例3：一长直导线中通有电流*I*,在其附近有一长为*l*的金属棒*MN*，水平放置，以速度*v*下落。已知*I, a, l*.

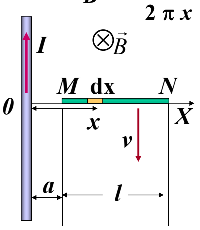
求：*t*秒末导线两端电位差。

解：根据： $\varepsilon = \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$$\varepsilon = \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_M^N vB\mathrm{d}l$$

$$= \int_a^{a+l} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} gtdx$$

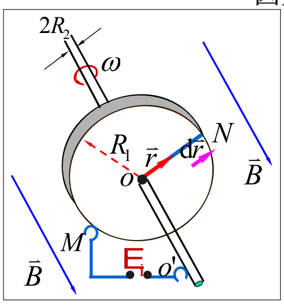
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} gt \ln \frac{a+l}{a}$$



ε 的方向：$M \to N$　*N*点电势高。

例 4　圆盘发电机，一半径为R_1的铜薄圆盘，以角速率 ω，绕通过盘心垂直的金属轴 *O*转动，轴的半径为R_2，圆盘放在磁感强度为 $\vec{B}$的均匀磁场中，$\vec{B}$ 的方向亦与盘面垂直. 有两个集电刷*a*，*b*分别与圆盘的边缘和转轴相连. 试计算它们之间的电势差，并指出何处的电势较高.

解　（方法一）



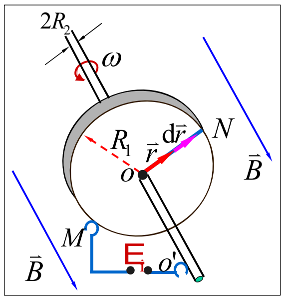
因为 $d << R_1$，所以不计圆盘厚度.

如图取线元 $\mathrm{d}\vec{r}$

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= v B \mathrm{d}r = r\omega B\,\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = vB\mathrm{d}r = r\omega B\mathrm{d}r$$

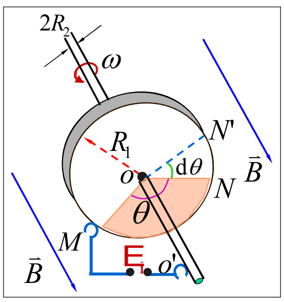


$$\mathcal{E}_i = \int_{R_1}^{R_2} r\omega B\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{2}\omega B(R_1^2 - R_2^2)$$

圆盘边缘的电势高于中心转轴的电势.

（方法二）　取一虚拟的闭合回路 *MNOM* 并取其绕向与$\vec{B}$相同 .

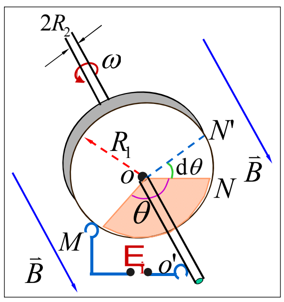


则

$$\Phi = B\frac{\theta}{2\pi}\pi(R_1^2 - R_2^2)$$

$$= \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\theta$$

设 $t=0$ 时点 *M* 与点 *N* 重合即 $\theta = 0$



则 t 时刻 $\theta = \omega t$

$$\Phi = \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\omega t$$

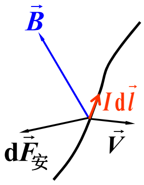
$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\omega$$

盘缘的电势高于中心

三． 能量关系

$\mathrm{d}\vec{l}$移动 $\rightarrow \mathrm{d}\varepsilon_{动}$



电功率：$\mathrm{d}P_{电} = I\mathrm{d}\varepsilon_{动}$

$= I(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

安培力功率：$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}$

$\mathrm{d}P_{安} = \mathrm{d}\vec{F}_{安}\cdot\vec{V} = (I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B})\cdot\vec{V}$

$= -I\vec{V}\cdot(\vec{B}\times\mathrm{d}\vec{l})$

$= -I(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\mathrm{d}P_{电}$

$\mathrm{d}P_{电} + \mathrm{d}P_{安} = 0$

若 $\mathrm{d}P_{电} > 0$（$\varepsilon_{动}$与 I 一致），则 $\mathrm{d}P_{安} < 0$，外力克服安培力作正功，机械能→电能（发电机）；

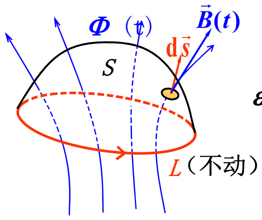
若 $\mathrm{d}P_{电} < 0$（$\varepsilon_{动}$与 I 相反），则 $\mathrm{d}P_{安} > 0$外部电源克服$\varepsilon_{动}$作正功，电能→机械能（电动机）。

洛仑兹力起到了能量转换的桥梁作用。

发电机是法拉第定律在现代生活中的重要应用

10.3 感生电动势和感生电场

一． 感生电动势 （Induced emf）



如图，L不动，$\vec{B}$变 $\rightarrow \varepsilon_{感}$

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

$$= -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

符号规定：Φ 的正向与L的绕向成右螺旋关系，由此定出 $\mathrm{d}\vec{s}$ 法线的正向。

二． 感生电场 （induced electric field）

实验表明，$\varepsilon_{感}$与导体回路的材料无关。

麦克斯韦（Maxwell）提出:变化的磁场可以激发非静电性质的电场 — 感生电场$\vec{E}_{感}$。

$$\boxed{\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}}$$

感生电场是非保守场— 有旋电场（curl electric field），它不存在相应的“势”的概念。

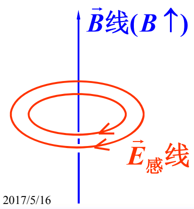
研究一个矢量场，必须搞清它的环量和通量。

$\vec{E}_{感}$的通量如何呢？

Maxwell假设：$\vec{E}_{感}$ 线闭合，即：

$$\boxed{\oint_S \vec{E}_{感}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = 0}$$

这已被实验证实。



$\vec{E}_{感}$线与$\vec{B}$线是相互套联的

$$\varepsilon_{感应} = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_l \vec{E}_{感}\bullet d\vec{l} = -\iint_s \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{s}$$

$\oiint_S \vec{E}_{感}\cdot d\vec{S} = 0$ （无源场）

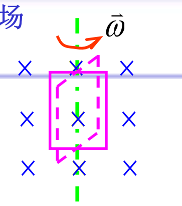
它揭示了电场和磁场是相联系的。变化磁场激发的感生电场沿任一闭合回路的线积分一般不等于零。

说明：1）有旋电场是变化的磁场激发的；2）感生电场不是保守力场，其电场线既无起点也无终点，永远是闭合的，象旋涡一样。因此，通常把感生电场称为有旋电场。3）感生电场同样对电荷有力的作用。产生感生电动势的非静电场E_k 正是感生电场（非静电力） 。

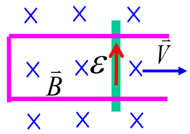
感生电动势和感应涡旋电场

- 感生电动势

穿过导体回路的磁通量发生变化时，在回路中产生的感应电动势称为感生电动势.



实验发现这个感生电动势的大小、方向与导体的种类和性质无关，仅由变化的磁场本身引起。Maxwell 敏锐地感觉到感生电动势的现象预示着有关电磁场的新的效应。



即使不存在导体回路，变化的磁场在其周围空间也激发一种电场，它提供一种非静电力能产生 $\mathcal{E}$ ，这电场叫做涡旋电场。

涡旋电场、位移电流都是奠定电磁场存在的理论基础。

- 涡旋电场（从电磁感应定律寻求涡旋电场与变化磁场的关系）

电源电动势的定义 $\varepsilon = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$

$$\varepsilon_r = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\varepsilon_r = \oint_L \vec{E}_r \cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \oint_L \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\because \oint_L \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = 0$　$\vec{E}_c$ 库仑场　$\vec{E}_r$ 感应电场 有旋电场

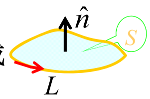
$$\therefore \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \qquad \vec{E} = (\vec{E}_c + \vec{E}_r)$$

＊ 显然，涡旋电力线是无头无尾的闭合曲线，所以称之为有旋电场。类似于磁力线。

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \qquad \oint_L \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

＊ 涡旋电场永远和磁感应强度矢量的变化连在一起。

＊ S 面是 L 曲线所包围的面，L的绕行方向与 S 面的法线方向成右手螺旋关系。



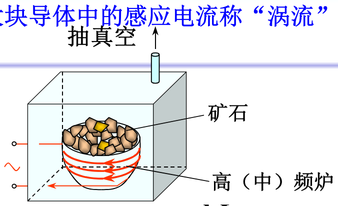
感生电场和静电场的对比

感生电场	静电场
非保守场	保守场
$\oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$	$\oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0$
由变化的磁场产生	由电荷产生

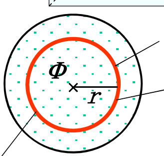
涡流（eddy current）　大块导体中的感应电流称“涡流”。

▲ 热效应

电磁冶炼：



电磁淬火：



导体⊥板面

$\vec{B}$ ⊥板面

$\varepsilon \propto \dfrac{d\Phi}{dt} \propto r^2$

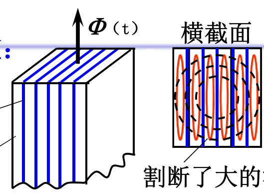
电阻 $R \propto r$

涡电流 $i = \varepsilon / R \propto r$

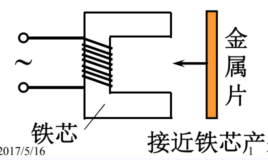
单位长度上的发热功率 $P_{热} \propto i^2 \propto r^2$

越外圈发热越厉害，符合表面淬火的要求。

减小涡流的措施：



▲电磁效应（用于控制）



接近铁芯产生涡流

如：无触点开关

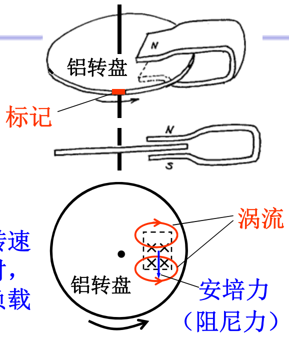
感应触发

磁场抑制

▲ 机械效应

电磁阻尼：

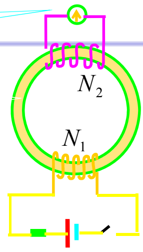
电度表的阻尼原理



依靠该阻尼效应精确控制转速
阻尼力矩与转动力矩相等时，铝盘不增速；铝盘转速与负载功率成正比

例题 用感应电动势测铁磁质中的磁感应强度

冲击电流计的最大偏转与通过它的电量成正比



S表示环的截面积 铁磁样品做的环

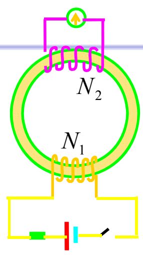
当合上N_1线圈的开关，电流增大，它在铁环中的磁场增强，在N_2线圈中有感应电动势产生。

$$\because |\varepsilon| = \frac{d\Psi}{dt} = N_2\frac{d\Phi}{dt} = N_2 S\frac{dB}{dt}$$

N_2线圈的总电阻是R，产生的电流为：

$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{N_2 S}{R}\cdot\frac{dB}{dt}$$

N_1线圈电流增大到 I 所需时间为 τ ，则在同一时间内通过N_2回路的电量为：



$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{N_2 S}{R}\cdot\frac{dB}{dt}$$

$$q = \int_o^{\tau} i\cdot dt = \int_o^{\tau}\frac{N_2 S\cdot dB}{R\cdot dt}\cdot dt = \frac{N_2 SB}{R}$$

$$\therefore B = \frac{qR}{N_2 S}$$

用冲击电流计测量 q 就可算出磁感应强度。

这是一种测量磁介质中磁感应强度的方法。

其他电磁感应的应用：古老窃听器的原理，大电流保护器

感生电场的计算

1. 原则

$$\oint_L \vec{E}_{感生}\cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{感生}$具有某种对称性才有可能计算出来

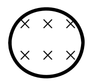
2. 特殊

空间均匀的磁场被限制在圆柱体内，磁感强度方向平行柱轴，如长直螺线管内部的场。

磁场随时间变化 则

感生电场具有柱对称分布

$\vec{B}(t)$



感生电场对称性的分析

限制在圆柱内的空间均匀的变化磁场

建柱坐标系

$$\vec{E}_{感生} = E_r\hat{r} + E_\phi\hat{\phi} + E_z\hat{z}$$

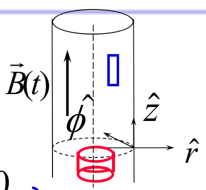
作正柱面，如图

$$\oint_S \vec{E}_{感生}\cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow E_r = 0$$

作矩形回路，如图

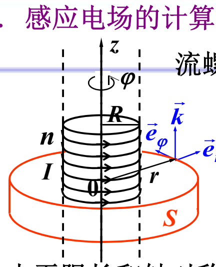
$$\oint_L \vec{E}_{感生}\cdot d\vec{l} = -\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \Rightarrow E_z = 0$$

$$\vec{E}_{感生} = E_\phi\hat{\phi}$$



四、感应电场的计算举例

已知：无限长直载流螺线管 n、R、$I=\alpha t$，α=const。



求：$\vec{E}_{感}$

解：无限长直载流螺线管有：

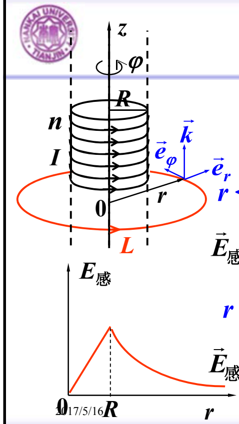
$$\vec{B} = \begin{cases}\mu_0 nI\cdot\vec{k}, & r<R\\ 0, & r>R\end{cases}$$

由无限长和轴对称条件，应有 $\vec{E}_{感} = \vec{E}_{感}(r)$。

由 $\oint_S \vec{E}_{感}\cdot d\vec{s} = 0$，有 $E_{感r}(r) = 0$。

由对称性分析（见上页）

故应有：$E_{感z}(r) = 0$。



综上述，应有：

$$\vec{E}_{感}(r) = E_{感\varphi}(r)\vec{e}_{\varphi} \overset{令}{=} E_{感}\vec{e}_{\varphi}$$

$$\oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} = E_{感}\cdot 2\pi r = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$r<R$: $\Phi = B\cdot\pi r^2 = \mu_0 n\alpha t\cdot\pi r^2$

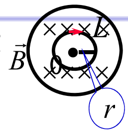
$$\vec{E}_{感} = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\Phi}{dt}\cdot\vec{e}_{\varphi} = -\frac{1}{2}\mu_0 n\alpha\, r\vec{e}_{\varphi} \propto r$$

$r>R$: $\Phi = B\cdot\pi R^2 = \mu_0 n\alpha\, t\cdot\pi R^2$

$$\vec{E}_{感} = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\Phi}{dt}\cdot\vec{e}_{\varphi} = -\frac{\mu_0 n\alpha R^2}{2r}\vec{e}_{\varphi} \propto \frac{1}{r}$$

五、特殊情况下感生电场的计算

空间均匀的磁场限制在半径为 R 的圆柱内， $\vec{B}$ 的方向平行柱轴



且有 $\boxed{\frac{dB}{dt} = c}$

求：$E_{感生}$分布

解：设场点距轴心为r，根据对称性，取以o为心，过场点的圆周环路 L

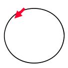
$$\oint_L \vec{E}_{感生}\cdot d\vec{l} = E_{感生}2\pi r \overset{由法拉第电磁感应定律}{=} -S\frac{dB}{dt}$$

$$\boxed{E_{感生} = -\frac{S}{2\pi r}\frac{dB}{dt}}$$

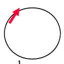
$r<R \quad S=\pi r^2 \longrightarrow \boxed{E_{感生} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}}$

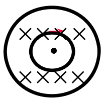
$r>R \quad S=\pi R^2 \longrightarrow \boxed{E_{感生} = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}}$

$\frac{dB}{dt}>0 \qquad \varepsilon_i<0$



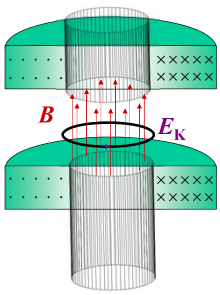
$\frac{dB}{dt}<0 \qquad \varepsilon_i>0$

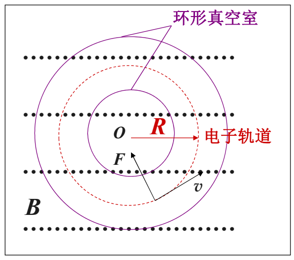




讨论

电子感应加速器





1947年世界第一台 70MeV

电子感应加速器

基本原理

带电粒子在交变的非均匀磁场中运动时，将受到两方面的作用力：

(一)感生电场的切向加速作用力

(二)指向环心的洛仑兹力。

特殊条件 $\boxed{\begin{array}{l} E_{感生} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \\ E_{感生} = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt} \end{array}}$

- 切向的感生电场力：

$$E_v = \frac{r}{2}\frac{d\vec{B}}{dt} \Rightarrow F_\tau = eE_v = \frac{er}{2}\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}$$

- 径向的洛伦兹力：

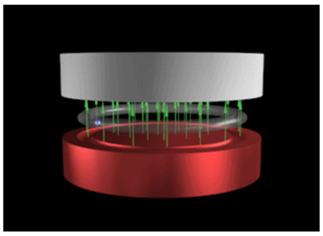
$$f = Bqv = B_r qv = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow mv = erB_r \Rightarrow er\frac{dB_r}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}$$

- 于是： $B_r = \frac{1}{2}\overline{B}$

- 即：电子运动处的磁感应强度应等于该路径所围面积内磁感应强度的一半。

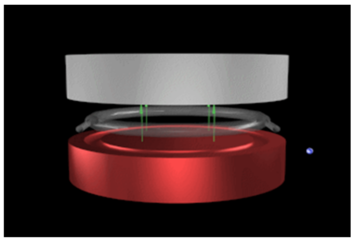
直流电激励电磁铁：

此时环行真空室中只有恒定的磁场，电子在室内只做匀速圆周运动。



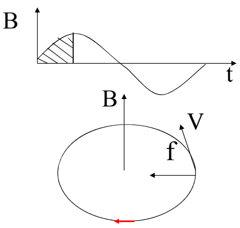
交流电激励电磁铁：

当激励电流增加时，真空室中既有磁场又有有旋电场，电子在其中得到加速。磁场变化越快，电子的加速越明显。



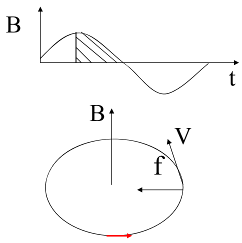
第一个1/4周期

磁场增强, 故感生电场的方向为顺时针方向, 因而电子受到的加速电场的方向为逆时针方向, 而此时在洛仑兹力下电子也作逆时针方向的圆周运动, 故第一个1/4周期可用来加速电子.



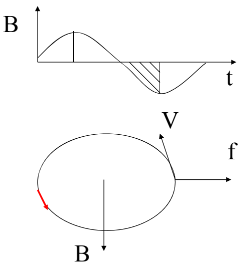
第二个1/4周期

磁场减弱, 故感生电场的方向为逆时针方向, 电子受到的加速电场力的方向为顺时针方向, 此时电场力的作用能使电子减速运动故第二个1/4周期不能加速电子.



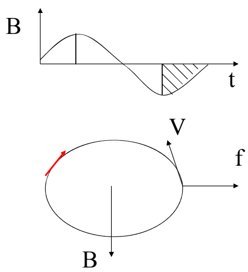
第三个1/4周期

磁场反向增强, 故感生电场的方向为逆时针方向, 电子受到的加速电场力的方向为顺时针方向, 作用使电子减速运动, 另外洛仑兹力的方向也不能使电子在规定的圆形轨道运动. 第三个1/4周期不能加速电子.



第四个1/4周期

磁场反向减弱, 故感生电场的方向为顺时针方向, 电子的运动得到加速, 但洛仑兹力的方向不能使电子在规定的圆形轨道上运动, 故第四个1/4周期亦不能加速电子.



实际上

若以每秒50周的交流电励磁，则在磁场变化的第一个1/4周期（即约5ms的时间）内，电子就能在有旋电场的作用下，在圆形轨道上经历回旋数十万圈的持续加速，从而获得足够高的能量，并在第一个1/4周期结束时被引至靶室进行实验。

小型电子感应加速器可把电子加速到0.1～1MeV,用来产生x射线。

大型的加速器可使电子能量达数百MeV，即可把电子加速到0.99998c，百分之几秒时间内电子在加速器内的行程达几千米。用于科学研究。

应用

加速器的种类很多，用途也不同，有静电加速器、电子回旋加速器、电子感应加速器、同步辐射加速器……等等。

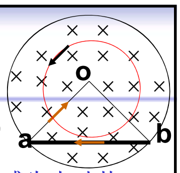
电子感应加速器主要用于核物理的研究，用被加速的电子轰击各种靶时，将发出穿透力很强的电磁辐射。

另外电子感应加速器还应用于工业探伤或医疗癌症。

目前，我国最大的三个加速器是北京的高能粒子加速器、合肥的同步辐射加速器、兰州的重离子加速器。

求导线上的感生电动势

（线段ab）



$\because$ $\boxed{\vec{E}_{感生} \perp R}$ $\quad \varepsilon_{感生} = \int_{(R)} \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$

可利用这一特点较方便地求其他线段内的感生电动势

补上半径方向的线段构成回路利用法拉第电磁感应定律

例　求上图中　线段ab内的感生电动势

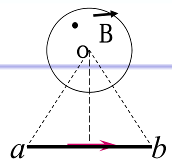
解：补上两个半径oa和bo与ab构成回路$obao$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ob} + \varepsilon_{ba} + \varepsilon_{ao} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon_{ao} = 0 \quad \varepsilon_{ob} = 0$$

$$\boxed{\varepsilon_{ba} = -S_{\Delta}\frac{dB}{dt}}$$

又如磁力线限制在圆柱体内，　空间均匀 $\boxed{\frac{dB}{dt} = c}$



求：ε_{ab}

解：补上半径 oa bo

设回路方向如图

$$\boxed{\varepsilon_{oabo} = \varepsilon_{oa} + \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bo} = -\frac{d\phi}{dt}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{oa} = 0 \quad \varepsilon_{bo} = 0}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab} = -\frac{d\phi}{dt}} \quad \boxed{\phi = BS_{扇形}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab} = -S_{扇形}\frac{dB}{dt}}$$

例1：半径为R的圆柱形空间区域，充满着均匀磁场。已知磁感应强度的变化率大于零且为恒量**dB/dt**. 问在任意半径r 处感应电场的大小以及棒**AB**上的感生电动势。

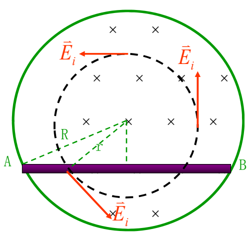
解：$r < R$ 时

$$\Phi = -BS = -B\pi r^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$$\pi r^2 \frac{dB}{dt} = E_i \cdot 2\pi r$$

$$E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$



以逆时针为L的绕向

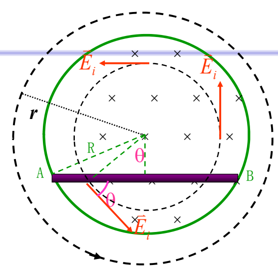
$r > R$ 时

$$\Phi = -B\cdot\pi R^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$$\pi R^2 \frac{dB}{dt} = E_i 2\pi r$$

$$E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$



感应电场分布为 $E_i = \begin{cases} \dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt} & r < R \\ \dfrac{R^2}{2r}\dfrac{dB}{dt} & r \geq R \end{cases}$　方向？

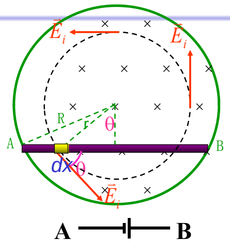
$$\varepsilon_{AB}=\int_0^L \vec{E}_i\cdot \mathrm{d}\vec{x}=\int_0^L E_i\cos\theta\,\mathrm{d}x$$

$$\cos\theta=\frac{\sqrt{R^2-L^2/4}}{r}$$

$$\varepsilon_{AB}=\int_0^L E_i\cos\theta\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^L\frac{1}{2}r\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\frac{\sqrt{R^2-L^2/4}}{r}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{L}{2}\sqrt{R^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

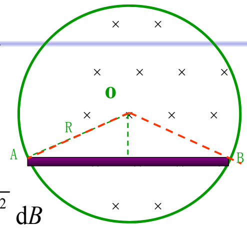


方向：A→B

另解:

作辅助线,构成一个闭合回路

$$\Phi=-B\cdot\frac{L}{2}\sqrt{R^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$



$$\varepsilon_{AB}=\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{L}{2}\sqrt{R^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$(\because\ \varepsilon_{OA}=0,\ \varepsilon_{BO}=0)$$

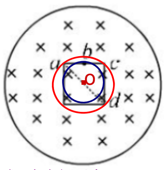
圆柱形空间的横截面如图，圆柱形内均匀的磁场的磁感强度按 $dB/dt=0.1T$ 的规律变化，管内有一边长 $l=0.2m$ 的正方形导电回路，正方形中心在圆柱的轴线上，b为ac的中点，试求（1）a、b两点的有旋电场强度；

（2）abcd折线上的感应电动势

解:（1）以O为圆心，分别以Oa、Ob为半径做圆形闭合回路，按逆时针方向进行积分

则 $$\varepsilon_i=\int_L \boldsymbol{E}_v\cdot d\boldsymbol{l}=E_v\cdot 2\pi r=\frac{dB}{dt}\pi r^2$$

所以 $$E_v=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$



$$E_{va}=\frac{\frac{1}{2}\sqrt{2}l}{2}\frac{dB}{dt}=\frac{\sqrt{2}}{4}\times0.2\times0.1=7.1\times10^{-3}(V/m)$$

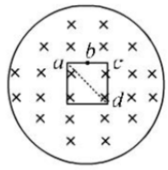
方向垂直于Oa且沿逆时针方向　同理可以求b点电场强度

（2）连接ad,由abcd构成三角形闭合回路，由法拉第电磁感应定律知

$$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi_m}{dt}=-\frac{d}{dt}\iint_s \boldsymbol{B}\cdot ds=-\frac{d}{dt}\iint_s Bds$$

$$=-\frac{dB}{dt}\iint_s ds=-\frac{dB}{dt}\frac{1}{2}l^2$$

$$=\varepsilon_{abcd}+\varepsilon_{da}$$



对da段，由于Ev与dl处处垂直，所以

$$\varepsilon_{da}=\int \boldsymbol{E}_v\cdot d\boldsymbol{l}=0$$

而对于abcd段

$$\varepsilon_{abcd}=-\frac{dB}{dt}\cdot\frac{1}{2}l^2=-0.1\times\frac{1}{2}\times0.2^2=-2\times10^3(V)$$

方向为与积分绕行方向相反，即沿dca方向