离散数学第三部分之二

范式及其应用

◆析取范式和合取范式

定义

（1）命题变元或命题变元的否定称为文字

（2）有限个文字的析取称为析取式(也称为子句）

（3）有限个文字的合取称为合取式(也称为短语）

（4）P与$\neg$ P称为互补对。

例子

（1）P、$\neg P$是文字；

（2）$P \vee Q \vee R$是子句；

（3）$P \wedge Q \wedge R$是短语。

$\neg P$是一个子句，这种说法正确么？

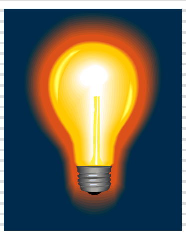
一个命题变元或者其否定既可以是简单的子句，也可以是简单的短语。

因此，P，$\neg P$不但是文字，也是子句、短语

定义

（1）有限个短语的析取式称为析取范式

（2）有限个子句的合取式称为合取范式



一个不含最外层括号的短语（子句）也可以是析取范式（合取范式）。

例子

1. P、$\neg P$ 是子句、短语、析取范式、合取范式；
2. $P \vee Q \vee \neg R$ 是子句、析取范式、合取范式，
   $(P \vee Q \vee \neg R)$ 仅是子句、合取范式；
3. $\neg P \wedge Q \wedge R$ 是短语、析取范式、合取范式，
   $(P \wedge Q \wedge R)$ 仅是短语、析取范式；
4. $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ 是析取范式；
5. $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ 是合取范式；
6. 句子 $P \vee (Q \vee \neg R)$、$\neg (Q \vee R)$ 即不是析取范式也不是合取范式

总结

1. 单个的文字是子句、短语、析取范式，合取范式
2. 单个的子句是合取范式；
3. 单个的短语是析取范式；
4. 若单个的子句（短语）无最外层括号，则是合取范式（析取范式）；
5. 析取范式、合取范式仅含联结词集{¬，∧，∨}；
6. “¬”联结词仅出现在命题变元前。

范式的求解方法

定理 对于任意命题公式，都存在与其等价的析取范式和合取范式。

转换方法：

（1）利用等价公式中的等价式和蕴涵式将公式中的→、↔用联结词¬、∧、∨来取代，这可利用如下等价关系：

$$(G\rightarrow H)=(\neg G\vee H);$$

$$(G\leftrightarrow H)=(G\rightarrow H)\wedge(H\rightarrow G)$$

$$=(\neg G\vee H)\wedge(\neg H\vee G)。$$

范式的求解方法(续)

（2）重复使用德•摩根定律将否定号移到各个命题变元的前端，并消去多余的否定号，这可利用如下等价关系：$\neg(\neg G) = G$；

$\neg(G \vee H) = \neg G \wedge \neg H$；

$\neg(G \wedge H) = \neg G \vee \neg H$。

（3）重复利用分配定律，可将公式化成一些合取式的析取，或化成一些析取式的合取，这可利用如下等价关系：

$G \vee (H \wedge S) = (G \vee H) \wedge (G \vee S)$；

$G \wedge (H \vee S) = (G \wedge H) \vee (G \wedge S)$。

例

求公式：$(P\rightarrow\neg Q)\vee(P\leftrightarrow R)$的析取范式和合取范式

解 $(P\rightarrow\neg Q)\vee(P\leftrightarrow R)$

$= (\neg P\vee\neg Q)\vee((\neg P\vee R)\wedge(\neg R\vee P))$

$= (\neg P\vee\neg Q)\vee(\neg P\vee R))$

$\wedge((\neg P\vee\neg Q)\vee(\neg R\vee P))$

合取范式

$= (\neg P\vee\neg Q\vee\neg P\vee R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee\neg R\vee P)$

$= (\neg P\vee\neg Q\vee R)$ ——合取范式

$= \neg P\vee\neg Q\vee R$ ——析取范式

范式的不惟一性

考虑公式：

$$(P \vee Q) \wedge (P \vee R),$$

其与之等价的析取范式：

$$P \vee (Q \wedge R);$$

$$(P \wedge P) \vee (Q \wedge R);$$

$$P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge R);$$

$$P \vee (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)。$$

这种不惟一的表达形式给研究问题带来了不便。

主析取范式和主合取范式

1. 极小项和极大项

定义 3.5.3 在含有n个命题变元P_1、P_2、P_3、…、P_n的短语或子句中，若每个命题变元与其否定不同时存在，但二者之一恰好出现一次且仅一次，则称此短语或子句为关于P_1、P_2、P_3、…、P_n的一个极小项或极大项。

对于n个命题变元，可构成2^n个极小项和2^n个极大项

例子

（1）一个命题变元P，对应的

极小项有两项：P、$\neg$P；

极大项有两项：P、$\neg$P。

（2）两个命题变元P、Q，对应的

极小项有四项：

$P\wedge Q$、$\neg P\wedge Q$、$P\wedge\neg Q$、$\neg P\wedge\neg Q$；

极大项有四项：

$P\vee Q$、$\neg P\vee Q$、$P\vee\neg Q$、$\neg P\vee\neg Q$。

例子（续）

（3）三个命题变元P、Q、R，对应的

极小项有八项：

$\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$、$\neg P \wedge \neg Q \wedge R$

$\neg P \wedge Q \wedge \neg R$、$\neg P \wedge Q \wedge R$、$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$

$P \wedge \neg Q \wedge R$、$P \wedge Q \wedge \neg R$、$P \wedge Q \wedge R$；

极大项有八项：

$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$、$\neg P \vee \neg Q \vee R$

$\neg P \vee Q \vee \neg R$、$\neg P \vee Q \vee R$、$P \vee \neg Q \vee \neg R$

$P \vee \neg Q \vee R$、$P \vee Q \vee \neg R$、$P \vee Q \vee R$。

两个命题变元的所对应极小项真值表

P Q	$\neg P\wedge\neg Q$	$\neg P\wedge Q$	$P\wedge\neg Q$	$P\wedge Q$
0 0	1	0	0	0
0 1	0	1	0	0
1 0	0	0	1	0
1 1	0	0	0	1

$\neg P\wedge\neg Q$	→	{0、0}为真	→	{0 0}	→	$m_{00}(m_0)$
$\neg P\wedge Q$	→	{0、1}为真	→	{0 1}	→	$m_{01}(m_1)$
$P\wedge\neg Q$	→	{1、0}为真	→	{1 0}	→	$m_{10}(m_2)$
$P\wedge Q$	→	{1、1}为真	→	{1 1}	→	$m_{11}(m_3)$

两个命题变元的所对应极大项真值表

P Q	┐P∨┐Q	┐P∨Q	P∨┐Q	P∨Q
0 0	1	1	1	0
0 1	1	1	0	1
1 0	1	0	1	1
1 1	0	1	1	1

P ∨ Q	→	{0、0}为假	→	{0 0}	→	$M_{00}(M_0)$
P ∨ ¬ Q	→	{0、1}为假	→	{0 1}	→	$M_{01}(M_1)$
¬ P ∨ Q	→	{1、0}为假	→	{1 0}	→	$M_{10}(M_2)$
¬ P ∨ ¬ Q	→	{1、1}为假	→	{1 1}	→	$M_{11}(M_3)$

三个命题变元的极小项和极大项

P	Q	R	极小项	极大项
0	0	0	$m_0=\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R$	$M_0=P\vee Q\vee R$
0	0	1	$m_1=\neg P\wedge\neg Q\wedge R$	$M_1=P\vee Q\vee\neg R$
0	1	0	$m_2=\neg P\wedge Q\wedge\neg R$	$M_2=P\vee\neg Q\vee R$
0	1	1	$m_3=\neg P\wedge Q\wedge R$	$M_3=P\vee\neg Q\vee\neg R$
1	0	0	$m_4=P\wedge\neg Q\wedge\neg R$	$M_4=\neg P\vee Q\vee R$
1	0	1	$m_5=P\wedge\neg Q\wedge R$	$M_5=\neg P\vee Q\vee\neg R$
1	1	0	$m_6=P\wedge Q\wedge\neg R$	$M_6=\neg P\vee\neg Q\vee R$
1	1	1	$m_7=P\wedge Q\wedge R$	$M_7=\neg P\vee\neg Q\vee\neg R$

极小项和极大项的性质

任意两个不同极小项的合取必为假；

$m_i \wedge m_j = F,\ i \neq j$

任意两个不同极大项的析取必为真；

$M_i \vee M_j = T,\ i \neq j$

极大项的否定是极小项；

$\neg M_i = m_i$

极小项的否定是极大项；

$M_i = \neg m_i$

所有极小项的析取为永真公式；

$$\bigvee_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1;$$

所有极大项的合取是永假公式。

$$\bigwedge_{i=0}^{2^n-1} M_i = 0。$$

主析取范式和主合取范式

定义3.5.4

① 在给定的析取范式中，每一个短语都是极小项，则称该范式为主析取范式

② 在给定的合取范式中，每一个子句都是极大项，则称该范式为主合取范式

③ 如果一个主析取范式不包含任何极小项，则称该主析取范式为“空”；如果一个主合取范式不包含任何极大项，则称主合取范式为“空”。

定理

任何一个公式都有与之等价的主析取范式和主合取范式。

证明：（1）利用定理3.4.1先求出该公式所对应的析取范式和合取范式；

（2）在析取范式的短语和合取范式的子句中，如同一命题变元出现多次，则将其化成只出现一次；

（3）去掉析取范式中所有永假式的短语和合取范式中所有永真式的子句，即去掉含有形如$P\wedge\neg P$子公式的短语和含有形如$P\vee\neg P$子公式的子句；

证明（续1）

（4）若析取范式的某一个短语中缺少该命题公式中所规定的命题变元，则可用公式：

$$(P \vee \neg P) \wedge Q = Q$$

将命题变元P补进去，并利用分配律展开，然后合并相同的短语，此时得到的短语将是标准的极小项；

若合取范式的某一个子句中缺少该命题公式中所规定的命题变元，则可用公式：

$$(P \wedge \neg P) \vee Q = Q$$

将命题变元P补进去，并利用分配律展开，然后合并相同的子句，此时得到的子句将是标准的极大项；

证明（续2）

（5）利用等幂律将相同的极小项和极大项合并，同时利用交换律进行顺序调整，由此可转换成标准的主析取范式和主合取范式。

需要说明

求任何一个公式的主析取范式和主合取范式不仅要取决于该公式，而且取决于该公式所包含的命题变元。

如公式：

$G_1(P, Q) = (P \to Q) \land Q$，

$G_2(P, Q, R) = (P \to Q) \land Q$。

前者是依赖于两个命题变元的，后者应依赖于三个命题变元。

3 求主析取范式和主合取范式的方法

主范式

公式转换法

利用基本等价公式进行变换（证明见定理3.5.2)

真值表技术

对公式的真值结果进行分解，分解成等价的极小项的析取或者极大项的合取

例3.5.2

利用等价公式转换法求公式$(P\rightarrow Q)\rightarrow(Q\wedge R)$的主析取范式和主合取范式。

解 （1）求主析取范式

$(P\rightarrow Q)\rightarrow(Q\wedge R)= \neg(\neg P\vee Q)\vee(Q\wedge R)$

$=(P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge R)$ ——析取范式

$= (P\wedge\neg Q\wedge(R\vee\neg R))\vee((P\vee\neg P)\wedge Q\wedge R)$

$= (P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$

$\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$ ——主析取范式

（2）求主合取范式

$(P\to Q)\to(Q\wedge R)=(P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge R)$

$=(P\vee Q)\wedge(P\vee R)\wedge(\neg Q\vee Q)\wedge(\neg Q\vee R)$

$=(P\vee Q)\wedge(P\vee R)\wedge(\neg Q\vee R)$ ——合取范式

$=(P\vee Q\vee(R\wedge\neg R))\wedge(P\vee(Q\wedge\neg Q)\vee R)\wedge$

$((P\wedge\neg P)\vee\neg Q\vee R)$

$=(P\vee Q\vee R)\wedge(P\vee Q\vee\neg R)\wedge(P\vee Q\vee R)$

$\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge((P\vee\neg Q\vee R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$

$=(P\vee Q\vee R)\wedge(P\vee Q\vee\neg R)$

$\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$ ——主合取范式

我们已经学会使用公式转换法，那么，用真值表技术又如何求解主范式呢？

如何用极小项来构成主析取范式?

P Q	m_0	m_1	m_2	m_3	P→Q	备 注
0 0	1	0	0	0	1	m_0必须包含在主析取范式中
0 1	0	1	0	0	1	m_1必须包含在主析取范式中
1 0	0	0	1	0	0	m_2一定不能包含在主析取范式中
1 1	0	0	0	1	1	m_3必须包含在主析取范式中

主析取范式中必须且只能包含使得公式真值为真的那些解释对应的极小项。

如何用极大项来构成主合取范式？

P Q	M_0	M_1	M_2	M_3	$P\leftrightarrow Q$	备　注
0 0	0	1	1	1	1	M_0一定不能包含在主合取范式中
0 1	1	0	1	1	0	M_1必须包含在主合取范式中
1 0	1	1	0	1	0	M_2必须包含在主合取范式中
1 1	1	1	1	0	1	M_3一定不能包含在主合取范式中

主合取范式中必须且只能包含使得公式真值为假的那些解释对应的极大项。

真值表技术

① 列出公式对应的真值表，选出公式的真值结果为真的所有的行，在这样的每一行中，找到其每一个解释所对应的极小项，将这些极小项进行析取即可得到相应的主析取范式。

② 列出公式对应的真值表，选出公式的真值结果为假的所有的行，在这样的每一行中，找到其每一个解释所对应的极大项，将这些极大项进行合取即可得到相应的主合取范式。

例3.5.4

利用真值表技术求公式$G = \neg(P \to Q) \vee R$的主析取范式和主合取范式。

P Q R	P→Q	┐（P→Q）	┐(P→Q)∨R
0 0 0	1	0	0
0 0 1	1	0	1
0 1 0	1	0	0
0 1 1	1	0	1
1 0 0	0	1	1
1 0 1	0	1	1
1 1 0	1	0	0
1 1 1	1	0	1

例3.5.4(续1)

（1）求主析取范式

找出真值表中其真值为真的行：

2. 0 0 1； 4. 0 1 1；

5. 1 0 0； 6. 1 0 1；

8. 1 1 1。

这些行所对应的极小项分别为：

$\neg P \wedge \neg Q \wedge R$，$\neg P \wedge Q \wedge R$，$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$，$P \wedge \neg Q \wedge R$，$P \wedge Q \wedge R$。

例3.5.4(续2)

将这些极小项进行析取即为该公式G的主析取范式。

$G = \neg(P \rightarrow Q) \vee R$

$= (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee$

$(P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R)$

例3.5.4(续3)

（2）求主合取范式

找出真值表中其真值为假的行：

1. 0 0 0； 3. 0 1 0； 7. 1 1 0。

这些行所对应的极大项分别为：

$P\vee Q\vee R$、$P\vee\neg Q\vee R$、$\neg P\vee\neg Q\vee R$

将这些极大项进行合取即为该公式G的主合取范式：

$G=(P\rightarrow Q)\vee R$

$=(P\vee Q\vee R)\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$

4 主析取范式和主合取范式之间的转换

（1）已知公式G的主析取范式，求公式G的主合取范式

（a）求$\neg$G的主析取范式，即G的主析取范式中没有出现过的极小项的析取，若

为G的主析取范式，则 $G = \bigvee_{i=1}^{k} m_{l_i}$

为$\neg$G的主析取范式。 $\neg G = \bigvee_{i=1}^{2^n-k} m_{j_i}$

其中，m_{j_i}(i=1，2，…，2^n-k)是m_i(i = 0,1,2,…,2^n-1)中去掉m_{l_i}(i=1 , 2 ,…,k)后剩下的极小项。

主析取范式⇒主合取范式

（b）G=¬(¬G)即是G的主合取范式。

即

$$G = \neg\neg G = \neg\left(\bigvee_{i=1}^{2^n-k} m_{j_i}\right) = \bigwedge_{i=1}^{2^n-k} \neg m_{j_i} = \bigwedge_{i=1}^{2^n-k} M_{j_i}$$

为G的主合取范式。

主合取范式⇒主析取范式

（2）已知公式G的主合取范式，求公式G的主析取范式

（a）求¬G的主合取范式，即G的主合取范式中没有出现过的极大项的合取，若

$$G = \bigwedge_{i=1}^{k} M_{l_i}$$

为G的主合取范式，则

$$\neg G = \bigwedge_{i=1}^{2^n-k} M_{j_i}$$

为¬G的主合取范式。

其中，m_{j_i} $(i=1,2,\ldots,2^n-k)$是$M_i(i=0,1,2,\ldots,2^n-1)$中去掉$m_{l_i}$ $(i=1,2,\ldots,k)$后剩下的极大项。

主合取范式⇒主析取范式

（b）G=¬(¬G)即是G的主析取范式。

即，

$$G = \neg\neg G = \neg\left(\bigwedge_{i=1}^{2^n-k} M_{j_i}\right) = \left(\bigvee_{i=1}^{2^n-k} \neg M_{j_i}\right) = \left(\bigvee_{i=1}^{2^n-k} m_{j_i}\right)$$

为G 的主析取范式。

例:设$G=(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge R)\vee(\neg Q\wedge\neg R)$，求其对应的主析取范式和主合取范式。

解 $G=(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge R)\vee(\neg Q\wedge\neg R)$

$=(P\wedge Q\wedge(R\vee\neg R))\vee(\neg P\wedge(Q\vee\neg Q)\wedge R)$

$\quad\vee(P\vee\neg P)\wedge\neg Q\wedge\neg R)$,

$=(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$\quad\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$

$=(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$\quad\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$

$=m_0\vee m_1\vee m_3\vee m_4\vee m_6\vee m_7$ ——主析取范式

续

$\neg G = m_2 \vee m_5$

$G = \neg\neg G = \neg(m_2 \vee m_5) = \neg m_2 \wedge \neg m_5 = M_2 \vee M_5$

$= (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R)$

——主合取范式

范式中的难点

1. 如何正确的理解范式定义中的“有限个文字”、“有限个短语”、“有限个子句”的概念是很关键的，“有限个”$\in N=\{0, 1, 2, \ldots, n, \ldots\}$；
2. 使用真值表技术求主范式时注意正确地建立真值表,正确地掌握真值解释还原成子句和短语的方法；
3. 使用公式转换法求主范式时，需要增加某一个命题变元，此时注意关于该变元的永真公式和永假公式的正确加入，同时注意公式的正确化简；
4. 利用主析取求主合取或者利用主合取求主析取时，注意是“G”的主析取范式的否定或“G”的主合取范式的否定，而非直接是G的否定。

范式的应用

定理3.5.3

（1）公式G为永真式当且仅当G的合取范式中每个简单的析取式(子句)至少包含一个命题变元及其否定；

（2）公式G为永假式当且仅当G的析取范式中每个简单的合取式(短语)至少包含一个命题变元及其否定；

例3.5.6 判断下面公式为何种类型的公式。

（1）$(P\wedge\neg Q)\leftrightarrow\neg(\neg P\vee Q)$

（2）$(P\rightarrow Q)\leftrightarrow R$

（3）$\neg(P\rightarrow\neg Q)\wedge(Q\rightarrow P)$

例3.5.6

解（1）$(P\wedge\neg Q)\leftrightarrow\neg(\neg P\vee Q)$

$=((P\wedge\neg Q)\rightarrow\neg(\neg P\vee Q))\wedge(\neg(\neg P\vee Q)\rightarrow(P\wedge\neg Q))$

$=(\neg(P\wedge\neg Q)\vee\neg(\neg P\vee Q))\wedge((\neg P\vee Q)\vee(P\wedge\neg Q))$

$=(\neg P\vee Q\vee(P\wedge\neg Q))\wedge((\neg P\vee Q)\vee(P\wedge\neg Q))$

$=(\neg P\vee Q\vee P)\wedge(P\vee Q\vee\neg Q))\wedge(\neg P\vee Q\vee P)$

$\wedge(P\vee Q\vee\neg Q)$ —合取范式

由于该合取范式中每个简单析取式至少包含一个命题变元及其否定，由定理3.5.3知，该公式为永真公式。

例3.5.6（续）

（2）$(P\to Q)\leftrightarrow R = ((\neg P\vee Q)\to R)\wedge(R\to(\neg P\vee Q))$

$= (\neg(\neg P\vee Q)\vee R)\wedge(\neg R\vee(\neg P\vee Q))$

$= ((P\wedge\neg Q)\vee R)\wedge(\neg R\vee\neg P\vee Q)$

$= (P\vee R)\wedge(\neg Q\vee R)\wedge(\neg R\vee\neg P\vee Q)$——合取范式

$= (P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg P)\vee$

$(P\wedge\neg Q\wedge Q)\vee(P\wedge\neg R\wedge R)\vee(P\wedge R\wedge\neg P)\vee$

$(P\wedge R\wedge Q)\vee(R\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(R\wedge\neg Q\wedge\neg P)\vee$

$(R\wedge\neg Q\wedge Q)\vee(R\wedge\neg R\wedge R)\vee(R\wedge R\wedge\neg P)\vee$

$(R\wedge R\wedge Q)$

$= (P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge R\wedge Q)\vee(R\wedge\neg Q\wedge\neg P)$

$\vee(R\wedge\neg P)\vee(R\wedge Q))$ ——析取范式

例3.5.6（续）

由于该公式所对应的合取范式及析取范式都不满足定理3.4.3中的条件，所以它既不是永真公式，也不是永假公式，而是一个可满足公式。

例3.5.6（续）

（3） $(P\to Q)\wedge(P\wedge\neg Q)=(\neg P\vee Q)\wedge(P\wedge\neg Q)$

$=(\neg P\wedge P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge P\wedge\neg Q)$——析取范式

由于该公式所对应的析取范式中的每一个简单的合取式至少包含一个命题变元及其否定，根据定理3.5.3知，该公式是一个永假公式。

定理3.5.4

1. 如果命题公式是永真公式当且仅当它的主析取范式包含所有的极小项，此时无主合取范式或者说主合取范式为“空”。
2. 如果命题公式是永假公式当且仅当它的主合取范式包含所有的极大项，此时无主析取范式或者说主析取范式为“空”。
3. 两个命题公式是相等的当且仅当它们对应的主析取范式之间相等，或者(可兼或)它们对应的主合取范式之间相等。

例3.5.7

求证$(P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow R)=P\rightarrow(Q\wedge R)$

证明 左式 $=(P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow R)=(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)$

$=(\neg P\vee Q\vee(R\wedge\neg R))\wedge(\neg P\vee(Q\wedge\neg Q)\vee R)$

$=(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge$

$(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$

$=(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$

$=M_4\wedge M_5\wedge M_6$

右式 $=P\rightarrow(Q\wedge R)=\neg P\vee(Q\wedge R)$

$=(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)=M_4\wedge M_5\wedge M_6$

两个公式具有相同的主合取范式，故两公式等价。

本章要点

- 范式的定义
- 主合取和主析取范式的定义
- 合取范式和析取范式的转换
- 应用范式理论解实际问题