

## 离散数学综合练习题（基础部分）

## 一、选择题

- 下列句子中，( ) 是命题。  
A. 2 是常数。  
B. 这朵花多好看呀！  
C. 请把门关上！  
D. 下午有会吗？
- 令  $p$ : 今天下雪了,  $q$ : 路滑,  $r$ : 他迟到了。则命题“下雪路滑, 他迟到了”可符号化为 ( )。  
A.  $p \wedge q \rightarrow r$   
B.  $p \vee q \rightarrow r$   
C.  $p \wedge q \wedge r$   
D.  $p \vee q \leftrightarrow r$
- 令  $p$ : 今天下雪了,  $q$ : 路滑, 则命题“虽然今天下雪了, 但是路不滑”可符号化为 ( )。  
A.  $p \wedge \neg q$   
B.  $p \wedge q$   
C.  $p \vee \neg q$   
D.  $p \rightarrow \neg q$
- 下列命题公式不是永真式的是 ( )。  
A.  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$   
B.  $p \rightarrow (q \rightarrow p)$   
C.  $\neg p \vee (q \rightarrow p)$   
D.  $(p \rightarrow q) \vee p$
- 设  $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{a, b, c, d\}, f = \{ \langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 3, c \rangle \}$ , 则  $f$  是 ( )。  
A. 从  $X$  到  $Y$  的双射  
B. 从  $X$  到  $Y$  的满射, 但不是单射  
C. 从  $X$  到  $Y$  的单射, 但不是满射  
D. 从  $X$  到  $Y$  的二元关系, 但不是从  $X$  到  $Y$  的映射
- 设  $A$  有 5 个元素, 则其幂集  $P(A)$  的元素总个数为 ( )。  
A. 32  
B. 25  
C. 50  
D. 5

## 二、 证明题

1. 任意给定 7 个不同的自然数，证明：其中必有两个数，其和或者差是 10 的倍数。
2. 在任意 6 个国家中，试证明其中必有 3 个国家，彼此之间都有外交关系或者都没有外交关系。
3. 用命题逻辑推理证明

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \vee \neg S, Q \Rightarrow S \rightarrow R$$

## 三、 计算题

1. 计算  $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r$  的主析取范式，并给出其为真、假的赋值。
2. 用主析取范式判断公式的类型：

$$(1) A \Leftrightarrow \neg(p \rightarrow q) \wedge q \quad (2) B \Leftrightarrow p \rightarrow (p \vee q) \quad (3) C \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$$

3. 用真值表法求出公式的主析取范式

$$(1) (\neg p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r)$$

$$(2) (p \vee q) \rightarrow \neg(p \vee r)$$

4. 假定一个全集集合是  $A = \{1, 8, 7, 2, 3, 5, 6, 4\}$ . 试用二进制计算方法求集合计算集合  $D = \{1, 2, 3, 4\}$  和  $E = \{5, 3, 7, 2\}$  的交集、并集，以及对称差
5. 用特征方程法，求递推关系  $H_n = -H_{n-1} + 3H_{n-2} + 5H_{n-3} + 2H_{n-4} \quad (n \geq 4)$  满足初始条件  $H_0 = 1, H_1 = 0, H_2 = 1, H_3 = 2$  的解 .

## 四、 应用分析题

1. 用范式理论解下列问题：

某单位要从 A, B, C 三人中选派若干人出国考察，需满足下述条件：

- (1) 若 A 去，则 C 必须去；
- (2) 若 B 去，则 C 不能去；
- (3) A 和 B 必须去一人且只能去一人.

问有几种可能的选派方案？

2. 构造下列推理的证明。

如果今天是星期一，则要进行英语或离散数学考试。如果英语老师有会，则不考英语。今天是星期一，英语老师有会，所以进行离散数学考试。

3. 构造下列推理的证明。

小王是理科学生，则他的数学成绩很好。如果小王不是文科学生，则他一定

是理科学生。小王的数学成绩不好, 所以小王是文科学生。

4. 设  $A$  是  $m$  个正整数的集合,  $m \geq 1$ , 证明: 存在非空的子集  $B \subseteq A$ , 使得  $B$  中所有元素之和能够被  $m$  整除。
5. (1) 若  $A \vee C \Leftrightarrow B \vee C, A \Leftrightarrow B$  一定为真吗?  
(2) 若  $A \wedge C \Leftrightarrow B \wedge C, A \Leftrightarrow B$  一定为真吗?  
(3) 若  $\neg A \Leftrightarrow \neg B, A \Leftrightarrow B$  一定为真吗?
6. 某公司要从小张、小刘、小吴、小王、小陈 5 名新毕业的大学生中选派一些人出国学习, 选派必须满足以下条件:  
(1) 若小张去, 小刘也去。  
(2) 小王、小陈两人中必有一人去。  
(3) 小刘、小吴两人中去且仅去一人。  
(4) 小吴、小王两人同去或同不去。  
(5) 若小陈去, 则小张、小刘也同去。  
用等值演算法分析该公司如何选派他们出国。
7. 有一盏灯由 3 个开关控制, 要求按任何一个开关都能使灯由亮变黑或由黑变亮。试设计控制这盏灯的组合电路, 写出它的逻辑表达式。