

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

**Домашнее задание №3
по дисциплине «Методы оптимизации»**

Вариант: 4

Преподаватель:
Селина Елена Георгиевна

Выполнил:
Колесников Никита Алексеевич
Группа: Р3417

Санкт-Петербург, 2025

Текст задания:

Найти экстремум функции функции на отрезке методом квадратичной аппроксимации. Три итерации метода выполнить вручную + написать программу на одном из языков программирования. $\varepsilon = 0.0001$ у всех.

Исходная функция:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \sin x, [a, b] = [0, 1], \varepsilon = 0.03$$

Решение:

Начальные точки: $x_1 = 0.0, x_2 = 0.5, x_3 = 1.0$

Точность: 1.0E-4

Шаг 1:

Текущие точки:

$$x_1 = 0,000000, f(x_1) = 0,000000$$

$$x_2 = 0,500000, f(x_2) = -0,354426$$

$$x_3 = 1,000000, f(x_3) = -0,341471$$

Коэффициенты параболы:

$$a_0 = f(x_1) = 0,000000$$

$$a_1 = (f(x_2) - f(x_1)) / (x_2 - x_1) = (-0,354426 - 0,000000) / (0,500000 - 0,000000) = -0,708851$$

$$a_2 = [(f(x_3) - f(x_1)) / (x_3 - x_1) - a_1] / (x_3 - x_2) = [(-0,341471 - 0,000000) / (1,000000 - 0,000000) - -0,708851] / (1,000000 - 0,500000) = 0,734760$$

Экстремум параболы:

$$x_0 = x_1 - a_1 / (2 * a_2) = 0,000000 - -0,708851 / (2 * 0,734760) = 0,482369$$

$$f(x_0) = -0,347539$$

Выбор новых точек:

$x_0 (0,482369)$ между x_1 и x_2 , $f(x_0) \geq f(x_2)$, отбрасываем x_1

Новые точки: $x_1 = 0,482369, x_2 = 0,500000, x_3 = 1,000000$

Разность $|x_2 - x_0| = |0,500000 - 0,482369| = 0,017631$

Шаг 2:

Текущие точки:

$$x_1 = 0,482369, f(x_1) = -0,347539$$

$$x_2 = 0,500000, f(x_2) = -0,354426$$

$$x_3 = 1,000000, f(x_3) = -0,341471$$

Коэффициенты параболы:

$$a_0 = f(x_1) = -0,347539$$

$$a_1 = (f(x_2) - f(x_1)) / (x_2 - x_1) = (-0,354426 - -0,347539) / (0,500000 - 0,482369) = -0,390579$$

$$a_2 = [(f(x_3) - f(x_1)) / (x_3 - x_1) - a_1] / (x_3 - x_2) = [(-0,341471 - -0,347539) / (1,000000 - 0,482369) - -0,390579] / (1,000000 - 0,500000) = 0,804604$$

Экстремум параболы:

$$x_0 = x_1 - a_1 / (2 * a_2) = 0,482369 - -0,390579 / (2 * 0,804604) = 0,725084$$

$$f(x_0) = -0,400325$$

Выбор новых точек:

$x_0 (0,725084)$ между x_2 и x_3 , $f(x_0) < f(x_2)$, отбрасываем x_1

Новые точки: $x_1 = 0,500000, x_2 = 0,725084, x_3 = 1,000000$

Разность $|x_2 - x_0| = |0,725084 - 0,725084| = 0,000000$

Достигнута заданная точность.

Результат:

Найден экстремум: $x = 0,725084$

Значение функции: $f(x) = -0,400325$

Код программы:

Язык: Java

```
public class QuadraticApproximation {

    public static double f(double x) {
        return 0.5 * x * x - Math.sin(x);
    }

    public static double quadraticApproximation(double x1, double x2, double x3, double eps) {
        System.out.println("== НАЧАЛО МЕТОДА КВАДРАТИЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ==");
        System.out.println("Начальные точки: x1 = " + x1 + ", x2 = " + x2 + ", x3 = " + x3);
        System.out.println("Точность: " + eps);
        System.out.println();

        double f1 = f(x1);
        double f2 = f(x2);
        double f3 = f(x3);

        int iterations = 0;
        double x0 = x2;

        while (Math.abs(x2 - x0) > eps || iterations == 0) {
            iterations++;
            x0 = x1 - a1 / (2 * a2);
            f0 = f(x0);
            if (f0 < f2) {
                x1 = x2;
                f1 = f2;
                x2 = x0;
                f2 = f0;
            } else {
                x3 = x2;
                f3 = f2;
                x2 = x0;
                f2 = f0;
            }
        }
    }
}
```

```

System.out.println("== ИТЕРАЦИЯ " + iterations + " ==");

// Вычисляем значения функции в текущих точках
f1 = f(x1);
f2 = f(x2);
f3 = f(x3);

System.out.printf("Текущие точки:\n");
System.out.printf("x1 = %.6f, f(x1) = %.6f\n", x1, f1);
System.out.printf("x2 = %.6f, f(x2) = %.6f\n", x2, f2);
System.out.printf("x3 = %.6f, f(x3) = %.6f\n", x3, f3);

// Коэффициенты параболы
double a0 = f1;
double a1 = (f2 - f1) / (x2 - x1);
double a2 = ((f3 - f1) / (x3 - x1) - a1) / (x3 - x2);

System.out.printf("\nКоэффициенты параболы:\n");
System.out.printf("a0 = f(x1) = %.6f\n", a0);
System.out.printf("a1 = (f(x2) - f(x1))/(x2 - x1) = (%.6f - %.6f)/(% .6f - %.6f) = %.6f\n",
    f2, f1, x2, x1, a1);
System.out.printf("a2 = [(f(x3)-f(x1))/(x3-x1) - a1]/(x3-x2) = [(% .6f-%.6f)/(% .6f-%.6f) - % .6f]/(% .6f-%.6f) = %.6f\n",
    f3, f1, x3, x1, a1, x3, x2, a2);

// Экстремум параболы
x0 = x1 - a1 / (2 * a2);
double f0 = f(x0);

System.out.printf("\nЭкстремум параболы:\n");
System.out.printf("x0 = x1 - a1/(2*a2) = %.6f - %.6f/(2*%.6f) = %.6f\n", x1, a1, a2, x0);
System.out.printf("f(x0) = %.6f\n", f0);

// Выбор новых точек
System.out.printf("\nВыбор новых точек:\n");

if (x0 > x1 && x0 < x2) {
    if (f0 < f2) {
        System.out.printf("x0 (%.6f) между x1 и x2, f(x0) < f(x2), отбрасываем x3\n", x0);
        x3 = x2;
        f3 = f2;
        x2 = x0;
        f2 = f0;
    } else {
        System.out.printf("x0 (%.6f) между x1 и x2, f(x0) >= f(x2), отбрасываем x1\n", x0);
        x1 = x0;
        f1 = f0;
    }
} else if (x0 > x2 && x0 < x3) {
    if (f0 < f2) {
        System.out.printf("x0 (%.6f) между x2 и x3, f(x0) < f(x2), отбрасываем x1\n", x0);
        x1 = x2;
        f1 = f2;
        x2 = x0;
        f2 = f0;
    } else {
        System.out.printf("x0 (%.6f) между x2 и x3, f(x0) >= f(x2), отбрасываем x3\n", x0);
        x3 = x0;
        f3 = f0;
    }
} else {
    if (x0 < x1) {
        System.out.printf("x0 (%.6f) < x1, расширяем поиск влево\n", x0);
        x3 = x2;
        f3 = f2;
        x2 = x1;
        f2 = f1;
        x1 = x0;
        f1 = f0;
    } else {
        System.out.printf("x0 (%.6f) > x3, расширяем поиск вправо\n", x0);
        x1 = x2;
    }
}

```

```
f1 = f2;
x2 = x3;
f2 = f3;
x3 = x0;
f3 = f0;
}
}

System.out.printf("Новые точки: x1 = %.6f, x2 = %.6f, x3 = %.6f\n", x1, x2, x3);
System.out.printf("Разность |x2 - x0| = |%.6f - %.6f| = %.6f\n", x2, x0, Math.abs(x2 - x0));
System.out.println();

if (iterations > 100) {
    System.out.println("Достигнуто максимальное количество итераций");
    break;
}
}

return x0;
}

public static void main(String[] args) {
    double eps = 0.0001;
    double x1 = 0.0;
    double x2 = 0.5;
    double x3 = 1.0;

    System.out.println("Поиск экстремума функции f(x) = 1/2*x^2 - sin(x)");
    System.out.println("Метод квадратичной аппроксимации");
    System.out.println();

    double extremum = quadraticApproximation(x1, x2, x3, eps);

    System.out.println("==== РЕЗУЛЬТАТ ====");
    System.out.printf("Найден экстремум: x = %.6f\n", extremum);
    System.out.printf("Значение функции: f(x) = %.6f\n", f(extremum));
}
}
```