

Trabajo Práctico N° 1

1) Analiza y decide cuál de las siguientes expresiones son proposiciones.

- a) Argentina es el último campeón del Mundo.
- b) Las provincias del Norte Argentino están todas inundadas.
- c) ¡Qué calor!
- d) La Matemática y la Física son ciencias abstractas.
- e) 8 es divisor de x
- f) Cierre esa puerta.
- g) ¿Alguien preguntó por mí?
- h) Si la masa de un cuerpo es de 20 kg, su peso es de 20 kg,
- i) x es el autor de y .
- j) Hoy llueve pero hace calor.
- k) $x + 8 = 10$

2) Sean las siguientes proposiciones simples:

p: El cielo está despejado
q: Veremos el eclipse de luna
r: El libro es ameno
s: El libro está bien ilustrado
t: El mes de Marzo tiene 28 días.

y las expresiones :

- | | | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| i. $p \rightarrow q$ | ii. $\neg r$ | iii. $r \wedge s$ | iv. $\neg(p \wedge \neg q)$ | v. $\neg t \vee \neg s$ |
| vi. $\neg p \wedge q$ | vii. $r \vee \neg s$ | viii. $q \wedge (p \vee q)$ | ix. $s \rightarrow t$ | x. $\neg(s \rightarrow t)$ |

- a) Escribe una frase sencilla y comprensible que describa cada uno de los enunciados dados.
- b) Niega en forma simbólica lo establecido en el inciso (a) y luego transcríbalo en lenguaje común.

3) Traducir al lenguaje simbólico, utilizando las proposiciones simples del ejercicio 2)

- a) No es cierto que el cielo no está despejado.
- b) El libro es ameno y está bien ilustrado
- c) No es cierto que el libro es ameno.
- d) El cielo está despejado, en consecuencia veremos el eclipse de luna.
- e) Si el libro es ameno y está bien ilustrado entonces el cielo está despejado.
- f) El cielo está despejado, también veremos el eclipse de luna.
- g) No es verdad que el mes de Marzo tiene 28 días.

4) Sea p , q , r y s las siguientes proposiciones simples verdaderas:

p: Aumenta el dólar
q: Se abren las importaciones.
r: Se crean fuentes de trabajo
s: Hay crisis en el país.
t: Se suspenda el pago de la deuda.

- a) Traduce las siguientes fórmulas a un lenguaje coloquial y determina su respectivo valor de verdad.

- | | | | |
|--------------------|--------------------------------|---|--|
| i. $\neg p \vee s$ | ii. $\neg r \wedge (s \vee p)$ | iii. $(\neg p \wedge q) \leftrightarrow \neg s$ | iv. $r \rightarrow (\neg p \wedge \neg s)$ |
|--------------------|--------------------------------|---|--|

- b) Escribe simbólicamente las siguientes proposiciones, utilizando las dadas más arriba y determina su valor de verdad.
- Es suficiente que se suspenda los pagos de la deuda para que no haya crisis.
 - Aumenta el dólar si y sólo si, no hay crisis en el país o no hay fuentes de trabajo.
 - No se suspende el pago de la deuda si aumenta el dólar.
 - Para que no haya crisis en el país es necesario que se creen fuentes de trabajo.

5) Traducir simbólicamente las siguientes proposiciones (use correctamente los símbolos \rightarrow o \Rightarrow).

- Si todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos, entonces los cuadrados son paralelogramos.
- Si Juan y Pedro son hermanos y José es hijo de Juan, entonces José es sobrino de Pedro.
- Si se mezcla aceite con agua, entonces el aceite flota sobre el agua.
- Si perdemos las próximas elecciones, entonces me comeré mi sombrero.

6) Escribir las condicionales asociadas del ejercicio b) y traducirlas a lenguaje coloquial.

7) Construir las tablas de verdad de las siguientes expresiones lógicas compuestas:

- | | |
|---|---|
| a) $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee r)$ | b) $[p \wedge (q \rightarrow r)] \vee \neg q$ |
| c) $[p \vee (q \rightarrow r)] \wedge \neg q$ | d) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$ |
| e) $[p \leftrightarrow (q \vee r)] \wedge \neg p$ | f) $p \rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$ |

8) Si p, q son proposiciones verdaderas y r, s son proposiciones falsas, determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas:

- | | |
|---|---|
| a) $[(p \wedge s) \rightarrow q] \vee r$ | b) $(p \vee r) \leftrightarrow (q \rightarrow s)$ |
| c) $p \wedge [r \rightarrow (q \vee s)]$ | d) $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee s)$ |
| e) $r \rightarrow [p \vee (q \leftrightarrow s)]$ | f) $\neg p \vee [r \wedge \neg (q \vee s)]$ |

9) Negar cada una de las siguientes proposiciones:

- Mi calificación es 8 ó 9
- No es cierto que 2 sea menor que 3
- Los animales domésticos son agradables pero necesitan mucha atención.
- Las rosas son rojas además los crisantemos no son blancos
- El piloto estaba inquieto, pues el viento era muy fuerte.
- Podemos reír o llorar, pero no nos ayudará a solucionar nuestros problemas.
- Si el clima es agradable entonces iré a la playa.
- Iré a trabajar si y sólo si no llueve.

10) Demostrar que las siguientes proposiciones son tautológicas:

- | | | |
|--|--|--|
| a) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p \vee q$ | b) $(\neg q \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$ | c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ |
|--|--|--|

11) Demuestre que:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $[(p \rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ | b) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$ | c) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$ |
|---|---|---|

12) Escribir en el lenguaje simbólico y determinar cuales son proposiciones equivalentes
 $p(x)$: x es un nene que llora.

- Ningún nene llora.
- Algunos nenes no lloran.
- No todos los nenes lloran.
- Algunos nenes lloran.

13) Analizar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- i. $\forall x \in \mathbf{N} : x \geq -3$ ii. $\exists x \in \mathbf{Z} : x^2 = 6$ iii. $\exists x : \exists y : x + y = 2$ iv. $\forall x : \forall y : x + y = 4$ v. $\forall x : \exists y : x + y = 5$

14) Negar las siguientes proposiciones, y dar su valor de verdad

- i. $\forall x \in \mathbf{R} : x^2 \geq 0$ ii. $\exists x \in \mathbf{N} / 2x + 1 = 0$ iii. $\forall x \in \mathbf{R} : (x > 0 \Rightarrow x^2 \geq 1)$

15) Demostraciones:

- a) Demostrar que si x es impar entonces x^2 es impar.
- b) Probar en forma indirecta que si x^2 es par, entonces x es par
- c) Probar que la suma de dos números pares es un par.
- d) Probar que la suma de dos números impares es un par.
- e) Demostrar que el producto de dos impares, es un impar.
- f) Demostrar por el absurdo que raíz de dos, no es racional.
- g) Encontrar un contraejemplo para probar, que la suma y el producto de números irracionales, no siempre da un irracional.

Ejercicios Complementarios:

I) Sean q : "Asisto a la Universidad" y s : "Acepto el empleo"

Suponga que q sea falsa y s verdadera. Represente de manera simbólica a cada una de las siguientes proposiciones y dé su valor de verdad:

- a) Asisto a la Universidad o acepto el empleo.
- b) Asisto a la Universidad o no acepto el empleo.
- c) Ni asisto a la Universidad ni acepto el empleo.

ii) Determinar una proposición equivalente a:

- a) $\neg(p \wedge q)$
- b) $\neg(p \vee q)$
- c) $\neg(\neg p)$
- d) $\neg(p \rightarrow q)$
- e)

iii) Sea x un hombre de la argentina

$p(x)$: x es músico

$q(x)$: x es rico

a) Escribir en lenguaje coloquial y dar su valor de verdad:

- i. $p(\text{Juan})$
- ii. $q(\text{Menem})$
- iii. $p(\text{Pedro})$
- iv. $q(\text{Martin})$

b) Expresar en el lenguaje simbólico y dar su valor de verdad:

- Hay músicos y además hay pobres
- Todos los músicos son pobres
- Hay músicos ricos.
- No hay músicos pobres.

iv) En los siguientes problemas enunciar la recíproca, la contraria y la contrarrecíproca de la condicional dada.

- a) Para todo entero x : si x es par, entonces x^2 es par
- b) Para todo entero x : si $x \neq 0$ entonces x^2 es positivo
- c) Para todo cuadrilátero Q : si Q es un cuadrado, entonces Q es un rectángulo.

Resumen:

Formas lingüísticas más usuales asociadas a:

Condicional: $p \rightarrow q$

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| 1) Si p , entonces q | 2) p implica q |
| 3) Si p , q | 4) q , si p ó q siempre que p |
| 5) p , por (lo) tanto q | 6) Puesto que p , q |
| 7) q , puesto que p | 8) q , pues p |
| 9) p , en consecuencia q | 10) Toda vez que p , q |
| 11) q , toda vez que p | 12) p , luego q |
| 13) p , por consiguiente q | 14) p , por ello q |
| 15) p sólo si q | 16) q , en caso que p |
| 17) p es suficiente para q | 18) q es necesario para p |

Negación: $\neg p$

No;

No es cierto que;.....

No es verdad que;.....

Es falso que;....

Conjunción: $p \wedge q$

... y...

... pero ...

...mas...

...además...

...también...

...sin embargo...

Disyunción:

$p \vee q$

..O..

Disyunción

exclusiva: $p \vee q$

o ..., o...

o bien ..., o bien...

Bicondicional: $p \leftrightarrow q$

... si y solo si...

... cuando y solamente cuando ...

Negaciones:

Disyunción: $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Disyunción exclusiva: $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee (p \wedge q)$

Conjunción: $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Condicional: $\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$

Cuantificador Universal: $\neg(\forall x : p(x)) \Leftrightarrow \exists x : \neg p(x)$

Cuantificador Existencial: $\neg(\exists x : p(x)) \Leftrightarrow \forall x : \neg p(x)$

Bicondicional: $\neg(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow \neg q)$

Tablas de Verdad:

		Conjunción	Disyunción	Disyunción exclusiva	Condicional	Bicondicional
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

Condicionales asociadas

$p \rightarrow q$ Directa

$q \rightarrow p$ Recíproca

$\sim p \rightarrow \sim q$ Contraria

$\sim q \rightarrow \sim p$ Contrarrecíproca

Relación entre la directa y la contrarrecíproca

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$$

Leyes del álgebra proposicional:

Involución: $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$	Idempotencia : $(p \wedge p) \Leftrightarrow p$	Conmutatividad: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$	Asociatividad: $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividad de la conjunción respecto a la disyunción: $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$	Distributividad de la disyunción respecto a la conjunción: $(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$	Leyes de De Morgan: $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$	