南开大学

电磁学

（**Electromagnetism**）

本章目录（15-18）

导体 绝缘体

1. 导体　　存在大量的可自由移动的电荷
conductor（电子数密度很大，约为10^{22}个/cm^3 ）

2. 绝缘体　理论上认为一个自由移动的电荷也没有。也称 电介质　**dielectric**

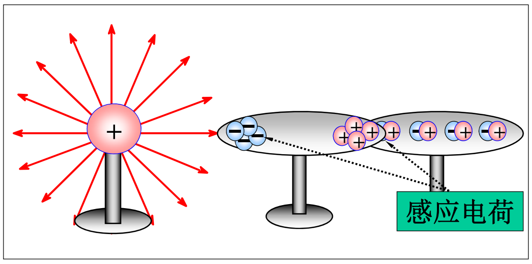
3. 半导体　　介于上述两者之间 **semiconductor**
（电子数密度约为 10^{12}～10^{19}个/cm^3 ）

本部分讨论金属导体和电介质对场的影响

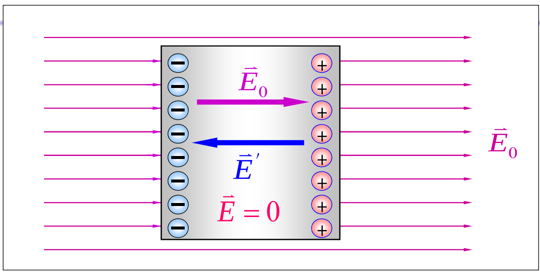
△ 8.15 导体的静电平衡条件

（**electrostatic equilibrium of conductor**）

1　静电感应



2 静电平衡



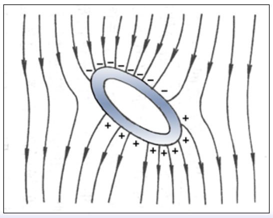
静电平衡 **electrostatic equilibrium**：
导体内部和表面无自由电荷的定向移动，
说导体处于静电平衡状态。

静电平衡条件：

（1）导体内部任何一点处的电场强度为零；

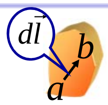
$$\boxed{E_{内}=0}$$

（2）导体表面处电场强度的方向，都与导体表面垂直.



3. 导体的电势

导体静电平衡时，导体各点电势相等，即导体是等势体，表面是等势面。



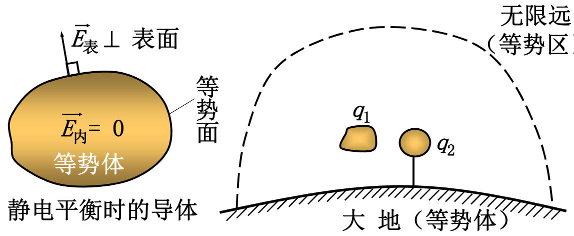
$\boxed{U = c}$

证：在导体上任取两点 a 和 b

$$U_a - U_b = \int_{(a)}^{(b)} \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \qquad \boxed{U_a = U_b}$$

导体等势是导体体内电场强度处处为零的必然结果

静电平衡条件的另一种表述

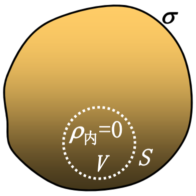


接地：取得与无限远相同的电势（通常取为零）。

8.16 静电平衡时导体上电荷分布规律

一. 导体静电平衡时电荷分布在表面

1. 实心导体：σ 可不为 0，但 $\rho_内$ 必为 0。



理由：

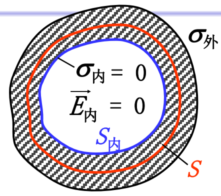
$\because \quad \vec{E}_内 = 0$，

$\therefore \oint_S \vec{E}_内 \cdot d\vec{s} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho_内 \, dV = 0$，

S 是任意的。

令 $S \to 0$，则必有 $\rho_内 = 0$。

2. 导体壳：$\sigma_外$ 可不为零，但 $\sigma_内$ 和 $\vec{E}_内$ 必为零。



理由：

在导体中包围空腔选取高斯面 S，则：

$\oint_S \vec{E}_{导内} \cdot d\vec{s} = 0 \longrightarrow$

$\sigma_内 = 0$， 若 $\sigma_内 \neq 0$，则 $\sigma_内$ 必有正负 $\longrightarrow$

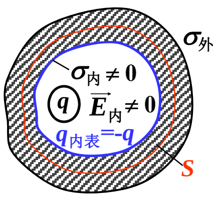
$\vec{E}$ 线从正电荷到负电荷 $\longrightarrow$ 与导体静电平衡矛盾

$\longrightarrow$ 只能 $\sigma_内 = 0$，且腔内无 $\vec{E}$ 线 $\longrightarrow$ 只能 $\vec{E}_内 = 0$。

3. 导体壳内有电荷：

$\sigma_外$ 可不为 0，但必有 $\sigma_内 \neq 0$，

且 $q_{内表} = -q$



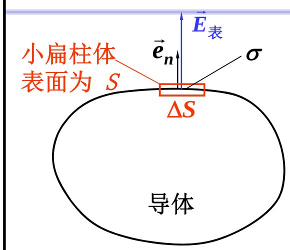
理由：

在导体中包围空腔做高斯面 S，则：

$$\oint_S \vec{E}_{导内} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q + q_{内表}) = 0$$

$$\therefore \quad q_{内表} = -q$$

二. 表面场强与面电荷密度的关系



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = E_表 \cdot \Delta S \underset{(高)}{=} \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_表 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad \vec{E}_表 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

$\boxed{思考}$ $\vec{E}_表$ 是小柱体内电荷的贡献还是导体表面全部电荷的贡献？从推导中的哪一步可看出？

三. 孤立导体表面电荷分布的特点

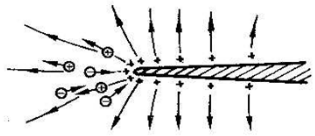
孤立导体表面曲率大处面电荷密度也大，但不存在单一函数关系。

面电荷密度与曲率半径的关系

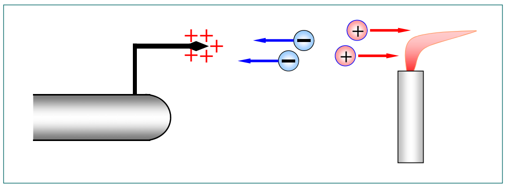
$$\sigma_e=\begin{cases}\text{表面凸出尖锐处（曲率大）}\Rightarrow\text{大}\Rightarrow E\text{大}\\\text{表面较平坦处（曲率小）}\Rightarrow\text{小}\quad\Rightarrow E\text{小}\\\text{表面凹进去处（曲率为负）}\Rightarrow\text{更小}\Rightarrow E\text{更小}\end{cases}$$

尖端放电（point discharge）：

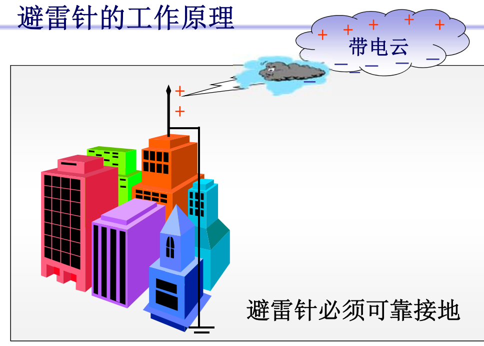
带电的尖端电场强，使附近的空气电离，因而产生放电。



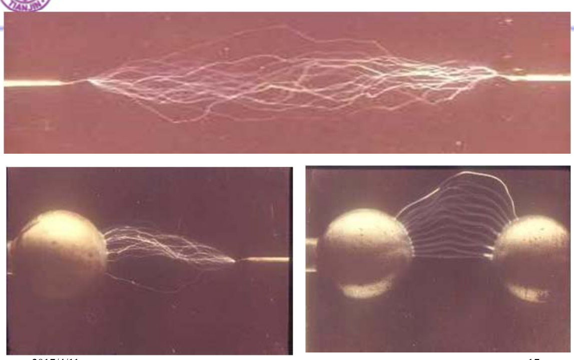
电风“吹”蜡烛 （KD011）



避雷针的工作原理

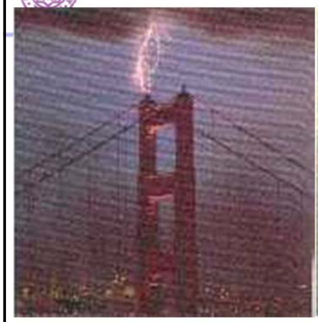


空气中的直流高压放电图片：



闪电的图片：

云层和大地间的闪电



雷击大桥

遭雷击后的草地

俘获闪电：激光束引起空气电离，使闪电改道

金属尖端的强电场的应用一例

场离子显微镜(FIM)

原理：

样品制成针尖形状，

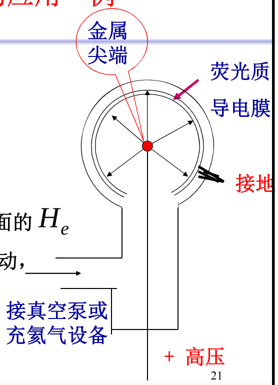
针尖与荧光膜之间加高压，

样品附近极强的电场使吸附在表面的 H_e

原 子 电离，氦离子沿电力线运动，

撞击荧光膜引起发光，

从而获得样品表面的图象。



△ 8.17 有导体时静电场的分析与计算

原则：

1. 静电平衡的条件

$E_{内} = 0$ $or\ U = c$

2. 基本性质方程

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$ $$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

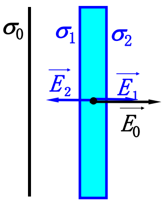
3. 电荷守恒定律

$$\sum_i Q_i = const.$$

依据： 静电平衡条件，电荷守恒，高斯定理。

[例 1]已知：面电荷密度为σ_0 的均匀带电大平板旁，平行放置一大的不带电导体平板。

求：导体板两表面的面电荷密度。



解：设导体电荷密度为 σ_1、σ_2，

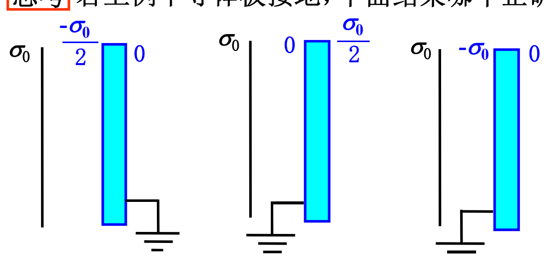
电荷守恒： $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$ (1)

导体内场强为零：$E_0 + E_1 - E_2 = 0$

$$\rightarrow \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0 \rightarrow \sigma_0 = \sigma_2 - \sigma_1 \quad (2)$$

（1）、（2）解得： $\sigma_1 = -\sigma_2 = -\dfrac{\sigma_0}{2}$

思考 若上例中导体板接地，下面结果哪个正确？



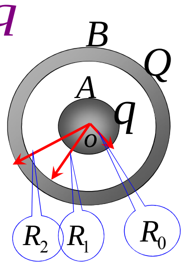
（A） （B） （C）

[例2] 金属球A与金属球壳B同心放置

已知：球A半径为 R_0 带电为 q

金属壳B内外半径分别为R_1，R_2

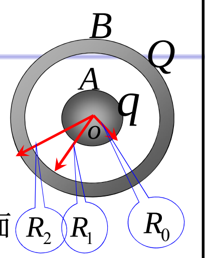
带电为 Q



求：1) 电量分布

2) 球A和壳B的电势 U_A U_B

解：



1) 导体带电在表面

球A的电量只可能在球的表面

壳B有两个表面

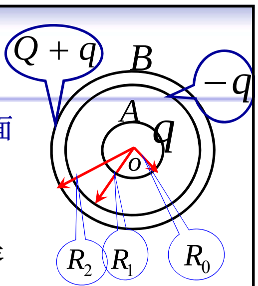
电量可能分布在内、外两个表面

由于A B同心放置

仍维持球对称

$\therefore$ 电量在表面均匀分布

球A均匀分布着电量q



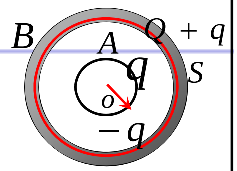
相当于一个均匀带电的球面

由高斯定理和电量守恒

可以证明壳B的电量分布是

$$\left.\begin{aligned}&\boxed{Q_{B内}=-q}\\&\boxed{Q_{B外}=Q+q}\end{aligned}\right\}\text{相当于均匀带电的球面}$$

证明壳B上电量的分布：



在B内紧贴内表面作高斯面 S

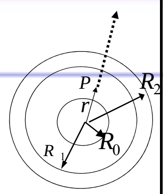
面S的电通量 $\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=0}$

高斯定理 $\quad \sum_i q_i = 0 \longrightarrow Q_{B内}=-q$

电荷守恒定律 $\quad Q_{B外}=Q+q$

方法一：用场强线积分做此题：

根据高斯定理可求出场强的分布



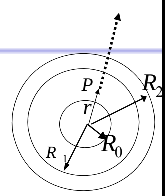
$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}^{\,0} \quad (R_0<r<R_1)$$

$$\vec{E}=0 \quad (R_1<r<R_2)$$

$$\vec{E}=\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}^{\,0} \quad (r>R_2)$$

P点的电势

$$U=\int_r^\infty Edr'=\int_r^{R_1}Edr'+\int_{R_1}^{R_2}Edr'+\int_{R_2}^{\infty}Edr'$$



$$U=\int_r^\infty Edr'=\int_r^{R_1}Edr'+\int_{R_1}^{R_2}Edr'+\int_{R_2}^{\infty}Edr'$$

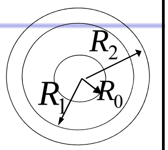
$$=\int_r^{R_1}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr'+\int_{R_2}^{\infty}\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr'$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_1}\right)+\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

这也是$r\leq R_0$的电势即U_A的电势

U_B电势的积分限？

方法二：等效:在真空中三个均匀带电的球面。利用叠加原理：



求其电势：

$$U_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$U_B = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$