

离散数学练习题之基础部分（一）

1. 证明对任意给定的52个整数,存在其中的两个整数,要么两者的和能被100整除,要么两者的差能被100整除。
2. 某厂在五年期间的每一个月里至少试制一种新产品,每年最多试制19种新产品。试证明:一定存在连续的几个月,恰好试制24种新产品。
3. 求解如下递推关系

$$\begin{cases} H(n)+H(n-1)-3H(n-2)-5H(n-3)-2H(n-4)=0 \\ H(0)=1, H(1)=0, H(2)=1, H(3)=2 \end{cases} \quad n \geq 4$$

4. 设 a_1, a_2, \dots, a_{100} 是由 1 和 2 组成的序列, 已知从其任一数开始的顺序 10 个数的和不超过 16. 即

$$a_i + a_{i+1} + \dots + a_{i+9} \leq 16 \quad 1 \leq i \leq 91$$

则至少存在 h 和 k , $k > h$, 使得 $a_h + a_{h+1} + \dots + a_k = 39$

5. 找出具有初始条件 $a_0 = 1, a_1 = -2, a_2 = -1$ 的下列递推关系的解
 $a_n = -3a_{n-1} - 3a_{n-2} - a_{n-3}$

6. 列出按照字典顺序的 362541 的下面一个最大排列

7. 设计一个如下的电路图: 它有三个输入 p_1, p_2, p_3 , 当其中任意二个的值为 0 时输出的结果为 1, 其他情况下输出 0. 请给出其真值表, 同时针对此真值表给出主析取范式、主合取范式, 并给出其最简单的表达式。

p_1	p_2	p_3	表达式的值
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0

1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

8. 在 20 个大学生中，有 10 人爱好音乐，有 8 人爱好美术，有 6 人既爱好音乐又爱好美术。那么，既不爱好音乐又不爱好美术的学生有多少个？
9. 假设用 a 和 b 分别表示两个 n 位的二进制数，它们各自代表由 n 个元素组成的集合，试用二进制运算方式求他们表示的集合的交、并、差和对称差。
10. 分别用等算演算与真值表法，判断下列公式是否存在主析取范式或主合取范式，若有，请写出来。
- (1) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \vee p)$
 - (2) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge r)$
 - (3) $(p \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \vee q \vee r)$
 - (4) $\neg(q \rightarrow \neg p) \wedge \neg p$
 - (5) $(p \wedge q) \vee (\neg p \vee r)$
 - (6) $(p \rightarrow (p \vee q)) \vee r$
 - (7) $(p \wedge q) \vee r$
 - (8) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
 - (9) $(p \wedge q) \rightarrow q$
 - (10) $\neg(r \leftrightarrow p) \wedge p \wedge q$