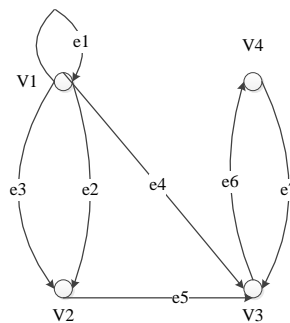


图论基础练习（一）

- 1、 设 G 是 (n, m) 简单二部图，证明： $m \leq n^2/4$
- 2、 证明：在不少于两个人的人群中至少有两个人在人群中有相同数目的朋友。
- 3、 设图 G 的邻接矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- 则 G 的边数为(). A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
- 4、 设图 $G = \langle V, E \rangle$ ，则下列结论成立的是 ().
 A. $\deg(V) = 2|E|$ B. $\deg(V) = |E|$
 C. $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$ D. $\sum_{v \in V} \deg(v) = |E|$
 - 5、 已知图 G 中有 1 个 1 度结点，2 个 2 度结点，3 个 3 度结点，4 个 4 度结点，则 G 的边数是 ().
 - 6、 设 G 是一个 n 阶无向简单图， n 是大于等于 2 的奇数. 证明图 G 与它的补图 \bar{G} 中的奇数度顶点个数相等.
 - 7、 设图 $G = \langle V, E \rangle$ ， $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ， $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$ ，试
 (1) 画出 G 的图形表示； (2) 写出其邻接矩阵；
 (3) 求出每个结点的度数； (4) 画出图 G 的补图的图形.
 - 8、 设无向图 G 有 16 条边且每个顶点的度数都是 2，则图 G 有()个顶点。
 - 9、 有向图如下图所示：



请用图的基本理论给出：

- (1) 计算图中 v_1 到 v_4 长度为 4 的路径数有多少？
- (2) 图中 v_1 到自身长度为 3 的回路数有多少？

- (3) 图中长度为 4 的通路总数是多少？其中有几条回路？
- (4) 图中长度小于等于 4 的通路有多少条？其中有几条回路？