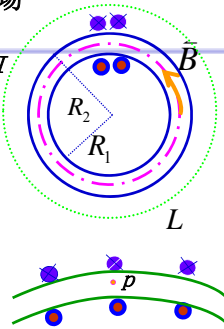


[例4] 求载流螺绕环内的磁场

设环很细，环的平均半径为 R ，总匝数为 N ，通有电流强度为 I

分析磁场结构，与长直螺旋管类似，环内磁场只能平行与线圈的轴线（即每一个圆线圈过圆心的垂线）。

根据对称性可知，在与环共轴的圆周上磁感应强度的大小相等，方向沿圆周的切线方向。磁力线是与环共轴的一系列同心圆。



2017/4/24

74



设螺绕环的半径为 R_1, R_2 ，共有 N 匝线圈。以平均半径 R 作圆为安培回路 L ，可得：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi R = \mu_0 N \cdot I$$

$$\therefore B = \mu_0 n I \quad R_1 \leq r \leq R_2$$

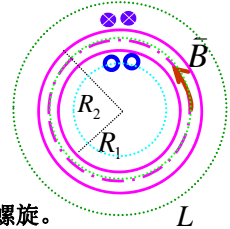
$$N = 2\pi R n$$

n 为单位长度上的匝数。

其磁场方向与电流满足右手螺旋。

同理可求得 $\therefore B = 0$

螺绕环管外磁场为零。



2017/4/24

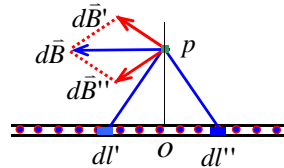
75

例5：无限大平板电流的磁场分布。设一无限大导体薄平板垂直于纸面放置，其上有方向垂直于纸面朝外的电流通过，面电流密度（即指通过与电流方向垂直的单位长度的电流）到处均匀，大小为 j 。

解：视为无限多平行长直电流的场。

分析求场点 p 的对称性

做 po 垂线，取对称的长直电流元，其合磁场方向平行于电流平面。



无数对称元在 p 点的总磁场方向平行于电流平面。因为电流平面是无限大，故与电流平面等距离的各点 B 的大小相等。在该平面两侧的磁场方向相反。

作一安培回路如图：
 bc 和 da 两边被电流平面等分。 ab 和 cd 与电流平面平行，则有

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2l = \mu_0 j l$$

结论

$$\therefore B = \frac{\mu_0 j}{2}$$

方向如图所示。

在无限大均匀平面电流的两侧的磁场都为均匀磁场，并且大小相等，但方向相反。

2017/4/24

77

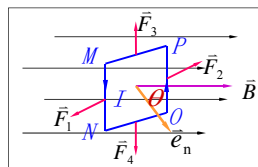


9.4 磁力矩 (磁场作用于载流线圈)

如图 均匀磁场中有一矩形载流线圈

$MNOP$

线圈平面垂直于磁场



$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

$$F_1 = B I l_2 \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$F_3 = B I l_1 \quad \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

$$\vec{dF} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i = 0$$

2017/4/24

78



线圈面不垂直于磁场

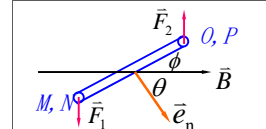
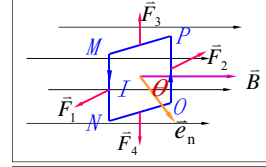
$$MN = l_2 \quad NO = l_1 \quad M = F_1 l_1 \sin \theta = B I l_2 l_1 \sin \theta$$

$$M = B I S \sin \theta$$

$$\vec{M} = I S \vec{e}_n \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

线圈有 N 匝时

$$\vec{M} = N I S \vec{e}_n \times \vec{B}$$



2017/4/24

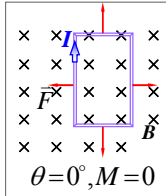
79



讨论

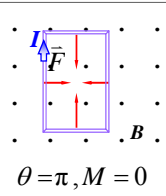
(1) \vec{e}_n 与 \vec{B} 同向 (2) 方向相反 (3) 方向垂直

稳定平衡



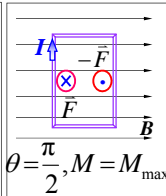
2017/4/24

不稳定平衡



2017/4/24

力矩最大



80



结论：均匀磁场中，任意形状刚性闭合平面通电线圈所受的力和力矩为

$$\vec{F} = 0, \quad \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$\vec{m} \parallel \vec{B}, \quad \vec{M} = 0 \quad \begin{cases} \theta = 0 & \text{稳定平衡} \\ \theta = \pi & \text{非稳定平衡} \end{cases}$$

$$\vec{m} \perp \vec{B}, \quad M = M_{\max} = mB, \quad \theta = \pi/2$$

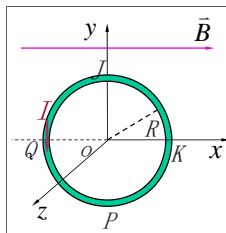
磁矩 $\vec{m} = NIS \vec{e}_n$ \vec{e}_n 与 I 成右螺旋

2017/4/24

81



例4 如图半径为0.20 m，电流为20 A，可绕轴旋转的圆形载流线圈放在均匀磁场中，磁感应强度的大小为0.08 T，方向沿 x 轴正向。
问线圈受力情况怎样？线圈所受的磁力矩又为多少？



2017/4/24

82



解 (方法一) 把线圈分为 JQP 和 PKJ 两部分

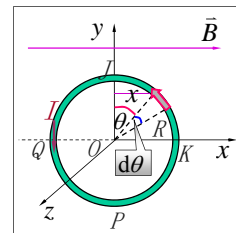
(1) 受力情况分析

$$\vec{F}_{JQP} = BI(2R)\vec{k} = 0.64\vec{k}\text{N} = -\vec{F}_{PKJ}$$

(2) 求解力矩

以 Oy 为轴， $Id\vec{l}$ 所受磁力矩大小

$$dM = x dF = Idl B x \sin \theta$$



2017/4/24

83

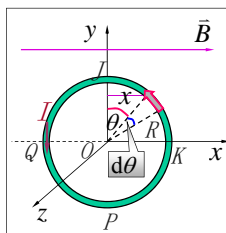


$$x = R \sin \theta, \quad dl = R d\theta$$

$$dM = IB R^2 \sin^2 \theta d\theta$$

$$M = IB R^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta$$

$$M = IB \pi R^2$$



2017/4/24

84



(方法二)

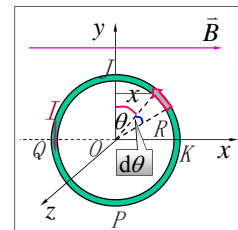
$$\vec{m} = IS \vec{k} = I \pi R^2 \vec{k}$$

$$\vec{B} = B \vec{i}$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$= I \pi R^2 B \vec{k} \times \vec{i}$$

$$= I \pi R^2 B \vec{j}$$



2017/4/24

85

五 磁力的功

载流导线或载流线圈在磁力和磁力矩的作用下运动时，磁力和磁力矩作功。

1 载流导线在磁场中运动时，磁力的功

以直线电流，
匀强磁场为例

$$F_m = IBl$$

$$A = F_m(Aa) = IBl(Aa)$$

$$\Phi_{m0} = Bl(Ad) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Delta\Phi_m = \Phi_m - \Phi_{m0} = Bl(Aa)$$

$$\Phi_m = Bl(ad)$$

$$A = I\Delta\Phi_m$$

2017/4/24

86

2 载流线圈在磁场中转动时， 磁力矩的功

载流线圈在磁场中所受磁力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

磁力矩的元功

$$dA = -M d\phi$$

负号表示磁力矩作正功时 ϕ 减小。

$$dA = -mB \sin \phi d\phi$$

$$= -ISB \sin \phi d\phi = Id(BS \cos \phi)$$

$$dA = Id\phi_m$$

$$A = \int_{\phi_{m1}}^{\phi_{m2}} Id\phi_m$$

$$A = I(\phi_{m2} - \phi_{m1}) = I\Delta\phi_m$$

2017/4/24



稳恒电流的磁场小结

一. 磁力的规律及磁感应强度 \vec{B}

1. 洛伦兹力-磁场对运动的电荷

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

2. 安培力-磁场对电流

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

3. 对圆电流圈（或任意平面电流线圈）

$$\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

2017/4/24

\vec{M} 磁力矩 \vec{m} — 磁矩

88

均可
用来
定义
磁感
强度



二. 磁场的规律

1. 毕—萨定律: 电流元产生磁场

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{4\pi r^2}$$

电流元不在自身方向上激发磁场。

2. 运动电荷产生磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

2017/4/24

89



• 磁通量(Magnetic flux)

用磁力线的疏密表示磁场 \vec{B} 的强弱，磁力线的切线方向表示磁场的方向。

\vec{B} 可以看成是单位面积上的磁通量。单位 [Wb/m²]

通过任意 S 面的磁通量 Φ_B ，其数学表达式：

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

磁通连续原理（ \vec{B} 的高斯定理）

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

这说明 \vec{B} 线闭合，无头无尾，即磁场是无源场。

2017/4/24

90



安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}}$$

$I_{\text{内}}$ 流向与 L 绕向成右手关系时 $I_{\text{内}}$ 为正，

$I_{\text{内}}$ 流向与 L 绕向成左手关系时为负。

说明磁场为非保守场（涡旋场或有旋场）。

2017/4/24

91



磁场对载流导线和运动电荷的作用

- 对载流导线的作用：安培力
- 均匀磁场对平面线圈的作用
- 磁力的功
- 磁场对电荷的作用：洛仑兹力
- 霍尔效应

2017/4/24

92

作业

- P432 9.11, 9.14, 9.19, 9.20, 9.26

2017/4/24

93