Билет 8

№1 Пусть ξ — кол-во вып. герба после подб. 3х раз

а) ряд распред б) функ. распр в) мат ожид и дисп. г) ~~P(ξ≥1)~~ $P(\xi \le 1)$

а) ~~X~~ может прим значение 0, 1, 2, 3

Пусть p - вр выпад герба $:= \frac{1}{2}$ q - вр. выпад решки $= \frac{1}{2}$

по схеме Бернулли можно расч. вероят.

$P_3(0) = C_3^0 \cdot p^0 q^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

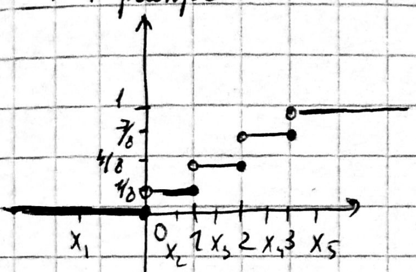
$P_3(1) = C_3^1 p^1 q^2 = \frac{3!}{2!1!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

$P_3(2) = C_3^2 p^2 q^1 = \frac{3!}{2!1!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

$P_3(3) = C_3^3 p^3 q^0 = \frac{1}{8}$

X	0	1	2	3
P	1/8	3/8	3/8	1/8

б) Ф. распр



$P(X = x_1) = P(X < 0) = 0$

$P(X = x_2) = P(X = 0) = 1/8$

$P(X = x_3) = P((X=0) + (X=1)) = 1/8 + 3/8 = 4/8$

$P(X = x_4) = P((X=0) + (X=1) + (X=2)) = 1/8 + 3/8 + 3/8 = 7/8$

$P(X = x_5) = P((X=0) + (X=1) + (X=2) + (X=3)) = 1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 1/8, & 0 < x \le 1 \\ 4/8, & 1 < x \le 2 \\ 7/8, & 2 < x \le 3 \\ 1, & 3 < x \end{cases}$$

в) $MX = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot 3/8 + 2 \cdot 3/8 + 3 \cdot 1/8 =$

$= 0 + \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = \sum_{i \in I} p_i x_i$

$DX = M[X^2] - (MX)^2 = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 4 \cdot \frac{3}{8} + 9 \cdot \frac{1}{8} - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \sum_{i \in I} p_i x_i^2 - (MX)^2 =$

$= 0 + \frac{3}{8} + \frac{12}{8} + \frac{9}{8} - \frac{9}{4} = \frac{3}{8} + \frac{12}{8} + \frac{9}{8} - \frac{18}{8} = \frac{15}{8} - \frac{9}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

№2 док., что если сл вел ξ имеет норм. распр, то линейная функция $\eta = A\xi + B$ тоже имеет норм. распред. Найти $M\eta$ $D\eta$, если известны $M\xi$ и $D\xi$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$ - нор. распр сл вел X

Пусть Y - сл. вр. задание функц $\varphi(x) = Ax + B$

$\Rightarrow f_Y(y) = f_X(\psi(y)) |\psi'(y)|$ - т.к. $\varphi(x)$ - строго монотонна

$\Rightarrow \psi(y) = \frac{y-b}{a} \Rightarrow \psi'(y) = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0)$

$\Rightarrow f_Y(y) = \frac{1}{|a|} \cdot f_X\left(\frac{y-b}{a}\right)$

$X \sim N(m_x, \sigma_x)$, где $m_x = MX$ $\sigma_x = \sqrt{DX}$

Найдем $MY = m_y = M[AX+B] = \{$по св-ву линейности$\} =$

$= AMX + B$; $DY = M[Y^2] - (MY)^2 = D[AX+B] = A^2 DX$

$\Rightarrow \sigma_y = \sqrt{A^2 DX} = |a| \sigma_x$

$\Rightarrow$ Запишем функц плотн. Y

$$f_Y(y) = \frac{1}{|a|} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \cdot e^{-\frac{\left(\frac{y-b}{a} - m_x\right)^2}{2\sigma_x^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}|a|\sigma_x} \cdot e^{-\frac{\left(\frac{y-b-am_x}{a}\right)^2}{2\sigma_x^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}|a|\sigma_x} \cdot e^{-\frac{(y-(am_x+b))^2}{2a^2\sigma_x^2}}$$ $\Rightarrow Y \sim N(am_x + b, |a|\sigma_x)$ где

$am_x + b = m_y$, а $|a|\sigma_x = \sigma_y$ $\Rightarrow$ Y - линейн. функ. имеющ норм распред.