

姓名
学号
专业
任课
教师

南开大学2017级“多元函数微积分（信）”结课统考试卷（A卷）2018年5月5日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、求曲面 $x^3 + y^2 + z^2 = 3$ 上点 $(1, -1, 1)$ 处的切平面与法线方程.(本题10分)

一题 得分	
----------	--

二、求函数 $f(x, y) = x + y + z$ 在区域 $D: \frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{5} + \frac{(z-3)^2}{4} \leq 1$ 上的最大值、最小值（10分）

二题 得分	
----------	--

三、计算下列二重积分：（每小题8分）

(1) $\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy$, 其中 D 是: $x^2 + y^2 \leq 1$;

三题 得分	
----------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课
教师

(2) $\iint_D (1+y) dx dy$, 其中区域 D 为直线 $y+x=1$ 与坐标轴所围成的三角形区域。

四、计算下列三重积分（每小题8分）：

(1) $\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{1+x^2+y^2+z^2}$, 其中 Ω 为： $x^2+y^2+z^2 \leq 1$;

(2) $\iiint_{\Omega} (x^2+y^2+z^2) dx dy dz$, 其中 Ω 是平面 $x+y+z=1$ 与三坐标平面所围成的区域。

草稿区

四题 得分	
----------	--

姓名
学号
专业
任课
教师

(信) A4--2

草稿区

五、计算下列曲线积分与曲面积分：(每小题10分)

(1) 设曲线积分 $\int xy^2 dx + y\varphi(x) dy$ 与路径无关，其中 $\varphi(x)$ 有连续的导数， $\varphi(0) = 0$

试求 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^2 dx + y\varphi(x) dy$ ；

(2) 求 $I = \iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS$ ，其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$ ($a > 0$)

六、(10分) 求曲线积分 $I = \oint_L \frac{xdy - (y-1)dx}{x^2 + 9(y-1)^2}$ ，其中 L 是以 $(0, 0)$ 为中心，

R ($R > 0, R \neq 1$) 为半径的圆周，取逆时针方向；

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

姓名
学号
专业
任课
教师

七、(10分) 设 Σ 是曲面 $z = \sqrt{1 - 3(x^2 + y^2)}$ 的外侧，

求曲面积分：
$$\iint_{\Sigma} x^3 dydz + (y^3 + 3) dzdx + \frac{1}{2} z dxdy$$

八、(8分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, (a > 0)$ ，被平面 $z = a/3, z = a/2$

所夹部分的面积。

(信) A4--3

七题
得分

草稿区

八题
得分

(信) A4--4