



南開大學

电磁学

(Electromagnetism)

静电场中的电介质

(Dielectric In Electrostatic Field)



本章目录（19-23）

前言

- △ 8.19 电介质对电场的影响
- 8.20 电介质的极化
- △ 8.21 有介质时静电场的规律
- △ 8.22 电容器及其电容
- △ 8.23 电容器的能量、有介质时的电场能量



前言

导体中含有许多可以自由移动的电子或离子。然而也有一类物质电子被束缚在自身所属的原子核周围或夹在原子核中间，这些电子可以相互交换位置，多少活动一些，但是不能到处移动，就是所谓的**非导体或绝缘体**。绝缘体不能导电，但电场可以在其中存在，并且在电学中起着重要的作用。

从电场这一角度看，特别地把绝缘体叫做**电介质**。

从电学性质看电介质的分子可分为**两类**：

无极分子、有极分子。

从它们在电场中的行为看：有位移极化₁和取向极化₃。
下面将逐一讨论。



电介质就是电的绝缘体。

在概念上电介质与导体构成一对矛盾体。
它们又对立、又依存； 在实际应用中，
它们的作用正相反，但又常常并用。

正如导体一样，研究电介质对电场的影响，
也是电学中的一个十分重要的问题。



△ 8.19 电介质对电场的影响

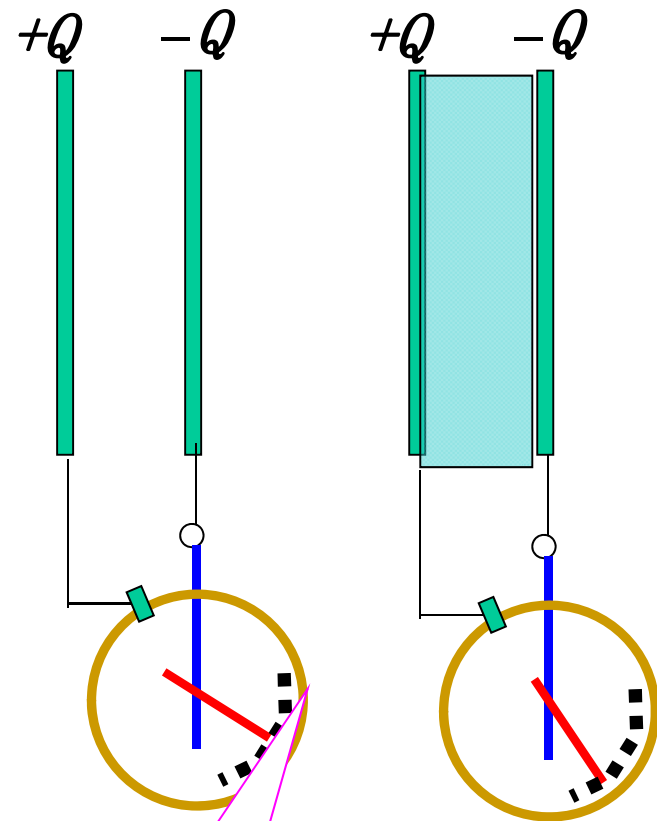
3.1 电介质对电场的影响

本章只限于讨论各向同性的均匀的电介质。

- **电介质**是由大量电中性的分子组成的绝缘体。紧束缚的正负电荷在外场中要发生变化。

在外电场中电介质要受到电场的影响，同时也影响外电场。

在以平行板电容器有电介质与无电介质时，极板上电压的变化为例说明





插入电介质前后两极板间的电压分别用 V_0 、 V 表示，

它们的关系：
$$V = \frac{1}{\varepsilon_r} V_0$$

ε_r 是一个大于 1 的常数，其大小随电介质的种类和状态的不同而不同，是电介质的特征常数称为电介质的相对介电常数

空气的相对介电常数 1.00059 (0°C , 1atm)

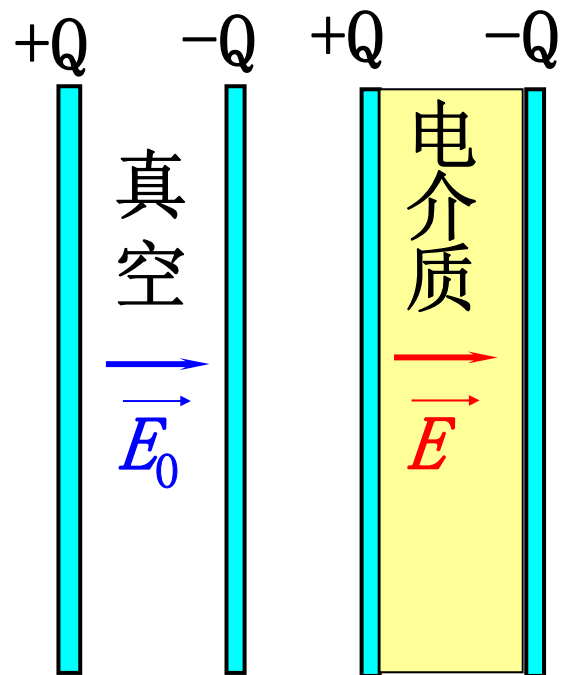
上述实验表明：插入电介质后两极板间电压减少，说明其间电场减弱了。

$$E = \frac{1}{\varepsilon_r} E_0$$



极板电量不变时，在极间充满各向同性均匀

电介质前后的场强关系为： $\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon_r$



ϵ_r —— 介质的相对介电常数
(**relative dielectric constant**)

$\epsilon_r \geq 1$, 它与介质种类和状态有关
书P341表8.1列出了某些电介质的 ϵ_r , **水** (20°C, 1atm) $\epsilon_r=80$,
空气 $\epsilon_r=1$, **钛酸钡** $\epsilon_r=10^3 - 10^4$ 。

电场减弱的原因可用电介质与外电场的相互影响，
从微观结构上来解释。



8.20 电介质的极化

介质在电场中出现附加电荷称极化 (polarization)

一. 电介质分子可分为有极和无极两类

1. 有极分子 (polar molecule) : 

分子电荷的正、负“重心”分开具有固有电偶极矩, $p \sim 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$ 。如: 水, HCl , NH_3 ...

2. 无极分子 (nonpolar molecule) : 

分子电荷的正、负“重心”重合, 无固有电偶极矩。如: He , Ne , CH_4 ...



二. 极化机制

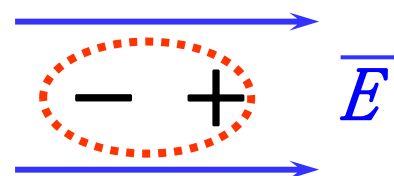
1. 位移极化 (displacement polarization)

对无极分子 $\vec{E} = 0$



$$\vec{p} = 0$$

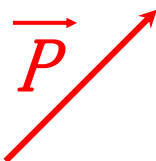
$\vec{E} \neq 0$



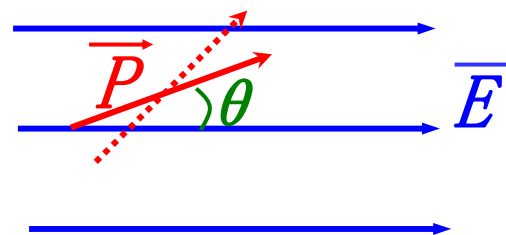
$$\vec{p} // \vec{E}, \quad \vec{E} \uparrow \rightarrow \vec{p} \uparrow$$

2. 取向极化 (orientation polarization)

对有极分子 $\vec{E} = 0$



$\vec{E} \neq 0$



$$\vec{E} \uparrow \rightarrow \theta \downarrow, \quad \vec{p} \rightarrow \text{平行} \vec{E}$$



对取向极化的说明：

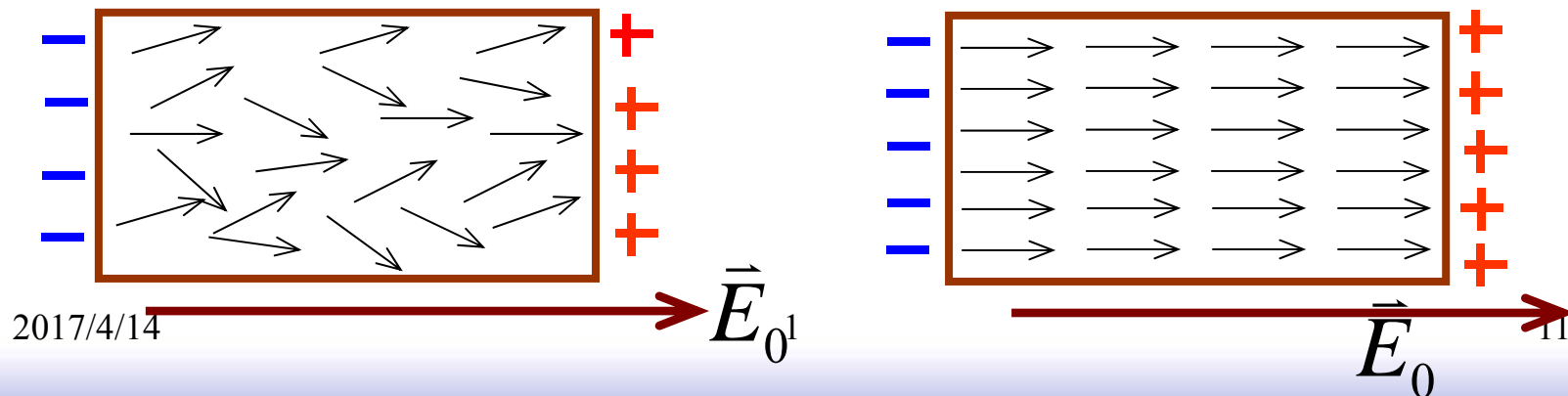
- ①由于热运动， \vec{p} 不是都平行于 \vec{E} ；
- ②有极分子也有位移极化，不过在静电场中主要是取向极化，但在高频场中，位移极化反倒是主要的了。



3 极化电荷 *Polarization charge or bound charge*

在外电场中，均匀介质内部各处仍呈电中性，但在介质表面要出现电荷，这种电荷不能离开电介质到其它带电体，也不能在电介质内部自由移动。我们称它为束缚电荷或极化电荷。它不象导体中的自由电荷能用传导方法将其引走。

在外电场中，出现束缚电荷的现象叫做**电介质的极化**。





三. 极化强度 (electric polarization)

定义极化强度矢量:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

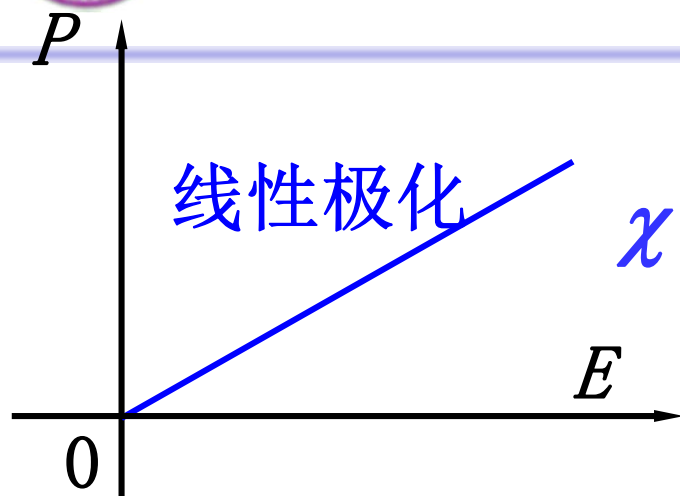
这里 $\Delta V \rightarrow 0$ 是指宏观上够小, 但微观上够大。

单位是[库仑/米²]、[C/m²].



场强 E 不太强时，在各向同性介质内有：

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E}$$



χ_e — 电极化率 (**polarizability**)

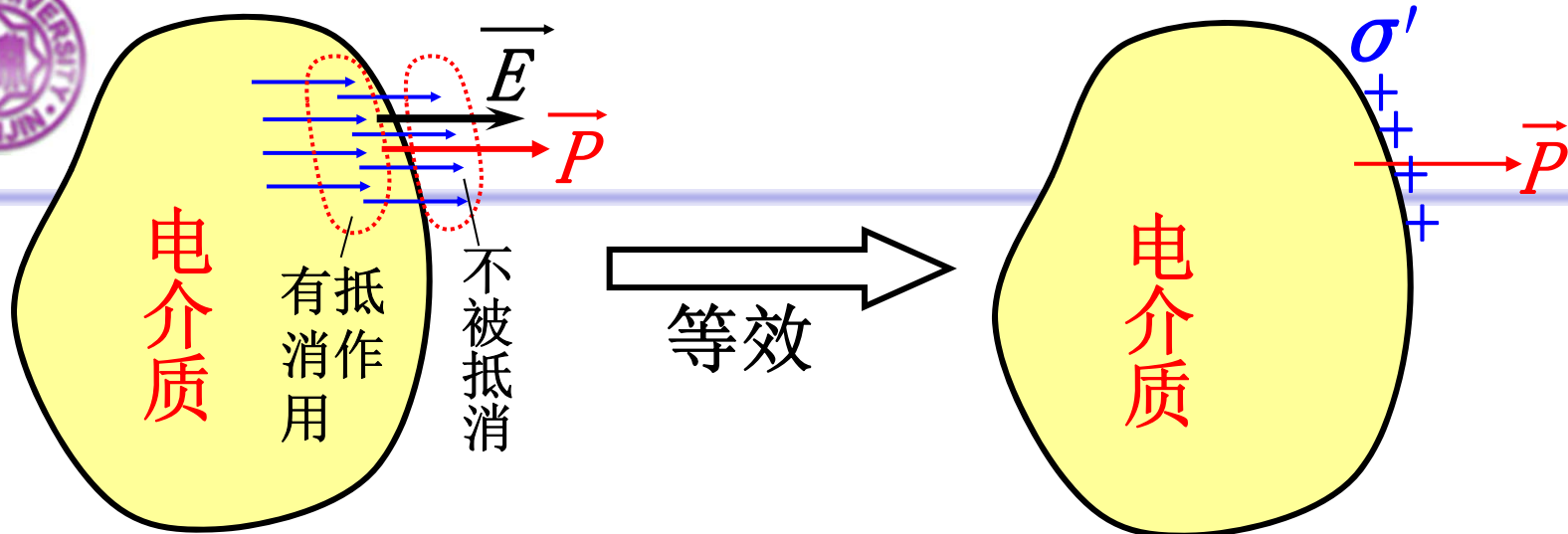
$$\chi_e = \varepsilon_r - 1 \quad \chi_e \geq 0$$

在各向异性介质内，一般地说 $\vec{p} \nparallel \vec{E}$ 。

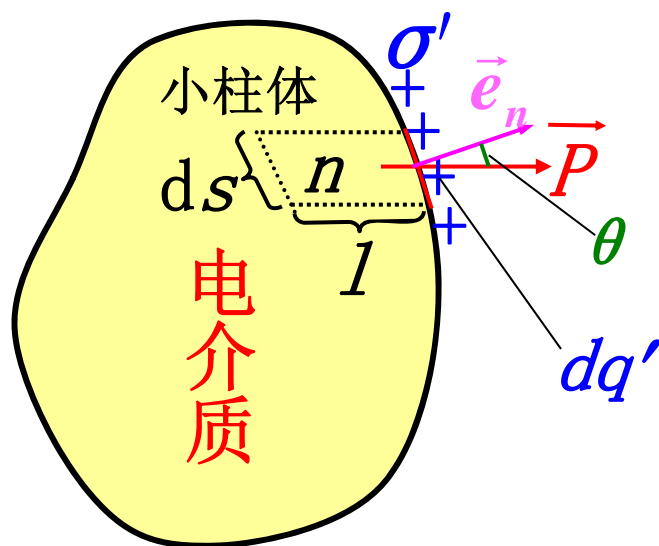
四. 极化电荷 (**polarization charge**)

1. 极化面电荷

以位移极化为例，设在电场力作用下正电荷向电场方向移动。



设 $\vec{p}_{\text{分子}} = q\vec{l}$, 单位体积分子数为 n , 则 $\vec{P} = n\vec{p}_{\text{分子}}$



$$\begin{aligned} dq' &= n \cdot (ds \cdot l \cdot \cos \theta) q \\ &= nql \cos \theta \cdot ds \\ &= np_{\text{分子}} \cdot \cos \theta \cdot ds \\ &= P \cdot \cos \theta \cdot ds \end{aligned}$$

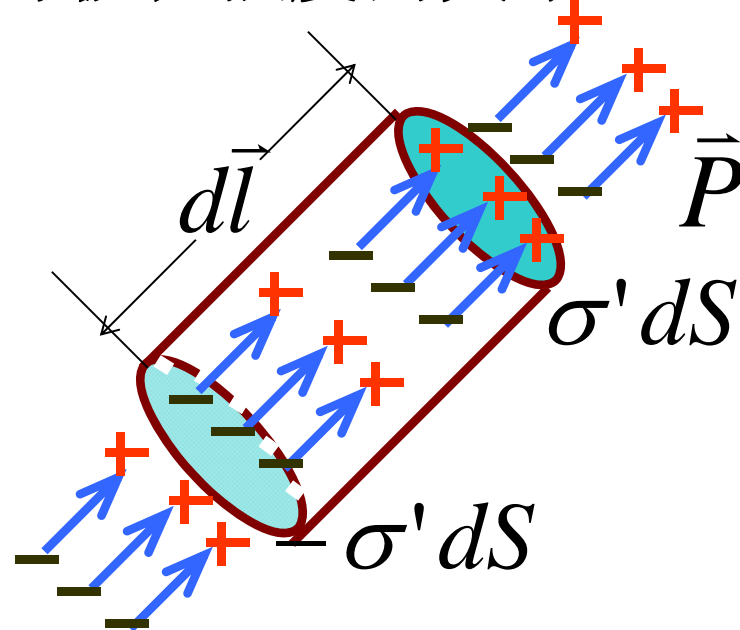
$$\sigma' = dq' / ds = P \cos \theta = P_n$$



简单的说明:

可证明对于均匀的电介质，极化电荷集中在它的表面。电介质产生的一切宏观效果都是通过**未抵消的束缚电荷**来体现。下面讲束缚电荷分布与极化强度的关系

沿着此曲线取一长度为 $d\vec{l}$ 在其内部极化可视为是均匀的。垂直于此曲线的横截面 dS 组成一个小圆柱体，因而该体元具有电偶极矩 $\vec{P} \cdot d\vec{l} \cdot dS$ ，根据定义它可视为两端具有 $\pm \sigma' dS$ 电荷的偶极矩



如果在电介质内任选一面
 dS 的法线 \hat{n} 与 \vec{P} 成 θ 角
 则：

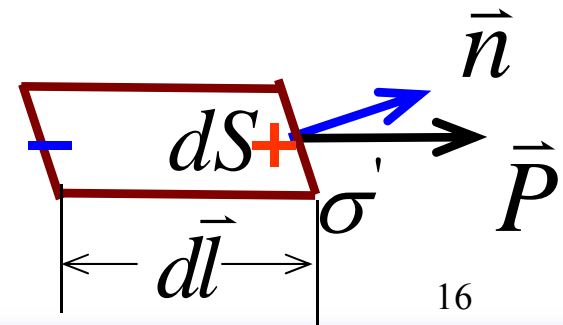
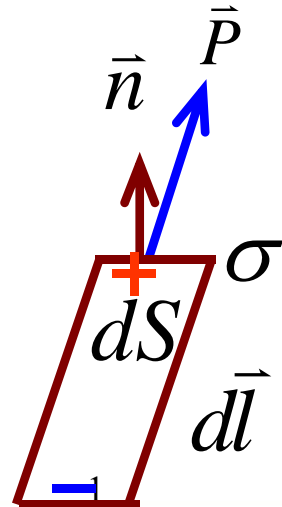
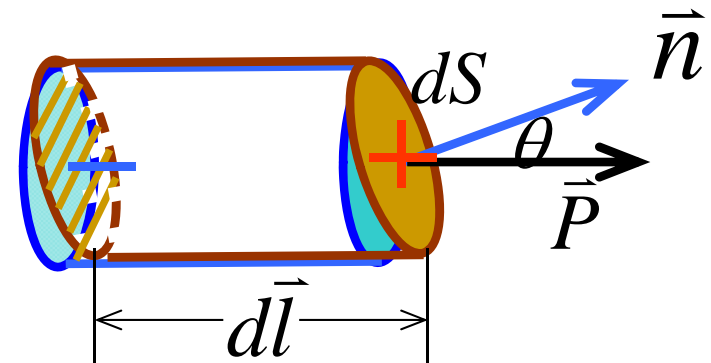
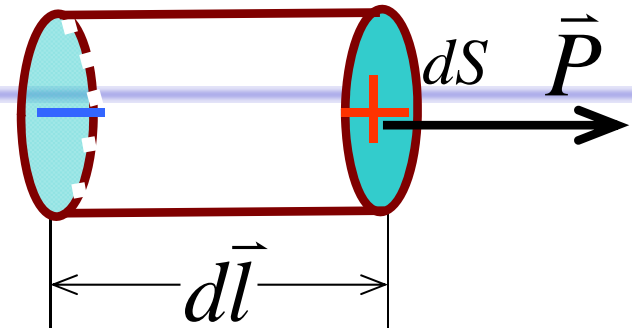
$$\sum_i \vec{p}_{ei} = \sigma' \cdot dS d\vec{l}$$

$$\sum_i \vec{p}_{ei} = [d\vec{l} \cdot dS \cos(\hat{n} \cdot \vec{P})] \vec{P}$$

$$\therefore P_n = \sigma'$$

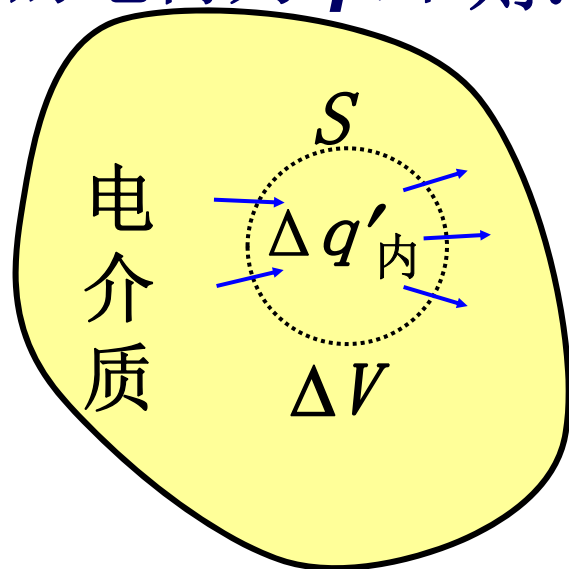
表明：任选一面 dS 上
 束缚电荷面密度 σ' 等
 于极化强度矢量在该
 面法线方向上的分量

$$\therefore \vec{P} \cdot d\vec{S} \cdot d\vec{l} = \sigma' dS dl$$



△2. 极化体电荷:

在电介质体内取任一封闭曲面 S ，则净穿出整个封闭面的电荷为 q' 出 则：留在封闭面内的电荷为



$$q'_{\text{内}} = -q'_{\text{出}}$$

$$\Delta q'_{\text{内}} = -\oint_S \mathbf{P}_n \, dS = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

$$\rho' = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q'_{\text{内}}}{\Delta V} = -\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}}{\Delta V}$$

$$\equiv -\text{div } \vec{P} \equiv -\nabla \cdot \vec{P}$$

$\text{div } \vec{P}$ 称为 \vec{P} 的“散度” (divergence) 。

在直角坐标中 $\rho' \equiv -\nabla \cdot \vec{P} = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right)$

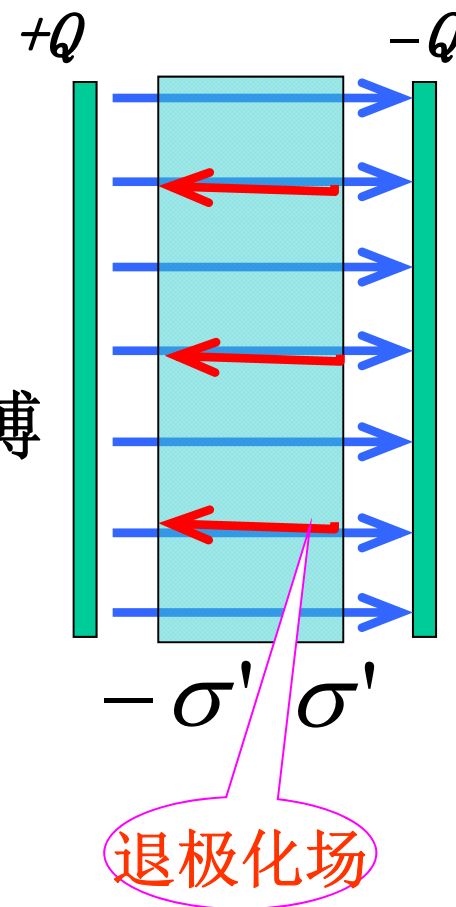


五、退极化场

电介质在外场中的性质相当于在真空中有适当的束缚电荷体密度分布在其内部。因此可用 ρ' 和 σ' 的分布来代替电介质产生的电场。

在外电场 \vec{E}_0 中，介质极化产生的束缚电荷，在其周围无论介质内部还是外部都产生附加电场 \vec{E}' 称为退极化场。任一点的总场强为：

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

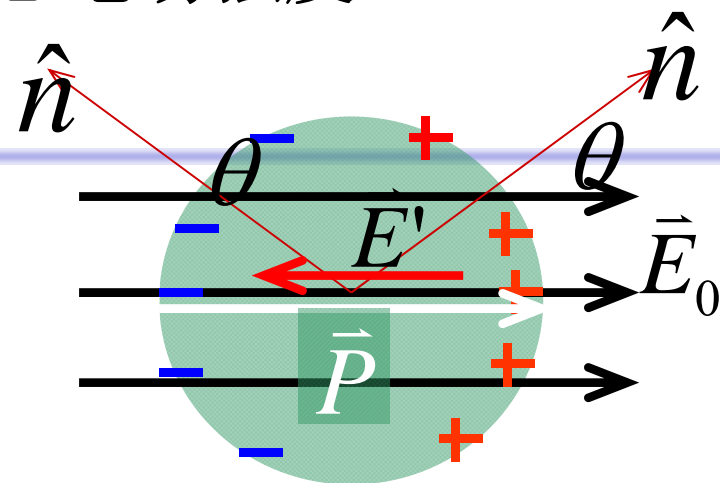


$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ 是电介质中的总电场强度。

\vec{E}_0 是自由电荷产生的电场。

\vec{E}' 极化电荷产生的退极化场
depolarization field

$$P_n = \sigma'$$



六、电介质的极化规律

实验表明: $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$

χ_e 称为电极化率或极化率 *polarizability*

在各向同性线性电介质中它是一个纯数。

$$\vec{P} \Rightarrow \sigma' \Rightarrow \vec{E}' \Rightarrow \vec{E} \quad \left(\because E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \quad E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} \right)$$



其他几种电介质：

线性各向同性电介质， χ_e 是常量。

铁电体 *ferroelectrics* \vec{P} 和 \vec{E} 是非线性关系；
并具有电滞性（类似于磁滞性），如酒石酸钾钠、 $BaTiO_3$ 。

永电体或驻极体，它们的极化强度并不随外场的撤除而消失，与永磁体的性质类似，如石蜡。

压电体 *piezoelectrics* 有压电效应、电致伸缩
electrostriction。



带静电的梳子为什么能吸引水柱？

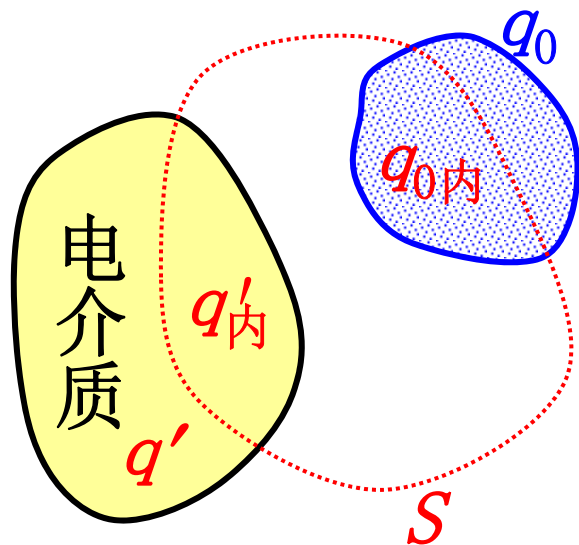




△ 8.21 有介质时静电场的规律

在有介质时, $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ 仍成立, 而高斯定理因为与电荷有关, 所以需要修改。

一. \vec{D} 的高斯定理 $\left. \begin{array}{l} q_0 \rightarrow \vec{E}_0 \\ q' \rightarrow \vec{E}' \end{array} \right\} \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum q_{0内} + \sum q'_{内})$$

$$\text{又 } \sum q'_{内} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

有: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{0内}}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$



∴
令

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = \sum q_{0\text{内}}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

\vec{D} 称为电位移 (electric displacement)
或称为电感 (应) 强度

于是有 $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum q_{0\text{内}}$ — \vec{D} 的高斯定理

对各向同性介质 $\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E}$

∴ $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ 称介质的介电常数 (电容率)