概率论与数理统计

第八章　假设检验

练习：

1、随机地从一批零件中抽取16个，测得长度(cm)为：2.14，2.10，2.13，2.15，2.13，2.12，2.13，2.10，2.15，2.12，2.14，2.10，2.13，2.11，2.14，2.11，设零件长度分布为正态分布，试求总体μ 的90％的置信区间：(1)若$\sigma=0.01cm$**,(2)若**σ**未知。**

解：（1） $\sigma=0.01$已知 置信区间为 $\left(\overline{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}\right)$

而 $\overline{x}=2.125, n=16, \sigma=0.01, \alpha=0.10, z_{\alpha/2}=z_{0.05}=1.645$

故 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}=0.004$ 置信区间为 $(2.121, 2.129)$

解：(2) σ未知　置信区间为 $\left(\overline{X} \pm \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1)\right)$

而 $\overline{x} = 2.125, n = 16, S^2 = \frac{0.0044}{15}, \alpha = 0.10,$

$t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.05}(15) = 1.7531$

故 $\frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) = 0.0075$

置信区间为　$(2.1175,\ 2.1325)$

2、某厂利用两条自动化流水线灌装番茄酱，分别以两条流水线上抽取样本：$X_1, X_2, \cdots, X_{12}$ 及 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_{17}$ 算出 $\overline{X} = 10.6(g), \overline{Y} = 9.5(g), S_1^2 = 2.4, S_2^2 = 4.7$，假设这两条流水线上灌装的番茄酱的重量都服从正态分布，且相互独立，其均值分别为 μ_1, μ_2，（1）设两总体方差 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$，求 $\mu_1 - \mu_2$ 置信度为95％的置信区间；（2）求 σ_1^2 / σ_2^2 的置信度为95％的置信区间.

解：(1) 经过分析可知，置信区间为

$$\left(\overline{X} - \overline{Y} \pm S_\omega \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \cdot t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) \right)$$

$$其中S_{\omega} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)}}$$

$$\overline{X} = 10.6(g), \overline{Y} = 9.5(g), S_1^2 = 2.4, S_2^2 = 4.7$$

$$n_1 = 12, n_2 = 17, \quad n_1 + n_2 - 2 = 27, \quad \alpha = 0.05,$$

$$t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) = t_{0.025}(27) = 2.0518,$$

$$\overline{X} - \overline{Y} = 1.1, \quad S_{\omega} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \cdot t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) = 1.501$$

置信区间为 $\left(-0.401,\ 2.601\right)$

解： (2) 经过分析可知，置信区间为

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)}, \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)} \right)$$

$$S_1^2 = 2.4, S_2^2 = 4.7 \qquad \alpha = 0.05,$$

$$n_1 = 12, n_2 = 17, \quad n_1 - 1 = 11, n_2 - 1 = 16,$$

$$F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1) = F_{0.025}(11,16) = 2.94$$

$$F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1) = \frac{1}{F_{\alpha/2}(n_2-1, n_1-1)} = \frac{1}{F_{0.025}(16,11)} = \frac{1}{3.33}$$

置信区间为（0.1737，1.7004）

第八章 假设检验

- 假设检验
- 正态总体均值的假设检验
- 正态总体方差的假设检验
- 置信区间与假设检验之间的关系
- 样本容量的选取
- 分布拟合检验
- 秩和检验

若对参数一无所知 → 用参数估计的方法处理

若对参数有所了解 → 但有怀疑猜测需要证实之时 → 用假设检验的方法来处理

假设检验问题是统计推断的另一类重要问题.

何为假设检验?

假设检验是指施加于一个或多个总体的概率分布或参数的假设. 所作假设可以是正确的,也可以是错误的.

为判断所作的假设是否正确, 从总体中抽取样本,根据样本的取值,按一定原则进行检验, 然后作出接受或拒绝所作假设的决定.

假设检验的内容

参数检验（§8.2 §8.3）
- 总体均值, 均值差的检验
- 总体方差, 方差比的检验

非参数检验
- 分布拟合检验（§8.6）
- 秩和检验（§8.7*）

假设检验的理论依据

假设检验所以可行,其理论背景为实际推断原理,即“小概率原理”.

§1 假设检验

- 假设检验的基本思想和方法
- 假设检验的相关概念和一般步骤

一、假设检验的基本思想和方法

在本节中，我们将讨论不同于参数估计的另一类重要的统计推断问题. 这就是根据样本的信息检验关于总体的某个假设是否正确.

这类问题称作假设检验问题 .

假设检验 $\begin{cases} \text{参数假设检验} \\ \text{非参数假设检验} \end{cases}$

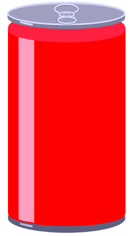
总体分布已知，检验关于未知参数的某个假设

总体分布未知时的假设检验问题

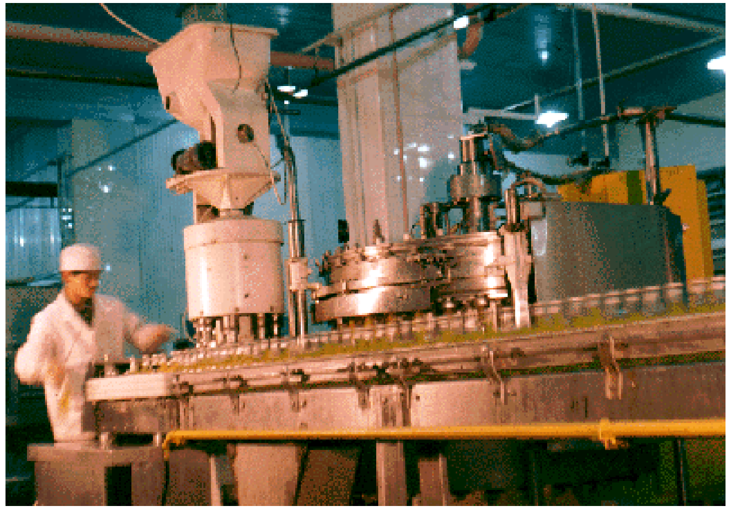
这一章我们讨论对参数的假设检验 .

让我们先看一个引例.

罐装可乐的容量按标准应在350毫升和360毫升之间.



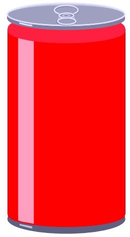
生产流水线上罐装可乐不断地封装，然后装箱外运. 怎么知道这批罐装可乐的容量是否合格呢？



把每一罐都打开倒入量杯，看看容量是否合于标准.

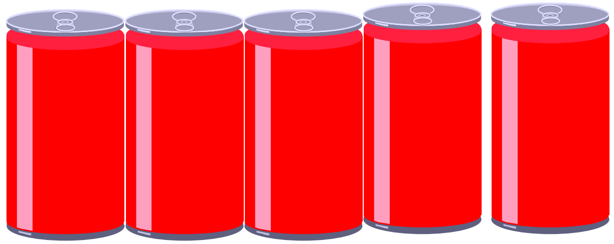
这样做显然不行！

通常的办法是进行抽样检查.



每隔一定时间，抽查若干罐. 如每隔1小时，抽查5罐，得5个容量的值X_1，…，X_5，根据这些值来判断生产是否正常.

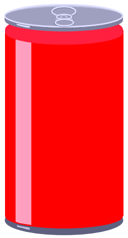
如发现不正常，就应停产，找出原因，排除故障，然后再生产；如没有问题，就继续按规定时间再抽样，以此监督生产，保证质量.



很明显，不能由5罐容量的数据，在把握不大的情况下就判断生产 不正常，因为停产的损失是很大的.

当然也不能总认为正常，有了问题不能及时发现，这也要造成损失.

如何处理这两者的关系，假设检验面对的就是这种矛盾.

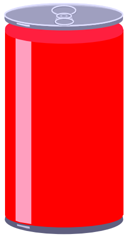


罐装可乐的容量按标准应在

350毫升和360毫升之间.

现在我们就来讨论这个问题.

在正常生产条件下，由于种种随机因素的影响，每罐可乐的容量应在355毫升上下波动. 这些因素中没有哪一个占有特殊重要的地位. 因此，根据中心极限定理，假定每罐容量服从正态分布是合理的.



这样，我们可以认为$X_1,\ldots,X_5$是取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，当生产比较稳定时，σ^2 是一个常数．现在要检验的假设是：

$$H_0:\ \mu=\mu_0\quad(\mu_0=355)$$

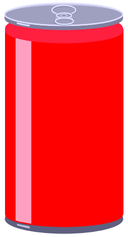
在实际工作中，往往把不轻易否定的命题作为原假设．

它的对立假设是：

$$H_1:\ \mu\neq\mu_0$$

称H_0为原假设（或零假设）；

称H_1为备择假设（或对立假设）．



那么，如何判断原假设H_0是否成立呢？

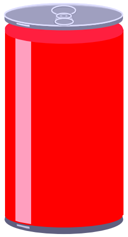
由于μ是正态分布的期望值，它的估计量是样本均值，因此$\overline{X}$可以根据$\overline{X}$与μ_0的差距

$|\overline{X}-\mu_0|$来判断H_0是否成立.

当$|\overline{X}-\mu_0|$较小时，可以认为H_0是成立的；

当$|\overline{X}-\mu_0|$较大时，应认为H_0不成立，即生产已不正常.

较大、较小是一个相对的概念，合理的界限在何处？应由什么原则来确定？



问题归结为对差异作定量的分析，以确定其性质.

差异可能是由抽样的随机性引起的，称为

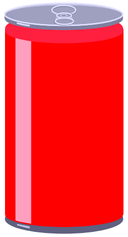
“抽样误差”或 随机误差

这种误差反映偶然、非本质的因素所引起的随机波动.

然而，这种随机性的波动是有一定限度的，如果差异超过了这个限度，则我们就不能用抽样的随机性来解释了.

必须认为这个差异反映了事物的本质差别，即反映了生产已不正常.

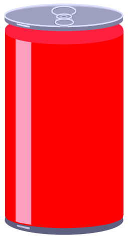
这种差异称作 “系统误差”



问题是，根据所观察到的差异，如何判断它究竟是由于偶然性在起作用，还是生产确实不正常？

即差异是“抽样误差”还是“系统误差”所引起的？

这里需要给出一个量的界限．



问题是：如何给出这个量的界限？

这里用到人们在实践中普遍采用的一个原则：

小概率事件在一次试验中基本上不会发生．

在假设检验中，我们称这个小概率为**显著性水平**，用α表示.

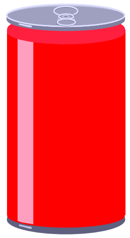
α的选择要根据实际情况而定。

常取$\alpha = 0.1, \alpha = 0.01, \alpha = 0.05.$

现在回到我们前面罐装可乐的例中：

在提出原假设H_0后，如何作出接受和拒绝H_0的结论呢？

罐装可乐的容量按标准应在350毫升和360毫升之间. 一批可乐出厂前应进行抽样检查，现抽查了n罐，测得容量为$X_1,X_2,\ldots,X_n$，问这一批可乐的容量是否合格？



提出假设

$$H_0: \mu = 355 \longleftrightarrow H_1: \mu \neq 355$$

由于σ已知，

选检验统计量 $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

它能衡量差异 $|\overline{X} - \mu_0|$ 大小且分布已知.

对给定的显著性水平α，可以在N(0,1)表中查到分位点的值$z_{\alpha/2}$，使

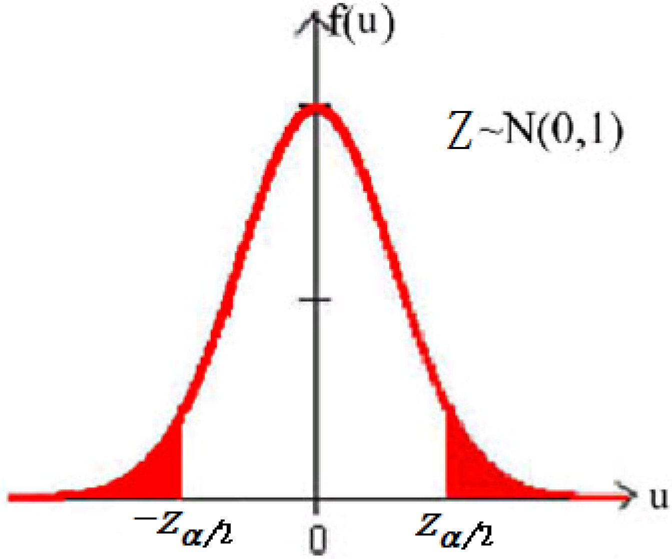
$$P\{|Z| > z_{\alpha/2}\} = \alpha$$

$$P\{|Z|> z_{\alpha/2}\} = \alpha$$

也就是说,“ $|Z|> z_{\alpha/2}$ ”是一个小概率事件.

故我们可以取拒绝域为:

$$\mathbf{W}: |Z|> z_{\alpha/2}$$



如果由样本值算得该统计量的实测值落入区域 W，则拒绝H_0；否则，不能拒绝H_0.

这里所依据的逻辑是：

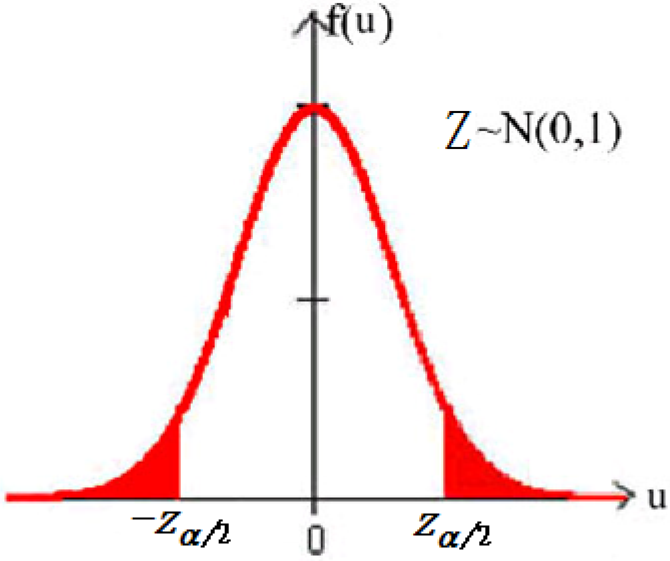
如果H_0是对的，那么衡量差异大小的某个统计量落入区域 W(拒绝域) 是个小概率事件．如果该统计量的实测值落入W，也就是说，H_0成立下的小概率事件发生了，那么就认为H_0不可信而否定它．否则我们就不能否定H_0（只好接受它）．

不否定H_0并不是肯定H_0一定对，而只是说差异还不够显著，还没有达到足以否定H_0的程度．

所以假设检验又叫“显著性检验”

如果显著性水平α 取得很小，则拒绝域也会比较小.

其产生的后果是：
H_0难于被拒绝.



如果在α 很小的情况下H_0仍被拒绝了，则说明实际情况很可能与之有显著差异.

基于这个理由，人们常把 $\alpha=0.05$时拒绝H_0称为是显著的，而把在 $\alpha=0.01$时拒绝H_0称为是高度显著的.

二、假设检验的基本概念和一般步骤

在上面的例子的叙述中，我们已经初步介绍了假设检验的基本思想和方法．

下面，我们再结合另一个例子，进一步说明假设检验的一般步骤．

例 1 某车间用一台包装机包装葡萄糖, 包得的袋装糖重是一个随机变量，它服从正态分布.当机器正常时, 其均值为0.5千克, 标准差为0.015千克.某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋，称得净重为(千克):

0.497 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512,

问机器是否正常?

分析: 用 μ 和 σ 分别表示这一天袋装糖重总体 X 的均值和标准差,

由长期实践可知， 标准差较稳定, 设 $\sigma = 0.015$,

则 $X \sim N(\mu,\ 0.015^2)$, 其中 μ 未知.

问题：根据样本值判断 $\mu = 0.5$ 还是 $\mu \neq 0.5$.提出两个对立假设 $H_0: \mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1: \mu \neq \mu_0$. 再利用已知样本作出判断是接受假设 H_0 (拒绝假设 H_1) , 还是拒绝假设 H_0 (接受假设 H_1).如果作出的判断是接受 H_0,

则 $\mu = \mu_0$，即认为机器工作是正常的, 否则, 认为是不正常的.

由于要检验的假设涉及总体均值, 故可借助于样本均值来判断. 因为 $\overline{X}$ 是 μ 的无偏估计量,
所以若H_0为真, 则 $|\bar{x} - \mu_0|$ 不应太大.

考虑 $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$, 衡量 $|\overline{x}-\mu_0|$ 的大小可归结为衡量

$\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}$ 的大小, 于是可以选定一个适当的正数 k,

当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \geq k$ 时, 拒绝假设 H_0,

反之, 当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} < k$ 时, 接受假设 H_0.

因为当 H_0 为真时 $Z = \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$,

由标准正态分布分位点的定义得 $k = z_{\alpha/2}$，

当 $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha/2}$ 时，拒绝 H_0，$\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{\alpha/2}$ 时，接受 H_0.

假设检验过程如下：

在实例中若取定 $\alpha = 0.05$，则 $k = z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$，

又已知 $n = 9$，$\sigma = 0.015$，由样本算得 $\overline{x} = 0.511$，

即有 $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} = 2.2 > 1.96$，

于是拒绝假设 H_0，认为包装机工作不正常.

以上所采取的检验法是符合实际推断原理的.

由于通常α总是取得很小, 一般取 $\alpha=0.01$, $\alpha=0.05$等.

因而当H_0为真, 即$\mu=\mu_0$时, $\left\{\left|\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq z_{\alpha/2}\right\}$是一个小概率事件,

根据实际推断原理, 就可以认为如果H_0为真, 由一次试验得到满足不等式

$\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq z_{\alpha/2}$的观察值$\overline{x}$, 几乎是不会发生的.

在一次试验中, 得到了满足不等式$\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq z_{\alpha/2}$的观察值$\overline{x}$,

则我们有理由怀疑原来的假设H_0的正确性, 因而拒绝H_0.

若出现观察值$\overline{x}$ 满足不等式$\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|< z_{\alpha/2}$, 则没有理由拒绝假设$H_0$,

因而只能接受H_0.

假设检验的相关概念

1、显著性水平

当样本容量固定时, 选定α后, 数 k 就可以确定, 然后按照统计量 $Z=\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 的观察值的绝对值大于等于 k 还是小于 k 来作决定.

如果$|z|=\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq k$, 则称$\overline{x}$与$\mu_0$的差异是显著的, 则我们拒绝$H_0$,

反之, 如果$|z|=\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|< k$, 则称$\overline{x}$与$\mu_0$的差异是不显著的, 则我们接受$H_0$,

上述关于$\overline{x}$与μ_0有无显著差异的判断是在显著性水平α之下作出的.

数α称为显著性水平.

2、检验统计量　统计量 $Z=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 称为检验统计量.

3、原假设与备择假设

假设检验问题通常叙述为：在显著性水平 α 下，

检验假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$.

或称为“在显著性水平 α 下,针对 H_1 检验 H_0”.

H_0 称为原假设或零假设, H_1 称为备择假设.

4、拒绝域与临界点

当检验统计量取某个区域 C 中的值时, 我们拒绝原假设 H_0, 则称区域 C 为拒绝域, 拒绝域的边界点称为临界点.

如在前面实例中，拒绝域为 $|z|\geq z_{\alpha/2}$,

临界点为 $z=-z_{\alpha/2}$, $z=z_{\alpha/2}$.

5、两类错误及记号

假设检验的依据是: 小概率事件在一次试验中很难发生, 但很难发生不等于不发生, 因而假设检验所作出的结论有可能是错误的. 这种错误有两类:

1) 当原假设H_0为真, 观察值却落入拒绝域, 而作出了拒绝H_0的判断, 称做**第一类错误**, 又叫**弃真错误**, 这类错误是“以真为假”. 犯第一类错误的概率是显著性水平α.

2) 当原假设 H_0 不真, 而观察值却落入接受域, 而作出了接受 H_0 的判断, 称做**第二类错误**, 又叫**取伪错误**, 这类错误是“以假为真”.

犯第二类错误的概率记为

$$P\{\text{当 } H_0 \text{ 不真接受 } H_0\} \text{ 或 } P_{\mu \in H_1}\{\text{接受 } H_0\}.$$

当样本容量 n 一定时, 若减少犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率往往增大.

若要使犯两类错误的概率都减小, 除非增加样本容量.

6、 显著性检验

只对犯第一类错误的概率加以控制, 而不考虑犯第二类错误的概率的检验, 称为**显著性检验**.

7、双边备择假设与双边假设检验

在 $H_0: \mu = \mu_0$ 和 $H_1: \mu \neq \mu_0$ 中, 备择假设 H_1表示 μ 可能大于μ_0, 也可能小于 μ_0, 称为双边备择假设, 形如 $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$ 的假设检验称为双边假设检验.

8、右边检验与左边检验

形如 $H_0: \mu \leq \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$ 的假设检验, 称为右边检验.

形如 $H_0: \mu \geq \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$ 的假设检验，称为左边检验.

右边检验与左边检验统称为单边检验.

9、 单边检验的拒绝域

设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, σ为已知, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本,给定显著性水平 α,

则 右边检验的拒绝域为 $z = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \geq z_\alpha$,

左边检验的拒绝域为 $z = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \leq -z_\alpha$.

证明 1)右边检验 $H_0: \mu \leq \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$,

取检验统计量 $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$,因 H_0 中的全部 μ 都比 H_1 中的 μ 要小,当 H_1 为真时,观察值 $\overline{x}$ 往往偏大,

因此拒绝域的形式为 $\overline{x} \geq k$, k 为待定正常数,

由 $P\{H_0 \text{为真拒绝} H_0\} = P_{\mu\in H_0}\{\overline{X} \geq k\}$

$$= P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\} \leq P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\}$$

上式不等号成立的原因:

因为 $\mu \leq \mu_0$，所以 $\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$,

事件 $\left\{\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \dfrac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\} \subset \left\{\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \dfrac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\}$.

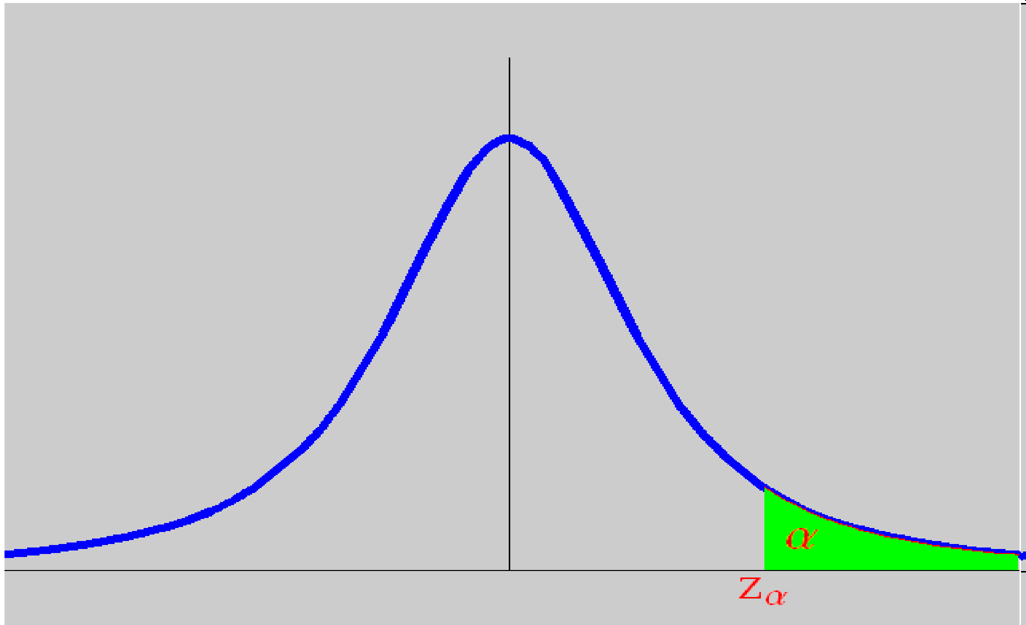
要控制 $P\{H_0 \text{为真拒绝} H_0\} \leq \alpha$,

只需令 $P_{\mu\le\mu_0}\left\{\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \dfrac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\} = \alpha$.

因为 $\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$,

所以 $\dfrac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = z_\alpha$,

$$k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha,$$



故右边检验的拒绝域为 $\overline{x} \geq \mu_0 + \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$,

即 $z = \dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_\alpha$.

2) 类似可得左边检验的拒绝域为 $z = \dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \leq -z_\alpha$.

假设检验的一般步骤

1). 根据实际问题的要求,提出原假设 H_0 及备择假设 H_1;

2). 给定显著性水平 α 以及样本容量 n;

3). 确定检验统计量以及拒绝域形式;

4). 按 $P\{H_0$ 为真拒绝 $H_0\} = \alpha$ 求出拒绝域;

5). 取样,根据样本观察值确定接受还是拒绝H_0.

例2 某工厂生产的固体燃料推进器的燃烧率服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2),\mu=40cm/s,\sigma=2cm/s.$

现在用新方法生产了一批推进器。从中随机取**n=25**只，测得燃烧率的样本均值为

$$\bar{x}=41.25cm/s.$$

设在新方法下总体均方差仍为**2cm/s**，问这批推进器的燃烧率是否较以往生产的推进器的燃烧率有显著的提高？取显著性水平 $\alpha=0.05.$

解:提出假设: $H_0: \mu \le \mu_0 = 40 \quad H_1: \mu > \mu_0$

取统计量 $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \ge z_{0.05} = 1.645$

拒绝域为 ： $z > z_{0.05} = 1.645$

代入 $\boldsymbol{\sigma} = 2$, $\boldsymbol{n} = 25$，并由样本值计算得统计量Z 的实测值

Z =3.125>1.645

落入拒绝域

故拒绝 $\boldsymbol{H_0}$，即认为这批推进器的燃料率较以往生产的有显著的提高。

例3 某工厂生产的一种螺钉，标准要求长度是32.5毫米. 实际生产的产品，其长度X假定服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, σ^2未知，现从该厂生产的一批产品中抽取6件，得尺寸数据如下:

32.56, 29.66, 31.64, 30.00, 31.87, 31.03

问这批产品是否合格?

分析：这批产品(螺钉长度)的全体组成问题的总体X. 现在要检验$E(X)$是否为32.5.

已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ 未知.

第一步： 提出原假设和备择假设

$$H_0: \mu = 32.5 \Leftrightarrow H_1: \mu \neq 32.5$$

第二步： 取一检验统计量，在H_0成立下求出它的分布

$$t = \frac{\overline{X} - 32.5}{S/\sqrt{6}} \sim t(5)$$

能衡量差异大小且分布已知

第三步：

对给定的显著性水平α=0.01，查表确定临界值

$$t_{\alpha/2}(5)=t_{0.005}(5)=4.0322,$$ 使

$$P\{|t|>t_{\alpha/2}(5)\}=\alpha$$

即“$|t|>t_{\alpha/2}(5)$”是一个小概率事件．

小概率事件在一次试验中基本上不会发生．

得拒绝域：$|t|>4.0322$

第四步：

将样本值代入算出统计量 t 的实测值,

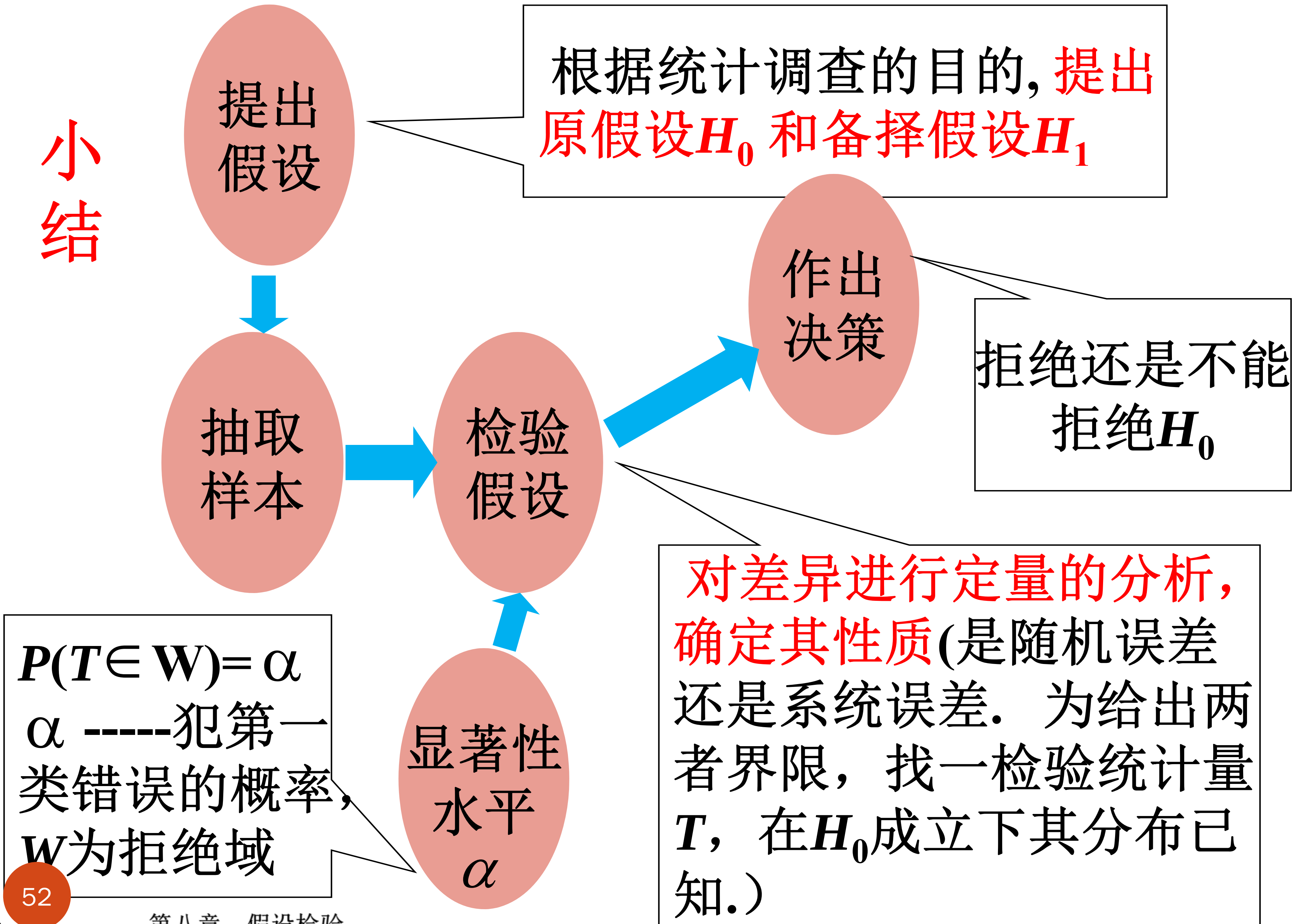
$$|t| = 2.997 < 4.0322$$

没有落入拒绝域

故不能拒绝H_0.

这并不意味着H_0一定对，只是差异还不够显著，不足以否定H_0.

小结


提出假设
根据统计调查的目的，提出原假设H_0和备择假设H_1
抽取样本
检验假设
对差异进行定量的分析，确定其性质(是随机误差还是系统误差．为给出两者界限，找一检验统计量T，在H_0成立下其分布已知.)
显著性水平α
$P(T\in W)=\alpha$
α ------犯第一类错误的概率，
W为拒绝域
作出决策
拒绝还是不能拒绝H_0

假设检验的两类错误

	实际情况	
决定	H_0为真	H_0不真
拒绝H_0	第一类错误	正确
接受H_0	正确	第二类错误

犯两类错误的概率:

$$P\{拒绝H_0|H_0为真\}=\alpha,$$

$$P\{接受H_0|H_0不真\}=\beta.$$

显著性水平α为犯第一类错误的概率.

作业：课后习题 1、3