南開大學

电磁学

（Electromagnetism）

电 磁 学
（Electromagnetism）

▲ 电磁学研究的是电磁现象的基本概念和基本规律：

- 电荷、电流产生电场和磁场的规律；
- 电场和磁场的相互联系；
- 电磁场对电荷、电流的作用；
- 电磁场对物质的各种效应。

▲ 处理电磁学问题的基本观点和方法

- 观点：电磁作用是“场”的作用（近距作用）
- 对象：弥散于空间的电磁场，着眼于场的分布
- 方法：基本实验规律（特殊） $\xrightarrow[\text{假设}]{\text{归纳}}$ 综合的普遍规律（一般）

▲ 电磁学的主要内容：

- 静电学（真空、介质、导体）
- 稳恒电流的磁场 （真空、介质）
- 电磁感应（动生、感生）
- 电磁场与电磁波

南開大學

第八章 静电场

（ Intensity of Electrostatic Field in Vacuum ）

本章目录（1-7节）

8.1 电荷、电荷守恒定律
（electric charge， charge conservation law）

静电场 — 相对观测者静止的电荷产生的电场

- 电荷的量子性和电荷连续分布的概念
- 点电荷的概念
- 电荷守恒定律
- 电荷的相对论不变性

1. 两种电荷

摩擦起电 正电荷、负电荷、电中性、电量

静电吸引力 electro painting

静电感应(electrostatic induction)printer

导体(conductor)、绝缘体(insulator)或电介质(dielectric)、半导体（semiconductor)。

载流子(carrier)——电子和离子

在半导体中一般为自由电子(electron)和空穴(hole)

2. 电荷守恒定律（law of conservation of charge)

表述：在一个与外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

电荷守恒定律适用于一切宏观和微观过程
(电荷守恒在经典物理和近代物理范畴均精确成立。例如核反应和基本粒子过程)，是物理学中普遍的基本定律之一。

3. 电荷量子化

1906～1917年，密立根（R.A.millikan)用液滴法测定了电子电荷，证明微小粒子带电量的变化是不连续的，它只能是元电荷 e 的整数倍,即粒子的电荷是量子化的。

迄今所知，电子是自然界中存在的最小负电荷，质子是最小的正电荷。

1986年的推荐值为：e =1.60217733×10^{-19}库仑(C)

库仑是电量的国际单位。

电荷量子化(charge quantization)是个实验规律。

假定中子电荷等于质子和电子电荷的代数和，
现有的实验结果

$$\frac{|q_n|}{|q_e|}=\frac{|q_e|-|q_p|}{|q_e|}<10^{-21}$$

表明：电荷量子化已在相当高的精度下得到了检验。

4. 电荷的相对论不变性：

在不同的参照系内观察，同一个带电粒子的电量不变。电荷的这一性质叫做电荷的相对论不变性。

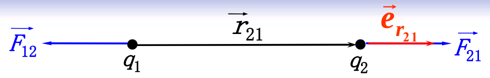
§8.2 库仑定律（Coulomb's law)

库仑 (C.A.Coulomb 1736 –1806)

法国物理学家，1785年通过扭秤实验创立库仑定律，使电磁学的研究从定性进入定量阶段.电荷的单位库仑以他的姓氏命名.

1.库仑定律的表述

在真空中， 两个静止点电荷之间的相互作用力大小，与它们的电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比；作用力的方向沿着它们的联线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。



$$\boxed{\vec{F}_{21}=k\frac{q_1q_2}{r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}}=-\vec{F}_{12}}$$

国际单位制（SI）中： q — 库仑（C），

F — 牛顿（N） ，r —米（m）

实验定出： k = 8.9880×10 ^{9} N·m^2/C^2

▲库仑定律适用的条件：

- 真空中点电荷间的相互作用
- 施力电荷对观测者静止（受力电荷可运动）

库仑定律和万有引力的对比

- 相同之处：表达形式
- 不同：万有引力是质量之间吸引，而库仑定律是电荷吸引或相斥；万有引力是用万有引力定律而电荷是库仑定律；万有引力的引力系数G约为10^{-11}，而库仑定律的K值是10^9方。

电磁力是很大的力，生活中一般是电磁力，不会是万有引力——只有天体质量非常大万有引力才会大。

库仑定律的有理化

▲ 有理化：引入常量ε_0，令 $k=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

有： $\varepsilon_0=\dfrac{1}{4\pi k}=8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2}$

ε_0 —真空介电常量（dielectric constant of vacuum）

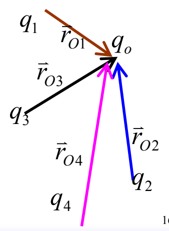
有理化后的库仑定律：

$$\boxed{\vec{F}_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}}=-\vec{F}_{12}}$$

实验表明，库仑力满足线性叠加原理，即不因第三者的存在而改变两者之间的相互作用。

静电力的叠加原理：

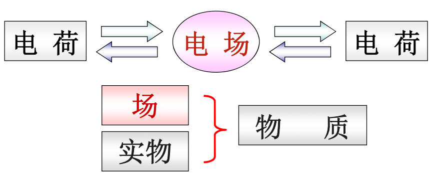
$$\vec{F}_0=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{0i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i}$$



8.3 电场和电场强度

一、电场(electric field)的物质性：

1. 电荷之间的相互作用是通过电场传递的，或者说电荷周围存在有电场，引入该电场的任何带电体，都受到电场的作用力，这就是所谓的近距作用。



2. 场的物质性体现在：

a. 给电场中的带电体施以力的作用。

b. 当带电体在电场中移动时，电场力作功．表明电场具有能量。

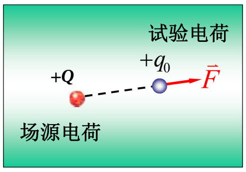
c. 变化的电场以光速在空间传播，表明电场具有动量能量，体现了它的物质性.

3. 电场与实物之间的不同在于它具有叠加性。(同类实物具有可加性)静止电荷产生的场叫做静电场(electrostatic field)

二、电场强度（electric field intensity）

1　试验电荷

- 点电荷
- 电荷足够小



2　电场强度

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

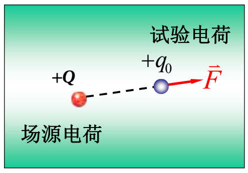
q_0 — 静止的检验（点）电荷

$\vec{F}$ — 检验电荷受的电场力

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

- 定义：单位正试验电荷所受的电场力
- 单位：$\mathrm{N\cdot C^{-1}, V\cdot m^{-1}}$
- 和试验电荷无关
- 电荷q受电场力：

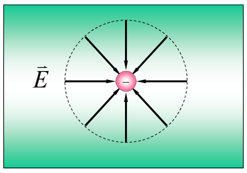
$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

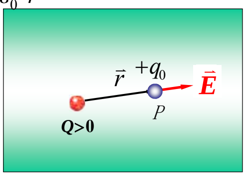


3　点电荷电场强度

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_0}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$





若 $\vec{E}_i$ 为点电荷系中的第i个电荷单独存在时在场点的电场强度，则点电荷系的总场强：

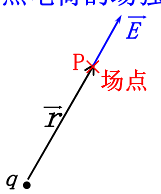
$$\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$$

— 场强叠加原理

（Superposition principle of electric field intensity）

8.4　叠加法求场强

一．点电荷的场强（intensity of point charge）



“源”点电荷

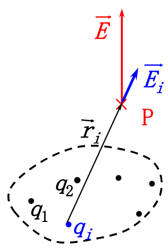
（相对观测者静止）

由库仑定律和电场强度定义给出：

$$\boxed{\vec{E} = \frac{q\,\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

点电荷电场强度分布的特点：$E \propto \dfrac{1}{r^2}$

二．点电荷系的场强



点电荷系

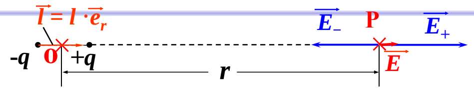
点电荷q_i 的场强：

$$\vec{E}_i = \frac{q_i\vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$$

由叠加原理，点电荷系的总场强：

$$\vec{E} = \sum_i \frac{q_i\vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$$

（1）轴线上的场强

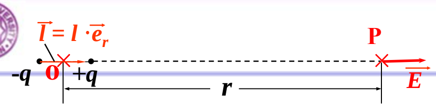


$$\vec E = \vec E_+ + \vec E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q\vec e_r}{(r-\frac{l}{2})^2} + \frac{-q\vec e_r}{(r+\frac{l}{2})^2}\right]$$

$r >> l$ 时：

$$\frac{1}{(r\mp\frac{l}{2})^2} = \frac{1}{r^2}(1\mp\frac{l}{2r})^{-2} \approx \frac{1}{r^2}(1\pm\frac{l}{r})$$

$$(1+x)^m = 1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\ldots\ldots$$



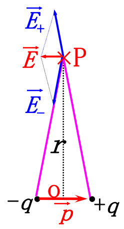
$$\therefore\ \vec E = \frac{q\vec e_r}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}[(1+\frac{l}{r})-(1-\frac{l}{r})] = \frac{2q\vec l}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

令 $\vec p = q\vec l$，$\vec l$：$-q\to+q$， 则 $\vec E = \frac{2\vec p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

$\vec p$称为电偶极矩（**electric dipole moment**）

这表明电偶极子的 q 和 $\vec l$ 是作为一个整体影响它在远处的电场的。

（2）中垂线上的场强

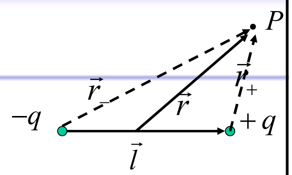


由书 P287 例8.3，有：

$$\vec E = -\frac{\vec p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

电偶极子场强分布的的特点：$E \propto \frac{1}{r^3}$

（3）一般情况



$$\vec E = \vec E_+ + \vec E_-$$

$$= \frac{q_+}{4\pi\varepsilon_0 r_+^2}\hat r_+ + \frac{q_-}{4\pi\varepsilon_0 r_-^2}\hat r_-$$

$\vec p = q\vec l$

电偶极子

$$\vec E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\vec p + 3(\hat r\cdot\vec p)\hat r\right]$$

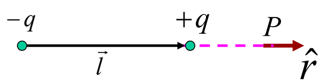
$\vec E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\vec p + 3(\hat r\cdot\vec p)\hat r\right]$ $\quad\vec p = q\vec l$

特殊情况：

1）连线上，正电荷右侧一点 **P** 的场强

$\hat r\cdot\vec p = p \qquad \vec p = p\hat r$

$$\vec E = \frac{2\vec p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

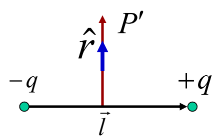


$\vec E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\vec p + 3(\hat r\cdot\vec p)\hat r\right]$ $\quad\vec p = q\vec l$

中垂线上的一点

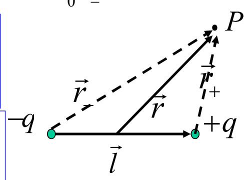
$$\hat r\cdot\vec p = 0$$

$$\vec E = \frac{-\vec p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$



$*$ $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\vec{p}+3(\hat{r}\cdot\vec{p})\hat{r}\right]$ 的推导

从 $\vec{E}=\frac{q_+}{4\pi\varepsilon_0 r_+^2}\hat{r}_+ + \frac{q_-}{4\pi\varepsilon_0 r_-^2}\hat{r}_-$ 出发



$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\vec{r}_+}{r_+^3}-\frac{\vec{r}_-}{r_-^3}\right)}$

由图 $\boxed{\vec{r}_+=\vec{r}-\frac{\vec{l}}{2} \qquad \vec{r}_-=\vec{r}+\frac{\vec{l}}{2}}$

$\Rightarrow$ $\boxed{r_+^2=r^2+\frac{l^2}{4}-\vec{r}\cdot\vec{l} \qquad r_-^2=r^2+\frac{l^2}{4}+\vec{r}\cdot\vec{l}}$

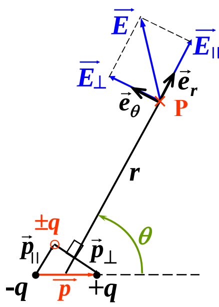
$$r_+^{-3}=r^{-3}\left[1+\frac{l^2}{4r^2}-\frac{\vec{r}\cdot\vec{l}}{r^2}\right]^{-3/2} \Rightarrow$$

$$r_+^{-3}=r^{-3}\left(1+\frac{3}{2}\frac{\vec{r}\cdot\vec{l}}{r^2}\right) \qquad r_-^{-3}=r^{-3}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\vec{r}\cdot\vec{l}}{r^2}\right)$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[\vec{r}_+-\vec{r}_-+(\vec{r}_++\vec{r}_-)\frac{3}{2}\frac{\vec{r}\cdot\vec{l}}{r^2}\right]}$

$\boxed{\begin{matrix}\vec{r}_+-\vec{r}_-=-\vec{l}\\ \vec{r}_++\vec{r}_-=2\vec{r}\end{matrix}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\vec{p}+3(\hat{r}\cdot\vec{p})\hat{r}\right]}$

*还可以如此证明 $\vec{E}=\vec{E}_{//}+\vec{E}_{\perp}$



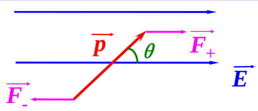
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}[2p_{//}\vec{e}_r+p_{\perp}\vec{e}_\theta]$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}[2p\cos\theta\cdot\vec{e}_r+ p\sin\theta\cdot\vec{e}_\theta]$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\left[\frac{3(\vec{r}\cdot\vec{p})\vec{r}}{r^2}-\vec{p}\right]$$

$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\sqrt{3\cos^2\theta+1}$$

（4）电偶极子在均匀电场中所受的力矩



$F_+=qE$，

$F_-=-qE$，

$$M=M_++M_-=qE\frac{l}{2}\sin\theta\times 2$$

$$=qlE\sin\theta = pE\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}}$$