

# 数学文化

## 见面课（三）



# 联系方式

李军 数学科学学院416办公室

邮箱: [lijun@nankai.edu.cn](mailto:lijun@nankai.edu.cn)

鼓励师生课下的联系和交流。上周已经建立了课程的飞书群，教学通知会发到飞书群。大家在学习中遇到问题，就及时通过飞书联系我。



# 本课程的教材请自己去买，有用！



- 说明：做平台上“测验题”和参与“讨论题”讨论的情况，均会被平台记录，作为慕课成绩的组成部分。
- 千万不要错过平台上做题的截止时间！  
即：每周日的晚上**23点30分**。  
前**3**讲的测验题的截止时间都是**10月16日（周日）**的晚上**23点30分**。



**说说你在数学文化的学习中感到困惑的问题或很有兴趣的问题。**

**问题请提得具体、明确；问题小一点，集中一点，较便于讨论。**

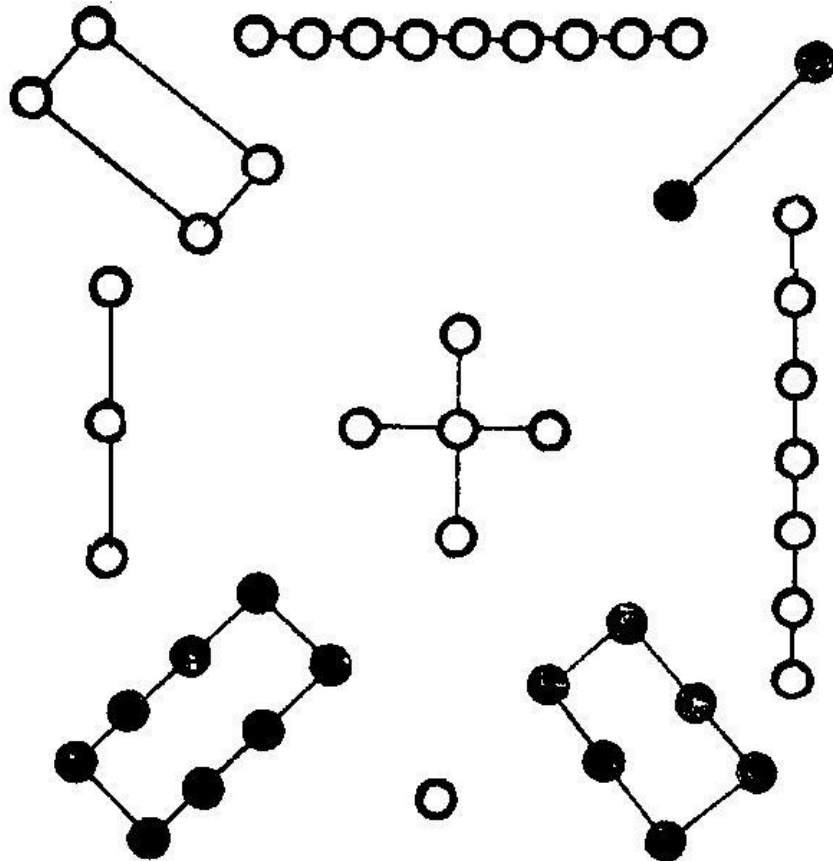
正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

# 平台上慕课内容的拓展



# 三阶幻方



4	9	2
3	5	7
8	1	6

# 乘法幻方

构造一个由9个不同的正整数组成的方阵，使得每一行，每一列和对角线上的积都相等。这种方阵就是乘法幻方。





# 四阶完全幻方

除了任一横行或纵列或对角线上四个数字之和都等于**34**，符合幻方的传统定义之外，还包括泛对角线，例如：

$$14+12+3+5=34;$$

$5+9+12+8=34$ 等等。具有这种性质的幻方称为“完全幻方”。

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

## 考古对数学史研究的推进

**1986年上海陆家咀发现元朝玉挂，谈祥柏教授研究后发现，它是一个四阶完全幻方。过去以为只有印度历史上才有这种“完全幻方”。**



# 一个数学游戏

有九张牌，每张牌上有一个数，分别是-4，  
-3， -2， -1， 0， 1， 2， 3， 4. 甲乙两人轮流取牌，每次取一张牌，谁先取得的牌里有三张牌的和为零就获胜. 先取的人有取胜策略吗？



有九张牌，每张牌上有一个数，分别是-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4. 甲乙两人轮流取，甲先取，每次取一张牌，谁先取得的牌里有三张牌的和为零就获胜.

A

甲有取胜策略

B

乙有取胜策略

C

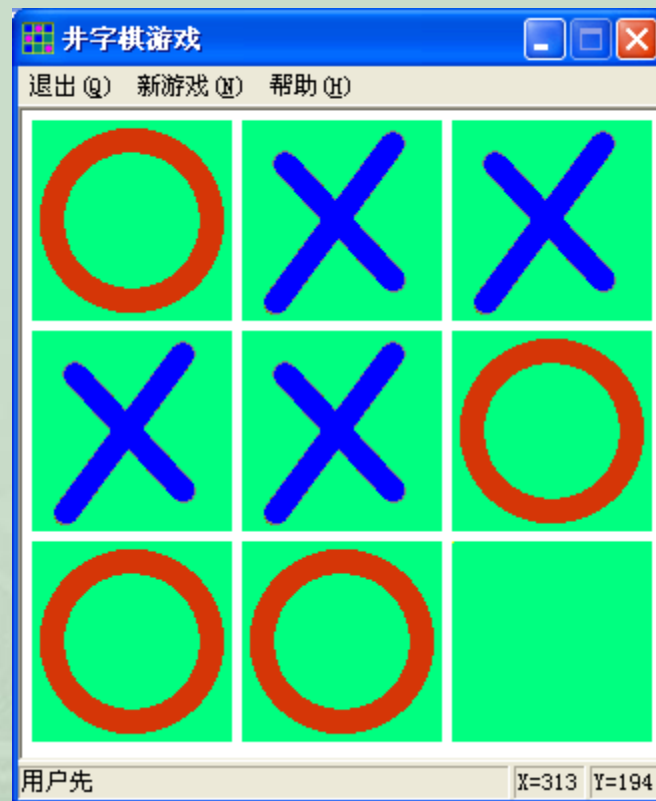
甲和乙都没有取胜策略



提交

# 井字棋

井字棋(Tic-Tac-Toe)，是一种在3\*3格子上的连珠游戏，由于棋盘格线排成井字故得名。如果两个玩家都作出最好的选择，这个游戏是一定会平局的。所以，井字棋最常使用是作为儿童游戏。



# 这个数学游戏本质上就是井字棋

借助下面的三阶幻方，可以看出这个数学游戏本质上就是井字棋。

-3	4	-1
2	0	-2
1	-4	3



# 数学的特点

抽象性

精确性

应用的广泛性



# 抽象性

第一，数学的研究对象本身就是抽象的；

第二，在数学的抽象中只保留量的关系和空间形式而舍弃了其他一切；

第三，数学的抽象是一级一级逐步提高的，它们所达到的抽象程度大大超过了其它学科中的抽象；

第四，核心数学主要处理抽象概念和它们的相互关系。





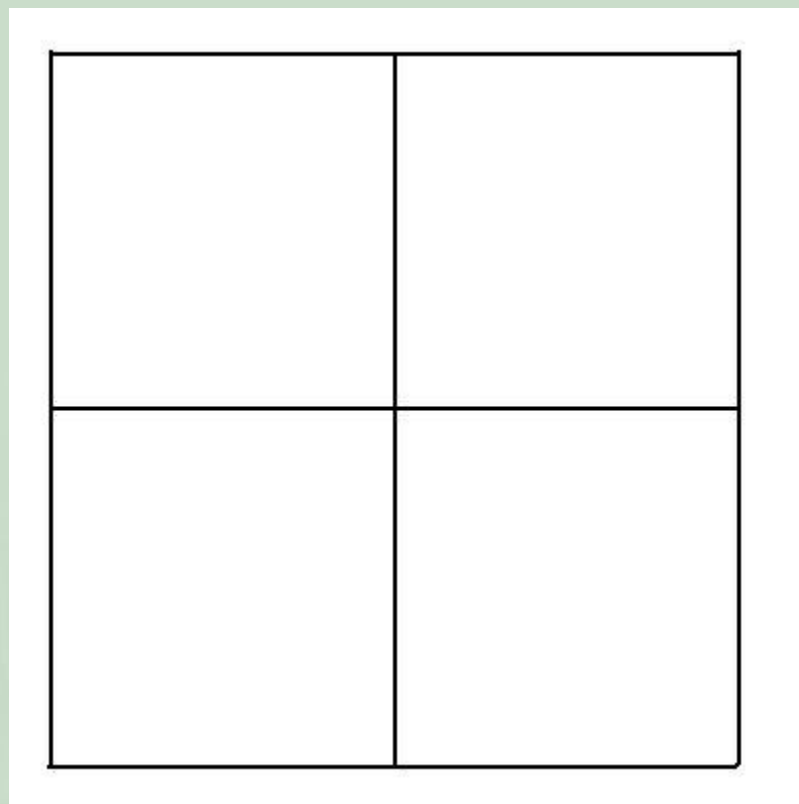
- 有的同学因数学的抽象性而感觉数学枯燥、难学；
- 其实，“抽象”是数学的武器，是数学的优势。
- 我们应该喜爱“抽象”，学会“抽象”的手段。



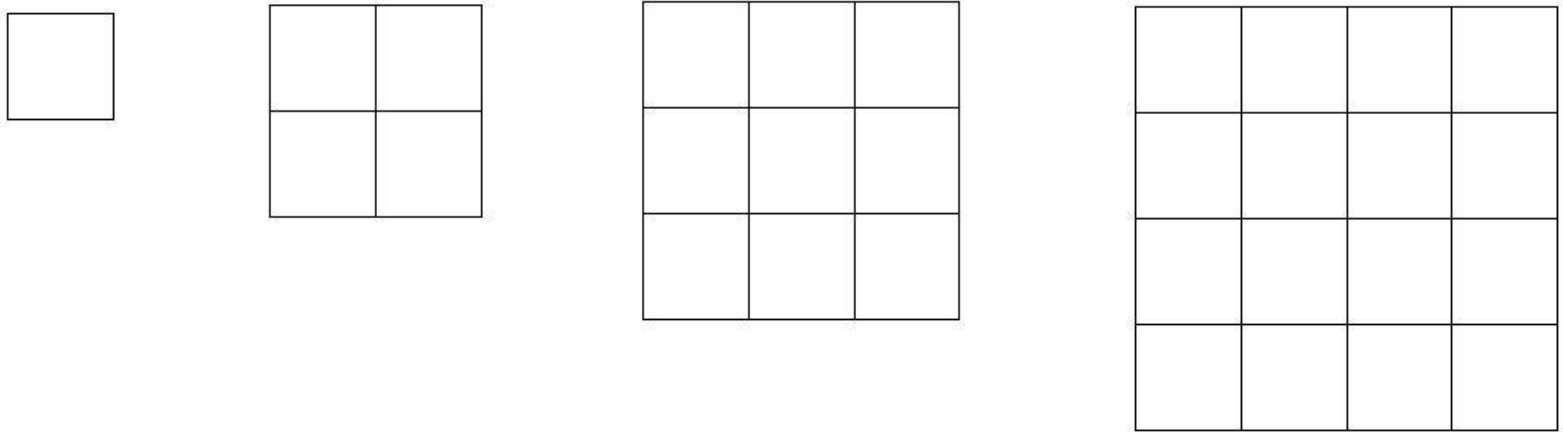
# 分正方形的问题

将正方形分成 $N$ 个  
互不重叠的正方形  
(不要求大小一样),  
哪些 $N$ 是可以的?

例如右图说明  
 $N=4$ 是可以的。

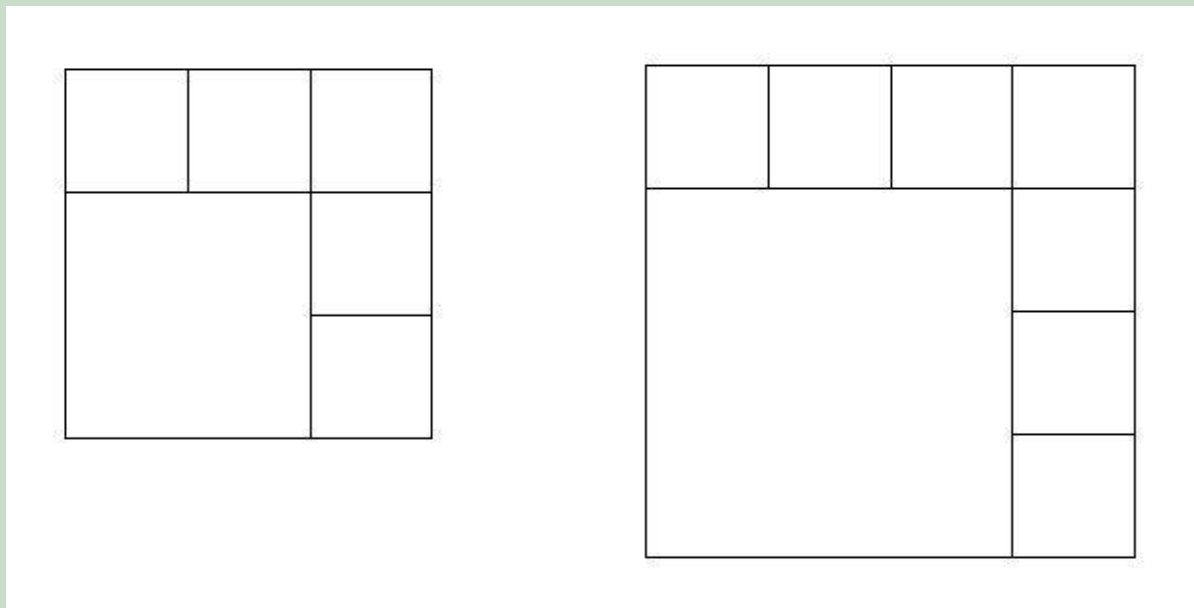


# 由特殊到一般 (1)



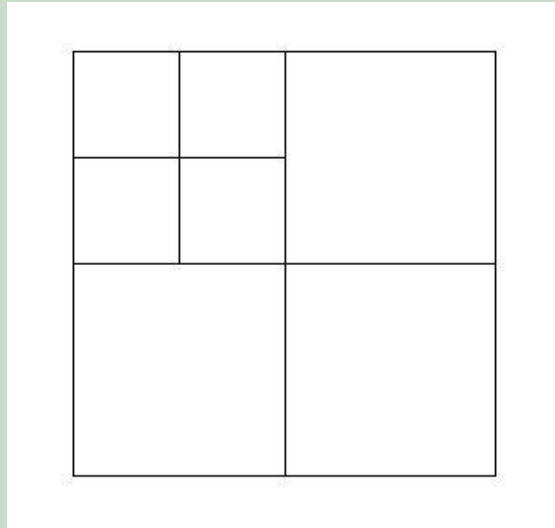
由上图可以看出一个一般的规律：  
对于分正方形的问题， **$N$** 是完全平方  
数都可以。

## 由特殊到一般（2）



由上图可以看出一个一般的规律：  
对于分正方形的问题， **$N$** 是大于等于  
**6**的偶数都可以。

## 由特殊到一般 (3)



由上图可以看出一个一般的规律：  
对于分正方形的问题， **$N$** 等于完全平方数加**3**都可以。

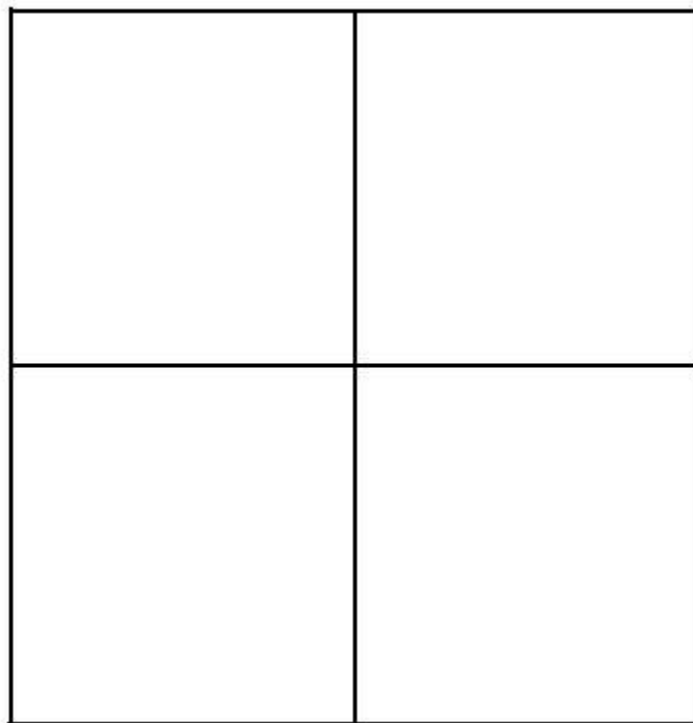
能不能做一个更高的抽象？



# 分正方形问题的结论

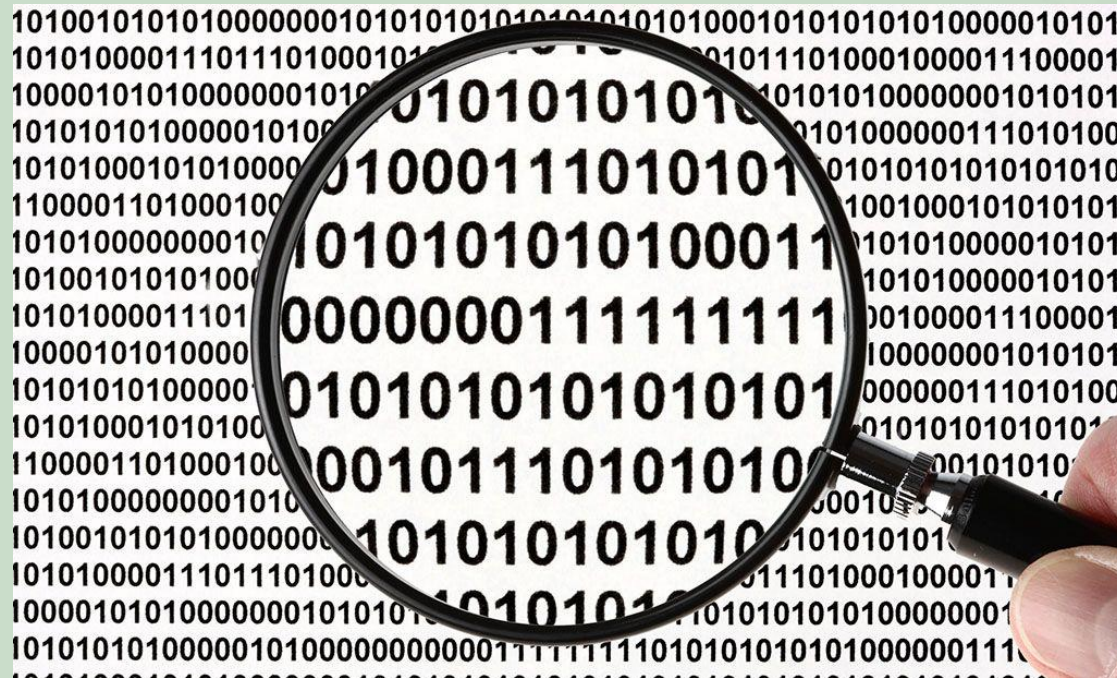
将正方形分成 $N$ 个  
互不重叠的正方形  
(不要求大小一样),  
哪些 $N$ 是可以的?

结论:  $N=2, 3, 5$   
不行,  $N$ 取其他的数  
都可以。



# 二进制与抓三堆

对于二进制大家并不陌生。但是，你能想到，借助二进制，可以漂亮地解决抓三堆问题吗？





# 利用二进制设计的卡片游戏

<div>CARD 0</div> <div>01 03 05 07 09 11</div> <div>13 15 17 19 21 23</div> <div>25 27 29 31 33 35</div> <div>37 39 41 43 45 47</div> <div>49 51 53 55 57 59</div> <div>61 63</div>	<div>CARD 1</div> <div>02 03 06 07 10 11</div> <div>14 15 18 19 22 23</div> <div>26 27 30 31 34 35</div> <div>38 39 42 43 45 47</div> <div>50 51 54 55 58 59</div> <div>62 63</div>	<div>CARD 2</div> <div>04 05 06 07 12 13</div> <div>14 15 20 21 22 23</div> <div>28 29 30 31 36 37</div> <div>38 39 44 45 46 47</div> <div>52 53 54 55 60 61</div> <div>62 63</div>
<div>CARD 3</div> <div>08 09 10 11 12 13</div> <div>14 15 24 25 26 27</div> <div>28 29 30 31 40 41</div> <div>42 43 44 45 46 47</div> <div>56 57 58 59 60 61</div> <div>62 63</div>	<div>CARD 4</div> <div>16 17 18 19 20 21</div> <div>22 23 24 25 26 27</div> <div>28 29 30 31 48 49</div> <div>50 51 52 53 54 55</div> <div>56 57 58 59 60 61</div> <div>62 63</div>	<div>CARD 5</div> <div>32 33 34 35 36 37</div> <div>38 39 40 41 42 43</div> <div>44 45 46 47 48 49</div> <div>50 51 52 53 54 55</div> <div>56 57 58 59 60 61</div> <div>62 63</div>



# 利用二进制设计的卡片游戏

上一页展示了**6**张卡片，你选择**1**到**63**中的一个整数，然后告诉我该数在哪几张卡片上，那么我不用查看卡片，很快就能说出这个数。

这是因为，这**6**张卡片是按二进制编排的。例如，该数在第**1**，**2**，**5**张卡片上，则该数为 $2^1+2^2+2^5=38$ 。



# 打乱次序的卡片

CARD 1

04 55 07 47 36 63  
53 39 13 21 37 23  
15 12 52 31 06 20  
45 05 22 28 29 30  
60 14 61 44 62 38  
54 46

CARD 2

02 58 55 10 11 27  
22 30 18 14 46 26  
35 51 34 59 07 42  
54 39 31 50 47 62  
19 38 15 03 43 23  
63 06

CARD 3

01 17 05 07 47 45  
27 57 61 39 03 13  
53 21 19 31 29 49  
63 55 33 43 41 11  
35 59 37 23 25 09  
15 51

CARD 4

32 58 56 51 57 59  
54 52 36 61 45 42  
63 60 34 35 53 33  
37 38 44 48 50 49  
41 40 43 39 55 47  
62 46

CARD 5

16 30 31 26 62 21  
22 48 58 56 27 19  
54 28 59 18 20 52  
53 25 60 51 49 57  
50 55 61 17 29 63  
23 24

CARD 6

08 56 42 44 24 28  
15 13 45 43 46 09  
14 61 31 63 41 47  
11 60 59 40 27 26  
30 10 29 25 62 57  
12 58

# 不用二进制设计的卡片

**A**

1	10	19
4	13	22
7	16	25

**B**

2	11	20
5	14	23
8	17	26

**C**

3	12	21
4	13	22
5	14	23

**D**

6	15	24
7	16	25
8	17	26

**E**

9	12	15
10	13	16
11	14	17

**F**

18	21	24
19	22	25
20	23	26

# 一道智力题

我取定**0**到**15**中的一个整数，请你用回答为“是”或“否”的四个问题提问来确定这个数。怎么做呢？

从二进制的角度来看，将这个数用**4**位二进制数表示，每次提问可以确定一位数字，从而用四个问题就可以确定这个数。

使用二分法来设计提问本质上也是在用二进制。



# 一个难题

我取定0到15中的一个整数，请你用回答为“是”或“否”的问题提问来确定这个数。我允许说一次谎（但也可以不说谎），你能用七个问题来确定这个数吗？

有兴趣的同学可以在课后思考和讨论一下这个问题。



# “抓三堆”的二进制解法

用二进制表示这三堆谷粒数，写成三行，并上下对齐，各列相加，列的加法定义为

$$0+0=0 ; 0+1=1 ; 1+0=1 ; 1+1=0$$

这就是模2加法。（只要是2的倍数，就记为0）注意模2加法不做进位，例如

$$11+101+1010+1100=0000;$$

$$110+1011+1100+1110=1111.$$





我们断言：把三堆谷粒数均表为二进制，写成三行，将位数对齐，**各列模2相加**，若和全为0，则后抓者有必胜策略；若和中出现1，则先抓者有必胜策略。

和中出现1时，先抓者的具体策略是：先抓者从最左边的1所在的**列**，寻找某堆的谷粒数中相应的列也有1，就从该堆中抓走适当个数，使得抓完后各列的和（**模2**）为0。



例1： 设原始状态（2， 3， 4）， 则先抓者胜。

例2： 设原始状态（5， 8， 13）， 则后抓者胜。

例3： 原始状态（5， 12， 13）， 则先抓者胜。

2.	0	1	0
3.	0	1	1
4. +)	1	0	0
<hr/>			
	1	0	1

5.	0	1	0	1
8.	1	0	0	0
13. +)	1	1	0	1
<hr/>				
	0	0	0	0

5.	0	1	0	1
12.	1	1	0	0
13. +)	1	1	0	1
<hr/>				
	0	1	0	0

问题： 例1与例3中， 甲第一次怎么抓才能赢？





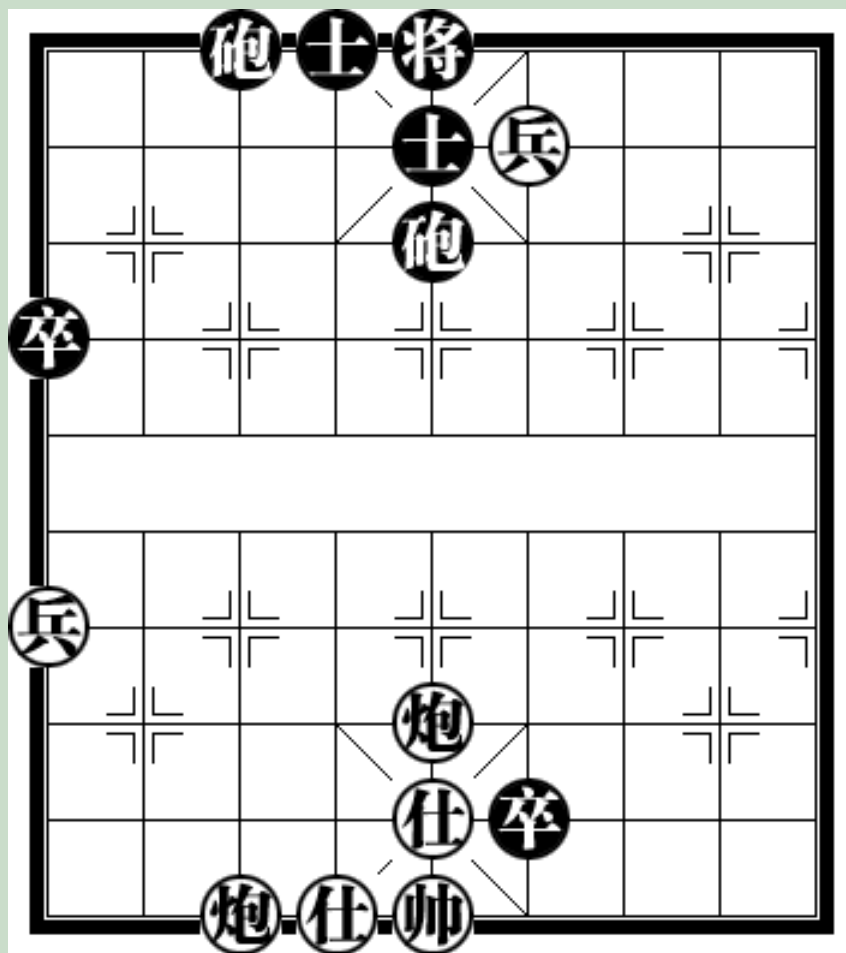
“抓三堆”问题的二进制解法对更一般的“抓 $n$ 堆”问题( $n$ 是一个确定的正整数)也适用。设有四堆谷粒, 分别为5粒、6粒、8粒、10粒, 甲乙两人轮流抓, 每次在一堆中抓, 至少抓1粒, 全部抓完为止, 抓到最后一把者为赢。对于上面的情况, 甲先抓可以取胜, 甲第一次应从 [填空1] 粒那堆抓, 抓 [填空2] 粒。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

33

# 象棋残局中的数学文化





**吴文俊 (1919-2017)**

中国科学院院士  
第三世界科学院院士

首届国家最高科技奖  
第一届国家自然科学奖  
最高奖一等奖  
自动推理的最高奖  
Herbrand奖  
2006邵逸夫数学奖



# 吴文俊获授“人民科学家”国家 荣誉称号

2019年9月17日，国家主席习近平签署主席令，授予叶培建、吴文俊、南仁东（满族）、顾方舟、程开甲“人民科学家”国家荣誉称号。



# 数学家的精神

请结合你了解的数学家的事迹，  
就你的理解，用弹幕发一下数学家  
有哪些精神。



# 中央电视台《大家》栏目： 《吴文俊·我的不等式》片断



下次“见面课”

**2022年10月11日**

**（周二）**





本次“见面课”结束

谢谢！

