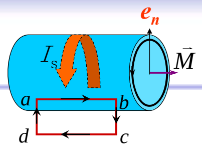
$$\left|\vec M\right| = j_s$$

$$\boxed{\vec j'_S = \vec M \times \vec e_n}$$



结论：磁化强度在数值上等于磁化电流面密度，它们之间的关系由右手螺旋法则确定。

$$\oint_L \vec M\cdot d\vec l = \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a$$

$$\int_b^c \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l = \int_d^a \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l = 0 \qquad \int_c^d \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l = 0$$

$$\oint_L \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l = \int_a^b \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l = M\overline{ab} = j_s\overline{ab}$$

$$\oint_L \vec M\cdot d\vec l = \sum_L i'$$

磁化强度

束缚面电流

物理意义

磁化强度沿任一回路的环流，等于穿过此回路的束缚电流 i'的代数和。 i'与L环绕方向成右旋者为正，反之为负。

与电介质中对比的公式

$$\oint_S \vec P\cdot d\vec S = -\sum_S q'$$

电极化强度

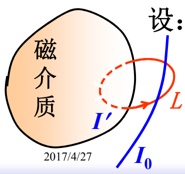
束缚电荷

9.6.4 有磁介质时磁场的规律

真空中的规律
$$\begin{cases} \oint_L \vec B\cdot \mathrm{d}\vec l = \mu_0 \sum I_{内} & (1) \\ \oint_S \vec B\cdot \mathrm{d}\vec s = 0 & (2) \end{cases}$$

考虑到磁化电流，（1）式则需要修改。

一. $\vec H$ 的环路定理



设：I_0— 传导电流，I' — 磁化电流

$$\oint_L \vec B\cdot \mathrm{d}\vec l = \mu_0 \Sigma(I_{0内} + I'_{内})$$

$$= \mu_0 \Sigma I_{0内} + \mu_0 \oint_L \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M\right)\cdot \mathrm{d}\vec l = \Sigma I_{0内}$$

令 $\boxed{\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M}$ —— 磁场强度（**magnetic field intensity**）

得：$\boxed{\oint_L \vec H\cdot \mathrm{d}\vec l = \Sigma I_{0内}}$ ——$\vec H$ 的环路定理

▲ H 的单位：A/m （ SI ）；

奥斯特（Oersted） Oe（CGSM）， $1\,\mathrm{Oe} = \frac{10^3}{4\pi}\,\mathrm{A/m}$ 。

▲ 真空： $\vec M = 0$ ， $\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0}$

▲各向同性磁介质：

$\vec M \propto \vec H$ → $\boxed{\vec M = (\mu_r - 1)\ \vec H = \chi_m \vec H}$

χ_m — 磁化率 （**magnetic susceptibility**）

$$\chi_m = \mu_r - 1$$

$$\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M = \frac{\vec B}{\mu_0} - \chi_m \vec H$$

$$\longrightarrow \boxed{\vec B = \mu_0(\chi_m + 1)\vec H = \mu_0\mu_r \vec H}$$

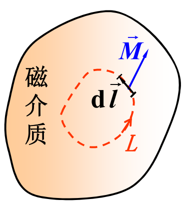
令 $\boxed{\mu = \mu_0\mu_r}$ — 磁导率 （**permeability**）

则有 $\boxed{\vec B = \mu \vec H}$ 真空：$\mu = \mu_0$

二、 环路定理的应用举例

[例1] 证明在各向同性均匀磁介质内，无传导电流处，也无磁化电流。

证：介质中闭合回路L所套联的分子电流为：



$$I' = \oint_L \vec M\cdot \mathrm{d}\vec l = \oint_L \chi_m \vec H\cdot \mathrm{d}\vec l$$

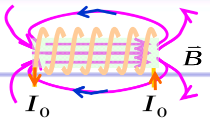
$$= \chi_m \oint_L \vec H\cdot \mathrm{d}\vec l = \chi_m \cdot \Sigma I_0$$

若$\Sigma I_0 = 0$，则 $I' = 0$

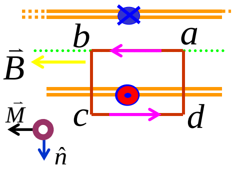
L可任取，且可无限缩小，

故 I_0 = 0 处，I' = 0 。

例2：长直螺旋管内充满均匀磁介质(μ_r)，设励磁电流I_0，单位长度上的匝数为 n 。求管内的磁感应强度和磁介质表面的面束缚电流密度。



解：因管外磁场为零，取如图所示安培回路 $\because \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I$



$\therefore lH = nlI_0$ $\quad \therefore H = nI_0$

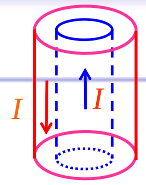
$\therefore B = \mu_0\mu_r H = \mu_0\mu_r nI_0$

$\because \vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ $\quad \therefore M = (\mu_r - 1)nI_0$ $\quad$ 顺磁质 $\mu_r > 1, j' > 0$

$\because \vec{j}' = \vec{M}\times\hat{n}$ $\quad \therefore j' = (\mu_r - 1)nI_0$ $\quad$ 抗磁质 $\mu_r < 1, j' < 0$

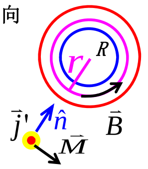
束缚电流与传导电流反向

例3：长直单芯电缆的芯是一根半径为R 的金属导体，它与外壁之间充满均匀磁介质，电流从芯流过再沿外壁流回。求介质中磁场分布及与导体相邻的介质表面的束缚电流。



$\because \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I$ $\quad \therefore H = \dfrac{I}{2\pi r}$

$\therefore B = \mu_0\mu_r H = \mu_0\mu_r \dfrac{I}{2\pi r}$ 方向沿圆的切线方向

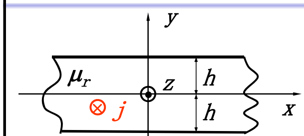


$\because \vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ $\quad \because \vec{j}' = \vec{M}\times\hat{n}$

$\therefore j' = (\mu_r - 1)\dfrac{I}{2\pi R}$ $\quad$ 方向与轴平行

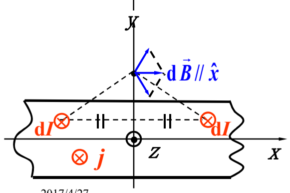
磁介质内表面的总束缚电流 $\therefore I' = 2\pi R j' = (\mu_r - 1)I$

[例4]如图示，已知均匀载流无限大厚平板电流密度为 j（沿z），导体相对磁导率为μ_r，



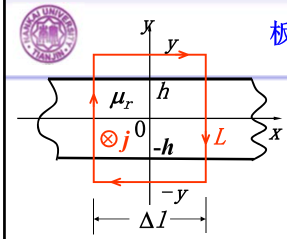
求：$\vec{B}$ 和 $\vec{j}'_S$

解：分析 $\vec{B}$ 的对称性，



有 $\quad \vec{B} = \vec{B}(y)$

且 $\begin{cases} y > 0: & \vec{B} = B(y)\hat{x} \\ y < 0: & \vec{B} = -B(y)\hat{x} \end{cases}$



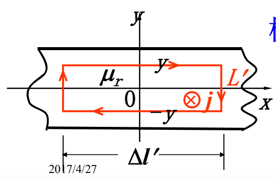
板外：对图示矩形回路 L，

有 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = j\cdot(\Delta l\cdot 2h)$

$2H_{外}\cdot\Delta l = 2jh\cdot\Delta l$

$H_{外} = jh \rightarrow \vec{H}_{外} = jh\dfrac{y}{|y|}\hat{x}$

$\vec{B}_{外} = \mu_0\vec{H}_{外} = \mu_0 jh\dfrac{y}{|y|}\hat{x}$

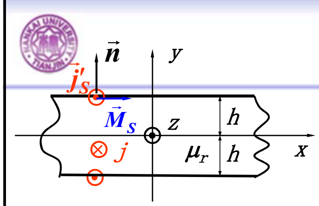


板内：对图示矩形回路 L'，

有 $\oint_{L'} \vec{H}_{内}\cdot d\vec{l} = j\cdot(\Delta l'\cdot 2y)$

$2H_{内}\cdot\Delta l' = 2jy\cdot\Delta l'$

$\vec{B}_{内} = \mu_0\mu_r\vec{H}_{内} = \mu_0\mu_r jy\hat{x}$



求磁化面电流密度

$\vec{j}'_S = \vec{M}_S \times \vec{e}_n$

$\vec{M}_S = \chi_m \vec{H}_{内S}$

$= (\mu_r - 1)\vec{H}_{内S}$

上表面：$\quad \vec{e}_n = \hat{y}$，$\vec{M}_S = (\mu_r - 1)(jh\hat{x})$

$\vec{j}'_S = (\mu_r - 1)jh\hat{z} = -(\mu_r - 1)h\cdot\vec{j}$

下表面：$\quad \vec{e}_n = -\hat{y}$，$\vec{M}_S = (\mu_r - 1)(-jh\hat{x})$

$\vec{j}'_S = -(\mu_r - 1)h\cdot\vec{j}$（同上表面）

磁介质中的安培环路定理	电介质中的高斯定理
$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\sum_L I + \mu_0\sum_L i'$	$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_0 + q')$
$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\sum_L I + \mu_0\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l}$	$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_S q_0 - \dfrac{1}{\varepsilon_0}\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$
$\oint_L (\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M})\cdot d\vec{l} = \sum_L I$	$\oiint_S (\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = \sum_S q_0$
$\vec{H} \overset{def}{\equiv} \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$	$\vec{D} \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$
$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I$	$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho_e dV$

• $\vec{B},\vec{H},\vec{M}$ 之间的关系 • $\vec{P}$、$\vec{D}$、$\vec{E}$ 之间的关系：

实验规律
量纲

$$\vec{M}=\chi_m\vec{H} \qquad \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{H}\overset{def}{\equiv}\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M} \qquad \vec{D}\overset{def}{\equiv}\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

$$\vec{B}=\mu_0(1+\chi_m)\vec{H} \qquad \vec{D}=(1+\chi_e)\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\mu_r=(1+\chi_m) \qquad \varepsilon_r=(1+\chi_e)$$

电磁场的
本构方程

$$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H} \qquad \vec{D}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

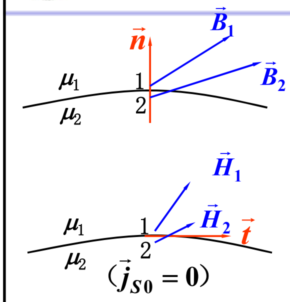
μ_r 称为相对磁导率

$\mu=\mu_0\mu_r$ 磁导率

ε_r 称为相对电容率或相对介电常量。

描述真空中电磁场和
介质中电磁场的关系式

三．磁场的界面关系 静磁屏蔽



由 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$

可得 $\boxed{B_{1n}=B_{2n}}$ (1)

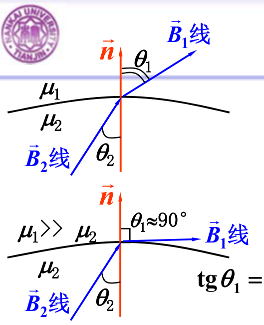
设界面无传导电流，

由 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=0$

$(\vec{j}_{S0}=0)$

可得 $\boxed{H_{1t}=H_{2t}}$ (2)

即 $\dfrac{B_{1t}}{\mu_1}=\dfrac{B_{2t}}{\mu_2}$ (2)′



$\dfrac{(2)'}{(1)}$: $\dfrac{1}{\mu_1}\text{tg}\theta_1=\dfrac{1}{\mu_2}\text{tg}\theta_2$

若 $\mu_1>\mu_2$，则 $\theta_1>\theta_2$，

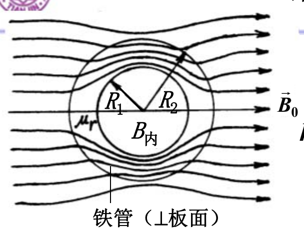
当 $\mu_1>>\mu_2$ 时，

$\text{tg}\theta_1=\dfrac{\mu_1}{\mu_2}\text{tg}\theta_2>>1$，$\theta_2\neq 0$，$\theta_1\approx\dfrac{\pi}{2}$。

在μ_1很大的介质1中，$\vec{B}$ 线几乎平行界面，

这就是铁磁质中 $\vec{B}$ 线沿铁芯延续的情形。

▲ 静磁屏蔽



计算表明：屏蔽系数

$$B_内=\frac{4R_2^2}{\mu_r(R_2^2-R_1^2)}B_0=kB_0$$

$$k=\frac{4R_2^2}{\mu_r(R_2^2-R_1^2)}\approx\frac{2R}{\mu_r t},$$

$t=(R_2-R_1)<<R_2$

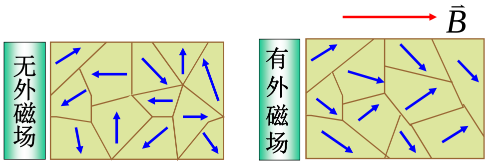
若 $\begin{cases}\mu_r=4000\\ R_2=10\text{cm}\end{cases}$ 则 $\begin{cases}t=0.1\text{cm时，}k=5\%\\ t=1\text{cm时}\ k=0.5\%\end{cases}$

精密探头、显象管…都需要磁屏蔽。

*9.6.5 铁磁质（ferromagnetic substance）

一. 磁畴（magnetic domain）

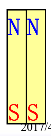
铁磁质中起主要作用的是电子的自旋磁矩。各电子的自旋磁矩靠交换耦合作用使方向一致，从而形成自发的均匀磁化小区域 — 磁畴。



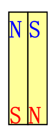
各种材料磁畴线度相差较大：从10^{-3}m 到10^{-6}m，一般为10^{-4}~10^{-5}m，磁畴体积约为10^{-6}(mm)^3，一个磁畴中约有10^{12}~10^{15}个原子。

磁畴磁矩沿某个易磁化方向(direction of easy magnetization)排列。易磁化方向由晶体结构决定。

所有的磁畴为什么不形成一个磁化整体呢？



静磁能高
交换能低



静磁能低
交换能高

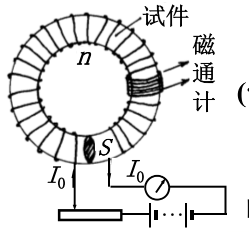
矛盾因素协调平衡，才使铁磁体整体能量最低。

二．铁磁质的磁化规律

铁磁质 $\vec{B} \sim \vec{H}$ 关系非线性，也不单值，

形式上表示为 $\vec{B} = \mu\vec{H}$，$\mu \neq \text{Const}$．也不唯一。

1. 起始磁化曲线



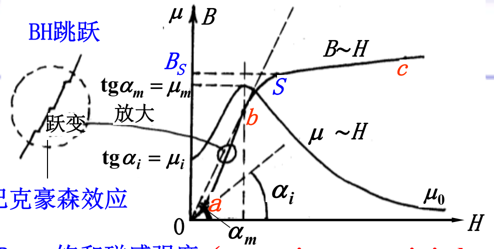
测 $\Phi \rightarrow B = \dfrac{\Phi}{S}$

测 $I_0 \rightarrow H = nI_0$

$(\because \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = H \cdot L = NI_0$，

$\therefore \ H = \dfrac{N}{L}\cdot I_0 = nI_0)$

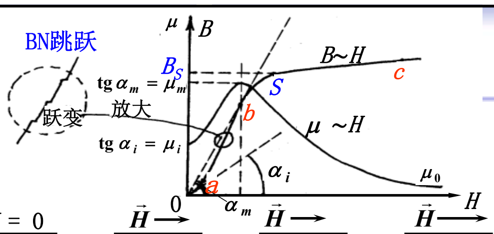
由此可得到 $B \sim H$ 曲线：

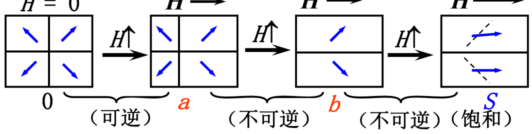


B_S — 饱和磁感强度（saturation magnetic induction）

μ_i — 起始磁导率　μ_m — 最大磁导率

巴克豪森效应（Barkhausen effect）　可用作金相结构分析，测晶粒度、杂质分布、应力分布，…且是无损探测、快捷简便。

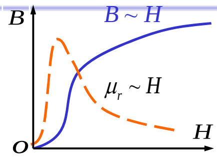


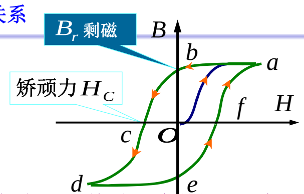


由于铁磁质中存在杂质和内应力等作用，各个磁畴之间存在着"摩擦"，阻碍每个磁畴在去掉磁场之后，重新回到原来混乱排列的消磁状态。所以，去掉磁场后，铁磁质仍然保部分磁性。这就是在宏观上的剩磁和磁滞现象。

二、宏观磁化现象 —— 磁滞回线

铁磁质中 $B \Leftrightarrow H$ 不是线性关系





要使磁铁完全去磁，必须加上反向外场，只有反向外场 H_C 到某一值才能完全去磁，为去掉剩磁而加上的反向磁场 H_C 就称为矫顽力。

讨论

(1) 实验证明：各种铁磁质的磁化曲线都是"不可逆"的，具有磁滞现象

(2) 不同材料，矫顽力 H_c 不同

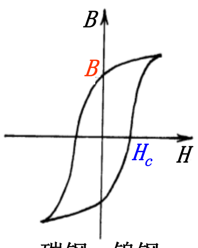
(3) "磁滞损耗"正比于 $B\text{~}H$ 回线所围的面积。

三．硬磁和软磁材料

1. 硬磁材料 （hard magnetic material）

H_c 大（$>10^2$A/m），一般 H_c 为 10^4-10^6A/m，

B_r 也大，一般为 10^3-10^4 G。



碳钢、钨钢

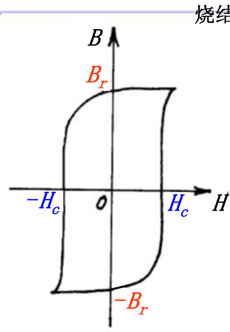
特点：磁滞回线"胖"，

磁滞损耗大，

适合制作永久磁铁、

磁芯（记忆元件）等。

"矩磁材料"　金属氧化物：Fe_2O_3 和其他二价的金属氧化物（如NiO，ZnO等粉末混合烧结而成。



可作记忆元件控制元件，开关元件

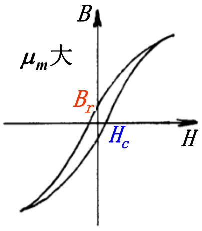
作计算机中的记忆元件磁化时极性的反转构成了"0"与"1

$-B_r$　B_r

"0"　"1"

2. 软磁材料（soft magnetic material ）

H_c小（<10²A/m）， 一般约H_c 为1A/m 。

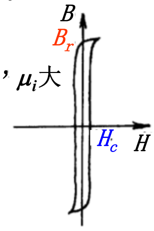


纯铁、硅钢

特点：

磁滞回线“瘦’μ_i大

磁滞损耗小，适于制作交流电磁铁、变压器铁芯等。



坡莫合金

(Fe78%、Ni 22%)

用于电子设备

四. 居里点（Curie point）

$T\uparrow \rightarrow \vec{M}_{磁畴}\downarrow$ （自发磁化减弱）

$T \geq T_c \rightarrow \vec{M}_{磁畴}=0$（磁畴瓦解，表现顺磁性）

T_c是失去铁磁性的临界温度，称“居里点”。

当$T<T_c$时，又恢复铁磁性。

Fe ： T_c = 767℃

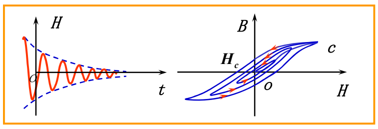
Ni ： T_c = 357℃

Co ： T_c = 1117℃

利用铁磁质具有居里温度的特点，可将其制作温控元件，如电饭锅自动控温。

退磁方法

1. 加交变衰减的磁场



使介质中的磁场逐渐衰减为 0 ，应用在录音机中的交流抹音磁头中。

2. 升高温度，达到居里温度以上。

3. 敲击法：通过振动提供使磁畴瓦解的能量。

4. 加反向磁场：提供矫顽力。

五 . 磁致伸缩

$\vec{B}$变$\rightarrow \vec{M}_{磁畴}$方向改变$\rightarrow$晶格间距改变

$\rightarrow$铁磁体长度和体积改变 — 磁致伸缩。

长度相对改变约10^{-5}量级，某些材料在低温下可达10^{-1}；

磁致伸缩有一定固有频率，当外磁场变化频率和固有频率一致时，发生共振，可用于制作激振器、超声波发生器等。

作业

P435 9.35, 9.37