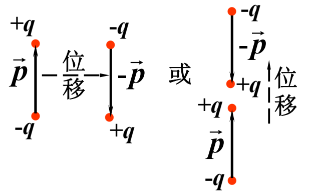
## *2. 电四极子（electric quadrupole）的场强

偶极子是 $\pm q$ 有微小位移而得到的；

四极子是$\pm\ \vec{p}$ 有微小位移而得到的：

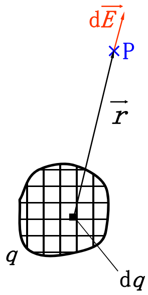



可得 $E \propto \dfrac{1}{r^4}$



## 三. 连续带电体的场强

将带电体分割成无限多块无限小的带电体




$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_q \frac{dq \cdot \vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

体电荷 $dq = \rho\, dv$，
$\rho$：体电荷密度

面电荷 $dq = \sigma\, ds$，
$\sigma$：面电荷密度

线电荷 $dq = \lambda\, dl$，
$\lambda$：线电荷密度

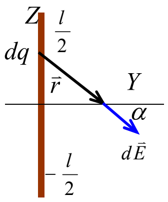


## 例题1　求均匀带电细棒中垂面上一点的场强。

设棒长为 $l$，带电量 $q$，电荷线密度为$\eta$

解：由对称性可知，最好选用柱坐标，中垂面上一点的场强只有$Y$ 方向的分量，在$Z$和$X$方向无分量。

$$dq = \eta dz \qquad dE = \frac{\eta \cdot dz}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$




$$E_y(p) = \int dE_y = \frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{\cos\alpha \cdot dz}{r^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{y}{r};\quad r^2 = y^2 + z^2$$

利用公式：
$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\pm x}{a^2\sqrt{x^2 \pm a^2}}$$



$$E_y(p) = \frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{y\cdot dz}{(y^2+z^2)^{3/2}} = \frac{2\eta}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{l/2}\frac{y\cdot dz}{(y^2+z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{2\eta y}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{z}{y^2\sqrt{y^2+z^2}}\Big|_{z=0}^{z=l/2}$$

$$\therefore E_y(p) = \frac{\eta\, l/2}{2\pi\varepsilon_0 y\sqrt{y^2 + (l/2)^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y\sqrt{y^2+(l/2)^2}}$$

讨论

1. $y << l$ 无限长均匀带电细棒的场强 $E \simeq \dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 y}$
方向垂直于细棒。

2. $y >> l$ 相当于点电荷的场强。$E = \dfrac{\eta l/2}{2\pi\varepsilon_0 \cdot y^2}$
正负决定场强方向的正负。



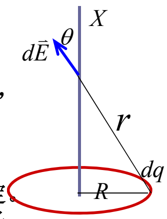
## 例题2　均匀带电圆环轴线上一点的场强。

设圆环带电量为 $q$，半径为 $R$

解：由对称性可知，$p$点场强只有$X$分量

$$E = \int_q dE_x = \int dE\cdot\cos\theta = \int_L \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_L dq$$

$$E = \frac{\cos\theta \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}}$$




讨论：当所求场点远大于环的半径时，

$$E \simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

方向在X轴上，正负由 $q$ 的正负决定。
说明远离环心的场强相当于点电荷的场。

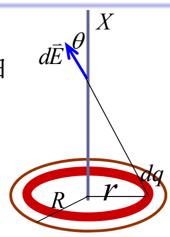


## 例题3　均匀带电圆盘轴线上一点的场强。

设圆盘带电量为 $q$，半径为 $R$

解：带电圆盘可看成许多同心的圆环组成，取一半径为$r$，宽度为$dr$ 的细圆环带电量

$$dq = \sigma 2\pi r \cdot dr$$




$$dE = \frac{dqx}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E_x(p) = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{rdr}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}\right]$$

$x << R$

$x >> R$

?

讨论：1. 当 $x << R$ $\quad E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

相当于无限大带电平面附近的电场，可看成是均匀场，场强垂直于板面，正负由电荷的符号决定。

讨论：2.当 $x >> R$ $\quad E\approx\frac{\pi R^2\sigma}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$

在远离带电圆面处，相当于点电荷的场强。

[附录]泰勒展开：

$$\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}=(1+\frac{R^2}{x^2})^{-1/2}=1-\frac{1}{2}(\frac{R}{x})^2+.....$$

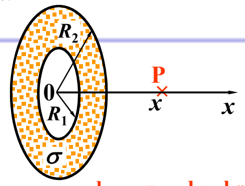


例题4 已知：均匀带电环面，$\sigma$，$R_1$，$R_2$

求：轴线上的场强 $\vec{E}$

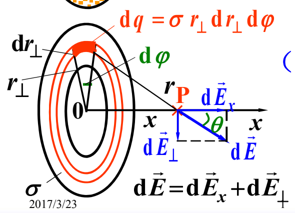
☆ 可有三种方法求解

叠加、圆盘、微元




解：（1）划分电荷元

$$dq=\sigma\, ds$$
$$=\sigma\, r_\perp dr_\perp\cdot d\varphi$$




（2）分析 $d\vec{E}$ 大小、方向：

$$dE_x=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta,$$

$$dE_\perp=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta。$$



（3）积分求 $\vec{E}$

$$\vec{E}=\int_q d\vec{E}=\vec{i}\int_q dE_x=E_x\cdot\vec{i}$$

$$E_x=\int_q\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta=\int_0^{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma\, r_\perp dr_\perp d\varphi}{4\pi\varepsilon_0\cdot r^2}\cdot\cos\theta$$

$$=\frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_{R_1}^{R_2}\frac{r_\perp\cdot dr_\perp}{r^2}\cdot\frac{x}{r}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\int_{R_1}^{R_2}\frac{x\cdot r_\perp\cdot dr_\perp}{(x^2+r_\perp^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\cdot[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}]$$

$$\therefore\quad \vec{E}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\cdot[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}]\cdot\vec{i}$$



（4）分析结果的合理性：

结果 $\vec{E}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\cdot[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}]\cdot\vec{i}$

① 量纲正确；

② 令 $x=0$，得 $\vec{E}=0$ ，合理；

③ 令 $x>>R_2$， 则：

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}=\frac{1}{x\sqrt{1+R^2/x^2}}=\frac{1}{x}[(1+\frac{R^2}{x^2})]^{-\frac{1}{2}}\approx\frac{1}{x}(1-\frac{R^2}{2x^2})$$

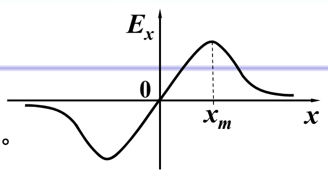
泰勒级数

$$E_x\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{R_2^2-R_1^2}{2x^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\propto\frac{1}{x^2}，$$ 合理。



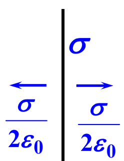
（5）对结果的讨论：

① $E$的分布：




$x_m$=?，自己计算。

② $R_1\to0$， $R_2\to\infty$，此为均匀带电无限大平面：

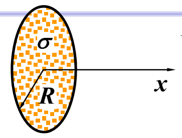



$$E_x=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{|x|},$$

$$E=|E_x|=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=常量\begin{cases}与轴无关\\与\,x\,无关\end{cases}$$



③ $R_1\to0$， $R_2=R$ ，此为均匀带电圆盘情形：

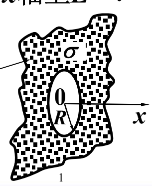



$$E_x=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}[\frac{1}{|x|}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}]$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{|x|}[1-\frac{|x|}{\sqrt{x^2+R^2}}]$$

④ $\boxed{思考}$ $\quad x$轴上$E$=?

挖一圆孔的无限大均匀带电平面



## 8.5 电场线和电通量

**(electric field line and electric flux)**

### 一. 电力线（电场线）

用一族空间曲线形象描述场强分布

通常把这些曲线称为电场线(electric field line)或电力线 (electric line of force)

（Faraday 提出电场及电场线）

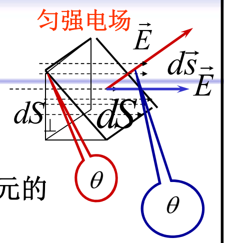
1. 规定

方向：电力线上每一点的切线方向；

大小：在电场中任一点，取一垂直于该点场强方向的面积元，使通过单位面积的电力线数目，等于该点场强的量值。



$$\boxed{E=\frac{dN}{dS_{\perp}}}\quad \boxed{dN=Eds_{\perp}}$$




若面积元不垂直电场强度，

电场强度与电力线条数、面积元的关系怎样？

由图可知 通过 $ds$和$ds_{\perp}$ 电力线条数相同

$$d\vec{s}=ds\hat{n}$$

$$dN=Eds_{\perp}=Eds\cos\theta \Longrightarrow \boxed{dN=\vec{E}\cdot d\vec{S}}$$



### 2. 电力线的性质

1) 电力线起始于正电荷(或无穷远处)，终止于负电荷，不会在没有电荷处中断——电力线画的是正电荷受力的方向；

2) 两条电场线不会相交；

3) 电力线不会形成闭合曲线。

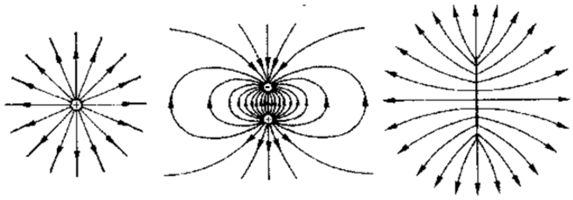
之所以具有这些基本性质，

由静电场的基本性质和场的单值性决定的。

可用静电场的基本性质方程加以证明。



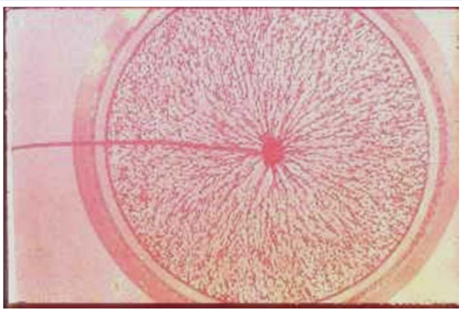
几种电荷的 $\vec{E}$ 线分布：



带正电的点电荷　　电偶极子　　均匀带电的直线段

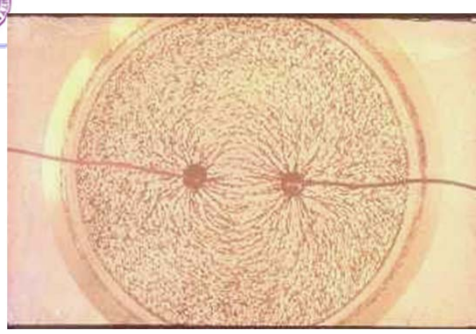


几种电荷的 $\vec{E}$ 线分布的实验现象：

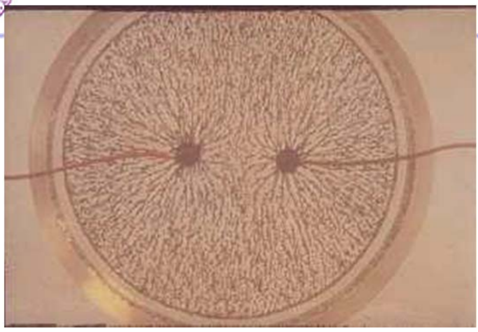


单个点电极



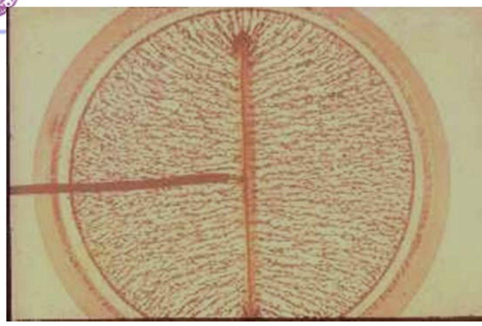


正 负 点 电 极



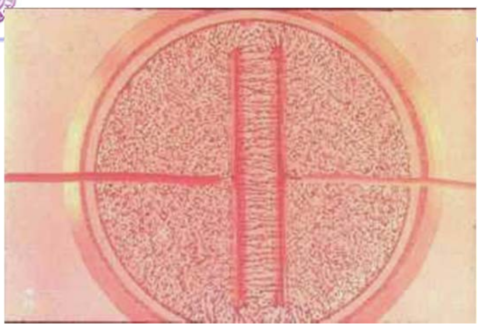
两 个 同 号 的 点 电 极





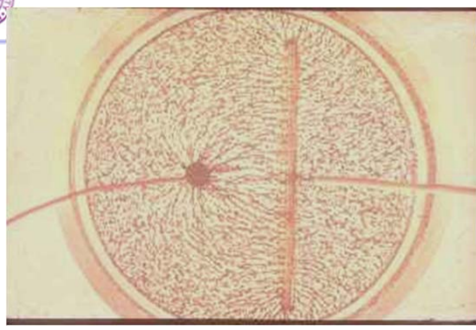
单 个 带 电 平 板 电 极





分 别 带 正 负 电 的 平 行 平 板 电 极





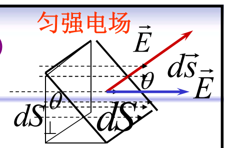
带 异 号 电 荷 的 点 电 极 和 平 板 电 极



“怒 发 冲 冠”



## 二. 电通量 (electric flux)




藉助电力线认识电通量

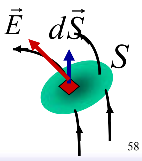
通过任一面的电力线条数

通过任意面积元的电通量 $\mathrm{d}\Phi_e = \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$

通过任意曲面的电通量怎么计算？

把曲面分成许多个面积元

每一面元处视为匀强电场



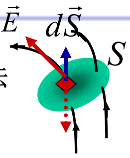

$$\boxed{\Phi_e = \int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$

讨论

正与负

$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{s}$

取决于面元的法线方向的选取



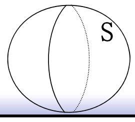

如图知 $\vec{E}\cdot d\vec{s} > 0$

若如红虚箭头所示 $\vec{E}\cdot d\vec{s} < 0$

则

✸通过闭合面的电通量

$$\Phi_e = \oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$





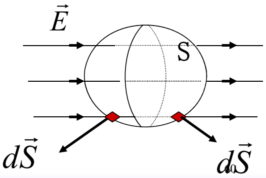

规定：面元方向

由闭合面内指向面外

$$\Phi_e = \oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$ 确定的值

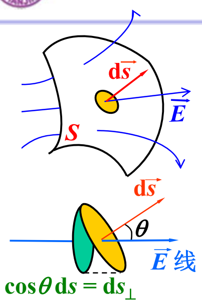
$\vec{E}\cdot d\vec{s} < 0$ 电力线穿入

$\vec{E}\cdot d\vec{s} > 0$ 电力线穿出






$\Phi_e$的几何意义：




$$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cos\theta\cdot ds$$

$$= E\cdot ds_\perp = dN$$

$\therefore\ \Phi_e = N$（穿过$S$的$\vec{E}$线条数）



8.6高斯定理（Gauss′ theorem）

高斯（C.F.Gauss 1777–1855）

德国数学家、天文学家和物理学家，有“数学王子”美称，他与韦伯制成了第一台有线电报机和建立了地磁观测台，高斯还创立了电磁量的绝对单位制.

高斯定理是反映静电场性质的一个基本定理。

一. 问题的提出：

由 $\vec{E} = \int_q \dfrac{\vec{e}_r\, dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$， 原则上，任何电荷分布的电场强度都可以求出，为何还要引入高斯定理？

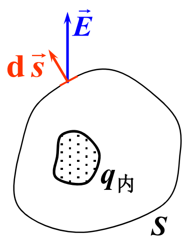
目的：① 进一步搞清静电场的性质；

② 便于电场的求解；

③ 解决由场强求电荷分布的问题。



二. 高斯定理的内容




$$\boxed{\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_内}{\varepsilon_0}}$$

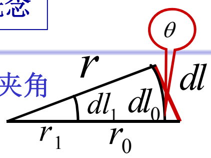
高斯定理：

在真空中的静电场内，通过任意闭合曲面的电通量，等于该曲面所包围电量的代数和除以$\varepsilon_0$。

## 补充：立体角的概念

平面角：

由一点发出的两条射线之间的夹角




取 $r_1$ 为半径的弧长 $dl_1$

$d\alpha = \frac{dl_1}{r_1}$ 当然也 $= \frac{dl_0}{r_0}$ 射线长为 $r$

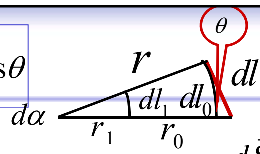
一般的定义：线段元 $dl$ 对某点所张的平面角

$$d\alpha = \frac{dl_0}{r} = \frac{dl}{r}\cos\theta$$

单位：弧度



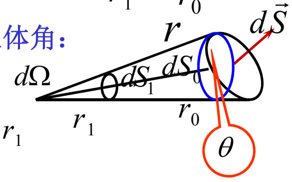
平面角 $d\alpha = \frac{dl_0}{r} = \frac{dl}{r}\cos\theta$




立体角

面元dS 对某点所张的立体角：

锥体的“顶角”




对比平面角，取半径为 $r_1$

球面面元 $ds_1$

定义式

$$d\Omega = \frac{dS_1}{r_1^2} = \frac{dS_0}{r_0^2} \qquad d\Omega = \frac{dS}{r^2}\cos\theta$$

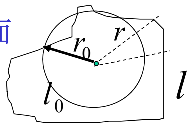
单位 球面度



计算闭合平面曲线对曲线内一点所张的平面角

$$\alpha = \oint_l d\alpha = \oint_l \frac{dl}{r}\cos\theta = \oint_{l_0}\frac{dl_0}{r_0} = 2\pi \quad \text{弧度}$$

平面




计算闭合曲面对面内一点所张的立体角

$$\Omega = \oint_S d\Omega = \oint_S \frac{dS_0}{r_0^2} = 4\pi$$

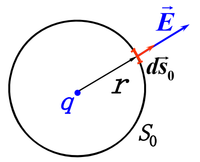
球面度



## 三、高斯定理的证明

证明可按以下四步进行：

1. 求以点电荷为球心的球面的 $\Phi_e$




$$\Phi_e = \oint_{S_0}\vec{E}\cdot d\vec{s}_0 = \int_{S_0}\frac{q\vec{e}_r\cdot d\vec{s}_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

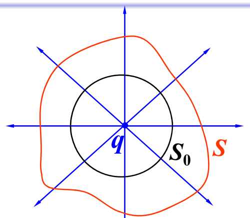
$$= \oint_{S_0}\frac{q\cdot ds_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q\cdot 4\pi r^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

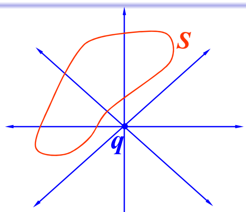
由此可知：点电荷电场对球面的 $\Phi_e$ 与 $r$ 无关，

即各球面的 $\Phi_e$ 连续→ 点电荷的 $\vec{E}$ 线连续。



2. 求点电荷场中任意曲面的电通量



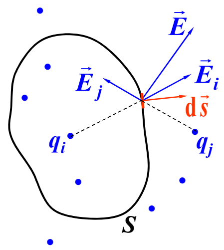




$$\therefore \quad \Phi_e = \begin{cases} \dfrac{q}{\varepsilon_0}, & q \text{ 在 } S \text{ 内；} \\ 0, & q \text{ 在 } S \text{ 外。} \end{cases}$$



3. 求点电荷系电场中任意闭合曲面的电通量

$$\vec{E} = \sum_{i\,(S\text{内})} \vec{E}_i + \sum_{j\,(S\text{外})} \vec{E}_j$$



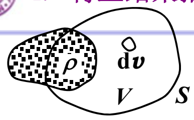

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$$= \oint_S(\sum_i \vec{E}_i)\cdot d\vec{s} + \oint_S(\sum_j \vec{E}_j\cdot d\vec{s})$$

$$= \sum_i\oint_S \vec{E}_i\cdot d\vec{s} + \sum_j\oint_S \vec{E}_j\cdot d\vec{s}$$

$$= \sum_i \frac{q_i}{\varepsilon_0} + 0 = \frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$$

## 4. 将上结果推广至任意连续电荷分布




$$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\int_V \rho . dv$$

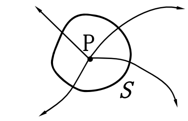
### 四. 几点说明

1. 高斯定理是平方反比定律的必然结果；
2. $\Phi_e$由 $\sum q_{内}$的值决定，与$q_{内}$分布无关；
3. $\vec{E}$是总场强，它由$q_{内}$ 和 $q_{外}$共同决定；
4. 高斯面为几何面，$q_{内}$和$q_{外}$总能分清；
5. 高斯定理也适用于变化电场（微分形式）；



## 6. 高斯定理给出电场线有如下性质：

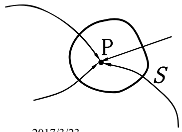
电场线发自于正电荷，终止于负电荷，在无电荷处不间断。




证：设P点有电场线发出

则：$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} > 0 \rightarrow q_{内} > 0$

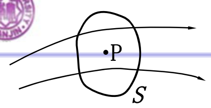
令 $S\rightarrow 0$，则 $q_{内} = q_P > 0$




若P点有电场线终止，

同理，有 $q_p < 0$。






若P点无电荷， 则有：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0$$

即 $N_{入} = N_{出} \xrightarrow[S\rightarrow 0]{}$ P点处 $\vec{E}$ 线连续。

以上性质说明静电场是有源场。

特别需要提醒的是：电场线的连续性是高斯定理的结果，不能把电场线的连续性当作条件来证明高斯定理。



## 8.7 高斯定理的应用

对 $Q$ 的分布具有某种对称性的情况下

利用高斯定理解 $\vec{E}$ 较为方便

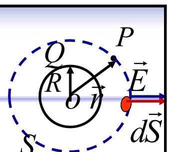
常见的电量分布的对称性：

| | 球对称 | 柱对称 | 面对称 |
|---|---|---|---|
| 均匀带电的 | | 无限长 | 无限大 |
| | 球体 | 柱体 | 平板 |
| | 球面 | 柱面 | 平面 |
| | (点电荷) | 带电线 | |



例1 均匀带电球面 总电量为$Q$

半径为$R$ 求：电场强度分布




解：根据电荷分布的对称性，选取合适的高斯面(闭合面)

∴取过场点$P$ 的、以球心 $O$ 为园心的球面

☞ 先从高斯定理等式的左方入手
先计算高斯面的电通量

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S EdS = E\oint_S dS = E4\pi r^2$$

根据高斯定理： $\Phi_e = 4\pi r^2 E = Q/\varepsilon_0$

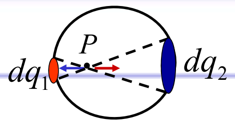
$$\therefore \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \quad r > R \qquad \therefore \vec{E} = 0 \quad r < R$$



如何理解面内场强为0 ？

过P点作圆锥

则在球面上截出两电荷元




$$\boxed{dq_1 = \sigma dS_1 \qquad dq_2 = \sigma dS_2}$$

$dq_1$ 在P点场强 $\boxed{dE_1 = \frac{\sigma dS_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}d\Omega}$ 方向如图

$dq_2$ 在P点场强 $\boxed{dE_2 = \frac{\sigma dS_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}d\Omega}$ 方向如图

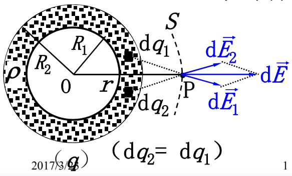
$\longrightarrow \boxed{d\vec{E}_1 = -d\vec{E}_2}$

[例2] 已知：均匀带电球壳的$\rho$（或 $q$）及$R_1$、$R_2$

求：电场强度的分布。

解：分析$\vec{E}$的对称性：

球对称 $\vec{E}=E_{(r)}\cdot\vec{e}_r$

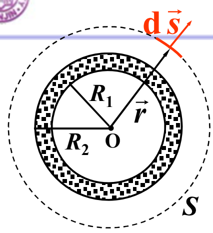



选高斯面$S$为与带电球壳同心的球面，

有：

（$dq_2$= $dq_1$）






$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\oint_S E(r)\vec{e}_r\cdot d\vec{s}$$
$$=\oint_S E(r)\,ds$$
$$=4\pi r^2\cdot E(r)$$

又 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{q_{内}}{\varepsilon_0}$

$$\therefore\quad \vec{E}=E(r)\vec{e}_r=\frac{q_{内}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

- $r<R_1$，$q_{内}=0$，有 $E=0$ ；



- $R_1<r<R_2$，$q_{内}=\dfrac{4\pi}{3}(r^3-R_1^3)\rho$，

有 $$\vec{E}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r-\frac{R_1^3}{r^2}\right)\vec{e}_r$$

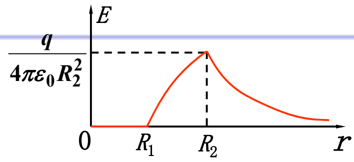
- $r>R_2$，$q_{内}=\dfrac{4\pi}{3}(R_2^3-R_1^3)\rho=q$，

有 $\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$ （同点电荷的电场）



$\boxed{讨论}$

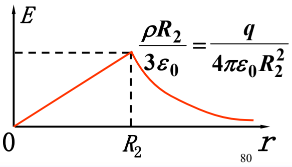
1. $E$ 的分布




2. 特殊情况

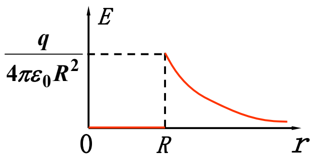
1）令$R_1$= 0，得均匀带电球的情形：

$$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho\,\vec{r}}{3\varepsilon_0} & （球内）\\[2mm] \dfrac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & （球外）\end{cases}$$





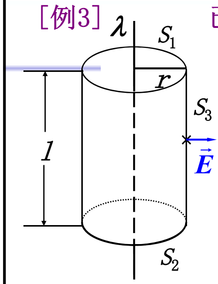

2）令$R_1$ = $R_2$= $R$，且 $q$ 不变，得均匀带电球面的情形：$\vec{E}=\begin{cases}0\ , & （球面内）\\ \dfrac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ , & （球面外）\end{cases}$




在 $r$ = $R$ 处 $E$ 不连续这是因为忽略了电荷厚度所致。



[例3] 已知：无限长均匀带电直线，线电荷密度为$\lambda$ 。



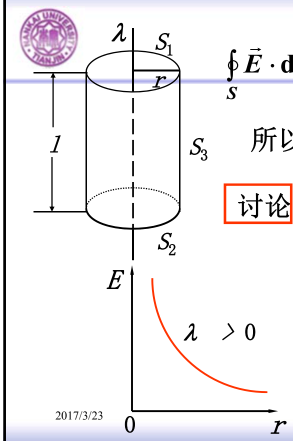

求：$\vec{E}$ 的分布

解：分析 $\vec{E}$ 的对称性：

$\left.\begin{array}{l}轴对称\\无限长\end{array}\right\}\vec{E}=E(r)\vec{e}_r$

选同轴柱体表面为高斯面$S$,

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=\int_{S_1}\vec{E}\cdot d\vec{s}+\int_{S_2}\vec{E}\cdot d\vec{s}+\int_{S_3}\vec{E}\cdot d\vec{s}$$
$$=0+0+E\cdot\int_{S_3}ds=E\cdot 2\pi rl$$




$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\cdot 2\pi r l \xlongequal[\text{（高）}]{} \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

所以 $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$

$\boxed{\text{讨论}}$ 1）$E$ 的分布：$E \propto \dfrac{1}{r}$

$r\to 0$，$E\to\infty$，

说明此时带电直线不能视为几何线。

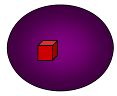
2）所求出的 $\vec{E}$ 是仅由 $q_{内} = \lambda l$ 产生的吗？



例4 金属导体静电平衡时，体内场强处处为0

求证：体内处处不带电

证明：



在导体内任取体积元 $dV$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0 \xrightarrow{\text{由高斯定理}} \sum_i q_i = \int_V \rho\, dV = 0$$

$\because$体积元任取 $\longrightarrow$ $\rho = 0$

证毕

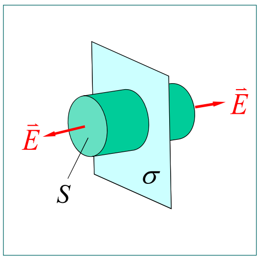


例5 设有一无限大均匀带电平面，电荷面密度为$\sigma$，求距平面为$r$处某点的电场强度.

解 对称性分析与高斯面的选取

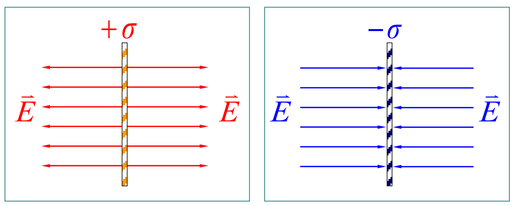
$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$



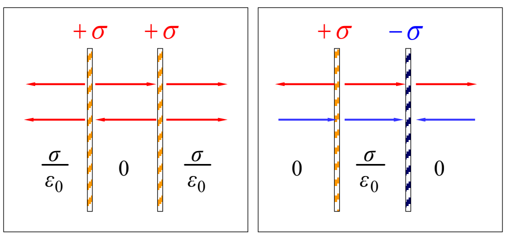



$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$






无限大带电平面的电场叠加问题






$\boxed{\text{小结}}$ 应用高斯定理求场强的要点：

适用对象：有球、柱、平面对称的某些电荷分布

方法要点：（1）分析 $\vec{E}$ 的对称性；

（2）选取高斯面的原则：

1）需通过待求 $\vec{E}$ 的区域；

2）在 $S$ 上待求 $\vec{E}$ 处，$\vec{E} \parallel \mathrm{d}\vec{s}$ 且等大，

使得 $\int \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\int \mathrm{d}s$，其余处必须有

$$\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \begin{cases} \text{或}\ E = 0, \\ \text{或}\ \vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{s}\ 。\end{cases}$$

# 作业

**P351　8.5，8.6，8.13，8.16，8.22**