南開大學

第三章　功和能

本章目录

前　言

本章讨论力对空间的积累效应 —— 功、动能、势能、动能定理、机械能守恒定律。要求：

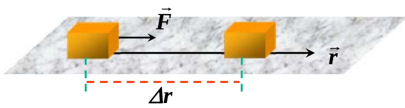
1. 深入理解以上概念，搞清它们是属于质点、还是属于系统？与参考系的选择有无关系？
2. 搞清规律的内容、来源、对象、适用条件、与参考系的关系等。

如：
- ▲ 功的计算是否依赖参考系？
- ▲ 势能是否与参考系的选择有关？
- ▲ 机械能守恒是否与惯性系的选择有关？
- ▲ 能量的实质是什么？（代表什么）
- ▲ 摩擦生热是否与参考系选择有关？

Δ 3.1 功（mechanical work）

1. 恒力做功

■ 恒力对物体所作的功等于作用于物体的力与物体沿力的方向所作位移大小的乘积。



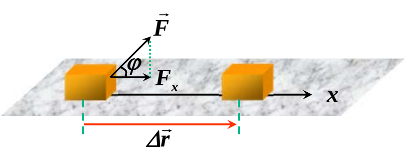
$A = F\Delta r$

■ 当力与物体的位移有一恒定夹角时

$$A = F_x \Delta r = F\cos\varphi\ \Delta r$$

➢ 上式可记为 $A = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$

称为矢量的点乘



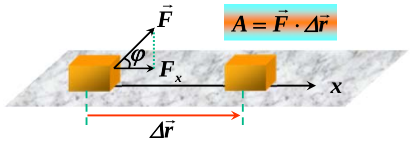
- ■ 功的单位：牛顿米（Nm），称为焦耳（J）
- ■ 功的量纲：ML^2T^{-2}。
- ■ 功的非SI单位：
  - ➢ 尔格（erg）$1\ erg = 10^{-7}\ J$
  - ➢ 电子伏特（eV） $1\ eV = 1.6\times10^{-19}\ J$
- ■ 此外，在电工学上还常用千瓦小时作单位（KWh）：

$$1KWh = 3.6\times10^6\ J$$

$$A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\Delta r \cos\varphi$$

- 讨论
  - 功是标量，但有正负。
  - $\varphi = \pi/2$，力与位移方向垂直，$\cos\varphi = 0$，力不作功。
    - 如物体作圆周运动时，向心力不作功；
    - 人担水走平路时，支撑力不作功。
  - $\varphi < \pi/2$，$\cos\varphi > 0$，力对物体作正功。
    - 如自由落体，重力作正功。

- $\varphi > \pi/2$，$\cos\varphi < 0$，力对物体作负功，或物体反抗外力作正功。
  - 如竖直上抛，重力作负功。
- 功是力在空间上的累积效应。



---

2. 变力做功

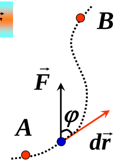
- 力的大小或方向随时间而变化
  - 在物体运动轨道上任取一位移微元

则力作的功微元

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

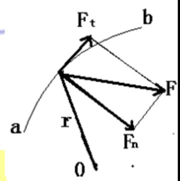
物体从A运动到B,
变力作的总功为

$$A = \int dA = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



元功：dW　　元位移：$d\vec{r}$

在元位移中将力视为恒力，力沿ab的功为所有无限小段位移上的元功之和。



$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{r} = F\cos\theta \left|d\vec{r}\right| = F\cos\theta ds$$

$$W = \int_a^b dW = \int_a^b \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

解析式：$W = \int_a^b (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

- 在直角坐标系

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

$$A = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} F_x dx + \int_{r_A}^{r_B} F_y dy + \int_{r_A}^{r_B} F_z dz$$

- 当质点同时受到几个力作用时

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots$$

$$A = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots) \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{r_A}^{r_B} \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \cdots$$

$$= A_1 + A_2 + \cdots$$

3、功率　力在单位时间内所作的功

平均功率：$\overline{P}=\dfrac{\Delta W}{\Delta t}$

瞬时功率：$P=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta W}{\Delta t}=\dfrac{dW}{dt}$

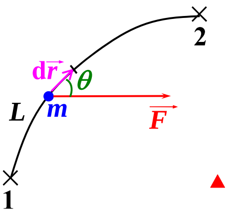
$\because dW=\vec{F}\bullet d\vec{r}\ \therefore P=\vec{F}\bullet\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\vec{F}\bullet\vec{v}$

单位：W或Js^{-1}　　　量纲：ML^2T^{-3}

功的其它单位：$1eV=1.6\times10^{-19}J$

4. 小结

功：力和力所作用的质点（或质元）的位移的标量积。



$$W_{12}=\int_{(1)}^{(2)}dW$$
$$=\int_{(1)}^{(2)}\vec{F}\cdot d\vec{r}$$
$$=\int_{(1)}^{(2)}F\cos\theta\cdot|d\vec{r}|$$

▲功依赖于参考系；

▲功是标量，有正、负之分。

书中例题3.1（P.95）

已知：F＝6x；cos θ ＝0.70－0.02x

求：质点从x_1＝10m到x_2＝20m过程中F所作的功。

解：　**dA＝F cosθdx＝6x（0.70－0.02）dx**

积分得：

$$A=\int_{x_1}^{x_2}6x(0.70-0.02x)dx$$
$$=\int_{10}^{20}4.2xdx-\int_{10}^{20}0.12x^2dx$$
$$=350(J)$$