librus.ru

621.397
Г-65

МИР цифровой обработки

Р. ГОНСАЛЕС, Р. ВУДС

Цифровая обработка изображений

Перевод с английского
под редакцией П. А. Чочиа

516193
БИБЛИОТЕКА
Владимирского
государственного
университета

ТЕХНОСФЕРА
Москва
2005

librus.ru

ЧИТАЛЬНЫЙ
ЗАЛ № 2

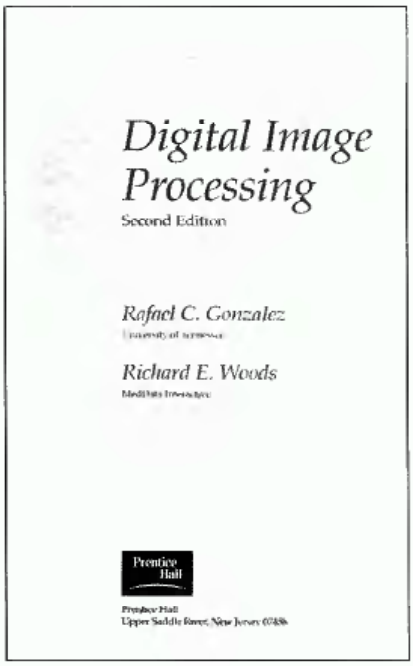
Р. Гонсалес, Р. Вудс
Цифровая обработка изображений
Москва:
Техносфера, 2005. – 1072 с. ISBN 5-94836-028-8

Монография раскрывает базовые понятия и методологию компьютерной обработки изображений, дает основы для дальнейшего изучения этой многогранной и быстро развивающейся области. Книга является одним из наиболее популярных, известных в мире и полных учебников в области теории и методов цифровой обработки видеоинформации. Многие из приведенных в ней алгоритмов реализованы в широко известных пакетах компьютерной обработки изображений.

Рассмотрены все основные направления обработки и анализа изображений, включая основы теории восприятия и регистрации видеоинформации, методы фильтрации, вейвлет-преобразования, улучшения, восстановления и сжатия черно-белых и цветных изображений. Обсуждаются также вопросы сегментации, распознавания образов, описания и представления деталей, морфологического анализа изображения. Все разделы сопровождаются большим количеством примеров и иллюстраций.

Книга рассчитана на научных работников и профессиональных программистов, специалистов по компьютерному дизайну, студентов и преподавателей.

Книга постоянно занимает первое место в рейтинге продаж **Amazon.com** и широко используется разработчиками и дизайнерами.



© 2002. Authorized translation from the English language edition, entitled DIGITAL IMAGE PROCESSING, 2ND EDITION by GONZALEZ, RAFAEL C.; WOODS, RICHARD E., published by Pearson Education, Inc, publishing as Prentice Hall.
© 2005, ЗАО «РИЦ «Техносфера» перевод на русский язык, оригинал-макет, оформление.

ISBN 5-94836-028-8
ISBN 0-201-18075-8 (англ.)

librus.ru

аналогичных сенсоров путем увеличения времени экспозиции, однако результат этого аналогичен только что описанной процедуре. Дополнительное уменьшение уровня шума можно достичь путем охлаждения сенсоров. ■

Как и в случае вычитания изображений, сложение двух или более 8-битовых изображений требует специальных действий при отображении на 8-битовом устройстве. Значения суммы K 8-битовых изображений находятся в диапазоне от 0 до $255 \cdot K$. В этом случае масштабирование значений обратно в диапазон 8 бит заключается в делении результата на K. Некоторая точность, конечно, будет потеряна, но это неизбежно, если устройство отображения ограничено 8 битами.

В конкретных реализациях иногда приходится оперировать отрицательными значениями элементов изображений. Только что рассмотренный пример, фактически, требовал именно таких действий, поскольку гауссовские случайные переменные с нулевым средним и ненулевой дисперсией принимают как положительные, так и отрицательные значения. Изображения, приведенные в примере, были масштабированы с помощью второго метода градационного преобразования, рассмотренного в конце предыдущего раздела. То есть на усредненном изображении было найдено значение минимума, которое затем было вычтено из значений элементов. Затем значения элементов были приведены в диапазон [0, 255] умножением их на величину 255/Max, где Max — максимальное значение элементов[13].

3.5. Основы пространственной фильтрации

Как уже говорилось в Разделе 3.1, некоторые локальные преобразования оперируют одновременно как со значениями пикселей в окрестности, так и с соответствующими им значениями некоторой матрицы, имеющей те же размеры, что и окрестность. Такую матрицу называют *фильтром*, *маской*, *ядром*, *шаблоном* или *окном*, причем первые три термина являются наиболее распространенными. Значения элементов матрицы принято называть *коэффициентами*.

Вообще говоря, фильтрация тесно связана с применением преобразования Фурье и обработкой сигналов в *частотной области*. Этот

[13] По-видимому, приведенные на Рис. 3.31 изображения подверглись несколько другому преобразованию, так как иначе гистограммы всех изображений были бы растянуты на весь диапазон [0, 255] и выглядели бы одинаково. – *Прим. перев.*

librus.ru

вопрос будет рассматриваться ниже в Главе 4. В данной же главе нас интересуют операции фильтрации, которые выполняются непосредственно над элементами изображения. Для подобных операций используется термин *пространственная фильтрация*, в отличие от более традиционной фильтрации в частотной области.

Схема пространственной фильтрации иллюстрируется на Рис. 3.32. Процесс основан на простом перемещении маски фильтра от точки

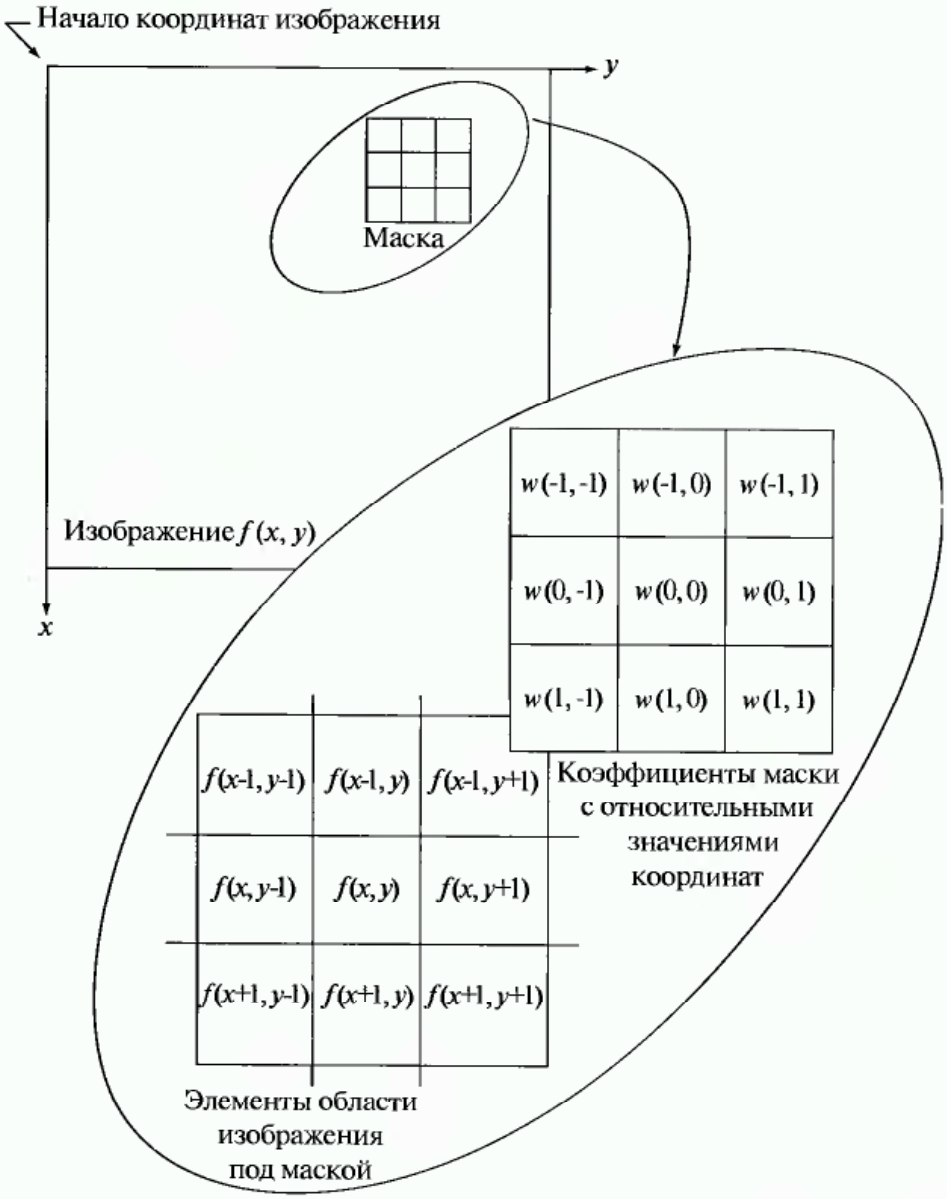


Рис. 3.32. Схема пространственной фильтрации. Увеличенные рисунки представляют маску 3×3 и фрагмент изображения непосредственно под ней; для наглядности фрагмент изображения показан несколько смещенным относительно маски.

librus.ru

к точке изображения; в каждой точке (x, y) *отклик* фильтра вычисляется с использованием предварительно заданных связей. В случае *линейной* пространственной фильтрации (касательно линейности см. Раздел 2.6) отклик задается суммой произведений коэффициентов фильтра на соответствующие значения пикселей в области, покрытой маской фильтра. Для маски 3×3 элемента, показанной на Рис. 3.32, результат (отклик) R линейной фильтрации в точке (x, y) изображения составит

$$R = w(-1,-1)f(x-1,y-1) + w(-1,0)f(x-1,y) + \ldots$$
$$+ w(0,0)f(x,y) + \ldots + w(1,0)f(x+1,y) + w(1,1)f(x+1,y+1),$$

что, как видно, есть сумма произведений коэффициентов маски на значения пикселей непосредственно под маской. В частности заметим, что коэффициент $w(0, 0)$ стоит при значении $f(x, y)$, указывая тем самым, что маска центрирована в точке (x, y). В случае маски размерами $m \times n$ будем полагать, что $m = 2a + 1$ и $n = 2b + 1$, где a и b суть неотрицательные целые. Это означает, что в дальнейшем будут рассматриваться маски *нечетных* размеров, причем наименьшей будет маска 3×3 элемента (маска размерами 1×1 элемент будет исключена как тривиальная).

Фильтрация изображения f, имеющего размеры $M \times N$, с помощью фильтра размерами $m \times n$ задается выражением общего вида:

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t), \qquad (3.5\text{-}1)$$

где, как следует из предыдущего абзаца, $a = (m - 1)/2$ и $b = (n - 1)/2$. При фильтрации всего изображения данная формула должна быть вычислена для всех сочетаний $x = 0, 1, 2, \ldots, M - 1$ и $y = 0, 1, 2, \ldots, N - 1$. Это означает, что все элементы изображения будут обработаны по заданной маске[14]. Легко проверить, что при $m = n = 3$ данная формула сводится к формуле, приведенной в предыдущем абзаце.

Как будет рассмотрено в Главе 4, процедура линейной фильтрации, задаваемая уравнением (3.5-1), в частотной области аналогична операции *свертки*. По этой причине линейную пространственную фильтрацию часто называют «сверткой маски с изображением». Ана-

[14] Следует отметить, что для точек, расположенных вблизи краев изображения (на расстоянии менее a от края по оси x или/и менее b по оси y), данная маска будет выходить за пределы изображения, что, вообще говоря, требует специального учета данного обстоятельства. Этот вопрос рассматривается ниже. – *Прим. перев.*

librus.ru

логично, маску фильтра иногда называют *маской свертки* или *ядром свертки*.

В случае, когда интерес представляет только значение отклика R по маске $m \times n$ в точке (x, y), а не схема реализации маски свертки, иногда используют следующее выражение:

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \ldots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{i=1}^{mn} w_i z_i \,, \qquad (3.5\text{-}2)$$

где w_i суть коэффициенты маски, z_i — значения пикселей, соответствующих данным коэффициентам, а mn — общее число коэффициентов в маске. Для маски 3×3, представленной на Рис. 3.33, отклик в точке (x, y) изображения будет

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \ldots + w_9 z_9 = \sum_{i=1}^{9} w_i z_i \,. \qquad (3.5\text{-}3)$$

Специальное внимание, уделяемое данной простой формуле, объясняется тем, что она часто встречается в литературе по обработке изображений.

Нелинейные пространственные фильтры также работают по окрестности, причем механизм перемещения маски по изображению тот же, что был только что обрисован. Схема действий операции нелинейной фильтрации зачастую зависит от значений элементов анализируемой окрестности, и не обязательно должна использовать коэффициенты линейной комбинации, как это было в формулах (3.5-1) и (3.5-2). Как будет показано в Разделе 3.6.2, подавление шума может быть, например, эффективно осуществлено при помощи нелинейного фильтра, основная функция которого заключается в вычислении медианы значений элементов анализируемой окрестности. Вычисление меди-

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

Рис. 3.33. Другой вариант представления часто используемой маски фильтра по окрестности 3×3 элемента.

librus.ru

аны является нелинейной операцией, так же как и вычисление дисперсии, использовавшейся в Разделе 3.3.4.

Важным вопросом при реализации операций пространственной фильтрации по окрестности является рассмотрение ситуации, когда центр фильтра приближается к границам изображения. Для простоты рассмотрим квадратную маску размерами $n \times n$. Когда эта маска находится на расстоянии $(n-1)/2$ элемента от границы изображения, то как минимум одна сторона маски будет находиться на его краю. Если же центр маски приближается к границе, то одна или несколько строк или столбцов маски будут находиться вне изображения. Существуют несколько способов учесть это обстоятельство. Простейший способ состоит в ограничении перемещения центра маски по изображению — не ближе, чем $(n-1)/2$ элементов от края. Результирующее изображение после фильтрации будет по размерам меньше оригинала, зато все его точки будут обработаны полной маской. Если результат должен иметь те же размеры, что и оригинал, то обычно используется подход, при котором для фильтрации используется только та часть маски, которая полностью находится внутри изображения. При этом возле границ изображения образуется полоса точек, которые обрабатываются только частью маски фильтра. Другие подходы предусматривают расширение изображения за его границы добавлением строк и столбцов из нулей (или других постоянных значений), или же повторением строк и столбцов. После обработки добавленные строки и столбцы удаляются. Это позволяет сохранить размеры обработанного изображения равными размерам исходного, однако значения элементов, использовавшихся для расширения, будут оказывать влияние на значения элементов изображения внутри аналогичной полосы, которая тем шире, чем больше размеры маски. Единственный способ получить достоверный результат сводится к тому, чтобы согласиться с получением результирующего изображения с меньшими размерами путем ограничения перемещения центра маски — не ближе, чем на $(n-1)/2$ элементов от границ исходного изображения.

3.6. Сглаживающие пространственные фильтры

Сглаживающие фильтры применяются для расфокусировки изображения и подавления шума. Расфокусировка может применяться как предварительный шаг обработки изображения, например, для удаления мелких деталей перед обнаружением больших объектов, или же для устранения разрывов в линиях или деталях. Для подавления шумов может использоваться расфокусировка с применением как линейной, так и нелинейной фильтрации.

librus.ru

3.6.1. Линейные сглаживающие фильтры

Выход (отклик) простейшего линейного сглаживающего пространственного фильтра есть среднее значение элементов по окрестности, покрытой маской фильтра. Такие фильтры иногда называют *усредняющими* или *сглаживающими фильтрами*. По причинам, изложенным в Главе 4, их также называют *низкочастотными фильтрами*.

Идея применения сглаживающих фильтров достаточно ясна. Заменой исходных значений элементов изображения на средние значения по маске фильтра достигается уменьшение «резких» переходов уровней яркости. Поскольку случайный шум как раз характеризуется резкими скачками яркости, наиболее очевидным применением сглаживания является подавление шума. Однако контуры, которые обычно представляют интерес на изображении, также характеризуются резкими перепадами яркостей, поэтому негативной стороной применения сглаживающих фильтров является расфокусировка контуров. Другим применением такой процедуры может быть сглаживание ложных контуров, которые возникают при преобразованиях с недостаточным числом уровней яркости, как это обсуждалось в Разделе 2.4.3. Главное использование сглаживающих фильтров состоит в подавлении «несущественных» деталей на изображении. Под «несущественными» здесь понимаются совокупности пикселей, которые малы по сравнению с размерами маски фильтра. Это последнее применение будет проиллюстрировано ниже. На Рис. 3.34 показаны два сглаживающих фильтра по окрестности 3×3. Первый из них дает обычное среднее значение по маске. Подстановкой коэффициентов маски в уравнение (3.5-3) получим:

$$R = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} z_i ,$$

а б

$$\frac{1}{9}\times\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline\end{array} \qquad \frac{1}{16}\times\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline\end{array}$$

Рис. 3.34. Две маски сглаживающих фильтров по окрестности 3×3. Постоянный множитель перед каждой из масок равен единице, деленной на сумму значений коэффициентов, как это необходимо для нормировки.

librus.ru

что как раз и дает среднее значение яркостей по окрестности 3×3. Заметим, что коэффициенты фильтра указаны как единицы, вместо 1/9. Причина в том, что такой вариант является более эффективным при компьютерных вычислениях. По окончании процесса суммирования полученное значение делится на 9. Маска размерами $m \times n$ будет иметь нормировочный коэффициент, равный $1/mn$. Такой пространственный фильтр, все коэффициенты которого одинаковы, иногда называют *однородным усредняющим фильтром*.

Вторая маска, представленная на Рис. 3.34(б), несколько более интересна. Эта маска дает так называемое *взвешенное среднее*; этот термин применяется, чтобы показать, что значения элементов умножаются на разные коэффициенты, что позволяет присвоить им как бы разные «важности» (веса) по сравнению с другими. В маске на Рис. 3.34(б) коэффициент в центре маски имеет самое большее значение (вес), тем самым давая соответствующему элементу бóльшую важность при вычислении среднего. Значения остальных коэффициентов в маске уменьшаются по мере удаления от центра маски. Диагональные члены, по сравнению с ортогональными, расположены от центра дальше, и таким образом «весят» меньше, чем ближайшие соседи центрального элемента. Основная стратегия присвоения центральному пикселю наибольшего веса, а остальным — обратно пропорционально их расстоянию, имеет целью уменьшение расфокусировки при сглаживании. Можно было бы выбрать и другие значения коэффициентов маски для достижения поставленной цели, но сумма коэффициентов, приведенных на Рис. 3.34(б) равна 16, что удобно при компьютерной реализации, поскольку это степень двойки. Следует заметить, что на практике достаточно трудно заметить разницу между изображениями, сглаженными фильтрами по одной из масок на Рис. 3.34 или какими-то другими, аналогичными по конструкции, поскольку размеры области, покрываемые маской при фильтрации одного элемента, очень малы.

Как следует из уравнения (3.5-1), общая формула фильтрации изображения размерами $M \times N$ фильтром взвешенного среднего по окрестности $m \times n$ (m и n — нечетные) задается выражением

$$g(x,y) = \frac{\sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)}{\sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t)}. \qquad (3.6\text{-}1)$$

Параметры в этом уравнении такие же, как были определены для уравнения (3.5-1). Как и ранее, подразумевается, что полная фильт-

librus.ru

рация изображения достигается применением формулы (3.6-1) ко всем парам $x = 0, 1, 2,..., M - 1$ и $y = 0, 1, 2,..., N - 1$. Знаменатель в (3.6-1) есть сумма всех коэффициентов маски, следовательно является константой и требует вычисления лишь один раз. Как правило, такое масштабирование применяется сразу ко всем точкам изображения по окончании процесса фильтрации.

Пример 3.9. *Сглаживание изображения по маскам различных размеров.* ■ Зависимость эффекта сглаживания от размера фильтра проиллюстрирована на Рис. 3.35, где представлено исходное изображение и результаты сглаживания усредняющим фильтром с квадратной окрестностью размерами $n = 3, 5, 9, 15$, и 35 элементов. Главные результаты

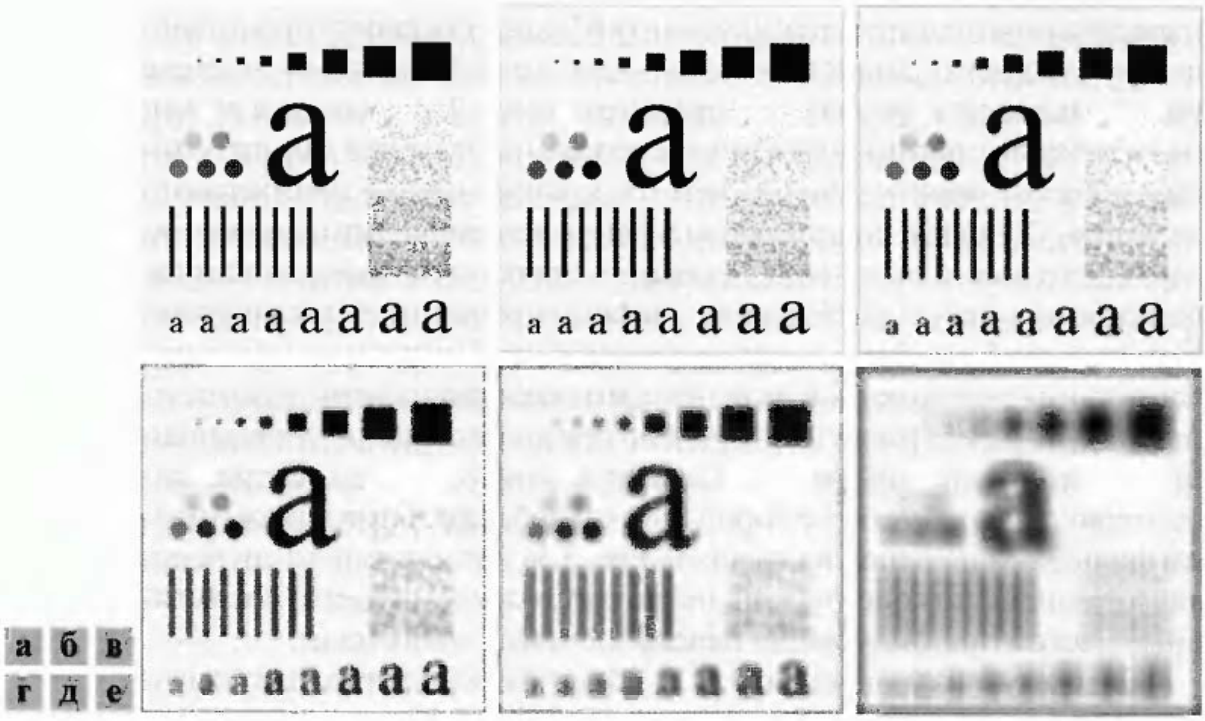


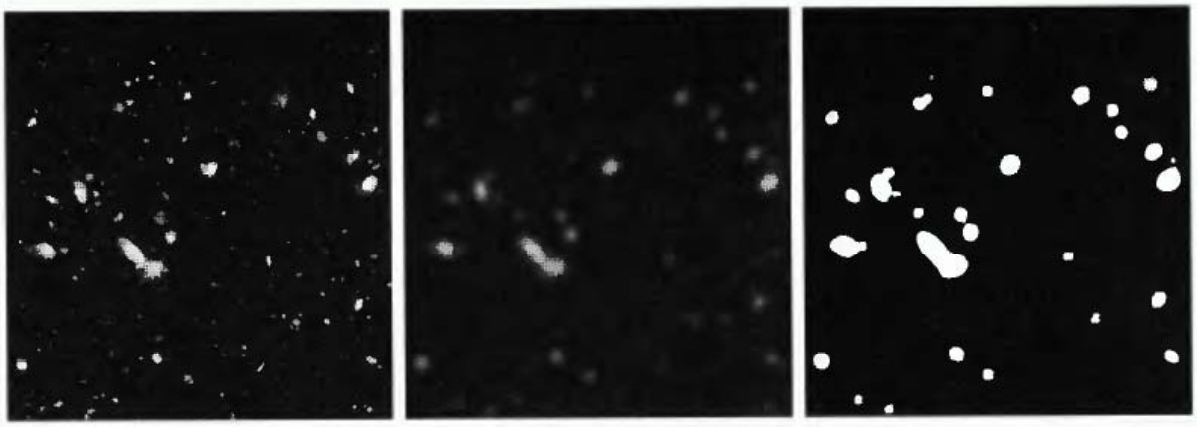
Рис. 3.35. (а) Исходное изображение размерами 500×500 элементов. (б)–(е) Результаты сглаживания усредняющим фильтром с квадратной маской размерами $n = 3$, 5, 9, 15, и 35. Черные квадратики в верхней части имеют размеры 3, 5, 9, 15, 25, 35, 45, и 55 пикселей соответственно и расположены на расстоянии в 25 пикселей друг от друга. Буквы внизу изменяются в размерах от 10 до 24 пунктов, с увеличением каждый раз на 2 пункта; размер самой большой буквы — 60 пунктов. Вертикальные полосы имеют 5 пикселей в ширину и 100 пикселей в высоту; расстояния между ними — 20 пикселей. Диаметр кружков — 25 пикселей, и расположены они на расстоянии 15 пикселей друг от друга; их уровни яркостей изменяются от 0% до 100% черного с шагом 20%. Общий фон изображения — 10% черного. Прямоугольники с шумом имеют размеры 50×120 пикселей.

librus.ru

этого эксперимента таковы. При $n = 3$ можно заметить легкую расфокусировку на всем изображении, однако, как и следовало ожидать, более всего искажены мелкие детали, имеющие размеры, близкие к размерам фильтра. На изображениях, сглаженных по окрестностям 3×3 и 5×5, уже видна значительная расфокусировка на маленькой букве «а» и на мелкозернистом шуме. Заметно заглажены выступающие края букв, а также серые кружочки. Положительным результатом можно считать то, что шум стал значительно менее выраженным. Небольшое увеличение размеров окрестности сглаживания (больше $n = 5$) не приводит к сильным изменениям результатов. Но при $n = 9$ можно видеть уже значительно более сильную расфокусировку, и 20-процентный черный кружочек уже не так сильно отличаются от фона, как на предыдущих трех изображениях, тем самым иллюстрируя эффект смешивания, являющийся результатом расфокусировки. Также видно значительно более сильное сглаживание зашумленных прямоугольников. Результаты с $n = 15$ и 35 следует считать предельными по отношению к размерам объектов на изображении. Такое чрезмерное сглаживание используется в основном для удаления с изображения мелких объектов. Например, три маленьких квадрата, два круга и большинство из зашумленных прямоугольников на Рис. 3.35(е) неотличимы от фона. На этом изображении стал сильно заметен темный бордюр, который является следствием расширения изображения перед операцией сглаживания нулями (т.е. черным фоном) и последующего обрезания краев. Этот эффект проявляется на всех изображениях, но наиболее заметен на изображении, сглаженном фильтром самого большого размера.■

Как было замечено ранее, важным применением пространственного сглаживания является расфокусировка изображения, позволяющая создать грубый образ объектов, которые могут представлять интерес. При этом интенсивность мелких объектов смешивается с фоном, в то время как большие объекты остаются в виде пятен и могут быть легко обнаружены. Размеры объектов, которые будут смешиваться с фоном, приблизительно совпадают с размерами маски сглаживающего фильтра. В качестве примера рассмотрим изображение на Рис. 3.36(а), полученное телескопом «Хаббл» с орбиты Земли. Результат применения усредняющего фильтра с маской 15×15 элементов показан на Рис. 3.36(б). Можно видеть, что многие из объектов или оказались смешаны с фоном, или же их яркость значительно уменьшилась. Обычно после такого сглаживания следует операция разделения по порогу, позволяющая убрать объекты малой интенсивности. Результат применения пороговой операции к изображению на Рис. 3.36(б)

librus.ru



а б в

Рис. 3.36. (а) Изображение, полученное космическим телескопом «Хаббл». (б) Изображение, обработанное сглаживающей маской размерами 15×15 элементов. (в) Результат применения порогового обнаружения к изображению (б). (Исходное изображение предоставлено Агентством NASA).

с уровнем порога в 25% от наибольшей яркости, показан на Рис. 3.36(в). Сравнивая это изображение с исходным, можно сделать вывод, что полученный результат был бы приемлемым с позиции поиска самых больших и ярких объектов.

3.6.2. Фильтры, основанные на порядковых статистиках

Фильтры, основанные на порядковых статистиках, относятся к классу нелинейных пространственных фильтров. Отклик такого фильтра определяется предварительным упорядочиванием (ранжированием) значений пикселей, покрываемых маской фильтра, и последующим выбором значения, находящегося на определенной позиции упорядоченной последовательности (т.е. имеющего определенный ранг). Собственно фильтрация сводится к замещению исходного значения пикселя (в центре маски) на полученное значение отклика фильтра. Наиболее известен *медианный фильтр*, который, как следует из названия, заменяет значение пикселя на значение медианы распределения яркостей всех пикселей в окрестности (включая и исходный). Медианные фильтры весьма популярны потому, что для определенных типов случайных шумов они демонстрируют отличные возможности подавления шума при значительно меньшем эффекте расфокусировки, чем у линейных сглаживающих фильтров с аналогичными размерами. В частности, медианные фильтры эффективны при фильтрации *импульсных шумов*, иногда называемых *шумами «соль и перец»*, которые выглядят как наложение на изображение случайных черных и белых точек.

librus.ru

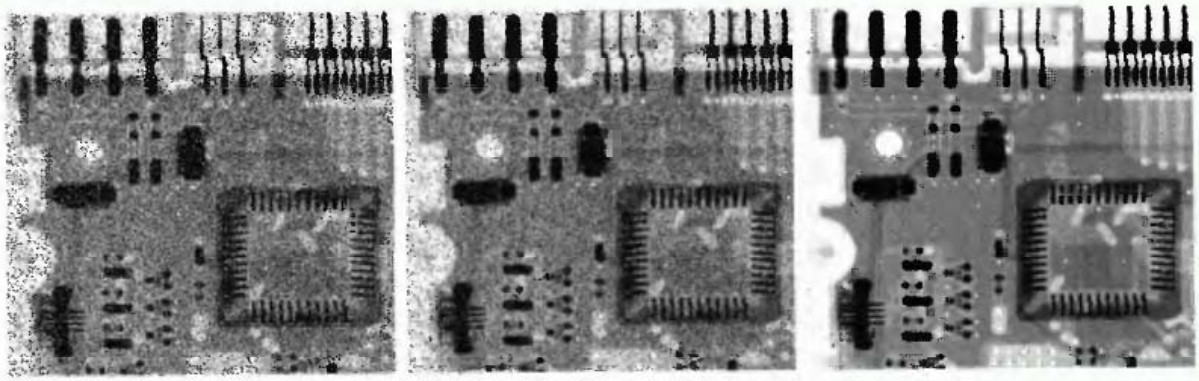
Медиана набора чисел есть такое число ξ, что половина чисел из набора меньше или равны ξ, а другая половина — больше или равны ξ. Чтобы выполнить медианную фильтрацию для элемента изображения, необходимо сначала упорядочить по возрастанию значения пикселей внутри окрестности, затем найти значение медианы, и, наконец, присвоить полученное значение обрабатываемому элементу. Так, для окрестности 3×3 элементов медианой будет пятое значение по величине, для окрестности 5×5 — тринадцатое значение, и так далее. Если несколько элементов в окрестности имеют одинаковые значения, эти значения будут сгруппированы. Например, пусть в окрестности 3×3 элементы имеют следующие значения: (10, 20, 20, 20, 15, 20, 20, 25, 100). После упорядочивания они будут расположены следующим образом: (10, 15, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 100), а следовательно медианой будет значение 20. Можно сказать, что основная функция медианного фильтра заключается в замене отличающегося от фона значения пикселя на другое, более близкое его соседям. На самом деле, изолированные темные или светлые (по сравнению с окружающим фоном) кластеры, имеющие площадь не более чем $n^2/2$ (половина площади маски фильтра), будут удалены медианным фильтром с маской размерами $n \times n$. В данном случае «удалены» означает, что значения пикселей в соответствующих точках будут заменены на значения медиан по окрестностям. Кластеры больших размеров искажаются значительно меньше.

Хотя медианный фильтр значительно более распространен в обработке изображений, чем остальные виды фильтров, основанные на порядковых статистиках, тем не менее он не является единственным. Медиана представляет собой 50-й процентиль упорядоченного набора чисел, но, как следует из основ статистики, упорядочивание предоставляет много других возможностей. Например, использование 100-го процентиля приводит к так называемому *фильтру максимума*, который полезен при поиске на изображении наиболее ярких точек по отношению к окружающему фону. Отклик фильтра максимума по окрестности 3×3 задается выражением $R = \max\{z_k \mid k = 1, 2, \ldots, 9\}$. Процентиль 0 является *фильтром минимума*, используемым для поиска противоположных значений. Медианный фильтр, а также фильтры максимума и минимума более детально рассмотрены в Главе 5.

Пример 3.10. *Использование медианной фильтрации для подавления шума.*

■ На Рис. 3.37(а) представлен рентгеновский снимок монтажной платы, сильно искаженный импульсным шумом. Чтобы проиллюстрировать преимущество медианной фильтрации по сравнению с усредняющим фильтром, на Рис. 3.37(б) показан результат обработки

librus.ru



а б в

Рис. 3.37. (а) Рентгеновский снимок монтажной платы, искаженный импульсным шумом. (б) Подавление шума усредняющим фильтром по окрестности 3×3. (в) Подавление шума медианным фильтром по окрестности 3×3. (Исходное изображение предоставил Джозеф Пасенте, компания Lixi, Inc.).

зашумленного изображения усредняющим фильтром по окрестности 3×3, а на Рис. 3.37(в) — результат медианной фильтрации по окрестности 3×3. На изображении, обработанном усредняющим фильтром, уровень шумов стал ниже, но ценою заметной расфокусировки. При этом совершенно очевидно преимущество медианного фильтра во всех отношениях. Вообще, медианная фильтрация намного больше подходит для удаления импульсного шума, чем усредняющая фильтрация. ■

3.7. Пространственные фильтры повышения резкости

Главная цель повышения резкости заключается в том, чтобы подчеркнуть мелкие детали изображения или улучшить те детали, которые оказались расфокусированы вследствие ошибок или несовершенства самого метода съемки. Повышение резкости изображений используется достаточно широко — от электронной печати и медицинской интроскопии до технического контроля в промышленности и систем автоматического наведения в военной сфере.

В предыдущем разделе мы видели, что расфокусировка изображения может быть достигнута пространственной операцией усреднения значений точек по окрестности. Поскольку усреднение аналогично интегрированию, то логично придти к выводу, что повышение резкости, будучи явлением, обратным по отношению к расфокусировке, может быть достигнуто пространственным дифференцированием. Это действительно так, и в настоящем разделе будут обсуждаться различные способы задания и использования операторов повышения резкости путем численного дифференцирования. С принципиальной точки зрения, величина отклика оператора производной в точке изо-

librus.ru

бражения пропорциональна степени разрывности изображения в данной точке. Таким образом, дифференцирование изображения позволяет усилить перепады и другие разрывы (например, шумы) и не подчеркивать области с медленными изменениями уровней яркостей.

3.7.1. Основы

В последующих двух разделах будут рассмотрены фильтры повышения резкости, основанные на первой и второй производных. Однако прежде, чем перейти к непосредственному обсуждению, необходимо остановиться на некоторых фундаментальных свойствах этих производных в контексте цифровых методов. Для простоты изложения остановимся на одномерных производных. В частности, представляет интерес поведение этих производных на областях постоянной яркости (плоские области), в начале и в конце разрывов (разрывы в виде ступенек и участков изменения яркости — склонов), а также на протяжении самих склонов. Эти типы разрывов могут использоваться для описания шумовых всплесков, линий и контуров на изображении. Также важным является поведение производной на протяжении перехода от начала до окончания указанных особенностей.

Производные дискретной функции определяются в терминах разностей. Эти разности можно задать различными способами, однако мы будем руководствоваться следующим. Первая производная должна быть: (1) равной нулю на плоских участках (областях с постоянным уровнем яркости); (2) ненулевой в начале и в конце ступеньки или склона яркости; (3) ненулевой на склонах яркости. Аналогично, вторая производная должна быть: (1) равной нулю на плоских участках; (2) ненулевой в начале и в конце ступеньки или склона яркости; (3) равной нулю на склонах постоянной крутизны. Так как мы оперируем ограниченными численными значениями, максимальное значение изменения яркости также конечно, а кратчайшее расстояние, на котором это изменение может происходить, есть расстояние между соседними пикселями.

Первая производная одномерной функции $f(x)$ определяется как разность значений соседних элементов:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x).$$

Здесь использована запись в виде частной производной для того, чтобы сохранить те же обозначения в случае двух переменных $f(x, y)$, где придется иметь дело с частными производными по двум пространст-

librus.ru

венным осям. Использование частной производной не меняет существа рассмотрения.

Аналогично, вторая производная определяется как разность соседних значений первой производной:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x).$$

Легко проверить, что оба данных определения удовлетворяют сформулированным ранее условиям касательно производных первого и второго порядков. Чтобы увидеть это, а также подчеркнуть основные сходства и различия между производными первого и второго порядков в контексте обработки изображений, рассмотрим пример на Рис. 3.38.

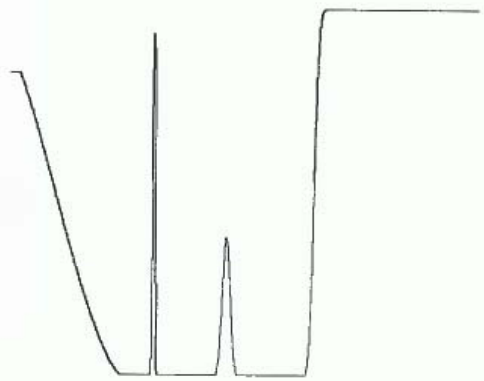
На Рис. 3.38(а) показано простое изображение, содержащее несколько сплошных объектов[15], линию и отдельную шумовую точку. На Рис. 3.38(б) представлен горизонтальный профиль яркости (по строке развертки), проходящий через центр изображения и шумовую точку. Этот профиль, являющийся одномерной функцией, будет использоваться для последующих иллюстраций. На Рис. 3.38(в) показана упрощенная дискретная схема профиля. Она содержит минимальное количество точек, требуемое для анализа поведения первой и второй производных вблизи отдельной точки, линии, склона и контура объекта. На приведенной упрощенной схеме склон занимает четыре пикселя, отдельная точка — один пиксель, толщина линии — три пикселя, а ступенька яркости расположена между соседними пикселями. Число уровней яркости также сокращено до восьми.

Рассмотрим поведение первой и второй производных при движении вдоль профиля слева направо. Для начала отметим, что первая производная не равна нулю на протяжении всего склона, в то время как вторая производная не равна нулю лишь в начале и конце склона. Поскольку границы объектов на изображении соответствуют именно такому типу переходов, можно сделать вывод, что первая производная дает в результате «толстые» контуры, а вторая — значительно более тонкие. Следующей является отдельная точка. На ней (и рядом) отклик второй производной оказывается значительно сильнее отклика первой производной[16]. Это не должно быть неожиданным —

[15] Они выглядят как светлые фрагменты геометрических фигур. — *Прим. перев.*

[16] Здесь пока речь идет об абсолютной величине отклика производной. — *Прим. перев.*

librus.ru



Строка изображения	5	5	4	3	2	1	0	0	0	6	0	0	0	0	1	3	1	0	0	0	0	7	7	7	7	•	•
Первая производная	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	6	-6	0	0	0	1	2	-2	-1	0	0	0	7	0	0	0				
Вторая производная	-1	0	0	0	0	1	0	6	-12	6	0	0	1	1	-4	1	1	0	0	7	-7	0	0				

а б в

Рис. 3.38. (а) Простое изображение. (б) Одномерный горизонтальный профиль, проходящий через центр изображения и отдельную шумовую точку. (в) Схематичное дискретное изображение профиля (для простоты точки соединены пунктирными линиями).

в задаче подчеркивания резких переходов вторая производная по сравнению с первой является намного более действенной, а значит следует ожидать, что усиление мелких деталей (включая шум) при помощи второй производной будет значительно более сильным, чем при помощи первой производной. Тонкая линия (в данной проекции) также представляет собой мелкую деталь, и можно увидеть ту же разницу между двумя производными. Но даже если бы максимальная яркость на линии совпадала с яркостью отдельной точки, отклик второй производной на точке был бы все равно больше[17]. Наконец, на сту-

[17] Это справедливо для двумерного случая. В рассматриваемом одномерном случае (см. численные значения сигнала) это связано с тем, что по сравнению с точкой линия имеет более «размытые» края. — *Прим. перев.*

librus.ru

пеньке отклики обеих производных совпадают (в большинстве случаев, когда ступенька несколько расфокусирована, отклик второй производной будет слабее). Можно заметить, что значения второй производной имеют колебания из положительных значений в отрицательные. На изображении это выглядит как двойная линия. Этот эффект «двойных контуров» возникнет в качестве существенной помехи в Главе 10, где производные будут использоваться для обнаружения контуров. Также интересно, что если амплитуда тонкой линии совпадает с величиной перепада, то отклик второй производной на линии будет больше, чем на перепаде.

В заключение, сравнивая отклики первой и второй производных, можно отметить следующее. (1) Первая производная обычно дает в результате более толстые контуры. (2) Вторая производная дает больший по величине отклик на мелкие детали — как на отдельных точках, так и на тонких линиях. (3) Отклик на ступеньку у первой производной как правило выше, чем у второй. (4) На наклонных контурах вторая производная дает двойной отклик. Касательно второй производной можно также отметить, что при одинаковых амплитудах изменения сигнала, она дает более сильный отклик на линии, чем на ступеньке, а на отдельной точке — более сильный, чем на линии.

В большинстве приложений методов улучшения изображений вторая производная оказывается более предпочтительной, чем первая, благодаря большему усилению мелких деталей. По этой причине, и чтобы упростить дальнейшее развитие подхода, вначале мы уделим внимание применению второй производной в методах улучшения изображений. Методы же, основанные на первой производной, будут рассмотрены в разделе 3.7.3. Хотя в применении к обработке изображений первая производная используется в основном для выделения контуров, тем не менее она находит применение и в задачах улучшения; в Разделе 3.8 будет показано, что в объединении со второй производной удается получить достаточно выразительные результаты.

3.7.2. Улучшение изображений с использованием вторых производных: лапласиан

В данном разделе мы рассмотрим применение двумерной второй производной в задачах улучшения изображений. Подход сводится к выбору дискретной формулировки второй производной и к последующему построению маски фильтра, основанной на данной формулировке. Рассматриваться будут *изотропные* фильтры, отклик которых не зависит от направления неоднородностей на обрабатываемом изображении. Другими словами, изотропные фильтры явля-

librus.ru

ются *инвариантными к повороту*, в том смысле, что поворот изображения и последующее применение фильтра дает тот же результат, что и первоначальное применение фильтра с последующим поворотом результата[18].

Разработка метода

Можно показать ([Rosenfeld и Kak, 1982]), что простейшим изотропным оператором, основанным на производных, является *лапласиан* (оператор Лапласа), который в случае функции двух переменных $f(x, y)$ определяется как

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}. \qquad (3.7\text{-}1)$$

Поскольку производные любого порядка являются линейными операторами, то значит и лапласиан является линейным оператором.

Чтобы применить данное уравнение в цифровой обработке изображений, его необходимо выразить в дискретном виде. Существует несколько способов задать лапласиан в дискретном виде на основе значений соседних пикселей. Однако каким бы ни было определение, оно должно удовлетворять тем свойствам, которые были изложены в Разделе 3.7.1. Нижеследующее определение дискретной второй производной является одним из наиболее часто используемых. Принимая во внимание, что теперь имеются две переменные, для частной второй производной по x будет использоваться следующая формула:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \qquad (3.7\text{-}2)$$

и, аналогично для производной по y:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y). \qquad (3.7\text{-}3)$$

Дискретная формулировка двумерного лапласиана, заданного уравнением (3.7-1), получается объединением этих двух составляющих:

---

[18] В применении к дискретному сигналу это утверждение верно лишь настолько, насколько точными можно считать операцию поворота и круговую симметрию масок фильтров. — *Прим. перев.*

librus.ru

$$\nabla^2 f = [f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)] - 4f(x,y). \quad (3.7\text{-}4)$$

Это уравнение может быть реализовано с помощью маски, представленной на Рис. 3.39(а), которая дает изотропный результат для поворотов на углы, кратные 90°. Способы реализации описаны при обсуждении уравнения (3.5-1) и иллюстрируются в Разделе 3.6.1 для линейных сглаживающих фильтров. Здесь попросту используются другие значения коэффициентов.

Диагональные направления могут быть включены в формулу дискретного лапласиана (3.7-4) добавлением еще двух членов — по одному для каждого из диагональных направлений. Вид каждого из них такой же, как в уравнении (3.7-2) или (3.7-3), но указываются координаты точек, расположенных по диагоналям. Поскольку каждая диагональная добавка включает член $-2f(x, y)$, то суммарный вычитаемый из суммы член составит $-8f(x, y)$. Маска, соответствующая такому новому определению, представлена на Рис. 3.39(б). Такая маска является изотропной для поворотов на углы, кратные 45°. Две оставшиеся маски, показанные на Рис. 3.39, также часто используются на практике. Они основаны на определении лапласиана, являющегося «негативным» по отношению к тому, который уже был рассмотрен. По сущест-

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

а б
в г

Рис. 3.39. (а) Маска фильтра, используемая для реализации дискретного лапласиана согласно уравнению (3.7-4). (б) Маска, используемая для реализации расширения этого уравнения путем добавления диагональных членов. (в) и (г) Две другие реализации лапласиана.

librus.ru

ву они дают идентичный результат, но различие в знаке должно учитываться при комбинации — операцией сложения или вычитания — изображения, отфильтрованного лапласианом, с другим изображением.

Поскольку оператор Лапласа по сути является второй производной, его применение подчеркивает разрывы уровней яркостей на изображении и подавляет области со слабыми изменениями яркостей. Это приводит к получению изображения, содержащего сероватые линии на месте контуров и других разрывов, наложенные на темный фон без особенностей. Но фон можно «восстановить», сохранив при этом эффект повышения резкости, достигаемый лапласианом. Для этого достаточно сложить исходное изображение и лапласиан. Как было сказано в предыдущем абзаце, при этом необходимо помнить, какое из определений лапласиана было использовано. Если использовалось определение, использующее отрицательные центральные коэффициенты, тогда для получения эффекта повышения резкости, изображение-лапласиан следует *вычитать*, а не прибавлять. Таким образом, обобщенный алгоритм использования лапласиана для улучшения изображений сводится к следующему:

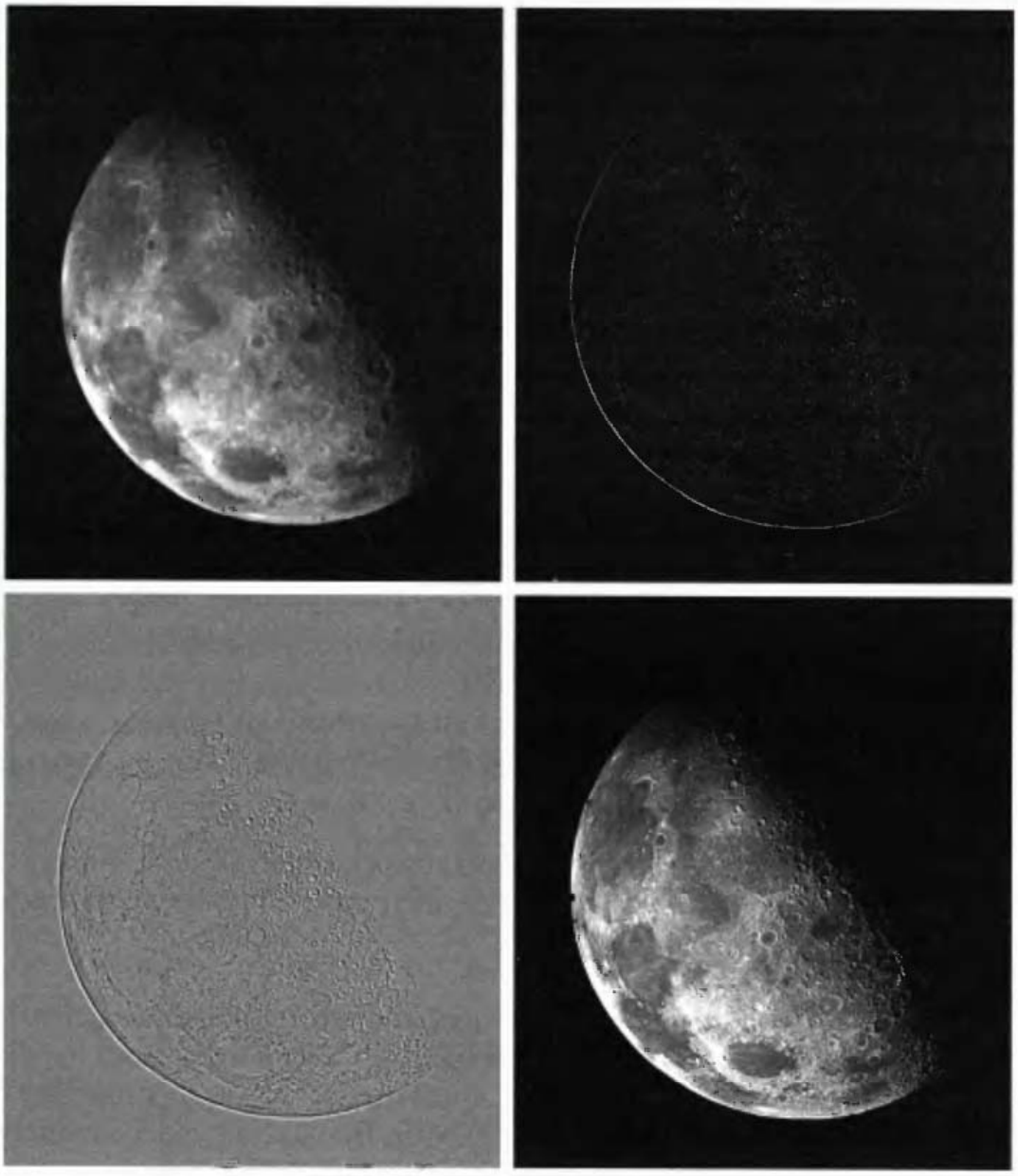
$$g(x,y)=\begin{cases} f(x,y)-\nabla^2 f(x,y), & \text{если } w(0,0)<0 \\ f(x,y)+\nabla^2 f(x,y), & \text{если } w(0,0)\geq 0 \end{cases}. \qquad (3.7\text{-}5)$$

Здесь $w(0,0)$ — значение центрального коэффициента маски лапласиана. Применение этого уравнения иллюстрируется нижеследующим примером.

Пример 3.11. *Повышение резкости изображения с помощью лапласиана.* ■ На Рис. 3.40(а) представлено изображение Северного полюса Луны. На Рис. 3.40(б) показан результат фильтрации данного изображения лапласианом с маской на Рис. 3.39(б). Поскольку изображение-лапласиан содержит как положительные, так и отрицательные значения, то для градационной коррекции такого сигнала может применяться подход, изложенный в Разделе 3.4.1. Иногда, чтобы избежать проблем с отрицательными значениями сигнала, отображают значение его модуля; однако такое преобразование в некоторых случаях приводит к возникновению двойных линий, что может сбить с толку.

Изображение, представленное на Рис. 3.40(в), было подвергнуто градационной коррекции способом, изложенным в Разделе 3.4.1. Видно, что основными деталями данного изображения являются контуры и резкие перепады яркости различного уровня. Фон, ранее черный, теперь, вследствие градационной коррекции, стал серым. Та-

librus.ru



а б
в г

Рис. 3.40. (а) Изображение Северного полюса Луны. (б) Изображение, фильтрованное лапласианом (неотрицательные значения сигнала). (в) Изображение-лапласиан, подвергнутое градационной коррекции перед воспроизведением. (г) Изображение, улучшенное с помощью уравнения (3.7-5). (Исходное изображение предоставлено Агентством NASA).

кое сероватое проявление фона является типичным для правильно откорректированных изображений-лапласианов. Наконец, на Рис. 3.40(г) показан результат, полученный с использованием уравнения (3.7-5). Детали на этом изображении видны значительно более чистыми и резкими, чем на исходном изображении. Добавление исходного изображения к лапласиану восстановило общий диапазон из-

librus.ru

менения яркостей на изображении, а лапласиан усилил контрасты в местах яркостных разрывов. Конечным результатом стало изображение, на котором мелкие детали улучшены, а фоновые полутона отлично сохранены. Результаты, подобные данному, позволили методам улучшения, основанным на лапласиане, стать основным инструментом, часто используемым для повышения резкости цифровых изображений. ■

Упрощения

В предыдущем примере уравнение (3.7-5) было реализовано в два этапа: как первоначальное вычисление изображения, фильтрованного лапласианом, и последующее вычитание его из исходного изображения. Это было сделано с целью обучения, чтобы проиллюстрировать каждый шаг процедуры. На практике действия, описываемые уравнением (3.7-5), обычно выполняют за один проход при использовании единой маски. Коэффициенты такой единой маски легко получаются подстановкой уравнения (3.7-4) в первую строку уравнения (3.7-5)

$$\begin{aligned} g(x,y) &= f(x,y)-[f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+ \\ &+f(x,y-1)]+4f(x,y)=5f(x,y)-[f(x+1,y)+f(x-1,y)+ \\ &+f(x,y+1)+f(x,y-1)]. \end{aligned} \tag{3.7-6}$$

Это уравнение может быть реализовано с помощью маски, показанной на Рис. 3.41(а). Маска, показанная на Рис. 3.41(б), должна использоваться, если в вычисление лапласиана включаются диагональные соседние элементы. Идентичные маски получатся, если во вторую строку уравнения (3.7-5) подставить со знаком минус уравнение (3.7-4).

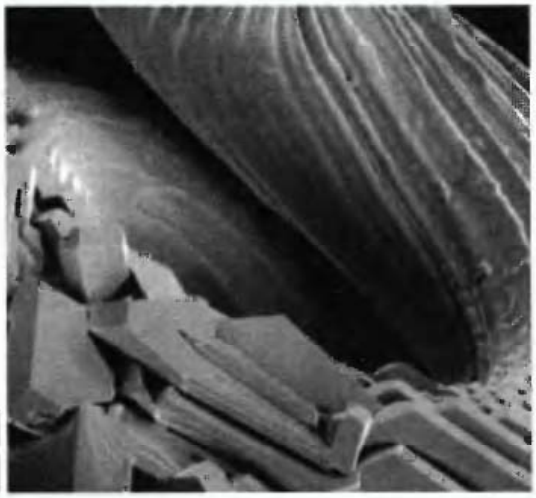
Пример 3.12. *Улучшение изображения при использовании составной маски лапласиана.*

■ Результаты, получающиеся с применением маски, содержащей диагональные элементы, обычно являются более резкими, чем с применением первичной маски на Рис. 3.41(а). Эта особенность проиллюстрирована изображениями на Рис. 3.41(г) и Рис. 3.41(д), где представлены результаты фильтрации лапласианом с использованием масок Рис. 3.41(а) и Рис. 3.41(б), соответственно. Сравнивая изображения после фильтрации с оригиналом, представленным на Рис. 3.41(в), можно заметить, что обе маски дают заметное улучшение, но результаты с маской на Рис. 3.41(б) выглядят более резкими. Исходное изображение на Рис. 3.41(в) есть снимок поврежденной при перегреве вольфрамовой нити накала, полученный сканирующим электронным микроскопом при приблизительно 250-кратном увеличении. ■

librus.ru

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1



а б в
г д

Рис. 3.41. (а) Составная маска лапласиана. (б) Вторая составная маска. (в) Изображение, полученное сканирующим электронным микроскопом. (г) и (д) Результаты фильтрации с масками (а) и (б). Заметим, насколько (д) является более резким, чем (г). (Исходное изображение предоставил Майкл Шаффер, Факультет геологических наук Орегонского университета, Юджин).

Поскольку лапласиан является линейным оператором, то можно было получить те же составные маски на Рис. 3.41(а) и Рис. 3.41(б) напрямую из уравнения (3.7-5), которое определено как разность (сумма) двух линейных процессов. То есть, $f(x, y)$ может быть представлено как исходное изображение, обработанное фильтром с маской, имеющей единицу в центре и все остальные нули. Второй член уравнения — то же самое изображение, обработанное одной из масок лапласиана на Рис. 3.39. Благодаря линейности, результат, полученный с помощью уравнения (3.7-5) с единичной маской и одной из масок лапласиана, будет тем же, что и результат, полученный составной маской, построенной как разность (сумма) единичной маски и маски лапласиана.

librus.ru

Нерезкое маскирование и фильтрация с подъемом высоких частот

Процедура, много лет использующаяся в полиграфии для повышения резкости изображений, заключается в вычитании из изображения его расфокусированной копии. Эта процедура, называемая *нерезким маскированием*, выражается формулой

$$f_s(x,y) = f(x,y) - \bar{f}(x,y), \tag{3.7-7}$$

где $f_s(x, y)$ обозначает изображение с повышенной резкостью, полученное нерезким маскированием, а $\bar{f}(x,y)$ — расфокусированная копия исходного изображения $f(x, y)$. Нерезкое маскирование ведет свое начало из фотографии, где для получения более резкого отпечатка на негатив накладывался расфокусированный позитив, и экспозиция осуществлялась через полученный двухслойный оригинал.

Некоторым обобщением нерезкого маскирования является *фильтрация с подъемом высоких частот*. Процедура фильтрации с подъемом высоких частот, формирующая изображение f_{hb}, задается формулой

$$f_{\text{hb}}(x,y) = Af(x,y) - \bar{f}(x,y), \tag{3.7-8}$$

где $A \geq 1$, а $\bar{f}$, как и раньше, расфокусированная копия f. Это уравнение может быть записано в виде

$$f_{\text{hb}}(x,y) = (A-1)f(x,y) + f(x,y) - \bar{f}(x,y). \tag{3.7-9}$$

Используя уравнение (3.7-7), получим

$$f_{\text{hb}}(x,y) = (A-1)f(x,y) + f_s(x,y) \tag{3.7-10}$$

как формулу для вычисления результата фильтрации изображения с подъемом высоких частот.

Уравнения (3.7-8) и (3.7-10), вообще говоря, не определяют жестко способ получения резкого изображения. Можно выбрать использование лапласиана, тогда $f_s(x, y)$ может быть получено из уравнения (3.7-5). В этом случае уравнение (3.7-10) будет иметь вид

$$f_{\text{hb}}(x,y) = \begin{cases} Af(x,y) - \nabla^2 f(x,y), & \text{если } w(0,0) < 0 \\ Af(x,y) + \nabla^2 f(x,y), & \text{если } w(0,0) \geq 0 \end{cases}. \tag{3.7-11}$$

Здесь, как и ранее, $w(0,0)$ есть значение центрального коэффициента маски лапласиана. Фильтрация с подъемом высоких частот также мо-

librus.ru

жет быть реализована за один проход при использовании одной из двух масок, показанных на Рис. 3.42. Заметим, что при $A = 1$ фильтрация с подъемом высоких частот становится «стандартным» повышением резкости с помощью лапласиана. При увеличении A больше 1, эффект увеличения резкости становится все меньше и меньше. В конце концов, при достаточно больших A, результат фильтрации изображения с подъемом высоких частот будет приблизительно совпадать с результатом умножения исходного изображения на константу.

Пример 3.13. *Улучшение изображения при помощи фильтра, усиливающего высокие частоты.*

■ Одним из типичных приложений фильтрации изображения с подъемом высоких частот является случай, когда исходное изображение темнее, чем это требуется. Варьированием коэффициента усиления высоких частот обычно удается добиться общего увеличения яркости изображения и получить желаемый результат. Рисунок 3.43 иллюстрирует как раз такое применение метода. Часть (а) данного рисунка есть более темный вариант изображения на Рис. 3.41(с). На Рис. 3.43(б) показано изображение-лапласиан, полученное при использовании маски на Рис. 3.42(б) с $A = 0$. Изображение на Рис. 3.43(в) было получено при той же маске, но с $A = 1$. Как и ожидалось, изображение стало более резким, но все еще остается столь же темным, что и исходное. Наконец, на Рис. 3.43(г) показан результат при $A = 1{,}7$. Этот результат намного более приемлем, поскольку увеличен средний уровень яркости, а следовательно изображение стало более светлым и естественным. ■

а

0	-1	0
-1	A+4	-1
0	-1	0

б

-1	-1	-1
-1	A+8	-1
-1	-1	-1

Рис. 3.42. Метод фильтрации изображения с подъемом высоких частот может быть реализован при использовании любой из этих масок с $A \geq 1$.

librus.ru

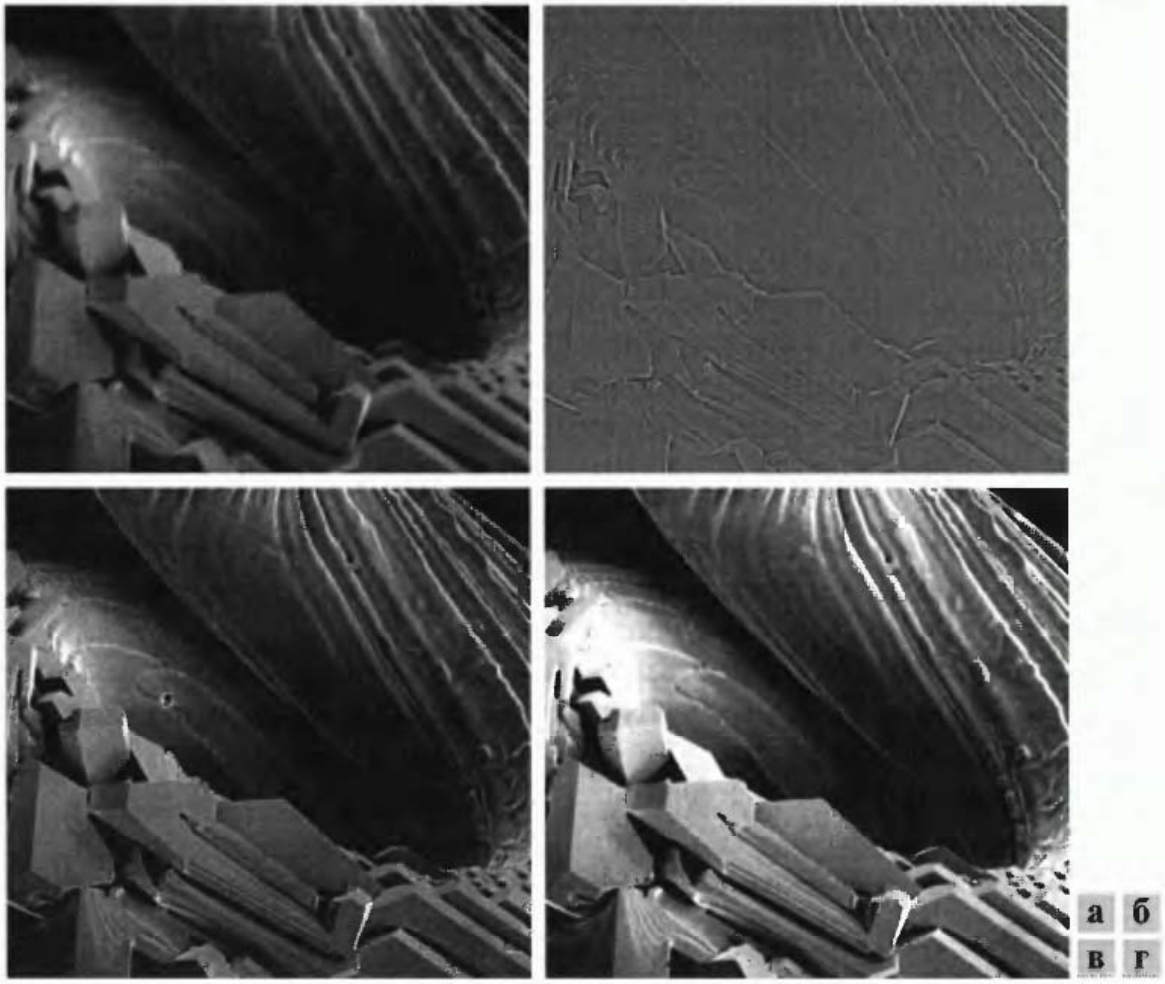


Рис. 3.43. (а) То же изображение, что и на Рис. 3.41(в), но более темное. (б) лапласиан изображения (а), полученный при использовании маски Рис. 3.42(б) с $A = 0$. (в) Изображение, улучшенное наложением лапласиана с маской Рис. 3.42(б) и $A = 1$. (г) То же, что и (в), но с $A = 1{,}7$.

3.7.3. Улучшение изображений с использованием первых производных: градиент

В обработке изображений первые производные реализуются через модуль градиента. Для функции $f(x, y)$ градиент f в точке (x, y) определяется как двумерный *вектор-столбец*

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}. \qquad (3.7\text{-}12)$$

librus.ru

Модуль этого вектора определяется следующим образом:

$$\nabla f = |\nabla \mathbf{f}| = \left[G_x^2 + G_y^2\right]^{1/2} = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right]^{1/2}. \qquad (3.7\text{-}13)$$

Компоненты вектора градиента являются линейными операторами, но модуль вектора, очевидно, нет, поскольку он выражается через операции возведения в квадрат и извлечения квадратного корня. С другой стороны, частные производные в уравнении (3.7-12) не являются инвариантными к повороту (изотропными), но модуль вектора градиента таковым является. Хотя это и не является строго правильным, модуль вектора градиента часто называют *градиентом*. Следуя этой традиции, мы также будем использовать этот термин в последующих обсуждениях, явно ссылаясь на вектор или его амплитуду только в тех случаях, когда возможна неясность.

Объем вычислений, необходимый для обработки всего изображения оператором (3.7-13), достаточно велик, поэтому частой практикой является приближение значения модуля градиента суммой модулей отдельных компонентов, вместо квадратов и квадратных корней:

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y|. \qquad (3.7\text{-}14)$$

Это уравнение проще в вычислениях, оно все еще сохраняет относительные изменения в уровнях яркостей, но свойство изотропности пропадает. Однако, как и в случае лапласиана, свойства изотропности для определяемого в следующем абзаце дискретного градиента сохраняются только для ограниченного набора угловых приращений, который зависит от масок, используемых для приближения производных. Как оказывается, маски, наиболее часто используемые для приближения градиента, дают те же результаты только для углов, кратных 90°. Эти результаты не зависят от того, какое уравнение используется — (3.7-13) или (3.7-14), так что при использовании более простого уравнения (3.7-14) ничего существенного не теряется.

Аналогично лапласиану, первоначально будут определены дискретные приближения приведенных выше уравнений, а затем уже по ним будут сформированы соответствующие маски фильтров. Чтобы упростить последующие рассуждения, для указания точек в окрестности 3×3 будут использоваться обозначения, показанные на Рис. 3.44(а). Так, например, центральная точка z_5 обозначает $f(x, y)$, z_1 обозначает $f(x-1, y-1)$, и так далее. Как отмечено в Разделе 3.7.1, простейшими приближениями первой производной, которые удов-

librus.ru

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

-1	0
0	1

0	-1
1	0

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

а б в г д

Рис. 3.44. Область изображения размерами 3×3 элемента ($z_1,...,z_9$ — значения яркости соответствующих пикселей под маской) и маски, используемые для вычисления градиента в точке, отмеченной z_5. Суммы коэффициентов по каждой из масок равны нулю.

летворяют сформулированным в том же разделе условиям, являются следующие: $G_x = (z_8 - z_5)$ и $G_y = (z_6 - z_5)$. Два других определения, предложенные Робертсом [Roberts, 1965] в ранних исследованиях по цифровой обработке изображений, используют перекрестные направления:

$$G_x = (z_9 - z_5) \quad \text{и} \quad G_y = (z_8 - z_6). \tag{3.7-15}$$

Если выбрать уравнение (3.7-13), то градиент будет вычисляться по следующей формуле:

$$\nabla f = \left[(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2 \right]^{1/2}. \tag{3.7-16}$$

Если используются абсолютные значения, тогда, подставляя уравнения (3.7-15) в (3.7-14), получим следующее приближение к значениям градиента:

$$\nabla f \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|. \tag{3.7-17}$$

librus.ru

Это уравнение может быть реализовано с помощью двух масок, показанных на Рис. 3.44(б) и (в). Эти маски называют *перекрестным градиентным оператором Робертса*. Однако маски четного размера реализовывать неудобно. Наименьшая маска фильтра, которая нас интересует, имеет размеры 3×3. Приближением, использующим абсолютные значения для той же самой точки z_5, но уже по маске 3×3, будет:

$$\begin{aligned}\nabla f \approx &\left|(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)\right| + \\ &+\left|(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)\right|.\end{aligned} \tag{3.7-18}$$

Разность между значениями пикселей в третьей и первой строках окрестности 3×3 приближает значение производной по направлению x, а разность между значениями пикселей в третьем и первом столбцах приближает значение производной по направлению y. Маски, представленные на Рис. 3.44(г) и (д), называют *оператором Собела* (Sobel). Они могут использоваться для реализации уравнения (3.7-18) с помощью того же алгоритма, что и уравнение (3.5-1). Использование весовых коэффициентов со значением 2 основано на стремлении присвоить центральным (в строках и столбцах) точкам большей значимости, и тем самым достичь большей гладкости (этот вопрос детально будет рассмотрен в Главе 10). Заметим, что суммы коэффициентов каждой из масок равны 0, и это означает, что на участках изображения с постоянным уровнем яркости отклик любого из приведенных операторов будет равен 0, как и должно быть у оператора, соответствующего первой производной.

Пример 3.14. *Применение градиента для улучшения контуров.*

■ Градиент часто используется в техническом контроле для того, чтобы помочь человеку обнаружить дефекты, или, что является более общим, как предварительная обработка в автоматизированном контроле. Об этом будет говориться в Главах 10 и 11. Однако представляется полезным рассмотреть некоторый простой пример прямо сейчас, чтобы показать, как может быть использован градиент для улучшения видимости дефектов и для удаления слабо меняющихся характеристик фона. В данном конкретном примере улучшение используется в качества шага предварительной обработки для последующего автоматического контроля, а не для визуального анализа.

На Рис. 3.45(а) показано оптическое изображение контактной линзы, освещенной специальной световой установкой, предназначенной для подчеркивания неточностей. В данном случае можно заметить два дефекта на краях (они видны на окружности в позициях «4 и 5 часов»). На Рис. 3.45(б) показан градиент, подсчитанный по формуле

librus.ru

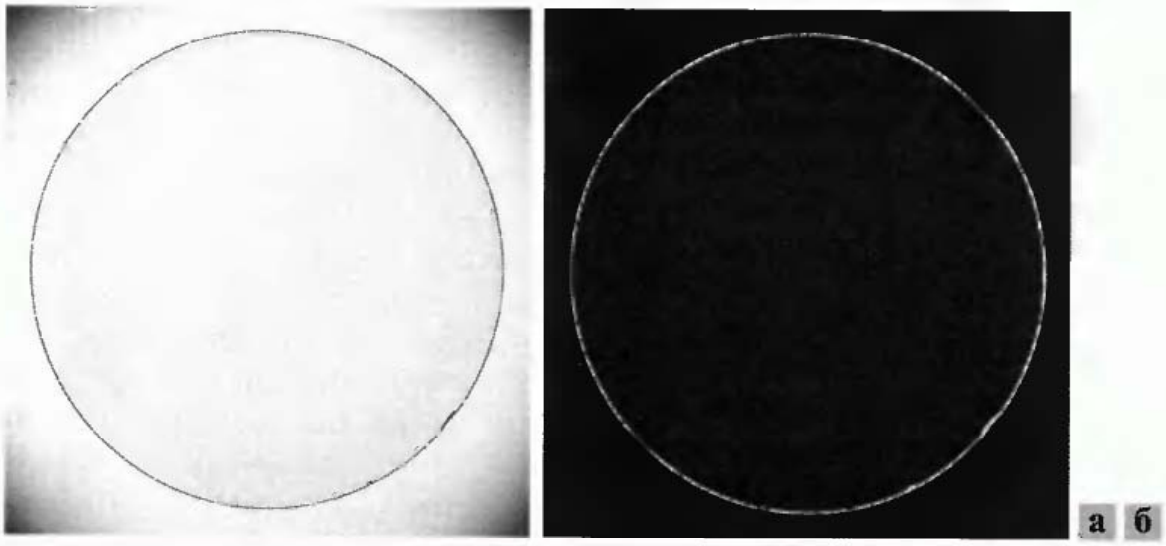


Рис. 3.45. (а) Оптическое изображение контактной линзы (дефекты видны на краях окружности в позициях «4 и 5 часов»). (б) Градиент, полученный оператором Собела. (Исходное изображение предоставил Пит Сайтс, Perceptics Corporation).

(3.7-14) с масками оператора Собела, показанными на Рис. 3.44(г) и (д). Дефекты краев видны как на изображении 3.45(а) так и на 3.45(б), но преимуществом второго изображения является то, что удалены слабо меняющиеся изменения яркостей, тем самым упрощена задача автоматического контроля. Заметим также, что градиентная обработка подчеркивает мелкие дефекты, которые нелегко заметить на полутоновом изображении (такими дефектами могут быть чужеродные вкрапления, воздушные карманы в держателе, а также неточности мениска линзы). Способность подчеркнуть мелкие неоднородности на ровном сером поле есть еще одна важная характеристика градиента. ■

3.8. Комбинирование методов пространственного улучшения

За некоторыми исключениями, как, например, в случае комбинации сглаживания с рассмотренным в Разделе 3.6.1 пороговым преобразованием, до настоящего момента внимание уделялось лишь каждому из методов улучшения по отдельности. Однако при решении конкретных задач для достижения приемлемых результатов может потребоваться применение нескольких дополняющих друг друга методов улучшения. В данном разделе на отдельных примерах будет проиллюстрировано, как скомбинировать отдельные подходы, разработанные в настоящей главе, для решения более сложной задачи улучшения.

librus.ru

Изображение на Рис. 3.46(а) есть полный снимок скелета, полученный с помощью гамма-лучей (см. Раздел 1.3.1), использующийся для обнаружения таких заболеваний, как костные инфекции и опухоли. Целью является улучшение данного изображения путем повышения его резкости и более подробного выявления деталей скелета. Малый динамический диапазон уровней яркости и высокое содержание шума делают это изображение трудным для улучшения. Стратегия состоит в использовании лапласиана для выделения мелких деталей, и градиента для улучшения выступающих краев. По причинам, которые будут объяснены ниже, сглаженная копия градиентного изображения будет использоваться для маскирования лапласиана (касательно маскирования см. Раздел 3.4). В конце, для увеличения динамического диапазона яркостей, будет использоваться градационное преобразование.

На Рис. 3.46(б) показан лапласиан, полученный фильтрацией исходного изображения с использованием маски на Рис. 3.39(г). Для лучшего воспроизведения это изображение было подвергнуто градационной коррекции, такой же, как и изображение на Рис. 3.40. Более резкое изображение можно получить прямо сейчас простым сложением изображений на Рис. 3.46(а) и (б), что будет являться реализацией второй строки уравнения (3.7-5), поскольку использовалась маска с положительным центральным коэффициентом. Уже глядя на уровень шумов на изображении (б) можно ожидать, что сложение изображений Рис. 3.46(а) и (б) приведет к получению более резкого, но весьма зашумленного изображения, что и подтверждается результатом, показанным на Рис. 3.46(в). Уменьшить уровень шума можно было бы с помощью медианного фильтра. Однако медианная фильтрация является нелинейной операцией, способной удалить детали изображения, что неприемлемо при обработке медицинских изображений.

Альтернативным подходом является использование маски, формируемой путем сглаживания градиента исходного изображения. Это нетрудно пояснить на основании свойств первой и второй производных, рассмотренных в Разделе 3.7.1. Лапласиан, будучи оператором второй производной, имеет то несомненное преимущество, что является прекрасным способом улучшения мелких деталей. Однако из-за этого он усиливает шум в значительно большей степени, чем градиент. Этот шум более неприятен на гладких областях, где он весьма заметен. Градиент, по сравнению с лапласианом, дает более сильный отклик в областях со значительными изменениями яркости (на яркостных переходах и ступеньках). Отклик градиента на шум и мелкие детали слабее, чем у лапласиана, и к тому же в дальнейшем может быть снижен путем сглаживания градиента усредняющим фильтром.

librus.ru

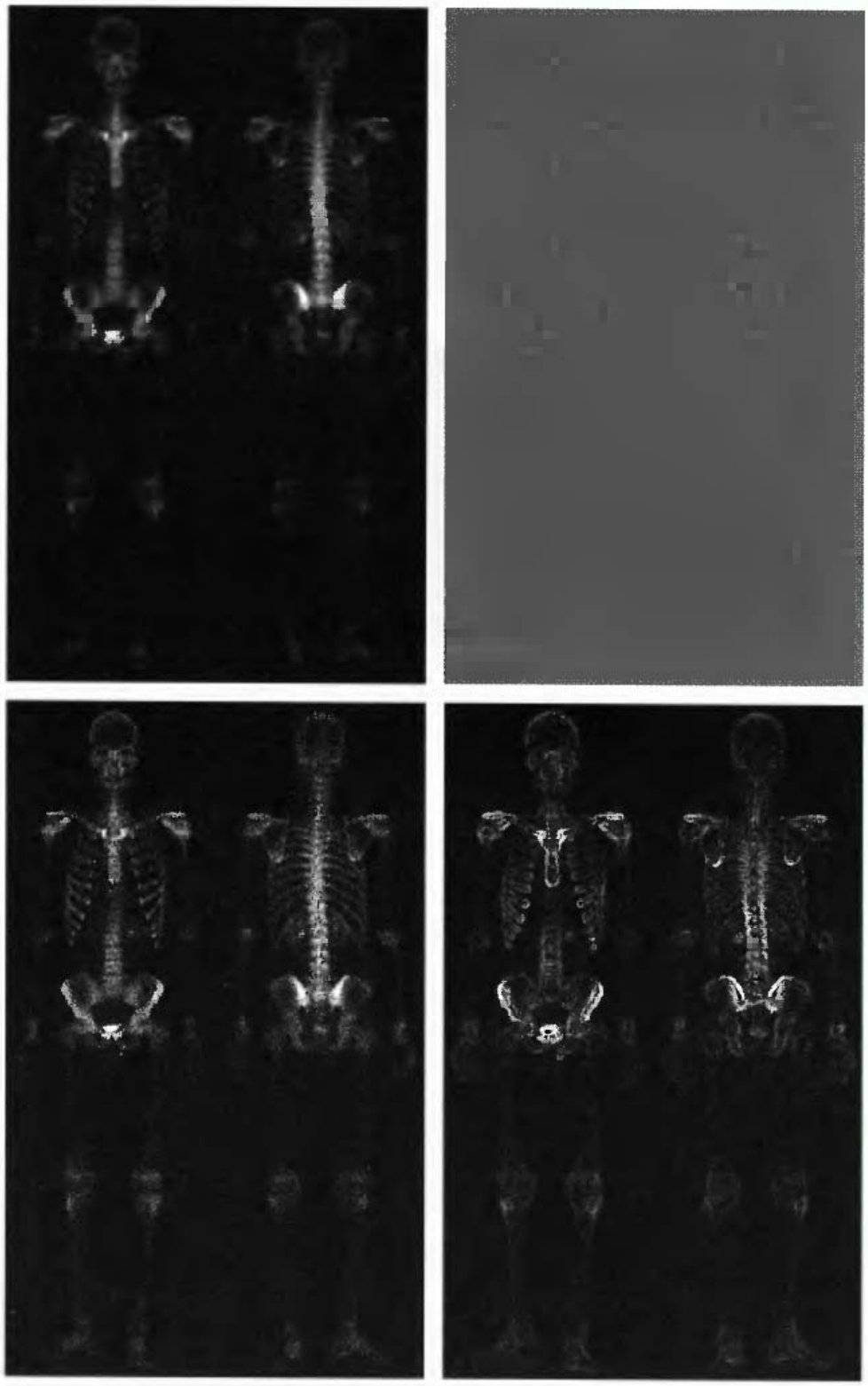
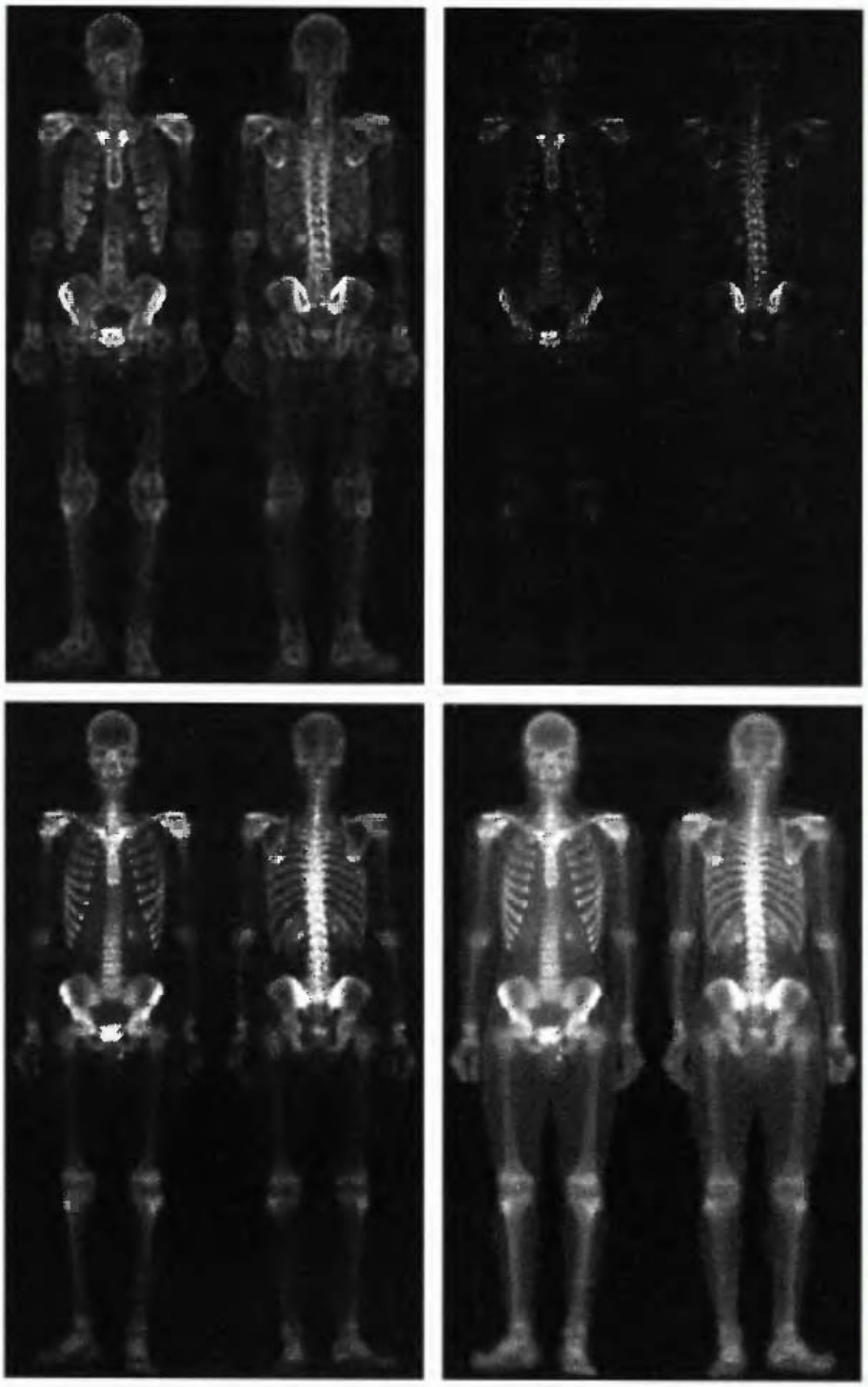


Рис. 3.46. (а) Полный снимок скелета, полученный с помощью гамма-лучей. (б) Применение оператора лапласиана к изображению (а). (в) Повышение резкости сложением изображений (а) и (б). (г) Применение оператора Собела к изображению (а).

librus.ru



д е
ж з

Рис. 3.46. (д) Изображение (г), сглаженное усредняющим фильтром по окрестности 5×5. (е) Изображение-маска, полученное перемножением изображений (в) и (д).(ж) Изображение с повышенной резкостью, полученное сложением изображений (а) и (е). (з) Конечный результат, полученный из изображения (ж) градационной коррекцией по степенному закону. Сравните изображения (ж) и (з) с исходным изображением (а). (Исходное изображение предоставлено компанией G.E. Medical Systems).

librus.ru

Тем самым, идея сводится к сглаживанию градиента и умножению его на изображение-лапласиан. В этом контексте можно рассматривать градиент как изображение-маску. Их произведение позволит сохранить детали в областях изменения яркости и подавить шум на относительно плоских участках. Этот процесс может быть грубо представлен как объединение лучших качеств лапласиана и градиента. Результат произведения прибавляется к исходному изображению, чтобы получить окончательное изображение с повышенной резкостью, и даже может использоваться как вариант фильтрации с подъемом высоких частот.

На Рис. 3.46(г) показан градиент, полученный фильтрацией исходного изображения оператором Собела по формуле (3.7-14). Компоненты G_x и G_y были получены с использованием масок, показанных на Рис. 3.44(г) и (д) соответственно. Как и следовало ожидать из рассуждений Раздела 3.7.1, контуры на этом изображении выделяются значительно сильнее, чем на изображении-лапласиане. Сглаженное градиентное изображение, представленное на Рис. 3.46(д), было получено с использованием усредняющего фильтра размерами 5×5. Оба градиентных изображения перед воспроизведением были подвергнуты тому же градационному преобразованию, что и изображение-лапласиан. Поскольку на градиентном изображении наименьшее допустимое значение равно 0, фон на этом изображении остается черным, а не серым, как в случае лапласиана на Рис. 3.46(б). Тот факт, что изображения на Рис. 3.46(г) и (д) выглядят значительно более яркими, чем изображение на Рис. 3.46(б), является очевидным следствием того, что на изображении со значительным содержанием контуров, градиент, как правило, имеет более высокие значения, чем лапласиан.

Результат перемножения лапласиана и сглаженного градиента показан на Рис. 3.46(е). Заметно преобладание резких контуров и относительное снижение уровня наблюдаемого шума, что и являлось основной целью маскирования лапласиана сглаженным градиентным изображением. Прибавление полученного произведения к исходному изображению дает в результате изображение с повышенной резкостью, показанное на Рис. 3.46(ж). Значительное повышение резкости деталей по сравнению с исходным изображением заметно на большей части данного изображения, включая ребра, позвоночник, таз и череп. Такое улучшение недостижимо при использовании одного только лапласиана или градиента.

Только что рассмотренная процедура повышения резкости не влияет в заметной степени на динамический диапазон яркостей изображения. Таким образом, финальный шаг в данной задаче улучше-

librus.ru

ния состоит в увеличении динамического диапазона полученного результата. Как было детально рассмотрено в Разделах 3.2 и 3.3, существует множество функций градационной коррекции, которые позволяют достичь этой цели. По результатам Раздела 3.3.2 известно, что эквализация гистограммы вероятно не даст хорошие результаты на изображениях, распределение яркости которых сдвинуто в область черного, как на изображениях из данного примера. Решением могло бы стать задание гистограммы, однако общий черный фон изображения, с которым приходится иметь дело, заставляет сделать выбор в пользу степенного преобразования. Так как требуется растяжение уровней яркостей, то, следовательно, значение γ в уравнении (3.2-3) должно быть меньше 1. Несколько экспериментов с различными значениями параметров позволяют получить окончательный результат, показанный на Рис. 3.46(з), при $\gamma = 0{,}5$ и $c = 1$. Сравнение данного изображения с изображением на Рис. 3.46(ж) показывает, что стало заметным значительно большее число деталей . Участки вблизи запястий, кистей рук, лодыжек и ступней являются тому хорошими примерами. Структура костей скелета, включая кости рук и ног, также стала более отчетливой. На исходном изображении весьма слабо видны контуры тела и мягкие ткани. «Вытаскивание» подобных деталей с помощью растяжения динамического диапазона яркостей усиливает также и шум, но, тем не менее, можно отметить, что на Рис. 3.46(з) имеется значительное визуальное улучшение исходного изображения.

Только что рассмотренный подход показателен как пример использования взаимосвязанных процедур для получения конечного результата, недостижимого с помощью какого-то одного метода. Последовательность применения процедур зависит от задачи. Конечным пользователем класса изображений, к которому относится рассмотренное в настоящем разделе изображение, скорее всего является врач-рентгенолог. По причинам, которые выходят за рамки нашего рассмотрения, врачи не любят при диагностике основываться на результатах улучшения изображений. Тем не менее, улучшенные изображения весьма полезны в выявлении деталей, которые могут оказаться ключевыми для последующего анализа исходного изображения или последовательности изображений. В других же областях результаты улучшения изображений могут действительно стать конечным продуктом. Примеры можно найти в полиграфии, в системах контроля продукции на основе анализа изображений, в судебной медицине, в микроскопии, в системах слежения, а также во многих других областях, где главной целью улучшения является получение изображения с более высоким содержанием видимых деталей.

librus.ru

Заключение

Материалы данной главы представляют типичные методы пространственной обработки, обычно используемые на практике для улучшения изображений. Эта область обработки изображений динамично развивается, так что и в профессиональных изданиях, и в анонсах новой продукции регулярно появляются описания новых методов. По этой причине вопросы, включенные в данную главу, были выбраны по своей фундаментальной значимости как основа для понимания современного состояния методов улучшения и проведения дальнейших исследований в этой области. Кроме вопросов улучшения, в данной главе преследовались цели знакомства с рядом понятий, такими как фильтрация с использованием пространственных масок, которые будут широко использованы в оставшейся части книги. В следующей главе вопросы улучшения будут рассмотрены с другой точки зрения — с позиции фильтрации в частотной области. На основе изложенного в этих двух главах, у читателя возникнет твердое понимание терминологии, а также некоторых, наиболее важных методов, используемых в обработке изображений. Тот факт, что эти методы изложены в контексте улучшения изображений, поможет яснее понять, какой эффект они оказывают на изображение.

Ссылки и литература для дальнейшего изучения

Материалы Раздела 3.1 взяты из [Gonzalez, 1986]. Дополнительный материал по Разделу 3.2 можно найти в [Schowengerdt, 1983], [Poyton, 1996] и [Russ, 1999]. Касательно оптимизации воспроизведения изображений см. [Tsujii et al., 1998]. Ранние ссылки на гистограммную обработку: [Hummel, 1974], [Gonzalez, Fittes, 1977] и [Woods, Gonzalez, 1981]. В работе [Stark, 2000] сделано интересное обобщение эквализации гистограммы для адаптивного улучшения контраста. Другие подходы к улучшению контраста проиллюстрированы в [Centeno, Haertel, 1997] и [Cheng, Xu, 2000]. По поводу улучшения, базирующегося на идеальной модели изображения, см. [Highnam, Brady, 1997]. Расширение локальной эквализации гистограммы рассмотрено в [Caselles et al., 1999] и [Zhu et al., 1999]. Использование локальных статистик для улучшения изображений рассмотрено в [Narendra, Fitch, 1981]. В статье [Kim et al., 1997] представлен интересный подход, в котором для улучшения изображения комбинируются градиент и локальные статистики.

Разность изображений (Раздел 3.4.1) является общим средством, широко применяемым для обнаружения изменений. Как уже отмеча-

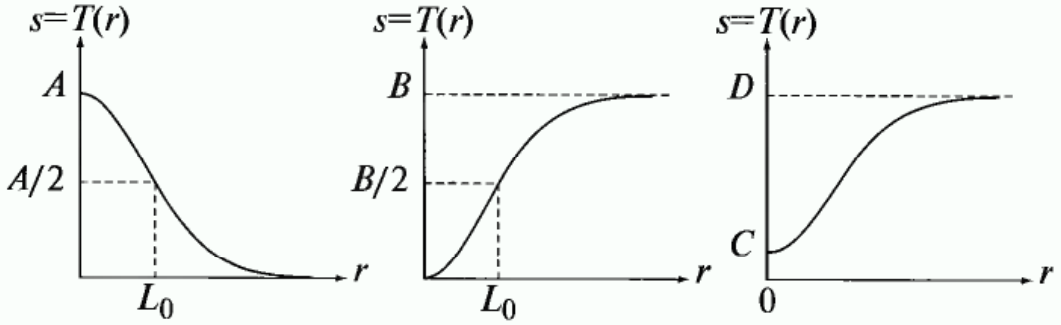
librus.ru

лось, одним из важных приложений метода разностей является рентгенография с использованием масок, в которой серьезную проблему составляет подвижность пациента, поскольку из-за движения изображение размазывается. Проблеме движения в применении к методу разностей уделялось большое внимание уже сравнительно давно, как показано в обзорной статье [Meijering et al., 1999]. Метод снижения шума с помощью усреднения изображения (Раздел 3.4.2) был предложен в [Kohler, Howell, 1963]. Касательно ожидаемых значений среднего и дисперсии суммы случайных переменных см. [Peebles, 1993].

В качестве дополнительного чтения по вопросам линейной пространственной фильтрации и ее применения рекомендуются работы [Umbaugh,1998], [Jain, 1989], и [Rosenfeld, Kak, 1982]; в них также рассматриваются ранговые фильтры. В статье [Wilburn, 1998] рассматриваются обобщения фильтров, основанных на порядковых статистиках. В книге [Pitas, Venetsanopoulos, 1990] также рассматриваются медианный и другие нелинейные пространственные фильтры. Специальный выпуск журнала [*IEEE Transactions in Image Processing*, 1996] посвящен вопросу нелинейной обработки изображений. Материалы по вопросам фильтрации с подъемом высоких частот взяты из [Schowengerdt, 1983]. Многие из пространственных фильтров, которые были приведены в настоящей главе, будут вновь рассмотрены в связи с вопросами восстановления изображений (Глава 5) и обнаружения контуров (Глава 10).

Задачи

3.1 Экспоненты вида $e^{-\alpha r^2}$ с положительной константой применимы для построения гладкой функции градационной коррекции. Начните с этой базовой функции и найдите функции преобразования, вид которых, показан на графиках. Указанные константы являются *входными* параметрами, и должны входить в формулу предлагаемых Вами преобразований. (Для упрощения решения, на третьей кривой L_0 не является требуемым параметром).



librus.ru

3.2 *(а) Найдите непрерывную функцию, реализующую преобразование усиления контраста, показанное графиком на Рис. 3.2.(а). Кроме параметра m Ваша функция должна включать параметр E для управления наклоном функции при переходе от низких значений яркости к высоким. Ваша функция должна быть нормализована так, что ее минимальное и максимальное значения должны быть равны 0 и 1 соответственно.

(б) Найдите семейство преобразований как функции параметра E для фиксированного значения $m = L/2$, где L – число уровней яркости на изображении.

(в) Чему равно наименьшее значение E, при котором Ваша функция *в действительности* будет выполнять преобразование, показанное на Рис. 3.2(б)? Другими словами, Ваша функция не обязана быть ей идентичной, а просто должна давать те же результаты в получении бинарного изображения. Предположите, что изображение является 8-битовым и пусть $m = 128$. Также пусть C есть наименьшее положительное число, представимое в используемом компьютере.

3.3 Предложите набор функций градационных преобразований, позволяющих получить все отдельные битовые плоскости 8-битового одноцветного изображения. (Например, функция преобразования с параметрами $T(r) = 0$ для r в диапазоне [0, 127] и $T(r) = 255$ для r в диапазоне [128, 256] дает изображение 7-й битовой плоскости.)

3.4 *(а) К какому эффекту на гистограмме приведет обнуление младшей битовой плоскости изображения?

(б) Как будет выглядеть гистограмма, если, наоборот, обнулить старшую битовую плоскость изображения?

***3.5** Объясните, почему операция эквализации гистограммы в дискретном виде не приводит, вообще говоря, к равномерной гистограмме.

3.6 Предположим, что дискретное изображение было подвергнуто операции эквализации гистограммы. Покажите, что второй проход операции эквализации гистограммы даст в точности тот же результат, что уже был получен после первого прохода.

***3.7** В некоторых приложениях предполагается, что гистограмма входного изображения описывается гауссовской плотностью распределения вероятностей вида

librus.ru

$$p_r(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(r-m)^2}{2\sigma^2}},$$

где m и σ суть значения среднего и стандартного отклонения гауссовской плотности распределения вероятностей. Данное приближение позволяет значениям m и σ являться мерами среднего уровня яркости и контраста такого изображения. Какой должна быть функция преобразования для эквализации гистограммы такого изображения?

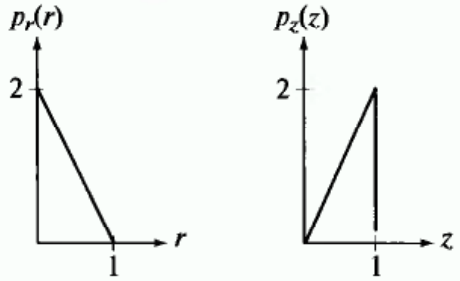
***3.8** Считая значения непрерывными, покажите на примере, что возможен случай, при котором функция преобразования, задаваемая уравнением (3.3-4), удовлетворяет условиям (а) и (б) Раздела 3.3.1, но обратная к ней функция может являться неоднозначной[19]?

3.9 **(а)** Покажите, что функция дискретного преобразования, задаваемая уравнением (3.3-8) для эквализации гистограммы, удовлетворяет условиям (а) и (б) Раздела 3.3.1.

(б) Покажите на примере, что для обратного преобразования, задаваемого уравнением (3.3-9), это, вообще говоря, не выполняется.

(в) Покажите, что обратное преобразование, задаваемое уравнением (3.3-9), удовлетворяет условиям (а) и (б) Раздела 3.3.1, если ни один из уровней яркости r_k, $k = 0, 1, \ldots, L-1$, не пропущен.

3.10 Плотность распределения вероятностей $p_r(r)$ значений элементов изображения имеет вид, показанный первым графиком на рисунке. Необходимо преобразовать уровни яркостей изображения так, чтобы плотность распределения вероятностей $p_z(z)$ преобра-



[19] Заметим, что условия строгой монотонности непрерывной функции прямого преобразования достаточно для существования и монотонности обратного преобразования. — *Прим. перев.*

librus.ru

зованного изображения имела вид, показанный на втором графике. Предполагая значения непрерывными, найдите преобразование (в терминах r и z), решающее поставленную задачу.

***3.11** Предложите алгоритм обновления локальной гистограммы при передвижении окрестности на один элемент (см. метод локального улучшения в Разделе 3.3.3).

3.12 Два изображения, $f(x, y)$ и $g(x, y)$, имеют гистограммы h_f и h_g. Найдите условия, при которых можно выразить через h_f и h_g гистограммы результатов следующих преобразований:

(а) $f(x, y) + g(x, y)$

(б) $f(x, y) - g(x, y)$

(в) $f(x, y) \times g(x, y)$

(г) $f(x, y) / g(x, y)$

Объясните, как вычислить гистограммы для каждого из случаев.

3.13 Рассмотрите два 8-битовых изображения (а) и (б), уровни яркостей которых занимают весь диапазон значений от 0 до 255.

(а) Обдумайте влияние эффекта ограничения при многократном вычитании изображения (б) из изображения (а).

(б) Изменится ли результат, если поменять изображения местами?

***3.14** Вычитание изображений часто используется в промышленности для выявления отсутствующих компонентов при сборке изделий. Подход состоит в том, что запоминается эталонное изображение, соответствующее правильной сборке; это изображение затем вычитается из изображений поступающих аналогичных изделий. В идеале, если новое изделие собрано правильно, разница должна быть равна нулю. Разностное изображение для изделий с отсутствующими компонентами будет ненулевой в тех областях, где они отличаются от эталонного изображения. С Вашей точки зрения, какие условия должны выполняться на практике для такого способа работы?

3.15 Докажите верность равенств (3.4-4) и (3.4-5).

3.16 В одном из промышленных приложений рентгеновская съемка используется для контроля внутренней части некоторой сложной отливки. Целью является обнаружение пустот в отливке, которые обычно выглядят как маленькие пятна на изображении. Однако, из-за особенностей материала отливки и уровня энергии рентгеновских лучей, возникает высокий уровень шума, часто затрудняющий процесс контроля. В качестве решения проблемы используется усреднение серии изображений для подавления шума и тем самым улучшения видимых контрастов. При вычислении среднего важно максимально

librus.ru

уменьшить число изображений, чтобы сократить общее время экспозиции, в течение которого деталь должна оставаться неподвижной. После многочисленных экспериментов было выяснено, что достаточным является уменьшение дисперсии шума в 10 раз. Если устройство ввода изображений работает с частотой 30 кадров в секунду, как долго отливка должна оставаться неподвижной при съемке, чтобы достичь требуемого уменьшения дисперсии шума? Считайте шум некоррелированным и имеющим нулевое среднее.

3.17 Реализация линейных пространственных фильтров требует перемещения центра маски по изображению и вычисления, для каждого из положений маски, суммы произведений коэффициентов маски на значения соответствующих пикселей (см. Раздел 3.5). В случае низкочастотной фильтрации все коэффициенты равны 1, и можно использовать *однородный усредняющий фильтр* или алгоритм *скользящего среднего*, основанный на том, что при переходе от точки к точке обновляется только часть вычисляемых элементов.

***(а)** Сформулируйте такой алгоритм для фильтра размерами $n \times n$, демонстрирующий характер взаимосвязи вычислений с последовательностью сканирования, использующейся при передвижении маски по изображению.

(б) Отношение числа операций, требуемых для реализации метода «в лоб» к числу операций, используемых алгоритмом скользящего среднего называется *эффективностью алгоритма*. Подсчитайте эффективность алгоритма для данного случая и изобразите ее в виде графика зависимости от n для $n > 1$. Коэффициент $1/n^2$ является общим для обоих случаев, и поэтому не должен приниматься во внимание. Считайте, что изображение окружено бордюром из нулей достаточной ширины, чтобы не учитывать влияние граничных эффектов при вычислениях.

3.18 Исследуйте предельные эффекты многократного применения низкочастотного сглаживающего фильтра размерами 3×3 к дискретному изображению. Можете игнорировать влияние границ изображения.

3.19 ***(а)** В Разделе 3.6.2 утверждалось, что изолированные темные или светлые (по отношению к фону) кластеры, с числом пикселей меньшим половины площади медианного фильтра, будут при фильтрации удалены (заменены на значение медианы по окружающему фону). Объясните, почему это

librus.ru

так, предполагая, что фильтр имеет размеры $n \times n$, где n — нечетное число.

(б) Рассмотрим изображение, содержащее различные наборы кластеров. Предположим, что все точки кластера или светлее, или темнее, чем фон (но не в одном и том же кластере), а также что площадь каждого из кластеров меньше чем $n^2/2$. При каких условиях относительно n один или больше кластеров перестанут быть изолированными в смысле, указанном в части (а)?

***3.20** **(а)** Разработайте алгоритм для вычисления медианы по окрестности размерами $n \times n$.

(б) Предложите способ обновления значения медианы при передвижении центра окрестности от точки к точке.

3.21 **(а)** В задаче распознавания символов, страницы текста редуцируются в двоичную форму с помощью функции порогового преобразования, показанной на Рис. 3.2(б). Затем применяется процедура утоньшения линий до размера в один пиксель, которые можно рассматривать как двоичные единицы на нулевом фоне. Ввиду наличия шума, процесс бинаризации и утоньшения приводит к возникновению разрывов в линиях размерами от 1 до 3 элементов. Один из способов «реставрирования» разрывов состоит в сглаживании бинарного изображения усредняющей маской, что позволяет с помощью ненулевых пикселей построить «мостики» через разрывы. Определите минимальный (нечетный) размер усредняющей маски, при котором решается данная задача.

(б) После устранения разрывов желательно преобразовать изображение пороговой операцией обратно в бинарную форму. Продолжая ответ к задаче (а), скажите, каково должно быть максимальное значение порога, которое не приведет вновь к возникновению разрывов между линиями?

***3.22** Три приведенных ниже изображения были сглажены квадратной усредняющей маской размерами $n = 23$, 25 и 45 соответст-

(а) (б) (в)

librus.ru

венно. Вертикальные полоски в левой нижней части изображений (а) и (в) расфокусированы, но между ними видно четкое разделение. Однако на изображении (б) полоски слились, несмотря на то, что размер усредняющей маски значительно меньше, чем на изображении (в). Объясните этот эффект.

3.23 Рассмотрим задачу, подобную показанной на Рис. 3.36, в которой требовалось удалить объекты, укладывающиеся в квадрат размерами $q \times q$ пикселей. Предположим, желательно уменьшить среднюю яркость таких объектов до уровня одной десятой (или более) от первоначального уровня их яркости. Тогда подобные объекты по яркости будут близки к фону и могут быть удалены пороговым преобразованием. Укажите минимальной (нечетный) размер усредняющей маски, которая будет обеспечивать желаемое снижение уровня яркости за один проход.

3.24 К исходному изображению применяется усредняющая маска для подавления шума, а затем маска лапласиана для улучшения мелких деталей. Изменится ли результат, если поменять очередность этих операций?

***3.25** Покажите, что операция лапласиана, заданная уравнением (3.7-1), является изотропной (инвариантной к повороту). Вам потребуются следующие уравнения, связывающие координаты точки при повороте осей на угол θ:

$$x = x' \cos\theta - y' \sin\theta$$
$$y = x' \sin\theta + y' \cos\theta,$$

где (x, y) значения координат до поворота, а (x', y') — после поворота.

3.26 Задайте маску размерами 3×3 для выполнения за один проход операции нерезкого маскирования.

***3.27** Покажите, что вычитание лапласиана из изображения пропорционально нерезкому маскированию. Используйте определение лапласиана, заданное уравнением (3.7-4).

3.28 **(а)** Покажите, что вычисление модуля градиента согласно уравнению (3.7-13) является изотропной операцией (см. Задачу 3.25).

(б) Покажите, что свойство изотропности в общем случае нарушается, если вычислять градиент согласно уравнению (3.7-14).

3.29 Для долговременного (круглосуточно в течение 30 дней) контроля одной и той же сцены используется ПЗС-камера. Циф-

librus.ru

ровые изображения фиксируются и передаются в центр обработки каждые 5 минут. Освещение сцены меняется с дневного на искусственное, но так, что сцена всегда освещена и всегда можно сделать снимок. Поскольку уровень освещения достаточен настолько, что яркости объектов сцены всегда остаются на линейном участке характеристики камеры, было принято решение отказаться от использования какого-либо механизма компенсации освещенности в самой камере. Наоборот, было принято решение использовать цифровые методы постобработки, и таким путем осуществить нормализацию — приведение изображений к некоторому постоянному уровню освещения. Предложите способ решения этой задачи. Вы свободны в выборе любых желаемых методов, но ясно формулируйте все предположения, которые Вам потребуются для достижения цели.