

Chapter 1 The Foundations: Logic and Proofs

1.1 propositional logic 命题逻辑：

一、术语与定义 propositions 命题

S1. 命题 (proposition):

一个陈述句 (即一个陈述事实的句子) 且该陈述句要么是正确, 要么是错误, 而不能既是正确的, 又是错误的

S2. 命题变元 (propositional variables / statement variables)

代表命题的变量

S3. 真值 (truth value)

如果某一命题是正确的, 则它的真值为真, 记作 'T'; 反之, 如果某一命题是错误的, 则它的真值为假, 记作 'F'

S4. 命题逻辑 (propositional calculus / propositional logic)

处理命题的逻辑学范畴

S5. 复合命题 (compound proposition)

由已存在的命题加上逻辑操作符所组合而成的命题

D1. 假设 p 是一个命题, p 的否定, 记为 $\neg p$ (有时也记为 \bar{p}). 命题 $\neg p$ 读作 "非 p ", 其真值与 p 的真值相反

真值表:

p	$\neg p$
T	F
F	T

S6. 真值表 (truth table)

表述命题真值的相互关系的表, 它每一行代表一种情况, 总共有 2^n 行 (n 为命题变元个数)

S7. 否定运算符 (negation operator)

命题的否定可看作是将命题经过否定运算符操作后的结果

S8. 连接词 (connectives)

逻辑运算符可看作是连接词

D2. 假设 p, q 均为命题, p, q 的合取, 记作 ' $p \wedge q$ ', 为命题 ' p 且 q '. 当 p, q 两命题均为真的时候 p 合取 q 才为真, 否则 p 合取 q 均为假.

D3. 假设 p, q 均为命题, p, q 的析取, 记作 ' $p \vee q$ ', 为命题 ' p 或 q '. 当 p, q 两命题均为假的时候 p 析取 q 才为假, 否则 p 析取 q 均为真.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	F

D4. 假设 p, q 均为命题, p, q 的不可兼或, 记为 ' $p \oplus q$ ', 为命题 p 不可兼或 q . 该命题只有在 p, q 两命题中有且仅有一个命题为真的时候才为真, 否则均为假.

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

二. conditional statement 条件语句

D1. 假设 p, q 均为命题, 条件语句 $p \rightarrow q$ 为命题“若 p , 则 q .”只有当 p 为真命题, q 为假命题时, 条件语句 $p \rightarrow q$ 才为假, 否则其他情况均为真. 在条件语句 $p \rightarrow q$ 中, p 称为假设 (前情/引子), q 称为结论 (结果).

S1. 蕴含 (implication)

语句 $p \rightarrow q$ 称为条件语句, 这是因为 $p \rightarrow q$ 声称在 p 发生的情况下发生 q . 条件语句也可称为蕴含.

S2. 逆命题 (converse)

命题 $q \rightarrow p$ 称为命题 $p \rightarrow q$ 的逆命题

S3. 逆否命题 (contrapositive)

命题 $\neg q \rightarrow \neg p$ 称为命题 $p \rightarrow q$ 的逆否命题

S4. 否命题 (inverse)

命题 $\neg p \rightarrow \neg q$ 称为命题 $p \rightarrow q$ 的否命题

S5. 等价 (equivalent)

当两个复合命题总有同样的真值的时候, 我们称这两个复合命题是等价的

D2. 假设 p, q 均为命题, 双向条件语句 $p \leftrightarrow q$ 为命题“ p 当且仅当 q .”当 p, q 具有相同的真值的时候, 命题 $p \leftrightarrow q$ 才为真, 否则命题 $p \leftrightarrow q$ 为假. 双向条件语句也可称为双蕴含.

p	q	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	F
F	F	T	T

三. precedence of logical operators 逻辑运算符的优先级

运算符 优先级

\neg	1
\wedge	2
\vee	3
\rightarrow	4
\leftrightarrow	5