南开大学

电磁感应
(Electromagnetic Induction)

本章目录

△10.1法拉第电磁感应定律

(Faraday's law of electromagnetic induction)

电磁感应

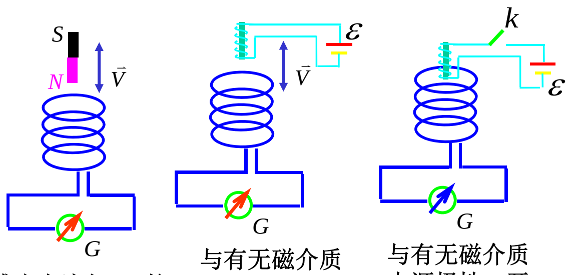
electromagnetic induction

奥斯特 电流磁效应

对称性 → 磁的电效应?

反映了物质世界对称的 美

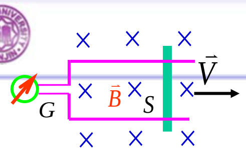
• 电磁感应的基本现象



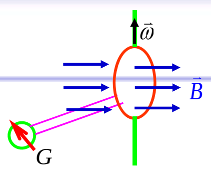
感应电流与N-S的磁性、速度有关

与有无磁介质速度、电源极性有关

与有无磁介质电源极性、开关速度有关



感生电流与 $\vec{B}$ 的大小、方向，与截面积 S 变化大小有关。



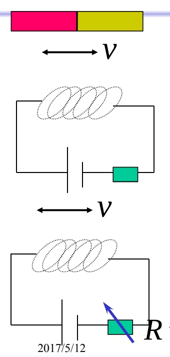
感生电流与 $\vec{B}$ 的大小、方向，与线圈转动角速度 $\vec{\omega}$ 大小方向有关。

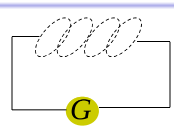
实验表明：

✱穿过线圈所包围面积内的磁通量发生变化时，在回路中产生的电流叫感生电流，叫做电磁感应现象。

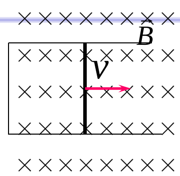
✱在载流线圈内加铁芯前后 $\vec{B}$ 有变化，而 $\vec{H}$ 不变。说明感生电流只与 $\vec{B}$ 有关。

因此，两类现象 第一类 第二类





左面三种情况均可使电流计指针摆动



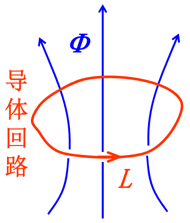
Φ 变化

本质是电动势**electromotive force (emf)**

一．感应电动势

法拉第于1831年总结出规律：

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值.



感应电动势 $\boxed{\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}}$

正方向约定：Φ 正向与回路L的正绕向成右手螺旋关系。

在此约定下，式中的负号反映了楞次定律 （Lenz law）。

$$\boxed{\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}}$$

约定

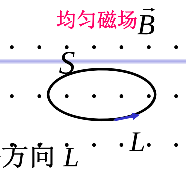
首先认定回路的绕行方向

规定电动势方向与绕行方向一致时为正

当磁力线方向与绕行方向成右螺旋时

规定磁通量为正

如均匀磁场 $\vec{B}$ $\frac{dB}{dt}>0$



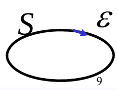
求：面积S边界回路中的电动势

若绕行方向取如图所示的回路方向 L

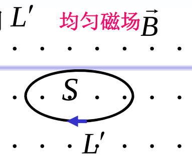
按约定 磁通量为正 即 $\phi=BS$

由 $\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{dB}{dt}S<0$

负号说明 电动势的方向 与所设的绕行方向相反



若绕行方向取如图所示的方向 L'

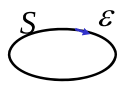


按约定 磁通量取负

$$\phi=-BS$$

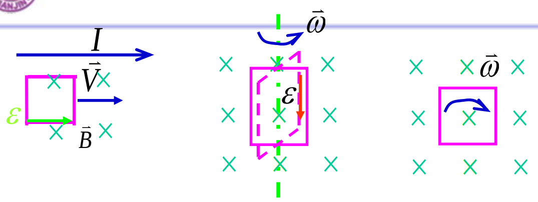
由 $\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=\frac{dB}{dt}S>0$

正号说明 电动势的方向 与所设绕行方向一致

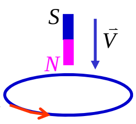


两种绕行方向得到的结果相同

判断各图中感应电动势的方向



将磁铁插入非金属环中，环内有无感生电动势？有无感应电流？环内将发生何种现象



有感生电动势存在，有电场存在将引起介质极化，而无感生电流。

讨论

磁链 magnetic flux linkage

对于N 匝串联回路 每匝中穿过的磁通分别为

$$\phi_1,\ \phi_2,\cdots,\ \phi_N$$

则有 $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots\varepsilon_N=-\frac{d\phi_1}{dt}-\frac{d\phi_2}{dt}-\cdots-\frac{d\phi_N}{dt}$

$\boxed{\varepsilon=-\frac{d\psi}{dt}}$ $\boxed{\psi=\sum_i\phi_i}$ 磁链

N 匝线圈串联：$\varepsilon = \sum_i \left(-\frac{\mathrm{d}\Phi_i}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_i \Phi_i\right)$

令 $\psi = \sum_i \Phi_i$ — 磁链（magnetic flux linkage）

于是有 $\boxed{\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}}$

若 $\Phi_1 = \Phi_2 = \cdots = \Phi_N = \Phi$，则 $\boxed{\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$

例：直导线通交流电后置于磁导率为μ 的介质中求：与其共面的N匝矩形回路中的感应电动势

已知 $I = I_0 \sin \omega t$

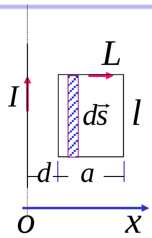
其中 I_0 和ω 是大于零的常数

解：设当I > 0时，电流方向如图

设回路L方向如图 建坐标系如图

在任意坐标处取一面元 $d\vec{s}$

$\psi = N\phi = N\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$



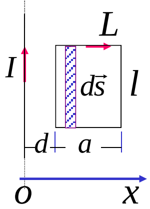
$\psi = N\phi = N\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = N\int_S Bds = N\int_d^{d+a} \frac{\mu I}{2\pi x} l dx$

$= \frac{N\mu Il}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$

$= \frac{\mu NI_0 l}{2\pi}\sin\omega t \ \ln\frac{d+a}{d}$

$\varepsilon = -\frac{d\psi}{dt}$

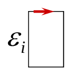
$= -\frac{\mu_0\mu_r NI_0 l\omega}{2\pi}\cos\omega t\ln\frac{d+a}{d}$



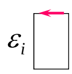
交变的
电动势

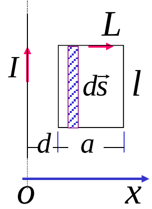
$\varepsilon_i = -\frac{\mu_0\mu_r NI_0 l\omega}{2\pi}\cos\omega t\ln\frac{d+a}{d}$

$t = \frac{\pi}{\omega}$ $\varepsilon_i > 0$



$t = \frac{2\pi}{\omega}$ $\varepsilon_i < 0$





二． 感应电流（induction current）

$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$， R — 回路电阻。

时间间隔 $t_1 \to t_2$内，穿过回路导线截面的电量：

$q = \int_{t_1}^{t_2} I\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} -\frac{1}{R}\cdot\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\mathrm{d}\psi = \frac{1}{R}(\psi_1 - \psi_2)$

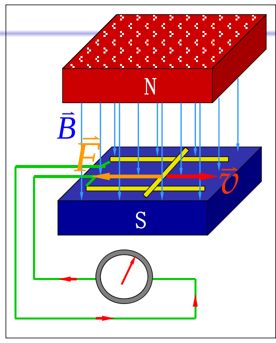
q 与过程进行的速度无关。

测q 可以得到$\Delta\psi$ ，这就是磁通计的原理。

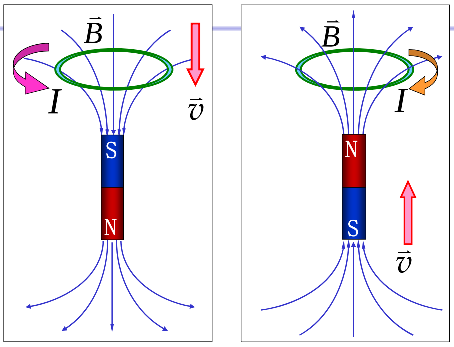
感应电流（感应电动势）方向的确定：

楞次定律

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）.



用楞次定律判断感应电流方向



把感应电动势分为两种基本形式

感应电动势 $\begin{cases} \text{回路动引起的动生电动势} \varepsilon_{动} \\ \text{磁场变引起的感生电动势} \varepsilon_{感} \end{cases}$

下面　从场的角度研究电磁感应

电磁感应对应的场是电场

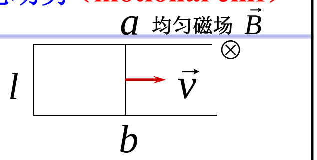
∵它可使静止电荷运动

研究的问题是：

动生电动势的非静电场？

感生电动势的非静电场？性质？

10.2 动生电动势（motional emf）



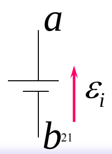
一、典型装置

导线 ***ab*** 在磁场中运动

电动势怎么计算？

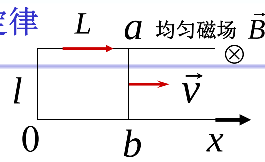
1. 中学：单位时间内切割磁力线的条数

$$\boxed{\varepsilon_i = Blv}$$



由楞次定律定方向

2. 法拉第电磁感应定律



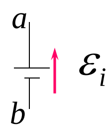
建坐标如图

设回路L方向如图

$$\phi = Blx(t)$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt}$$

$$= -Blv$$



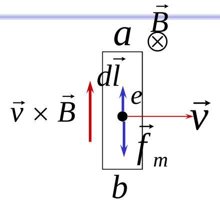
负号说明电动势方向与所设方向相反

3. 由电动势与非静电场强的积分关系

非静电力——洛仑兹力

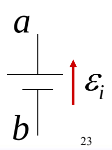
$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

$$\boxed{\vec{E}_K = \frac{q\vec{v} \times \vec{B}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}}$$



$$\varepsilon_i = \int_{(b)}^{(a)} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_i = \int_{(ba)} vBdl = vBl \quad >0$$



讨论

$\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$　适用于一切产生电动势的回路

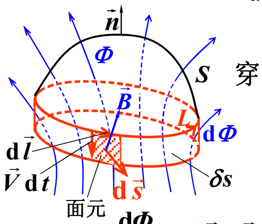
$\varepsilon_i = \int_{(ba)} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$　适用于切割磁力线的导体

$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad \varepsilon_i = \int d\varepsilon_i$

二. 动生电动势—普遍形式的推导

线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 扫过的矢量面元为

$$\mathrm{d}\vec{s} = (\vec{V}\,\mathrm{d}t)\times \mathrm{d}\vec{l}$$



穿过面元 δS 的磁通为

$$\mathrm{d}\Phi = \int_{\delta S} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \oint_L \vec{B}\cdot(\vec{V}\times \mathrm{d}\vec{l})\,\mathrm{d}t$$

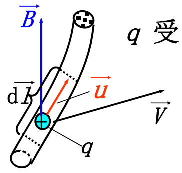
$$\varepsilon_{动} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\oint_L \vec{B}\cdot(\vec{V}\times \mathrm{d}\vec{l}) = \oint_L (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathrm{d}\,\varepsilon_{动} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

动生电动势是洛仑兹力沿导线方向作功所致。

分析:设 $\vec{u}$ 为电荷q沿导线定向移动的速度，

$\vec{V}$为电荷q 随导线线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 移动的速度，



q 受的洛仑磁力为 $\vec{F}_m = q(\vec{V}+\vec{u})\times\vec{B}$，

由此形成的非静电性场强为:

$$\vec{E}_K = \frac{\vec{F}_m}{q} = \vec{V}\times\vec{B} + \vec{u}\times\vec{B}$$

$$\therefore\ \mathrm{d}\,\varepsilon_{动} = \vec{E}_K\cdot \mathrm{d}\vec{l} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \underbrace{(\vec{u}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}}_{0}$$

$$= (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

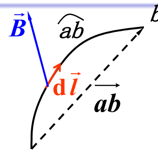
洛伦兹力在其中的作用

动生电动势所对应的非静电力（感应电动势）是洛伦兹力的分力——沿导线方向的分力。

同时，外力反抗洛伦兹力的另一分力做功——外力拉动导线做功。

因此洛伦兹力做功为零，实际上表示了能量的转换与守恒。洛伦兹力在这里起了能量转化的作用，一方面接受外力的功，同时驱动电荷运动做功。

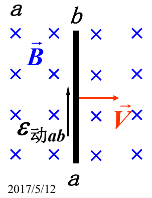
在一段导线中的动生电动势:



$$\varepsilon_{动ab} = \int_{(a)}^{(b)} (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

若$\vec{B} = \mathrm{const.}$，$\vec{V} = \mathrm{const.}$，则

$$\varepsilon_{动ab} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\int_{(a)}^{(b)} \mathrm{d}\vec{l} = (\vec{V}\times\vec{B})\cdot\overrightarrow{ab}$$



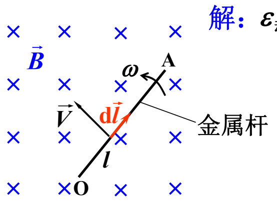
若 $\vec{V}$、$\vec{B}$、$\overline{ab}$ 彼此垂直，

则 $\varepsilon_{动ab} = BV\overline{ab}$

$\varepsilon_{动ab}$方向: $a\to b$。

[例1]: 如图示，$\overline{\mathrm{OA}} = L$，$\vec{B}\perp\overline{\mathrm{OA}}$，$\vec{B} = \mathrm{const.}$，

$\overline{\mathrm{OA}}$ 绕0轴转，角速度为ω。求: $\varepsilon_{动\mathrm{OA}}$



解: $\varepsilon_{动\mathrm{OA}} = \int_{(\mathrm{O})}^{(\mathrm{A})} (\vec{V}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

$$= -\int_{(\mathrm{O})}^{(\mathrm{A})} VB\,\mathrm{d}l$$

$$= -\int_0^L \omega l B\,\mathrm{d}l$$

$$= -\frac{1}{2}\omega BL^2 < 0$$

$\varepsilon_{动\mathrm{OA}}$方向: $\mathrm{A}\to\mathrm{O}$，O点电势高（积累正电荷）

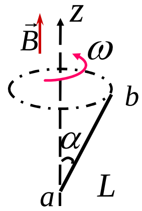
例2 在空间均匀的磁场中 $\vec{B} = B\hat{z}$

导线ab绕Z轴以ω 匀速旋转

导线ab与Z轴夹角为α

设 $\overline{ab} = L$

求: 导线ab中的电动势



解：建坐标如图　在坐标l处取dl

该段导线运动速度垂直纸面向内运动

半径为　r

$\theta=\dfrac{\pi}{2}-\alpha$

$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right| = vB = \omega rB = \omega\, lB\sin\alpha$$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vBdl\ \cos\theta$$

$$= B\omega\sin^2\alpha\ ldl$$

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = B\omega\sin^2\alpha\int_0^L ldl$$

$$= \frac{B\omega L^2}{2}\sin^2\alpha\ \ >0$$

方向从 ***a*到b**