico cumplen:

$$J_n(x) = J_n^d(x) + J_n^a(x) = 0$$

$$q\mu_n n_o E + qD_n \frac{dn_o}{dx} = 0$$

Luego,

$$\frac{\mu_n}{D_n}\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{n_o}\frac{dn_o}{dx}$$

Utilizando las relaciones de Einstein:

$$\frac{q}{kT}\frac{d\phi}{dx} = \frac{d(\ln n_o)}{dx}$$

Integrando se obtiene

$$\frac{q}{kT}(\phi - \phi_{ref}) = \ln n_o - \ln n_o(ref) = \ln \frac{n_o}{n_o(ref)}$$

$$n_o = n_o(ref) e^{q(\phi - \phi_{ref})/kT}$$

Cualquier referencia sería válida, pero en esta materia asumiremos que $\phi_{ref} = 0$ cuando $n_o(ref) = n_i$.

Así obtenemos la **Relación de Boltzmann** para electrones:

$$n_o = n_i e^{q\phi/kT}$$

Si hacemos lo mismo con los huecos (comenzando con $J_p = 0$ en equilibrio térmico, o simplemente usando $n_o p_o = n_i^2$), obtenemos la **Relación de Boltzmann** para huecos:

$$p_o = n_i e^{-q\phi/kT}$$

Podemos reescribirlo como:

$$\phi = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_o}{n_i}$$

y

$$\phi = -\frac{kT}{q} \ln \frac{p_o}{n_i}$$

□ La regla de los "60 mV":

Para el Si a temperatura ambiente:

$$\phi = (25\ mV)\ln\frac{n_o}{n_i} = (25\ mV)\ln(10)\log\frac{n_o}{n_i}$$

O

$$\phi \simeq (60\ mV)\log\frac{n_o}{10^{10}}$$

Por cada década de aumento en n_o*,* ϕ *aumenta en* $60\ mV$ *a 300K.*

• Ejemplo 1:

$n_o = 10^{18}\ cm^{-3} \Rightarrow \phi = (60\ mV) \times 8 = 480\ mV$

Para los huecos:

$$\phi = -(25\ mV) \ln \frac{p_o}{n_i} = -(25\ mV) \ln(10) \log \frac{p_o}{n_i}$$

O

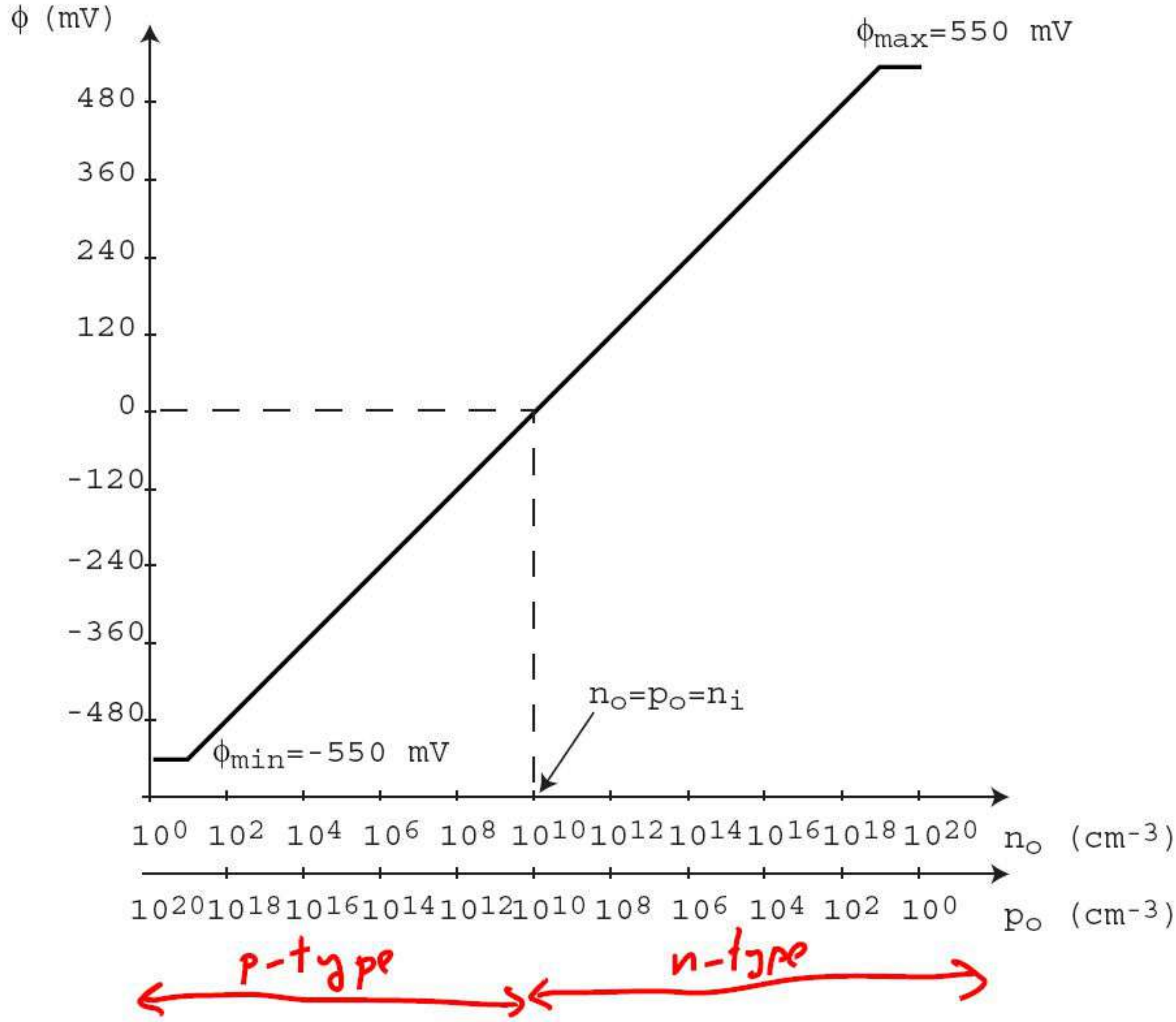
$$\phi \simeq -(60\ mV) \log \frac{p_o}{10^{10}}$$

- Ejemplo 2:

$$n_o = 10^{18}\ cm^{-3} \ \Rightarrow \ p_o = 10^2\ cm^{-3}$$

$$\Rightarrow \phi = -(60\ mV) \times (-8) = 480\ mV$$

Relación entre ϕ y n_o y p_o:



Nota: ϕ no puede exceder $550\,mV$ o ser menor a $-550\,mV$ (dopajes muy altos modifican la red cristalina de silicio alterando las propiedades semiconductoras del mismo).

• Ejemplo 3: Calculemos la diferencia de potencial en equilibrio térmico entre una región donde $n_o = 10^{17}\ cm^{-3}$ y una región donde $p_o = 10^{15}\ cm^{-3}$:

$$\phi(n_o = 10^{17}\ cm^{-3}) = 60 \times 7 = 420\ mV$$

$$\phi(p_o = 10^{15}\ cm^{-3}) = -60 \times 5 = -300\ mV$$

$$\phi(n_o = 10^{17}\ cm^{-3}) - \phi(p_o = 10^{15}\ cm^{-3}) = 720\ mV$$

• Ejemplo 4: Calculemos la diferencia de potencial en equilibrio térmico entre una región donde $n_o = 10^{20}\ cm^{-3}$ y una región donde $p_o = 10^{16}\ cm^{-3}$:

$$\phi(n_o = 10^{20}\ cm^{-3}) = \phi_{max} = 550\ mV$$

$$\phi(p_o = 10^{16}\ cm^{-3}) = -60 \times 6 = -360\ mV$$

$$\phi(n_o = 10^{20}\ cm^{-3}) - \phi(p_o = 10^{16}\ cm^{-3}) = 910\ mV$$

Conclusiones principales

- Es posible tener un campo eléctrico dentro de un semiconductor en equilibrio térmico. Esto ocurre cuando hay *dopaje no-uniforme.*
- En un perfil de dopaje que varía lentamente se puede asumir que la concentración de portadores mayoritarios sigue a la concentración de dopantes.
- En equilibrio térmico se puede vincular $\phi(x)$ con la concentración de portadores a través de la*relación de Boltzmann.*