第六章部分课后习题参考答案

5.确定下列命题是否为真：

(1) $\varnothing \subseteq \varnothing$ 真

(2) $\varnothing \in \varnothing$ 假

(3) $\varnothing \subseteq \{\varnothing\}$ 真

(4) $\varnothing \in \{\varnothing\}$ 真

(5) $\{a,b\} \subseteq \{a,b,c,\{a,b,c\}\}$ 真

(6) $\{a,b\} \in \{a,b,c,\{a,b\}\}$ 真

(7) $\{a,b\} \subseteq \{a,b,\{\{a,b\}\}\}$ 真

(8) $\{a,b\} \in \{a,b,\{\{a,b\}\}\}$ 假

6．设 a,b,c 各不相同，判断下述等式中哪个等式为真：

(1) $\{\{a,b\},c,\varnothing\}=\{\{a,b\},c\}$ 假

(2) $\{a,b,a\}=\{a,b\}$ 真

(3) $\{\{a\},\{b\}\}=\{\{a,b\}\}$ 假

(4) $\{\varnothing,\{\varnothing\},a,b\}=\{\{\varnothing,\{\varnothing\}\},a,b\}$ 假

8．求下列集合的幂集：

(1) $\{a,b,c\}$ $P(A)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$

(2) $\{1,\{2,3\}\}$ $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{\{2,3\}\},\{1,\{2,3\}\}\}$

(3) $\{\varnothing\}$ $P(A)=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$

(4) $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{\{2,3\}\},\{1,\{2,3\}\}\}$

14．化简下列集合表达式：

(1) $((A\cup B)\cap B)-(A\cup B)$

(2) $((A\cup B\cup C)-(B\cup C))\cup A$

解:

(1) $((A\cup B)\cap B)-(A\cup B)=((A\cup B)\cap B)\cap\sim(A\cup B)$

$=((A\cup B)\cap\sim(A\cup B))\cap B=\varnothing\cap B=\varnothing$

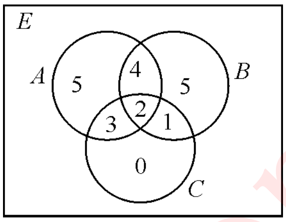
(2) $((A\cup B\cup C)-(B\cup C))\cup A=((A\cup B\cup C)\cap\sim(B\cup C))\cup A$

$=(A\cap\sim(B\cup C))\cup((B\cup C)\cap\sim(B\cup C))\cup A$

$=(A\cap\sim(B\cup C))\cup\varnothing\cup A=(A\cap\sim(B\cup C))\cup A=A$

18．某班有 25 个学生，其中 14 人会打篮球，12 人会打排球，6 人会打篮球和排球，5 人会打篮球和网球，还有 2 人会打这三种球。已知 6 个会打网球的人都会打篮球或排球。求不会打球的人数。

解： 阿 A={会打篮球的人}，B={会打排球的人}，C={会打网球的人}



$|A|=14$, $|B|=12$, $|A\cap B|=6$, $|A\cap C|=5$, $|A\cap B\cap C|=2$, $|C|=6$, $C\subseteq A\cup B$

如图所示。

$$25-(5+4+2+3)-5-1=25-14-5-1=5$$

不会打球的人共 5 人

21. 设集合 A＝{{1，2}，{2，3}，{1，3}，{∅}}，计算下列表达式：

（1）$\cup A$

（2）$\cap A$

（3）$\cap\cup A$

（4）$\cup\cap A$

解：

（1）$\cup A=\{1,2\}\cup\{2,3\}\cup\{1,3\}\cup\{\varnothing\}=\{1,2,3,\varnothing\}$

（2）$\cap A=\{1,2\}\cap\{2,3\}\cap\{1,3\}\cap\{\varnothing\}=\varnothing$

（3）$\cap\cup A=1\cap 2\cap 3\cap\varnothing=\varnothing$

（4）$\cup\cap A=\varnothing$

27、设 A,B,C 是任意集合，证明

(1) $(A-B)-C=A-B\cup C$

(2) $(A-B)-C=(A-C)-(B-C)$

证明

(1) $(A-B)-C=(A\cap\sim B)\cap\sim C=A\cap(\sim B\cap\sim C)=A\cap\sim(B\cup C)=A-B\cup C$

(2) $(A-C)-(B-C)=(A\cap\sim C)\cap\sim(B\cap\sim C)=(A\cap\sim C)\cap(\sim B\cup C)$

$=(A\cap\sim C\cap\sim B)\cup(A\cap\sim C\cap C)=(A\cap\sim C\cap\sim B)\cup\varnothing$

$=A\cap\sim(B\cup C)=A-B\cup C$ 由（1）得证。

第七章部分课后习题参考答案

7.列出集合 A={2,3,4}上的恒等关系 I_A,全域关系 E_A,小于或等于关系 L_A,整除关系 D_A.

解：I_A ={<2，2>,<3,3>,<4,4>}

E_A={<2,2>,<2,3>,<2,4>,<3,4>,<4,4>,<3,2>,<3,3>,<4,2>,<4,3>}

L_A={<2,2>,<2,3>,<2,4>,<3,3>,<3,4>,<4,4>}

D_A={<2,4>}

13.设 A={<1,2>,<2,4>,<3,3>}

B={<1,3>,<2,4>,<4,2>}

求 A∪B,A∩B, domA, domB, dom(A∪B), ranA, ranB, ran(A∩B), fld(A-B).

解：A∪B={<1,2>,<2,4>,<3,3>,<1,3>,<4,2>}

A∩B={<2,4>}

domA={1,2,3}

domB={1,2,4}

dom(A∨B)={1,2,3,4}

ranA={2,3,4}

ranB={2,3,4}

ran(A∩B)={4}

A-B={<1,2>,<3,3>}，fld(A-B)={1,2,3}

14.设 R={<0,1><0,2>,<0,3>,<1,2>,<1,3>,<2,3>}

求 R∘R, R^{-1}, R↑{0,1,}, R[{1,2}]

解：R∘R={<0,2>,<0,3>,<1,3>}

R^{-1},={<1,0>,<2,0>,<3,0>,<2,1>,<3,1>,<3,2>}

R↑{0,1}={<0,1>,<0,2>,<0,3>,<1,2>,<1,3>}

R[{1,2}]=ran(R|{1,2})={2,3}

16．设 A={a,b,c,d}， R_1, R_2 为 A 上的关系，其中

$R_1 = \{ \langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,d\rangle \}$

$R_2 = \{\langle a,d\rangle,\langle b,c\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,b\rangle\}$

求 $R_1 \circ R_2, R_2 \circ R_1, R_1^2, R_2^3$。

解： $R_1 \circ R_2=\{\langle a, d\rangle, \langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle\}$

$R_2 \circ R_1=\{\langle c, d\rangle\}$

$R_1^2=R_1 \circ R_1=\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, d\rangle\}$

$R_2^2=R_2 \circ R_2=\{\langle b, b\rangle, \langle c, c\rangle, \langle c, d\rangle\}$

$R_2^3=R_2 \circ R_2^2=\{\langle b, c\rangle, \langle c, b\rangle, \langle b, d\rangle\}$

36. 设 A={1，2，3，4}，在 A×A 上定义二元关系 R，

$\forall \langle u, v\rangle, \langle x, y\rangle \in A\times A$ ，$\langle u, v\rangle\ R\ \langle x, y\rangle \Leftrightarrow u + y = x + v$.

(1)证明 R 是 A×A 上的等价关系.

(2)确定由 R 引起的对 A×A 的划分.

(1) 证明： $\because \langle u, v\rangle R\langle x, y\rangle \Leftrightarrow u+y=x-y$

$\therefore \langle u, v\rangle R\langle x, y\rangle \Leftrightarrow u-v=x-y$

$\forall \langle u, v\rangle \in A\times A$

$\because u-v=u-v$

$\therefore \langle u, v\rangle R\langle u, v\rangle$

∴R 是自反的

任意的 $\langle u, v\rangle, \langle x, y\rangle \in A\times A$

如果 $\langle u, v\rangle R\langle x, y\rangle$ ，那么 $u-v=x-y$

$\therefore x-y=u-v \quad \therefore \langle x, y\rangle R\langle u, v\rangle$

∴R 是对称的

任意的 $\langle u, v\rangle, \langle x, y\rangle, \langle a, b\rangle \in A\times A$

若 $\langle u, v\rangle R\langle x, y\rangle, \langle x, y\rangle R\langle a, b\rangle$

则 $u-v=x-y, x-y=a-b$

$\therefore u-v=a-b \quad \therefore \langle u, v\rangle R\langle a, b\rangle$

∴R 是传递的

∴R 是 A×A 上的等价关系

(2) $\Pi=\{\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 4, 4\rangle\}, \{\langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 4, 3\rangle\}, \{\langle 3, 1\rangle, \langle 4, 2\rangle\}, \{\langle 4, 1\rangle\}, \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 4\rangle\}, \{\langle 1, 3\rangle, \langle 2, 4\rangle\}, \{\langle 1, 4\rangle\}\}$

41. 设 A={1，2，3，4}，R 为 A×A 上的二元关系，$\forall\ \langle a, b\rangle, \langle c, d\rangle \in A\times A$，

$\langle a, b\rangle R \langle c, d\rangle \Leftrightarrow a + b = c + d$

(1) 证明 R 为等价关系.

(2) 求 R 导出的划分.

(1) 证明：$\forall \langle a, b\rangle \in A\times A$

$a+b=a+b$

$\therefore \langle a,b\rangle R\langle a,b\rangle$

$\therefore$ R 是自反的

任意的 $\langle a,b\rangle, \langle c,d\rangle \in A\times A$

设 $\langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle$，则 $a+b=c+d$

$\therefore c+d=a+b \quad \therefore \langle c,d\rangle R\langle a,b\rangle$

$\therefore$ R 是对称的

任意的 $\langle a,b\rangle, \langle c,d\rangle, \langle x,y\rangle \in A\times A$

若 $\langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle, \langle c,d\rangle R\langle x,y\rangle$

则 $a+b=c+d, c+d=x+y$

$\therefore a+b=x+y \quad \therefore \langle a,b\rangle R\langle x,y\rangle$

$\therefore$ R 是传递的

$\therefore$ R 是 A×A 上的等价关系

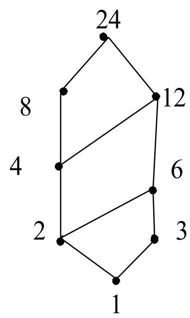
(2) $\Pi = \{\{\langle 1,1\rangle\}, \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}, \{\langle 1,3\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 3,1\rangle\}, \{\langle 1,4\rangle, \langle 4,1\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,2\rangle\}, \{\langle 2,4\rangle, \langle 4,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}, \{\langle 3,4\rangle, \langle 4,3\rangle\}, \{\langle 4,4\rangle\}\}$

43. 对于下列集合与整除关系画出哈斯图:

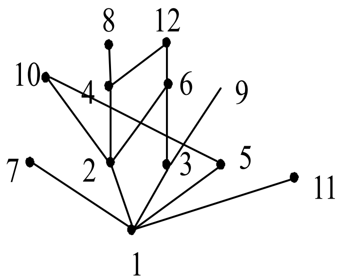
(1) {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

(2) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

解:

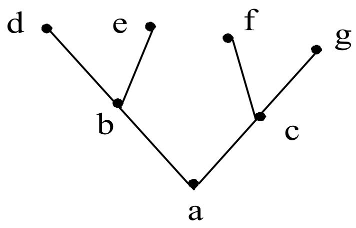


(1)

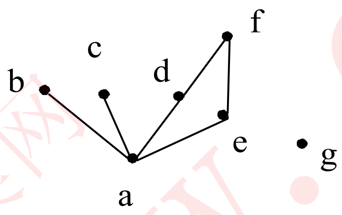


(2)

45. 下图是两个偏序集 $\langle A, R_{\preccurlyeq} \rangle$ 的哈斯图. 分别写出集合 A 和偏序关系 $R_{\preccurlyeq}$ 的集合表达式.



(a)



(b)

解: (a) $A=\{a, b, c, d, e, f, g\}$

$R_{\preccurlyeq}=\{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle a,d\rangle, \langle a,e\rangle, \langle a,f\rangle, \langle a,g\rangle, \langle b,d\rangle, \langle b,e\rangle, \langle c,f\rangle, \langle c,g\rangle\} \cup I_A$

(b) $A=\{a, b, c, d, e, f, g\}$

$R_{\preccurlyeq}=\{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle a,d\rangle, \langle a,e\rangle, \langle a,f\rangle, \langle d,f\rangle, \langle e,f\rangle\} \cup I_A$

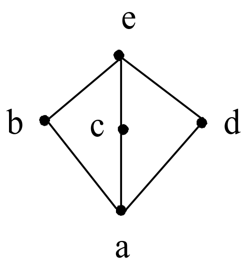
46. 分别画出下列各偏序集 $\langle A, R_{\prec} \rangle$ 的哈斯图, 并找出 A 的极大元`极小元`最大元和最小元.

(1) $A=\{a, b, c, d, e\}$

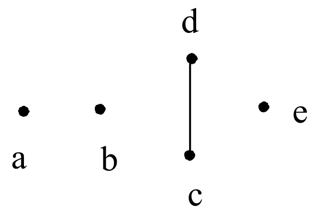
$R_{\preccurlyeq}=\{\langle a,d\rangle, \langle a,c\rangle, \langle a,b\rangle, \langle a,e\rangle, \langle b,e\rangle, \langle c,e\rangle, \langle d,e\rangle\} \cup I_A$.

(2) $A=\{a, b, c, d, e\}$, $R_{\preccurlyeq}=\{\langle c,d\rangle\} \cup IA$.

解:



(1)



(2)

项目	(1)	(2)
极大元:	e	a, b, d, e
极小元:	a	a, b, c, e
最大元:	e	无
最小元:	a	无

第八章部分课后习题参考答案

1．设 f :N→N,且

$$f(x)=\begin{cases}1, & 若x为奇数 \\ \dfrac{x}{2}, & 若x为偶数\end{cases}$$

求 f (0), f ({0}), f (1), f ({1}), f ({0,2,4,6,…})，f ({4,6,8})， f^{-1}({3,5,7}).

解：f (0)=0, f ({0})={0}, f (1)=1, f ({1})={1},

f ({0,2,4,6,…})=N，f ({4,6,8})={2,3,4}， f^{-1} ({3,5,7})={6,10,14}.

4. 判断下列函数中哪些是满射的?哪些是单射的?哪些是双射的?

(1) f:N→N, f(x)=x^2+2　　不是满射，不是单射

(2) f:N→N,f(x)=(x)mod 3,x 除以 3 的余数　　不是满射，不是单射

(3) f:N→N,$f(x)=\begin{cases}1, & 若x为奇数 \\ 0, & 若x为偶数\end{cases}$　　不是满射，不是单射

(4) f:N→{0,1},$f(x)=\begin{cases}0, & 若x为奇数 \\ 1, & 若x为偶数\end{cases}$　　是满射，不是单射

(5) f:N-{0}→R,f(x)=lgx　　不是满射，是单射

(6) f:R→R,f(x)=x^2-2x-15　　不是满射，不是单射

5. 设 X={a,b,c,d},Y={1,2,3},f={<a,1>,<b,2>,<c,3>,}判断以下命题的真假:

(1)f 是从 X 到 Y 的二元关系,但不是从 X 到 Y 的函数; 对

(2)f 是从 X 到 Y 的函数,但不是满射,也不是单射的; 错

(3)f 是从 X 到 Y 的满射,但不是单射; 错

(4)f 是从 X 到 Y 的双射. 错