第十四章部分课后习题参考答案

5、设无向图 G 有 10 条边，3 度与 4 度顶点各 2 个，其余顶点的度数均小于 3，问 G 至少有多少个顶点？在最少顶点的情况下，写出度数列、$\Delta(G)$、$\delta(G)$。

解：由握手定理图 G 的度数之和为：$2\times10=20$

3 度与 4 度顶点各 2 个，这 4 个顶点的度数之和为 14 度。

其余顶点的度数共有 6 度。

其余顶点的度数均小于 3，欲使 G 的顶点最少，其余顶点的度数应都取 2,

所以，G 至少有 7 个顶点， 出度数列为 3,3,4,4,2,2,2, $\Delta(G)=4$，$\delta(G)=2$.

7、设有向图 D 的度数列为 2，3，2，3，出度列为 1，2，1，1，求 D 的入度列，并求 $\Delta(D),\delta(D)$，

$\Delta^+(D),\delta^+(D)$，$\Delta^-(D),\delta^-(D)$.

解：D 的度数列为 2，3，2，3，出度列为 1，2，1，1，D 的入度列为 1,1,1,2.

$\Delta(D)=3,\delta(D)=2$，$\Delta^+(D)=2,\delta^+(D)=1$，$\Delta^-(D)=2,\delta^-(D)=1$

8、设无向图中有 6 条边，3 度与 5 度顶点各 1 个，其余顶点都是 2 度点，问该图有多少个顶点？

解：由握手定理图 G 的度数之和为：$2\times6=12$

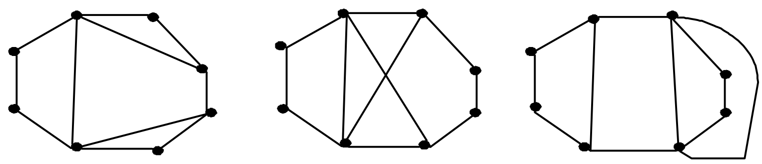
设 2 度点 x 个，则 $3\times1+5\times1+2x=12$， $x=2$，该图有 4 个顶点.

14、下面给出的两个正整数数列中哪个是可图化的？对可图化的数列，试给出 3 种非同构的无向图，其中至少有两个时简单图。

（1） 2,2,3,3,4,4,5　　　　（2） 2,2,2,2,3,3,4,4

解：（1） 2+2+3+3+4+4+5=23　是奇数，不可图化；

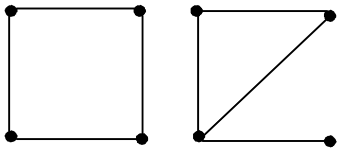
（2） 2＋2+2+2+3+3+4+4=16，是偶数，可图化；



18、设有 3 个 4 阶 4 条边的无向简单图 G_1、G_2、G_3，证明它们至少有两个是同构的。

证明：4 阶 4 条边的无向简单图的顶点的最大度数为 3，度数之和为 8，因而度数列

为 2，2，2，2；3，2，2，1；3，3，1，1。但 3，3，1，1 对应的图不是简单图。所以从同构的观点看，4 阶 4 条边的无向简单图只有两个：



所以，G_1、G_2、G_3 至少有两个是同构的。

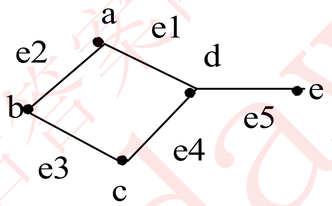
20、已知 n 阶无向简单图 G 有 m 条边，试求 G 的补图 $\overline{G}$ 的边数 m'。

解：$m' = \dfrac{n(n-1)}{2} - m$

21、无向图 G 如下图

(1)求 G 的全部点割集与边割集，指出其中的割点和桥；

(2) 求 G 的点连通度 $k(G)$ 与边连通度 $\lambda(G)$。

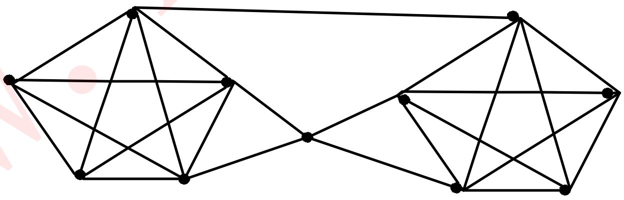


解：点割集: {a,b},(d)

边割集{e2,e3},{e3,e4},{e1,e2},{e1,e4}{e1,e3},{e2,e4},{e5}

$k(G)=\lambda(G)=1$

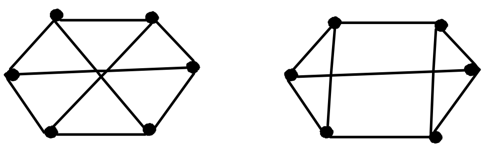
23、求 G 的点连通度 $k(G)$、边连通度 $\lambda(G)$ 与最小度数 $\delta(G)$。



解：$k(G)=2$、$\lambda(G)=3$ 、$\delta(G)=4$

28、设 n 阶无向简单图为 3-正则图，且边数 m 与 n 满足 2n-3=m 问这样的无向图有几种非同构的情况？

解：$\begin{cases} 3n = 2m \\ 2n-3 = m \end{cases}$ 得 n=6,m=9.



31、设图 G 和它的部图 $\overline{G}$ 的边数分别为 m 和 $\overline{m}$，试确定 G 的阶数。

解： $m+\overline{m}=\dfrac{n(n+1)}{2}$　得 $n=\dfrac{-1+\sqrt{1+8(m+\overline{m})}}{2}$

45、有向图 D 如图

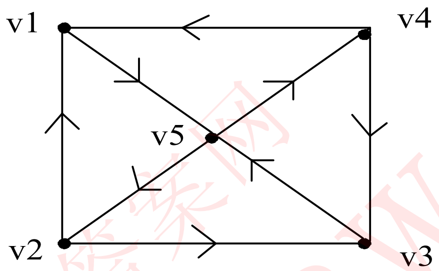
(1)求 v_2 到 v_5 长度为 1，2，3，4 的通路数；

(2)求 v_5 到 v_5 长度为 1，2，3，4 的回路数；

(3)求 D 中长度为 4 的通路数；

(4)求 D 中长度小于或等于 4 的回路数；

(5)写出 D 的可达矩阵。



解： 有向图 D 的邻接矩阵为：

$$A=\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&1&0&0\\0&1&0&1&0\end{pmatrix},\quad A^2=\begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\0&0&0&0&2\\0&1&0&1&0\\0&0&0&0&2\\2&0&2&0&0\end{pmatrix}\quad A^3=\begin{pmatrix}2&0&2&0&0\\0&2&0&2&0\\2&0&2&0&0\\0&2&0&2&0\\0&0&0&0&4\end{pmatrix}$$

$$A^4=\begin{pmatrix}0&0&0&0&4\\4&0&4&0&0\\0&0&0&0&4\\4&0&4&0&0\\0&4&0&4&0\end{pmatrix}\qquad A+A^2+A^3+A^4=\begin{pmatrix}0&1&2&1&5\\5&2&5&2&2\\2&1&2&1&5\\4&2&5&2&2\\2&5&2&5&4\end{pmatrix}$$

(1) v_2 到 v_5 长度为 1，2，3，4 的通路数为 0,2,0,0；

(2) v_5 到 v_5 长度为 1，2，3，4 的回路数为 0,0,4,0；

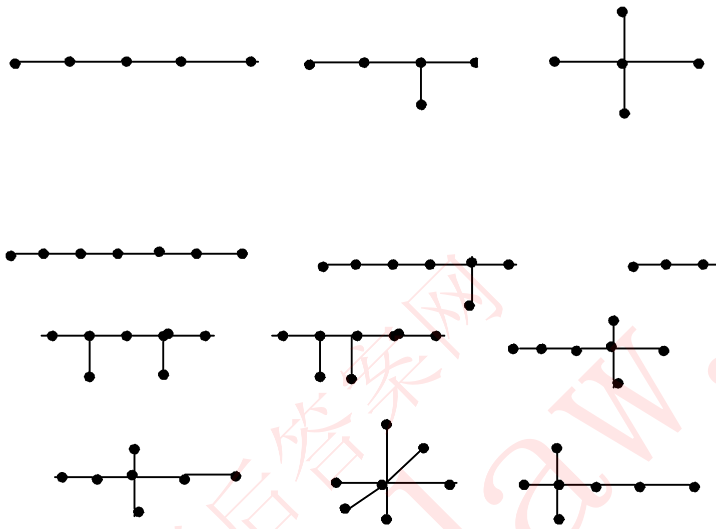
(3)D 中长度为 4 的通路数为 32；

(4)D 中长度小于或等于 4 的回路数 10；

(4)出 D 的可达矩阵 $P=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}$

第十六章部分课后习题参考答案

1、画出所有 5 阶和 7 阶非同构的无向树.



2、一棵无向树 T 有 5 片树叶，3 个 2 度分支点，其余的分支点都是 3 度顶点，问 T 有几个顶点?

解： 设 3 度分支点 x个，则

$5\times1+3\times2+3x=2\times(5+3+x-1)$，解得 $x=3$

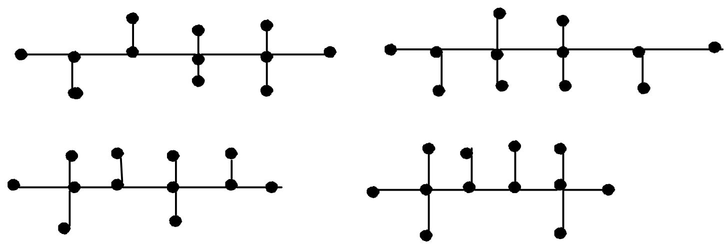
T 有 11 个顶点

3、无向树 T 有 8 个树叶，2 个 3 度分支点，其余的分支点都是 4 度顶点，问 T 有几个 4 度分支点？根据 T 的度数列，请至少画出 4 棵非同构的无向树。

解： 设 4 度分支点 x个，则

$8\times1+2\times3+4x=2\times(8+2+x-1)$，解得 $x=2$

度数列 111111113344



4、棵无向树 T 有 n_i (i=2，3，…，k）个 i 度分支点，其余顶点都是树叶，问 T 应该有几片树叶?

解：设树叶 x 片，则

$n_i \times i + x \times 1 = 2 \times (n_i + x - 1)$，解得 $x = (i-2)n_i + 2$

评论：2，3，4 题都是用了两个结论,一是握手定理，二是 $m = n - 1$

5、n(n≥3)阶无向树 T 的最大度Δ(T)至少为几？最多为几？

解：2，n-1

6、若 n(n≥3)阶无向树 T 的最大度Δ(T) =2，问 T 中最长的路径长度为几？

解：n-1

7、证明：n(n≥2）阶无向树不是欧拉图.

证明：无向树没有回路，因而不是欧拉图。

8、证明：n(n≥2）阶无向树不是哈密顿图.

证明：无向树没有回路，因而不是哈密顿图。

9、证明：任何无向树 T 都是二部图.

证明：无向树没有回路，因而不存在技术长度的圈，是二部图。

10、什么样的无向树 T 既是欧拉图，又是哈密顿图?

解：一阶无向树

14、设 e 为无向连通图 G 中的一条边， e 在 G 的任何生成树中，问 e 应有什么性质?

解：e 是桥

15、设 e 为无向连通图 G 中的一条边， e 不在 G 的任何生成树中， 问 e 应有什么性质?

解：e 是环

23、已知 n 阶 m 条的无向图 G 是 k(k≥2)棵树组成的森林，证明：m = n-k.；

证明：数学归纳法。k=1 时, m = n-1，结论成立；

设 k=t-1(t-1≥1)时，结论成立，当 k=t 时, 无向图 G 是 t 棵树组成的森林,任取两棵树，每棵树任取一个顶点，这两个顶点连线。则所得新图有 t-1 棵树，所以 m = n-（k-1）.

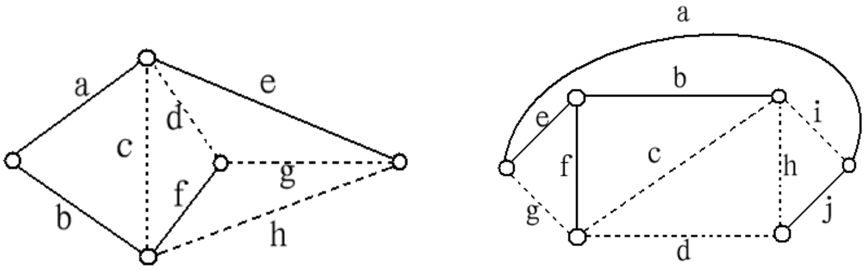
所以原图中 m = n-k

得证。

24、在图 16.6 所示 2 图中，实边所示的生成子图 T 是该图的生成树.

(1)指出 T 的弦，及每条弦对应的基本回路和对应 T 的基本回路系统.

(2) 指出 T 的所有树枝， 及每条树枝对应的基本割集和对应 T 的基本割集系统.



(a) (b)

图 16.16

解：(a)T 的弦：c,d,g,h

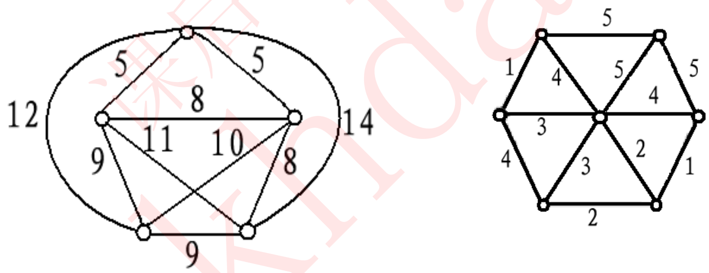
T 的基本回路系统: S={{a,c,b},{a,b,f,d},{e,a,b,h},{e,a,b,f,g}}

T 的所有树枝: e,a,b,f

T 的基本割集系统: S={{e,g,h},{a,c,d,g,h},{b,c,d,g,h},{f,d,g}}

(b)有关问题仿照给出

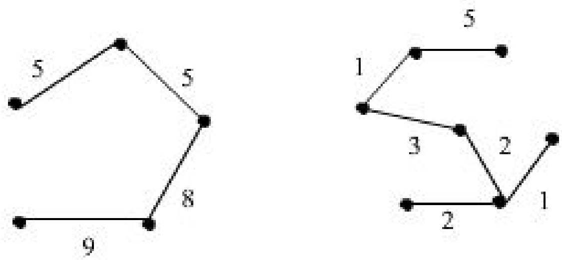
25、求图 16.17 所示带权图中的最小生成树.



(a) (b)

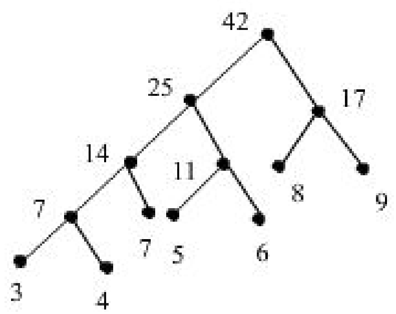
图 16.17

解：



注：答案不唯一。

37、画一棵权为 3，4，5，6，7，8，9 的最优 2 叉树，并计算出它的权.



38.下面给出的各符号串集合哪些是前缀码?

A1={0，10，110，1111}　　是前缀码

A2={1，01，001，000}　　是前缀码

A3={1，11，101，001，0011}　　不是前缀码

A4={b，c，aa，ac，aba，abb，abc}　　是前缀码

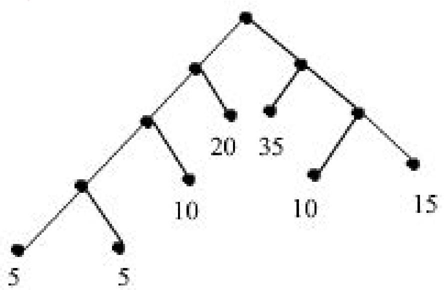
A5={ b，c，a，aa，ac，abc，abb，aba}　　不是前缀码

41.设 7 个字母在通信中出现的频率如下:

a: 35%	b: 20%
c: 15%	d: 10%
e: 10%	f: 5%
g: 5%	

用 Huffman 算法求传输它们的前缀码.要求画出最优树，指出每个字母对应的编码.并指出传输 $10^n(n\geqslant 2)$个按上述频率出现的字母，需要多少个二进制数字.

解:



a:01　b:10　c:000　d:110　e:001　f:1111　g:1110

W(T)=5*4+5*4+10*3+10*3+15*3+20*2+35*2=255

传输 $10^n(n\geqslant 2)$个按上述频率出现的字母，需要 $255*10^{n-2}$ 个二进制数字.