6、静电场中的导体

- 导体的静电平衡条件
- 导体静电平衡时的几点基本性质
- 空腔导体的性质

6、静电场中的导体

6.1 导体的静电平衡(electrostatic equilibrium)

1. 导体　绝缘体　半导体（实物按电特性划分）

1) 导体(conductor)

导电能力极强的物体(存在大量可自由移动的电荷)

2) 绝缘体（电介质，dielectric）

导电能力极弱或不能导电的物体

3) 半导体(semiconductor)

导电能力介于上述两者之间的物体

2. 导体的静电平衡条件

导体在电场中的特点：

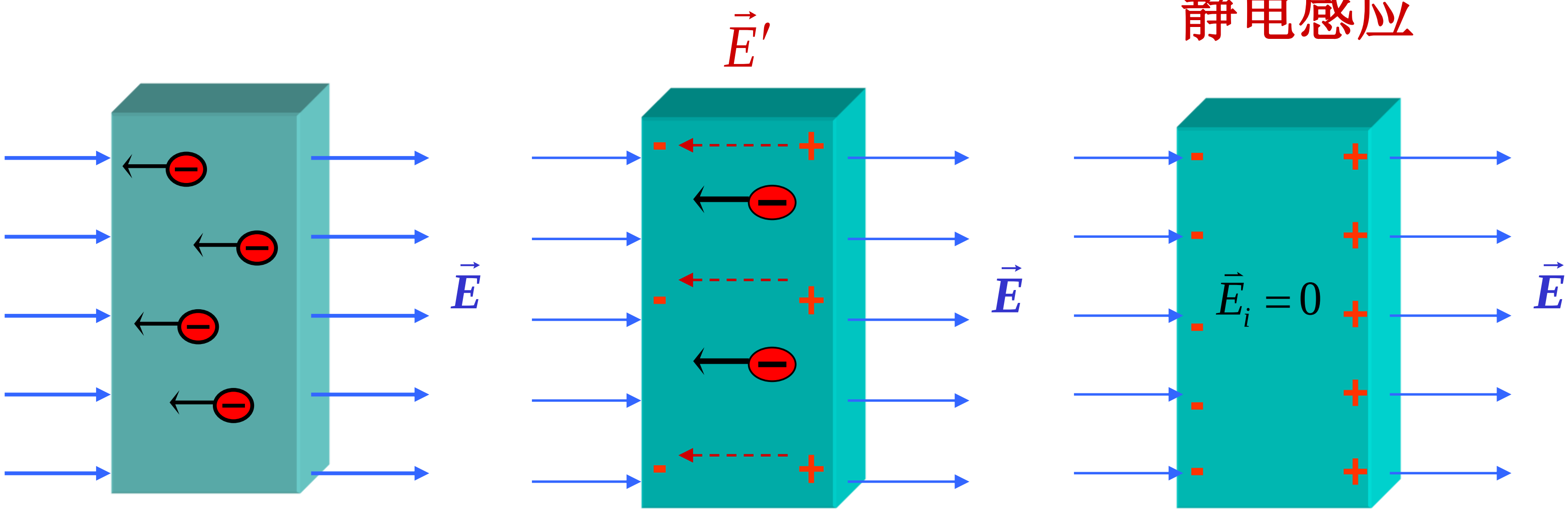
1° 导体内的自由电荷，在电场力作用下移动，从而改变原有的分布。

2° 电荷分布不同，影响电场分布。

(1) 静电平衡：

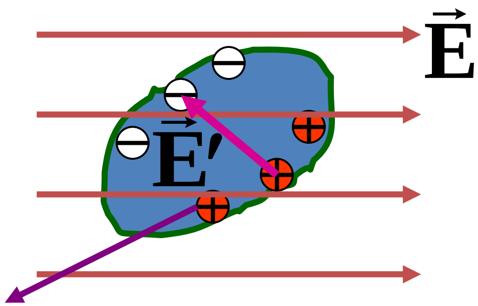
带电系统中，电荷静止不动，从而电场分布不随时间变化，则该系统达静电平衡。

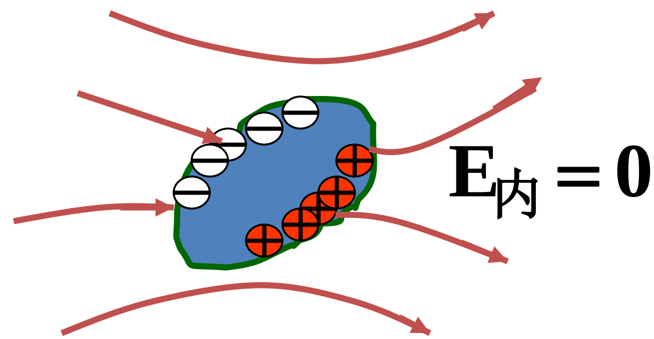
静电感应



$$\vec{E}_i = \vec{E} + \vec{E}' \qquad \vec{F} = q\vec{E}_i = -e\vec{E}_i$$

例如：在均匀场放入一导体的情况





表面出现感应电荷

电荷不动

电荷积累到一定程度 $E' = -E$

达静电平衡

导体的静电平衡状态：

导体的内部和表面都没有电荷作任何宏观定向运动的状态.

导体静电平衡条件：

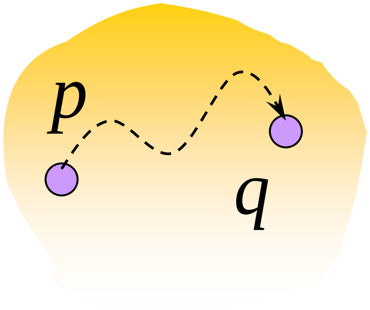
导体内任一点的电场强度都等于零

$$\boxed{\vec{E}_{内} = 0}$$

* 推论（静电平衡状态）

1） 导体为等势体，导体表面为等势面

证： 在导体上任取两点 p ， q



$$U_p - U_q = \int_p^q \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = 0$$

导体静电平衡条件： $\vec{E}_i = 0$

$$\boxed{U_p = U_q}$$

或 $\because$导体内任一点 $\mathbf{E=0}$ $\vec{E} = -\nabla U = 0$ $\therefore$ $\mathrm{U}_{体内}=$常量

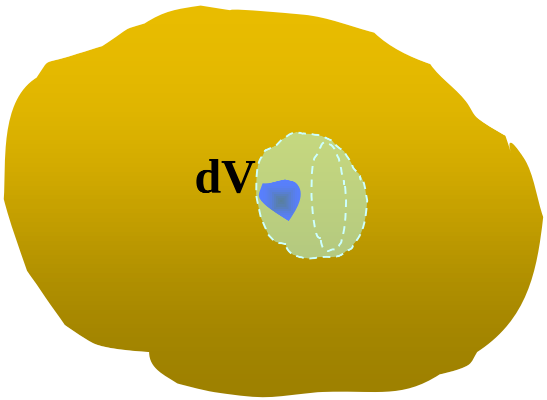
$\because$导体表面上任一点 $E_{切} = 0$， $E_{切} = -\dfrac{\partial U}{\partial l} = 0$

$\therefore$ $\mathrm{U}_{表面}=$常量

2） 导体表面任一点场强方向均与该处导体表面垂直

3. 导体上电荷的分布

1) 当带电导体处于静电平衡状态时，
导体内部处处没有净电荷存在（ρ=0），
电荷只能分布于导体的表面上.



证明：在导体内任取体积元 dV

由高斯定理 $$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

$$\because \quad \vec{E}_i=0, \quad \sum_i q_i=\iiint_V \rho dV=0$$

∵体积元 dv 任取 $$\rho=0$$

导体带电只能在表面！

2） 导体表面附近的场强方向与表面垂直，大小与该处电荷的面密度成正比.

在导体表面上任取面积元 ΔS，该处电荷面密度 σ

作底面积为ΔS的高斯圆柱面，轴线垂直ΔS

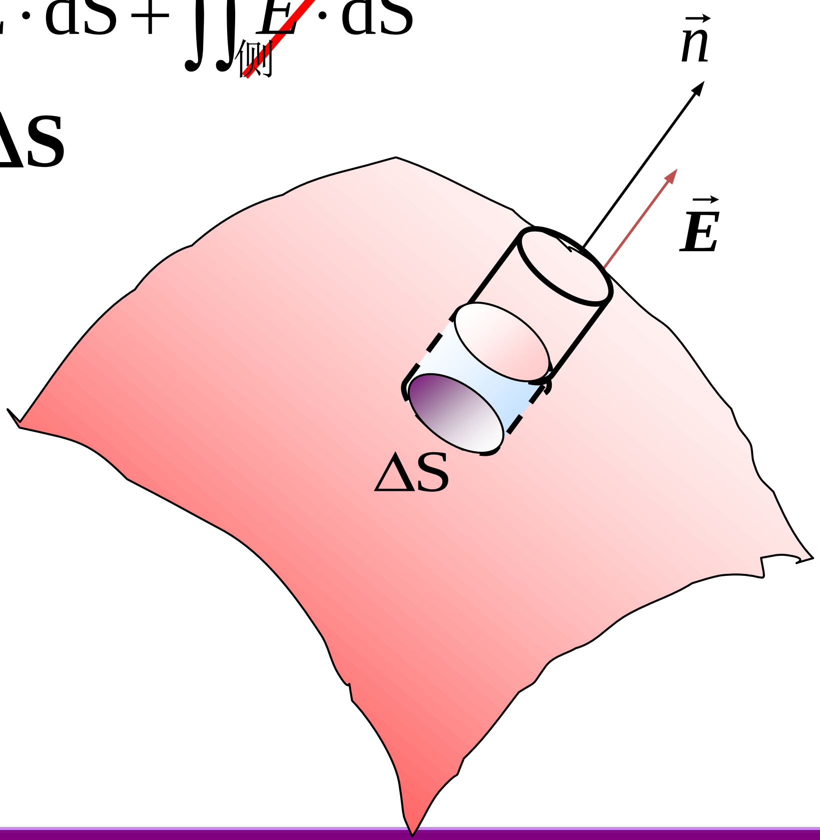
则有：

$$\oint\!\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iint_{上} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \cancelto{0}{\iint_{下} \vec{E}\cdot d\vec{S}} + \cancelto{0}{\iint_{侧} \vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

$$= \iint_{上} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \mathbf{E}\cdot\Delta \mathbf{S}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i = \frac{\sigma\cdot\Delta S}{\varepsilon_0} = \mathbf{E}\cdot\Delta \mathbf{S}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}}$$



注

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}}$$

即：导体表面上任一点的场强 E
正比于该点的电荷面密度σ

1) $\mathbf{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ 并不给出σ的分布。σ的分布一般比较复杂。

2)该点处的电场E是所有电荷产生的。

3) 电荷面密度与导体表面曲率的关系

一般导体电荷的分布与 $\begin{cases}\text{导体形状有关} \\ \text{附近其它带电体有关}\end{cases}$

孤立导体：在给定电荷情况下电荷分布有如下定性规律

（只和本身的形状有关）

实验结论：

孤立的带电导体，外表面各处的 $\sigma \propto \dfrac{1}{R}$

电荷面密度与该处曲率半径成反比

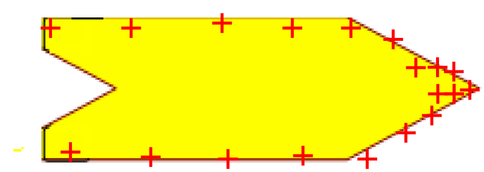
结论：

1）导体表面凸出而尖锐的地方（曲率较大）
电荷面密度较大

2）导体表面平坦的地方（曲率较小）
电荷面密度较小

3）导体表面凹进去的地方（曲率为负）
电荷面密度更小

$$E \propto \sigma \begin{cases} \text{表面尖端处，}E\text{较大} \\ \text{表面平坦处，}E\text{较小} \\ \text{表面凹进处，}E\text{最弱} \end{cases}$$



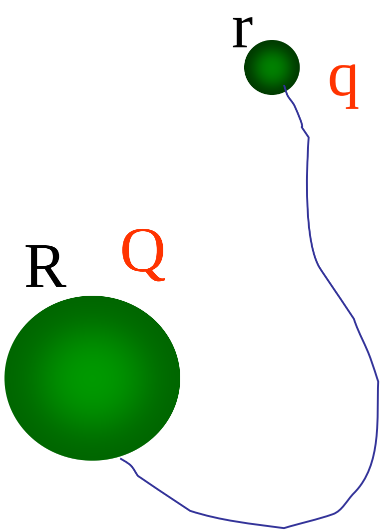
当曲率很大的尖端E→很强 ⟶ 尖端放电 （避雷针）

例：

$$U_R=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R},\qquad U_r=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$U_r=U_R=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$\frac{Q}{q}=\frac{R}{r},\qquad \frac{4\pi R^2\sigma_R}{4\pi r^2\sigma_r}=\frac{R}{r},\qquad \boxed{\frac{\sigma_R}{\sigma_r}=\frac{r}{R}}$$



大球σ_R小，小球σ_r大

导体处于静电平衡时的性质

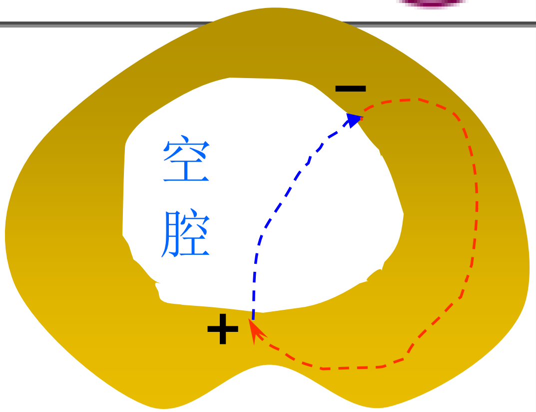
- 导体是等势体，导体表面是等势面；
- 导体内部没有净电荷，电荷只分布在导体表面上；
- 导体表面任一点场强方向均与该处导体表面垂直；
- 紧靠导体表面处的电场强度大小与该处电荷面密度σ成正比；

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- 孤立导体的电荷沿表面的分布与表面曲率有关。

6.2 空腔导体 (带电荷Q)

1　导体带电，腔内无其它带电体

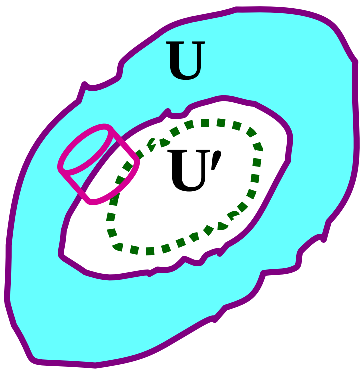


$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{沿电场线} \vec{E}_{腔}\cdot d\vec{l} + \int_{导体内} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$\int_{沿电场线} \vec{E}_{腔}\cdot d\vec{l} \neq 0, \qquad \int_{导体内} \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} \neq 0$$ (违反环路定理)

$\Longrightarrow$ $\mathbf{E}_{腔内}=\mathbf{0}$



如图取高斯柱面 S，则有：

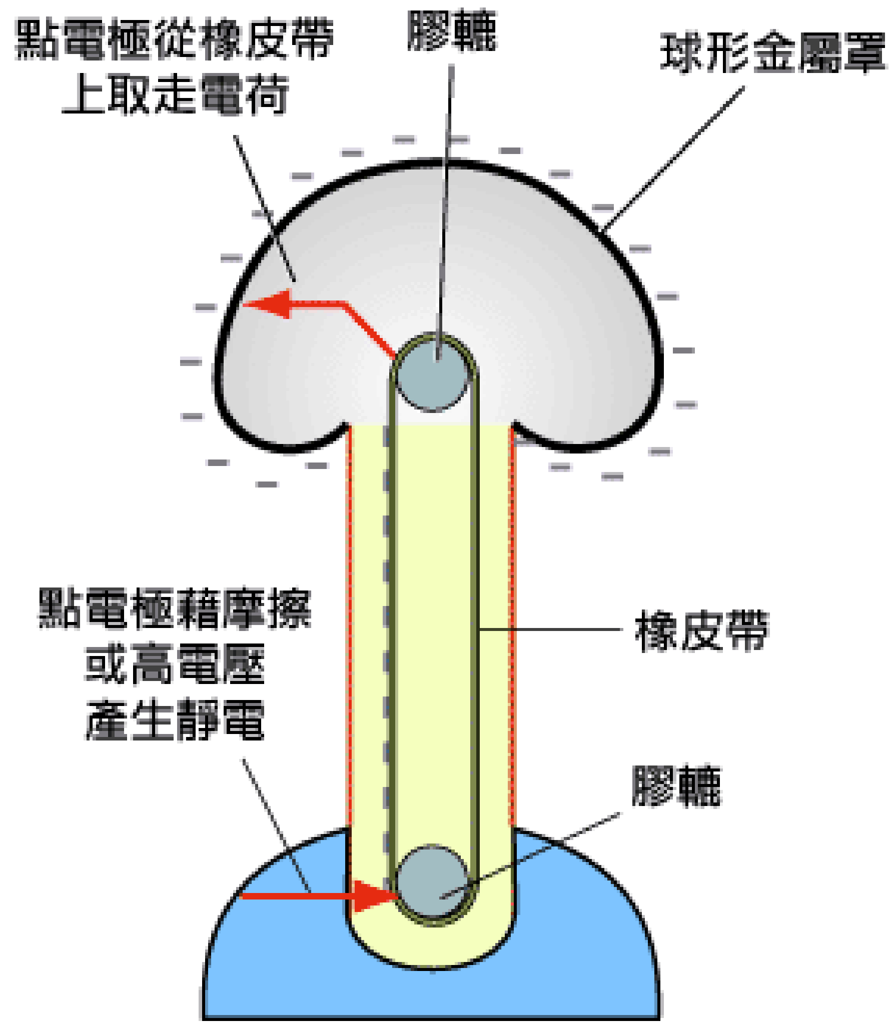
$$\boxed{\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0}$$ $$\boxed{\therefore \sum \mathbf{q_i} = \mathbf{0}}$$ → 内表面无净电荷

$\therefore$电荷全分布在导体外表面上。

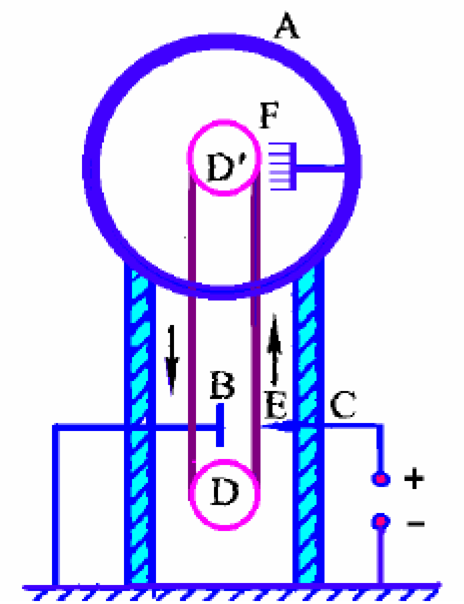
当导体腔内无其它带电体时，

在静电平衡状态下，导体空腔内各点的场强等于零，或空腔内的电势处处相等；空腔的内表面上处处没有电荷分布，电荷只分布在外表面上。

范德格拉夫起电机原理图



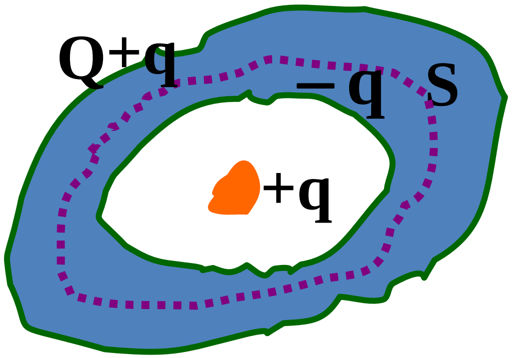
范德格拉夫起电机



范德格拉夫起电机球形罩上的电荷能产生超过一千万伏特的电压。在核物理实验中，如此高的电压可用来加速各种带电粒子，如质子、电子等。此外，这种起电机也可用来演示很多有趣的静电现象，如使头发竖立起来、产生电火花、用电风使「风车」旋转等。

2 空腔内有带电体的导体壳

设导体带电荷Q，空腔内有一带电体+q，
则导体壳内表面所带电荷与腔内电荷的代数和为0。



证明：在导体壳内作一高斯面S

由高斯定理：$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S}=0$

$$\therefore \sum_i q_i = 0$$

$$\sum_i q_i = q + q_{内} = 0$$

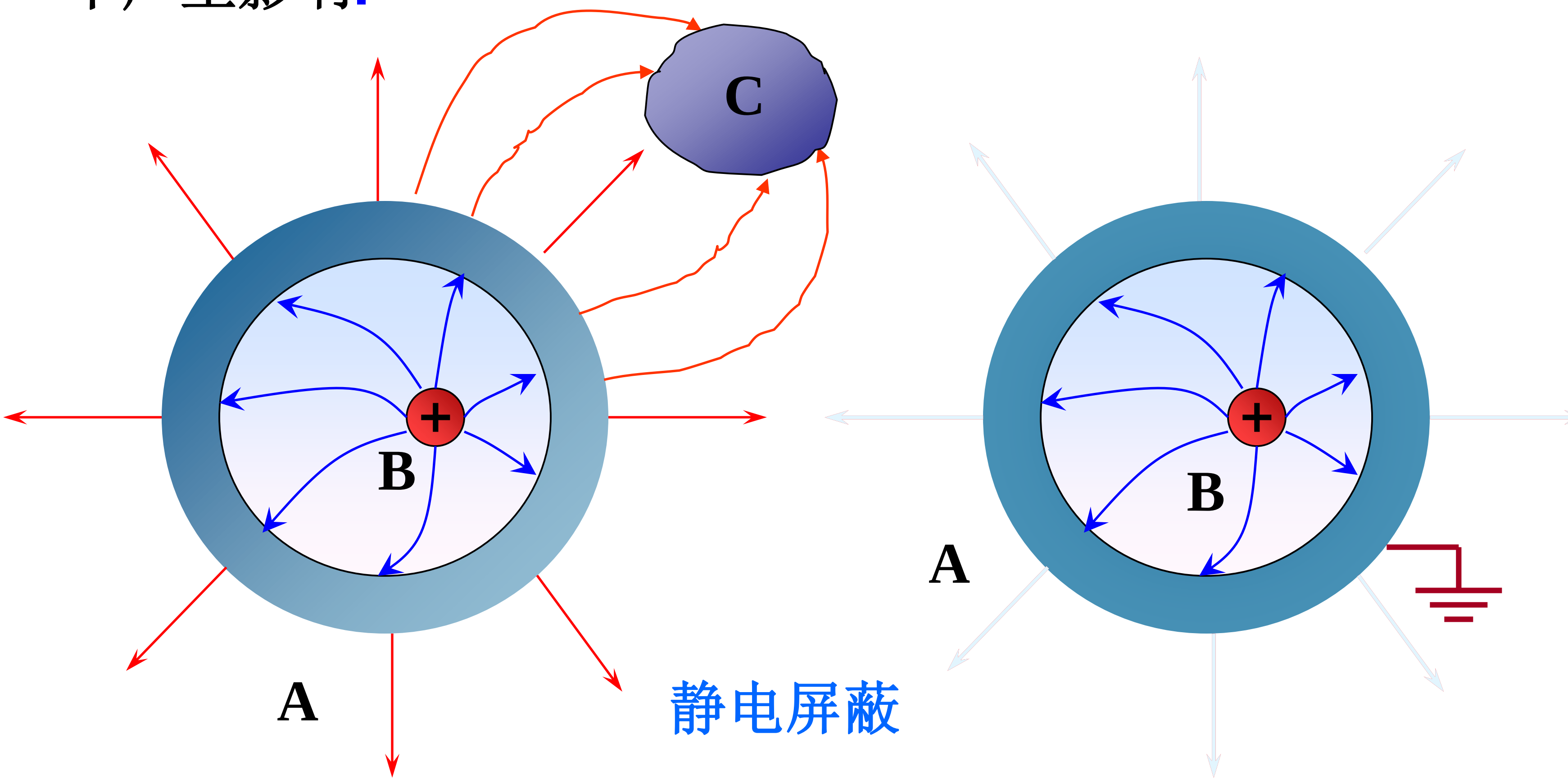
即：$q_{内} = -q$　　得证

由电荷守恒：　$q_{外} = Q + q$

在静电平衡状态

(1) 空腔导体, 外面的带电体不会影响空腔内部的电场分布;

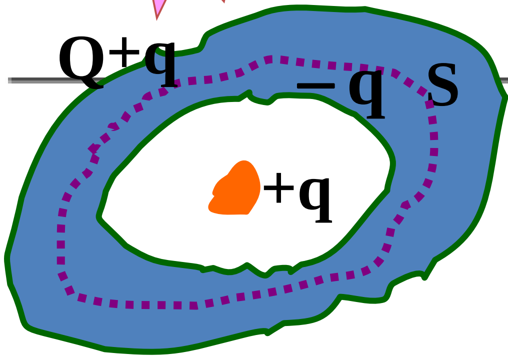
(2) 一个接地的空腔导体,空腔内的带电体对空腔外的物体不产生影响.



静电屏蔽

讨论

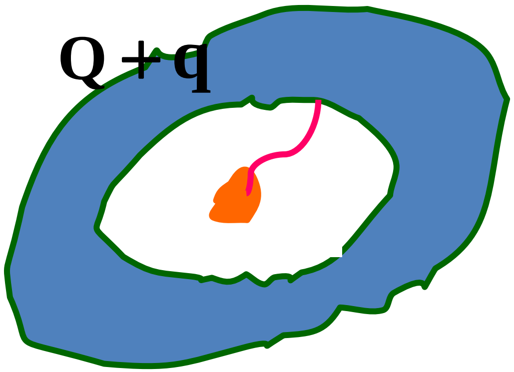
1° 腔内+q所处位置不同，对内外表面电荷分布及电场分布的影响。



$\sigma_{内}$改变，$E_{内}$改变，$q_{内} = -q$不变。

$\sigma_{外}$不变，$E_{外}$不变，$q_{外} = Q + q$不变。

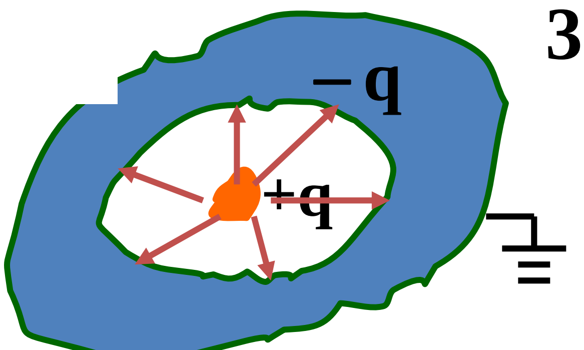
2° 若将腔内带电体与导体壳连接，会出现什么情况？



腔内无电荷分布：$E_{内}=0$

$\longrightarrow$ 屏蔽外场

3° 若将导体壳接地，又会出现什么情况？



$q_{外} = 0$　　导体壳外：$E_{外}=0$

$\longrightarrow$ 屏蔽内场

空腔导体的性质

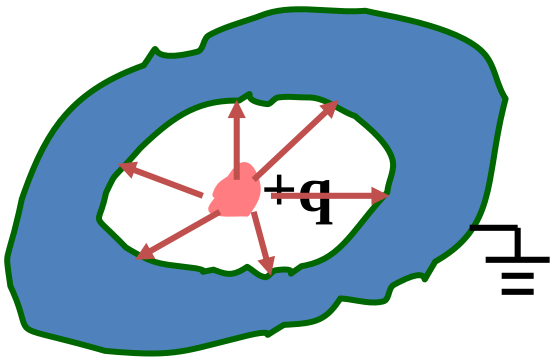
在静电平衡状态下，

1. 腔内无电荷、导体带电：导体内表面无电荷，导体空腔内各点的场强等于零,或空腔内的电势处处相等；空腔的内表面上处处没有电荷分布，电荷只分布在外表面上，外表面电荷按照自己的“几何因素”分布;
2. 腔内有带电体q、导体带电Q：内表面有感应电荷-q，外表面有Q+q电荷，按自己的“几何因素”分布；移动带电体，会改变内表面电荷的分布，不改变外表面电荷的原来分布；（如果外表面是球面，外表面Q+q是均匀分布的，不受内部电荷q的移动而变化）。

6.3 导体的静电平衡条件的应用

（以静电平衡为前提）

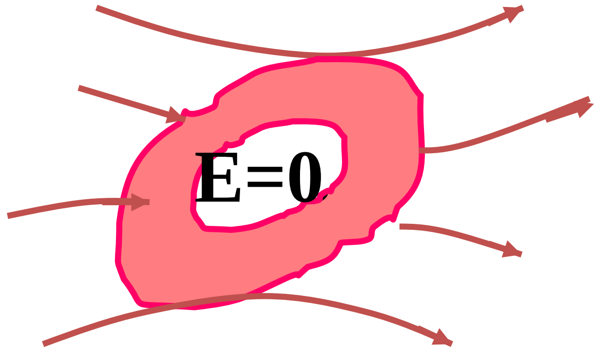
当腔内有带电体时，将壳接地，
腔内带电体的电场对壳外无影响



屏蔽内场

在外电场中，
导体壳内和腔内无电场，
腔内物体不会受外界影响

屏蔽外场



➢静电场中导体的应用：

（1）**静电屏蔽：** 导体空腔是否接地，屏蔽效果不同，导体空腔有时用金属网代替；

（2）**静电透镜：** 导体对电场分布具有调节控制作用；

（3）**尖端放电：** 据此制作避雷针；

（4）**均压服：** 防触电衣服；

（5）**Van der Graff起电机；**

（6）**电容及电容器。**

6.4 计算举例

有导体存在时静电场的计算

原则

1.静电平衡的条件 $\boldsymbol{E}_{\text{内}} = \boldsymbol{0}$ $U = \text{常量}$

2.基本性质方程

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

3.电荷守恒定律 $\sum_i q_i = \text{常量}$

例1 金属板面积为S，带电量为 q，近旁平行放置第二块不带电大金属板。

求： 1、求电荷分布和电场分布；

2、把第二块金属板接地，情况如何？

解： 1、电荷守恒定律

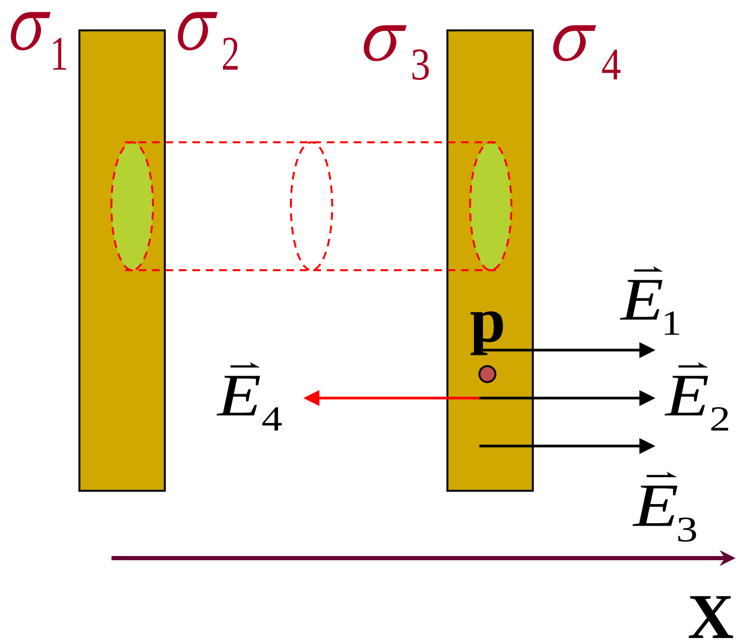
$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = q \qquad \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{q}{S}$$

$$\sigma_3 S + \sigma_4 S = 0 \qquad \sigma_3 + \sigma_4 = 0$$

根据高斯定理有：

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0} = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)\Delta s}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\sigma_2 + \sigma_3 = 0$$



P点的场强是四个带电面产生

$$E_p = E_1 + E_2 + E_3 - E_4 = 0$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 0, \qquad E_p = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

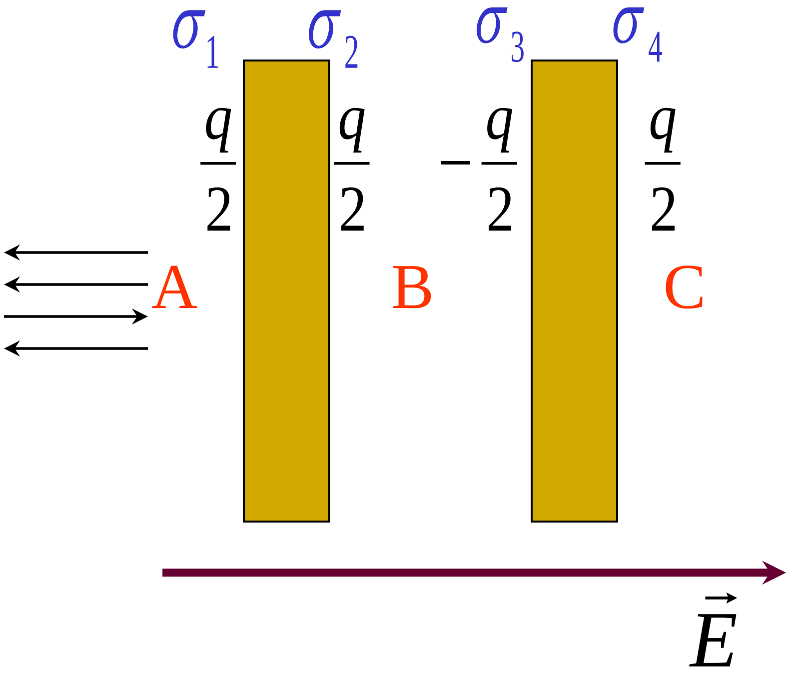
$$\sigma_1 = \frac{q}{2s}, \quad \sigma_2 = \frac{q}{2s}, \quad \sigma_3 = -\frac{q}{2s}, \quad \sigma_4 = \frac{q}{2s}$$

$$E_A = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}$$

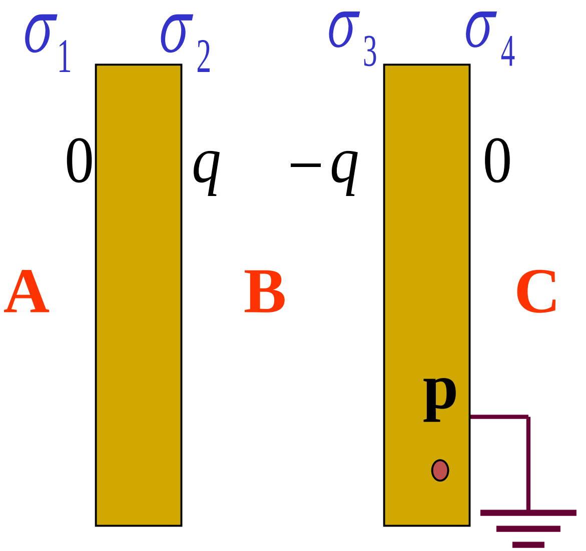
$$E_A = -\frac{q}{2\varepsilon_0 s}$$ 方向朝左

$$E_B = \frac{q}{2\varepsilon_0 s}$$ 方向朝右

$$E_C = \frac{q}{2\varepsilon_0 s}$$ 方向朝右



2、右板接地



$$\sigma_4 = 0 \qquad \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{q}{s}$$

高斯定理: $\sigma_2 + \sigma_3 = 0$

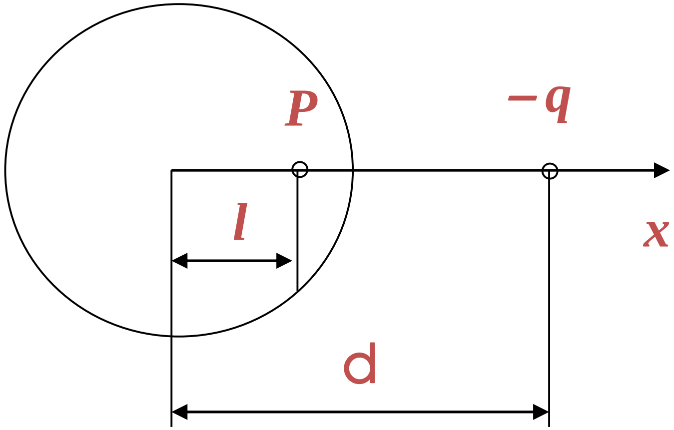
P点的合场强为零:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_1 = 0 \qquad \sigma_2 = \frac{q}{s} \qquad \sigma_3 = -\frac{q}{s} \qquad \sigma_4 = 0$$

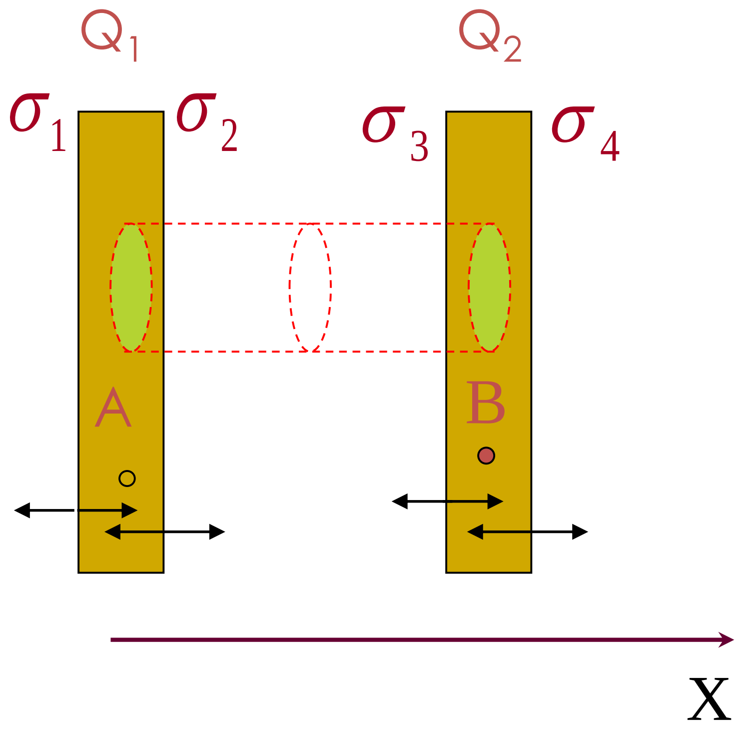
$$E_A = 0 \qquad E_B = \frac{q}{\varepsilon_0 s} \qquad E_C = 0$$

例2 一电量为$-q$的点电荷位于原来不带电的金属球外，距离为d，求在与球心距离为l的P点处由感应电荷产生的电场强度。



$$\vec{E}_{\pm q'} = -\vec{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (d-l)^2}\vec{i}$$

例3 金属板面积为S， Q_1, Q_2, d, 求 σ_1， σ_2， σ_3， σ_4， $U_1-U_2=?$



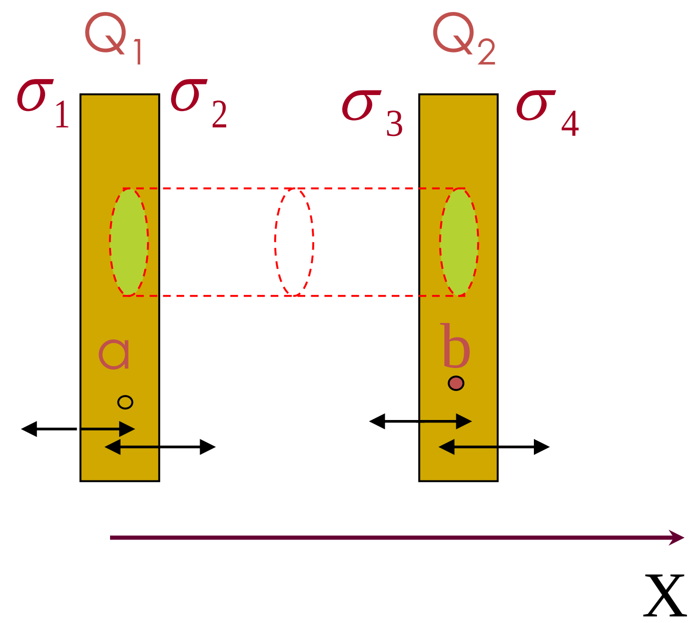
解：由对称性可知，每块板各表面电荷均匀分布，令电荷面密度分别为σ_1、σ_2、σ_3、和σ_4，相应电荷在空间产生的电场矢量分别为：

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\hat{n}_1,\ \vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{n}_2,\ \vec{E}_3 = \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}\hat{n}_3,\ \vec{E}_4 = \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}\hat{n}_4$$

在A板内任取一点a，两块带电板中的每个带电表面在a点的场强应该为0（静电平衡条件）

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4=0 \qquad (1)$$



同样b点场强为0：

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4=0 \qquad (2)$$

此外由A、B两板带电量知：

$$\sigma_1+\sigma_2=\frac{Q_A}{S} \qquad (3)$$

$$\sigma_3+\sigma_4=\frac{Q_B}{S} \qquad (4)$$

由（1）（2）（3）（4）可得：

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{Q_A+Q_B}}{\mathrm{S}},\ \sigma_2=-\sigma_3=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{Q_A-Q_B}}{\mathrm{S}}$$

讨论：

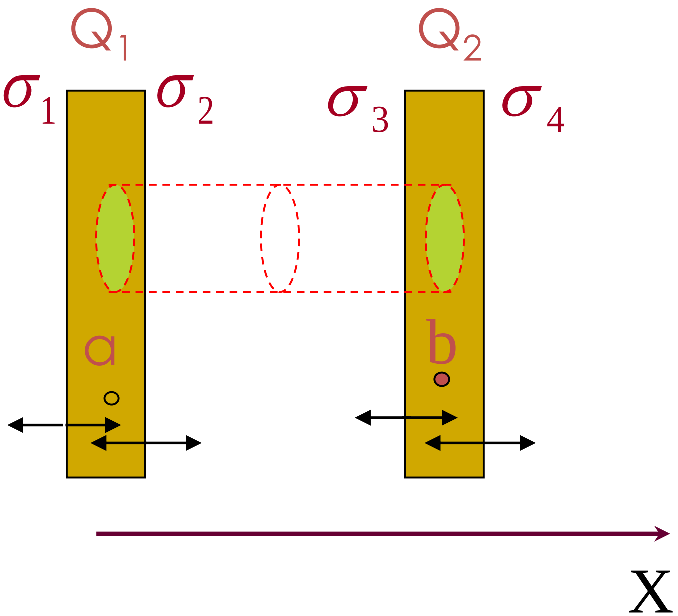
A）$\mathrm{Q_A}=\mathrm{Q_B}$时，$\sigma_1=\sigma_4=\frac{Q_A}{S}$，$\sigma_2=\sigma_3=0$

B）$\mathrm{Q_A}=-\mathrm{Q_B}$时，$\sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_A}{S}$，$\sigma_1=\sigma_4=0$

$$E = \left|\vec{E}_2 + \vec{E}_3\right| = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} = \frac{Q_A}{\varepsilon_0 S}$$

$$U = E\mathrm{d} = \frac{Q_A}{\varepsilon_0 S}\mathrm{d}$$

$$\boxed{\frac{Q_A}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{\mathrm{d}}} = C$$



- 作业：

  P355：T8.42 T8.45

7、电容、电容器

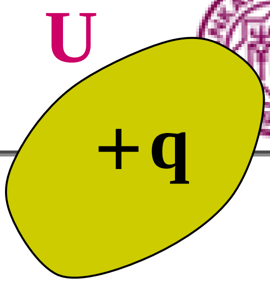
明确孤立导体的电容和电容器的概念

掌握电容器电容的计算方法

7.1 孤立导体的电容

孤立导体：在这个导体的附近没有其它导体和带电体。

电荷在导体表面的分布必须保证满足导体的静电平衡条件。对于孤立导体，电荷在导体表面的分布由导体的几何形状唯一确定。



若一孤立导体带电+q，(无穷远处为电势零点)

$$q_1 \to \vec{E}_1 \to U_1$$

$$q_2 \to \vec{E}_2 \to U_2$$

发现： $\dfrac{q_1}{U_1} = \dfrac{q_2}{U_2} = \cdots = C$ 即有： $\boxed{C = \dfrac{q}{U}}$

C = 比例常数 $\begin{cases} \text{与q、U无关；} \\ \text{与导体的尺寸形状有关。} \end{cases}$

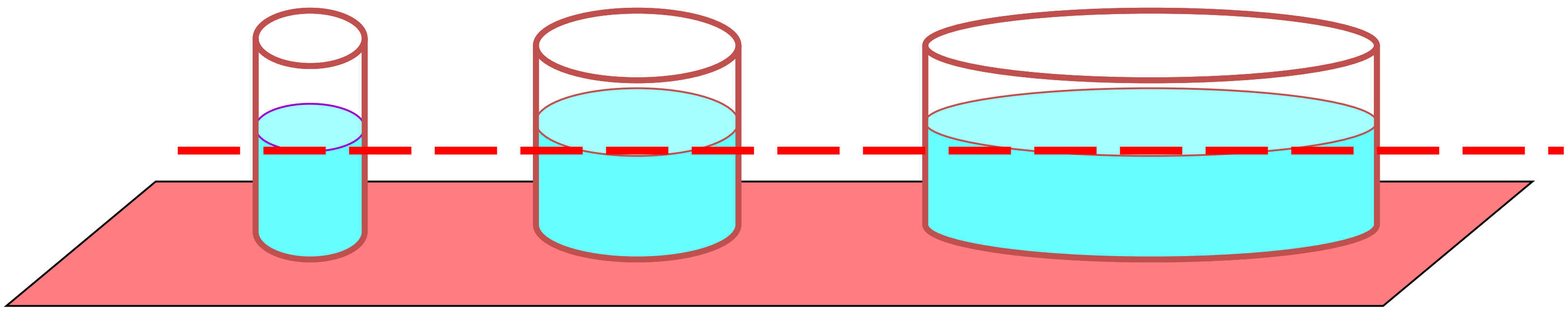
C：称为孤立导体的电容。 单位：F(法拉)

电容单位：$\frac{1\text{库仑}}{1\text{伏特}}=1\text{法拉}=10^{6}\mu F=10^{9}nF=10^{12}\text{p}F$

物理意义：导体每升高单位电位，所需要的电量。

导体不同，C就不同。

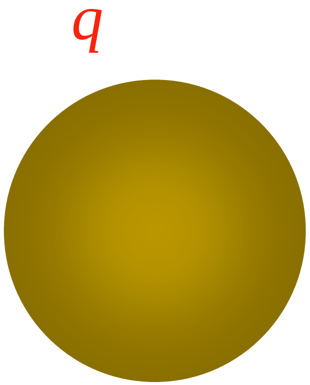
如同容器装水：



孤立导体电容的大小反应了该导体在给定电势的条件下储存电量能力的大小。

例：孤立带电导体球的电容，设球带电q。

$$U=\int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



由定义

$$\therefore \mathbf{C=\frac{q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R}$$

地球半径：　$R=6.4\times10^6 m$

$$\mathbf{C=700\times10^{-6}F=700\ \mu F}$$

7.2 电容器及其电容

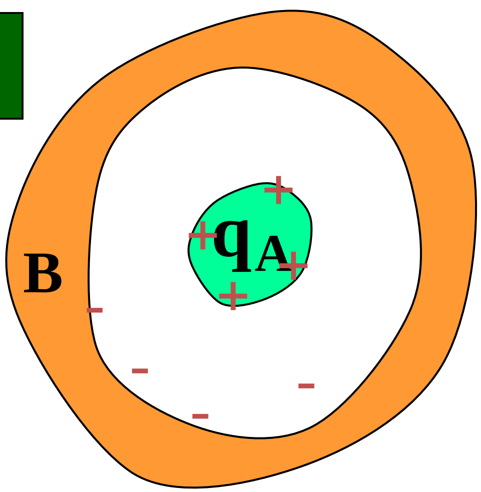
1）两导体间的电容

对于两个导体组成的导体组，当周围不存在其它导体或带电体而其中一个导体带电荷为q，另一个带电荷为－q时，这两导体间的**电势差U与电量的比值是一个恒量**。通常把这比值称为这两个导体构成的导体组的电容。

2）电容器

如何消除其它导体的影响？

静电屏蔽

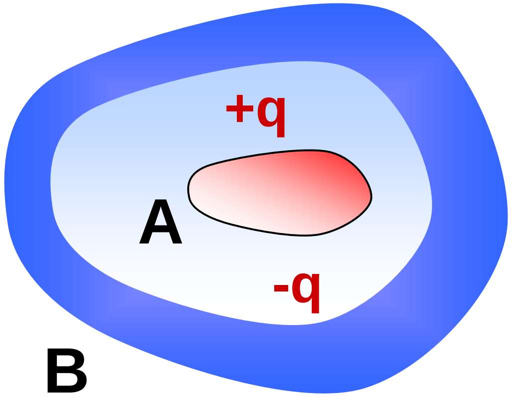


这种由A、B组成的导体系统 → 电容器

两个带有等量异号的导体组成的系统.

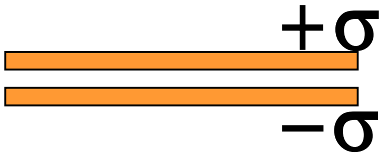
其电容为：$C_{AB}=\dfrac{q}{U_A-U_B}$ 或 $C=\dfrac{q}{\Delta U}$

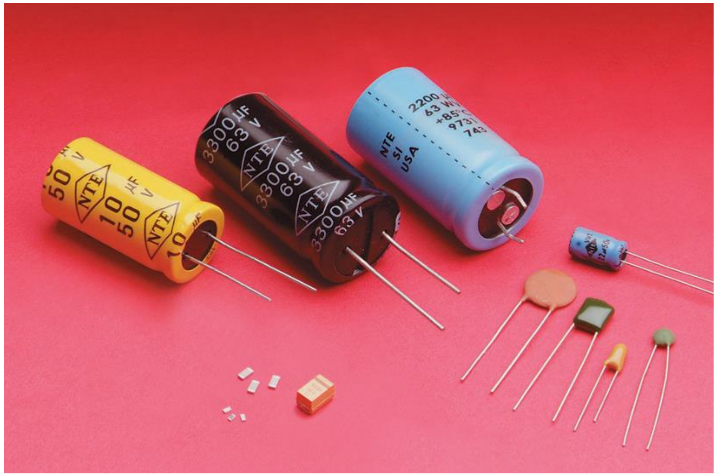
A B为电容器的两极板



注：组成电容器的两极导体，并不要求严格的屏蔽。只要两极导体的电位差，不受或可忽略外界的影响即可。

例如：一对靠的很近的平行平面导体板。





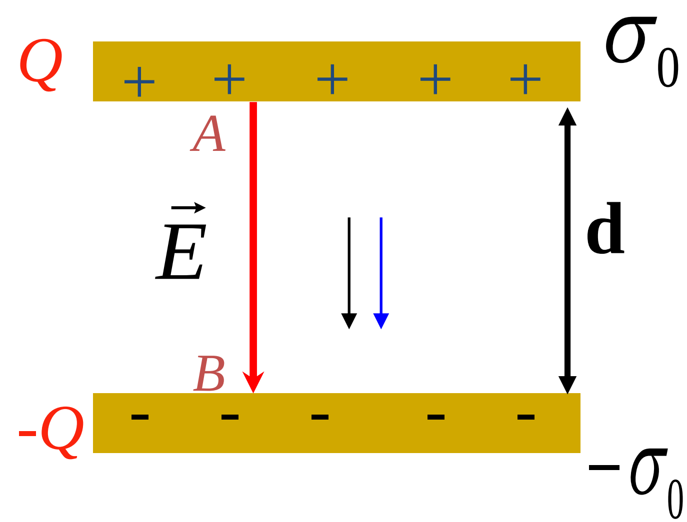
注:

电容器的电容与电容器的带电状态无关，与周围的带电体也无关，完全由电容器的几何结构决定。

电容的大小反映了当电容的两极间存在一定电势差时，极板上储存电量的多少。

几种常见电容器的电容:

(1) 平行板电容器的电容C



设：平行金属板的面积为S，间距为d，极板上带电荷q。

两极间任意点的电场：

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

两极间的电势差：

$$\Delta U = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot d = \frac{\sigma_0 d}{\varepsilon_0}$$

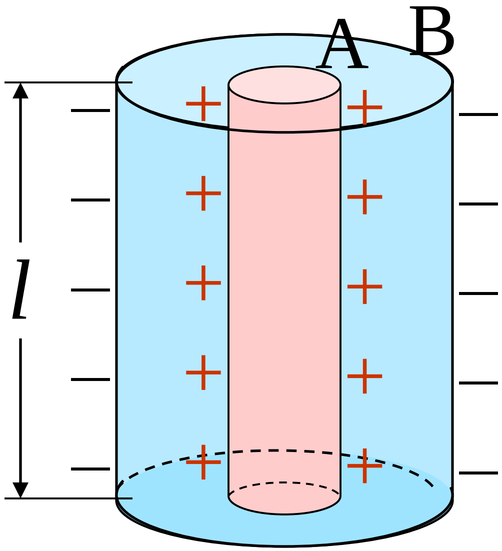
$$\therefore C = \frac{q}{\Delta U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$

C与q无关，只与结构 (S d ε)有关。

(2) 同轴圆柱形电容器的电容

两个半径R_A,R_B同轴金属圆柱面为极板($l >> R_B - R_A$)，假定极板带电Q。



（边缘效应不计，电场具有轴对称性）

极板间场强： $E = \dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}$　　$\eta_e = \dfrac{Q}{l}$

方向沿半径向外

极板间电势差：

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_A}^{R_B} E \cdot dr = \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_B}{R_A}$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{\eta_e l}{\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_B}{R_A}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln R_B/R_A}$$

（只与结构及ε有关,与Q无关）

$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln R_B/R_A}}$$

单位长度的电容： $C_1 = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln R_B/R_A}$

(2) 同轴圆柱形电容器的电容

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln R_B / R_A}$$

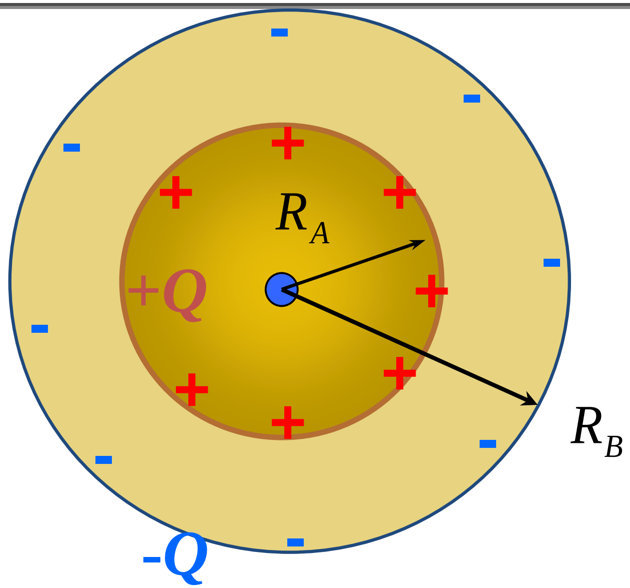
$$R_B = R_A + d$$

$$d/R_A \ll 1$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(1 + d/R_A)} \approx \frac{2\pi\varepsilon_0 l R_A}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

(3) 球形电容器的电容

两个半径R_A, R_B同心金属球壳组成



假定电容器带电+Q，-Q；

极板间电场是球对称的：

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ 方向：沿半径向外

极板间电势差：

$$U_{AB}=\int_{R_A}^{R_B}Edr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_A}^{R_B}\frac{1}{r^2}dr=\frac{Q(R_B-R_A)}{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}$$

$$\therefore C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_B-R_A}$$

$$\boxed{C=4\pi\varepsilon_0\frac{R_A R_B}{R_B-R_A}}$$

(3) 球形电容器的电容

$$R_B = R_A + d$$

$$d/R_A \ll 1$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_A^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$$

$$R_B \gg R_A$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B(1 - \frac{R_A}{R_B})} = 4\pi\varepsilon_0 R_A$$

归纳：求电容器电容的方法

设极板带电荷Q →求极板间E→求极板间ΔU→ $C = \dfrac{Q}{\Delta U}$

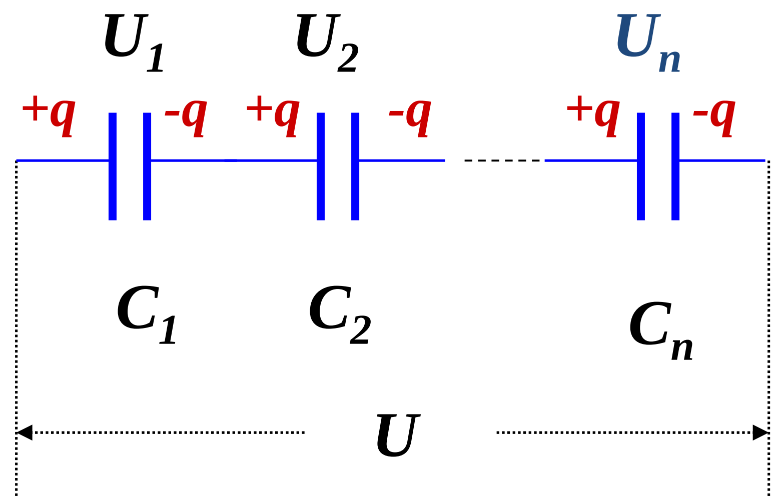
7.3 电容器的串、并联

A 电容器的串联

$$U_1=\frac{q}{C_1} \qquad U_2=\frac{q}{C_2}$$

$$\vdots$$

$$U_n=\frac{q}{C_n}$$



$$U=U_1+U_2+\cdots+U_n=q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}\right)$$

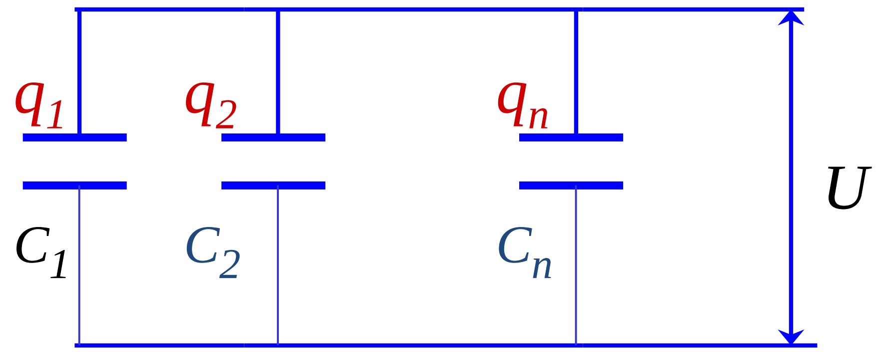
$$\because \quad U=\frac{q}{C} \qquad \therefore \quad \boxed{\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}}$$

B　电容器的并联

$$q_1 = C_1 U \qquad q_2 = C_2 U$$

$$\vdots$$

$$q_n = C_n U$$



$$q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n \quad = (C_1 + C_2 + \cdots + C_n) U$$

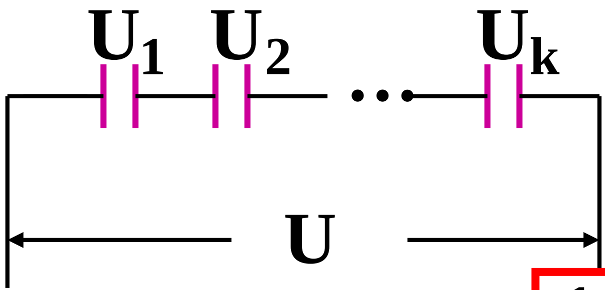
$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

(1)衡量一个实际的电容器的性能主要指标 $\begin{cases} \text{C的大小} \\ \text{耐压能力} \end{cases}$

常用电容：100μF25V、470pF60V

(2)在电路中，一个电容器的电容量或耐压能力不够时，可采用多个电容连接：

若增强耐压，可将多个电容串联：

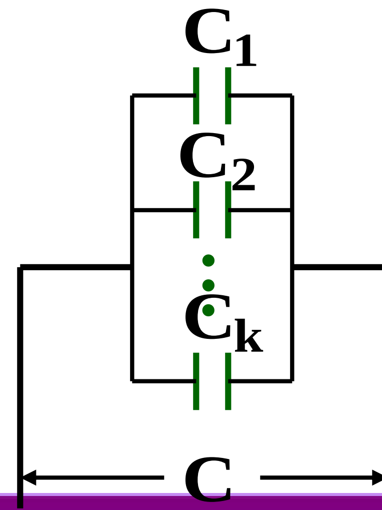


耐压强度： $U=U_1+U_2+\cdots+U_K$

但是电容减小： $\boxed{\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\cdots+\dfrac{1}{C_k}}$

如增大电容，可将多个电容并联：

$\boxed{C=C_1+C_2+\cdots+C_k}$



关于电容器的两点说明:

1）电容器是一种特制的两导体系统

利用空腔导体的屏蔽作用使空腔内的电场分布仅由电容器的两电极的几何形状和相对位置决定；

电容器两极板的电量一定是等量异号的；

电容器的电量就是任一极板上的电量。

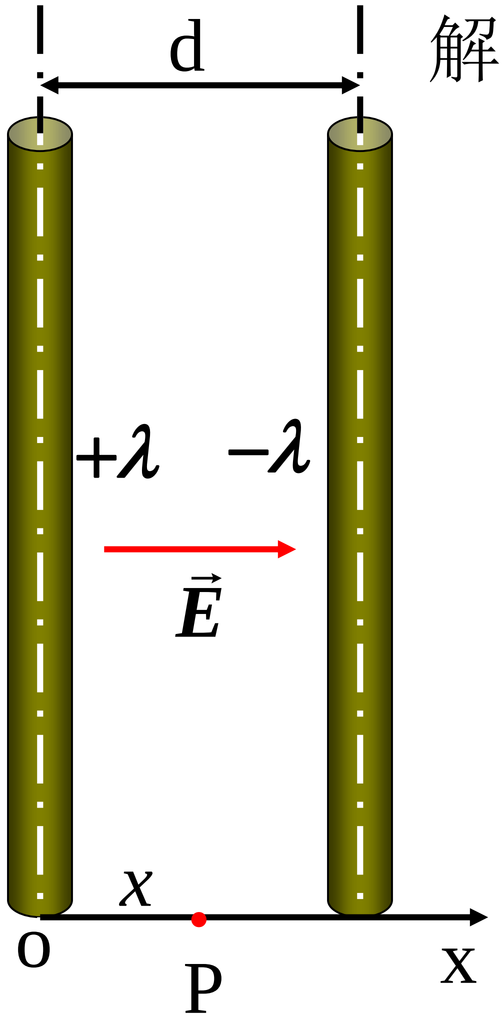
2）任意导体组，当导体带电并达到静电平衡时，每个导体上有一定的电荷分布，有一定的总电量和一定的电势

根据叠加原理，若各个导体的电量都增加若干倍，静电平衡条件并不破坏，这时空间的场强亦增加若干倍，各个导体的电势亦相应增加若干倍。

其中任意两个导体之间都有电容，但任意两导体间的电容并不完全取决与自己的几何形状和相对位置，而是与其它导体都有关系。

在这种情况下，任意两导体之间都有电容，但一般不称这两个导体为电容器。

例1. 半径都是a 的两根平行长直导线相距为d (d>>a),
求单位长度的电容。



解：设导线表面单位长度带电+ λ, –λ

两线间任意P点的场强：

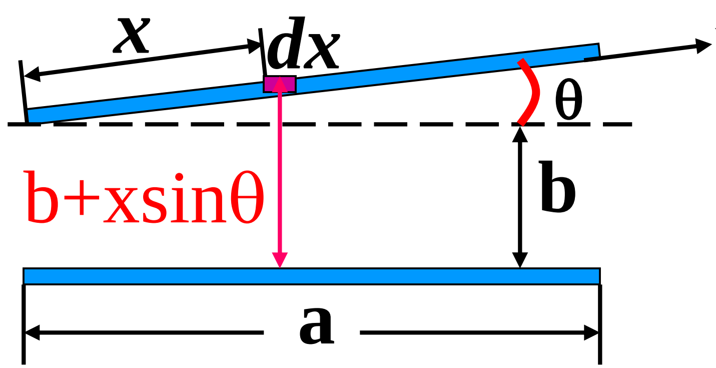
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o (d-x)}$$

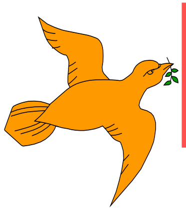
$$U = \int_a^{d-a} E dx = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_o}\ln\frac{d-a}{a} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_o}\ln\frac{d}{a}$$

单位长度的电容：

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\lambda \cdot 1}{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{d}{a})} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln(\frac{d}{a})}$$

例2. 一电容器两极板都是边长为a的正方形金属平板，但两板不严格平行有一夹角θ。证明：当 $\theta \ll \frac{b}{a}$ 时，该电容器的电容为：$C \approx \varepsilon_o \frac{a^2}{b}\left(1-\frac{a\theta}{2b}\right)$ 忽略边缘效应





$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

证明： 整体不是平行板电容器

但在小块面积 adx 上，可认为是平行板电容器,其电容为：

$$dC=\frac{\varepsilon_o adx}{b+x\sin\theta}$$

$$C=\int dC=\int_o^a \frac{\varepsilon_o adx}{b+x\sin\theta}=\frac{\varepsilon_o a}{\sin\theta}\ln(1+\frac{a}{b}\sin\theta)$$

$$\because \theta \ll \frac{b}{a} \qquad \sin\theta \ll \frac{b}{a} \qquad 则：\frac{a}{b}\sin\theta \ll 1$$

$$\ln(1+\frac{a}{b}\sin\theta)=\frac{a}{b}\sin\theta-\frac{1}{2}(\frac{a}{b}\sin\theta)^2+\cdots$$

$$\therefore\ C=\frac{\varepsilon_o a^2}{b}(1-\frac{1}{2}\frac{a}{b}\sin\theta)=\frac{\varepsilon_o a^2}{b}(1-\frac{a\theta}{2b})$$ 证毕

The end!