第十一章

电磁介质

第十一章 电磁介质

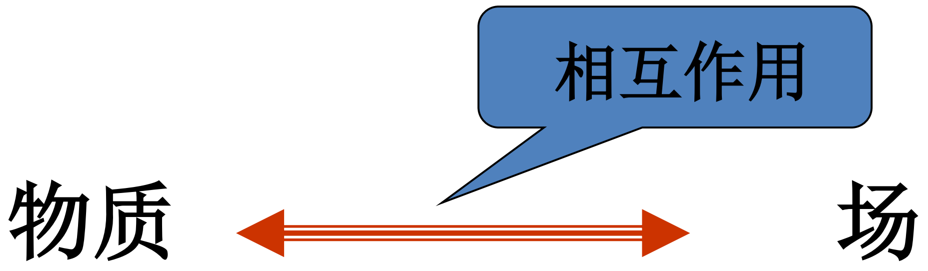
1 电介质

2 磁介质(分子电流观点)

3 边界条件、磁路

4 电磁能

物质与场是物质存在的两种形式



物质性质：

- 非常复杂（只能初步地讨论）
- 要特别注意课程中讨论这种问题所加的限制

要求:

- 掌握静电场中电介质的极化机理及其描述，极化强度矢量；电介质中的高斯定理及其应用；
- 理解磁场与物质的相互作用的本质；磁介质的磁化及其表述的物理量；磁介质中的安培环路定理；
- 静电能储存在静电场中，静电场具有能量；磁能储存在磁场中，磁场具有能量, 会计算电磁能。

介质中的高斯定理及安培环路定理 、电磁能的计算

1、电介质

§1.1　电介质的分类

§1.2　电场中的电偶极子

§1.3　电介质的极化现象

§1.4　极化强度矢量

§1.5　电介质中的高斯定理

按导电能力划分，大致可将物体分为三类：

- 导体：导电能力极强的物体
- 绝缘体或电介质：导电能力极弱或者不导电的物体
- 半导体：导电能力介于上述两者之间的物体

- 物质具有电结构，电场对物质的作用是电场对物质中的带电粒子的作用
- 当物质处于静电场中

  场对物质的作用：对物质中的带电粒子作用

  物质对场的响应：物质中的带电粒子对电场力的作用的响应
- 导体、半导体和绝缘体有着不同的固有电结构
- 不同的物质会对电场作出不同的响应，产生不同的后果，——在静电场中具有各自的特性。
  - 导体中存在着大量的自由电子——静电平衡
  - 绝缘体中的自由电子非常稀少——极化
  - 半导体中的参与导电的粒子数目介于两者之间。

(1) 导体与电介质的区别

1. 结构不同, 导体中有大量自由电荷，电介质中为束缚电荷.

2. 电阻率不同:

导体: $\rho = 10^{-8} \sim 10^{-6}\,\Omega \cdot m$ 电介质: $\rho = 10^{8} \sim 10^{18}\,\Omega \cdot m$

3. 放入电场后, 有不同反应.

(2) 导体的静电感应 静电平衡

1. 静电感应现象: 导体在外电场中其自由电荷重布的现象.

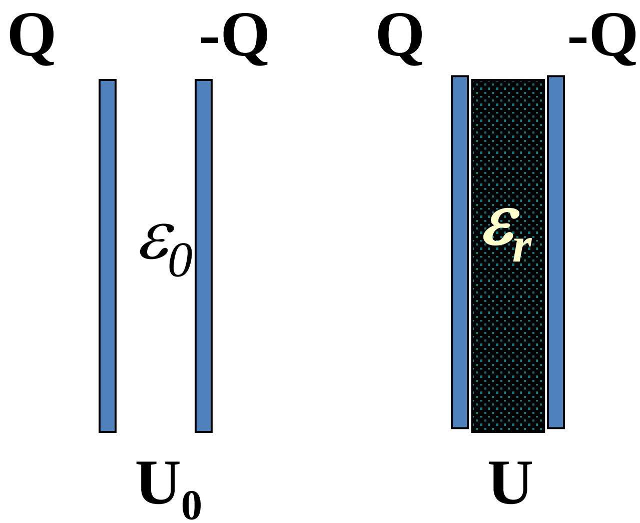
2. 静电平衡特征: 导体内部及表面没有电子的宏观移动.

当静电场中存在电介质时，电介质与静电场之间会发生相互作用。

具体地说电介质会被极化，均匀的表面会出现极化电荷；极化电荷反过来又会影响原来的静电场。

这一节要研究电介质的极化和及极化后的性质，以及有电介质存在时静电场的高斯定理等。

电介质对电场的影响



实验发现:

$$U < U_0$$

(1) $U_0 > U$ → 电介质降低了电势。

$$\left.\begin{aligned} U_0 &= E_0 d \\ U &= E d \end{aligned}\right\} \quad E_0 > E$$

(2) 电介质减弱了场强。

$$\underbrace{C_0 \equiv \frac{Q}{U_0} \qquad C \equiv \frac{Q}{U}}_{C_0 < C}$$

(3) 电介质增大了电容。

§1.1 电介质的分类

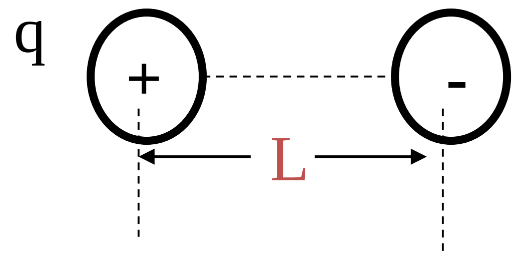
（1）电作用中心

在分子分散的电荷集中在一点处时效果与分散时等同，称该点为电作用中心。

每个分子负电荷对外影响均可等效为单独一个负电荷的作用。其大小为分子中所有负电之和，这个等效负电荷的作用位置称为分子的“负电作用中心”。

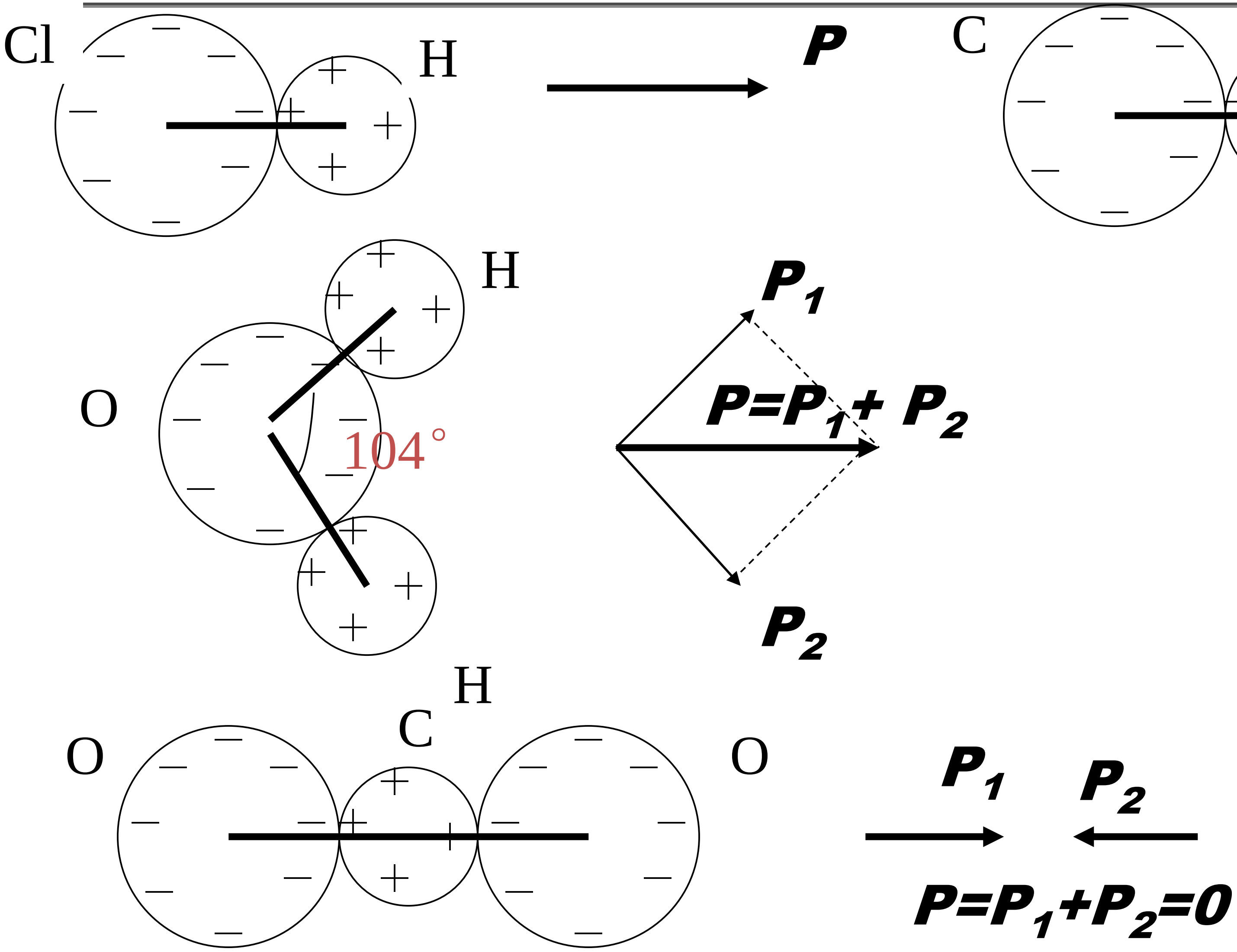
同样，所有正电荷的作用也可等效一个正电荷的作用，这个等效正电荷作用的位置称为“正电作用中心”。

(2) 分子电矩$\vec{P}_{分子}$



可以把原子或分子看作一个等效电偶极子(模型)，即原子或分子的正负电“中心”相对错开。并用电偶极矩（电矩）描写原子或分子的电效应，称为分子电矩 。

几种分子的电偶极矩



（3）从电学性质，电介质分子可分为：

有极分子：正负电中心不重合，如H_2O, HCl, NH_3等。

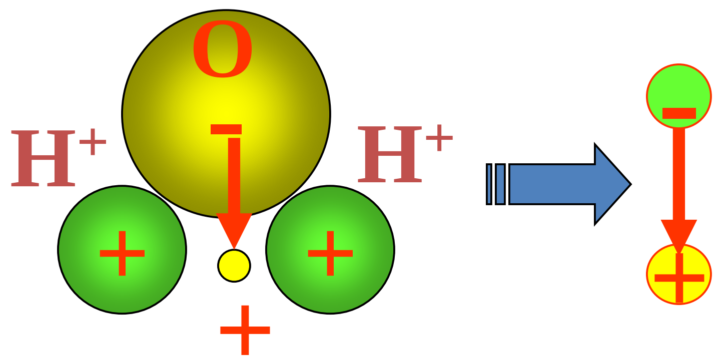
有极分子对外影响等效为一个电偶极子，

在无外场作用下存在固有电偶极矩。

无外场时对外不显电性，取向等几率。

无极分子：正负电中心重合，如H_2, He, CCl_4, N_2, CO_2等。

在无外场作用下整个分子无电矩。



H_2O

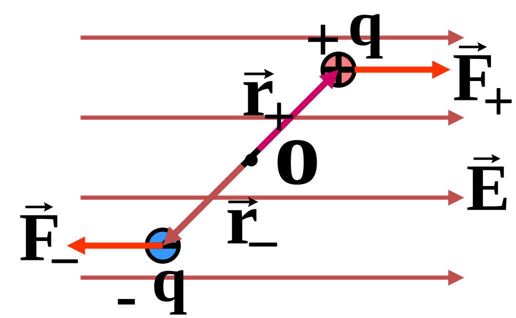
§ 1.2 电场中的电偶极子

在均匀电场中

受力 $\vec{F}_+ = q\vec{E}$

$\vec{F}_- = -q\vec{E}$

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_+ &= q\vec{E}\\ \vec{F}_- &= -q\vec{E}\end{aligned}\right\} \vec{F}_{合} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0$$



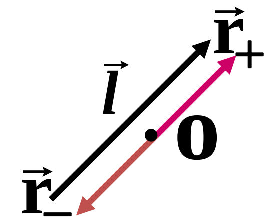
相对O点的力矩：

$$\vec{\tau} = \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ + \vec{r}_- \times \vec{F}_-$$

$$= q\vec{r}_+ \times \vec{E} - q\vec{r}_- \times \vec{E}$$

$$= q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \times \vec{E}$$

$$= q\vec{l} \times \vec{E}$$



即： $\vec{\tau} = \vec{p}_e \times \vec{E}$ $\begin{cases} |\vec{\tau}| = p_e E \sin\theta \\ \text{方向是使电偶极子转向电场方向} \end{cases}$

§ 1.3 电介质的极化

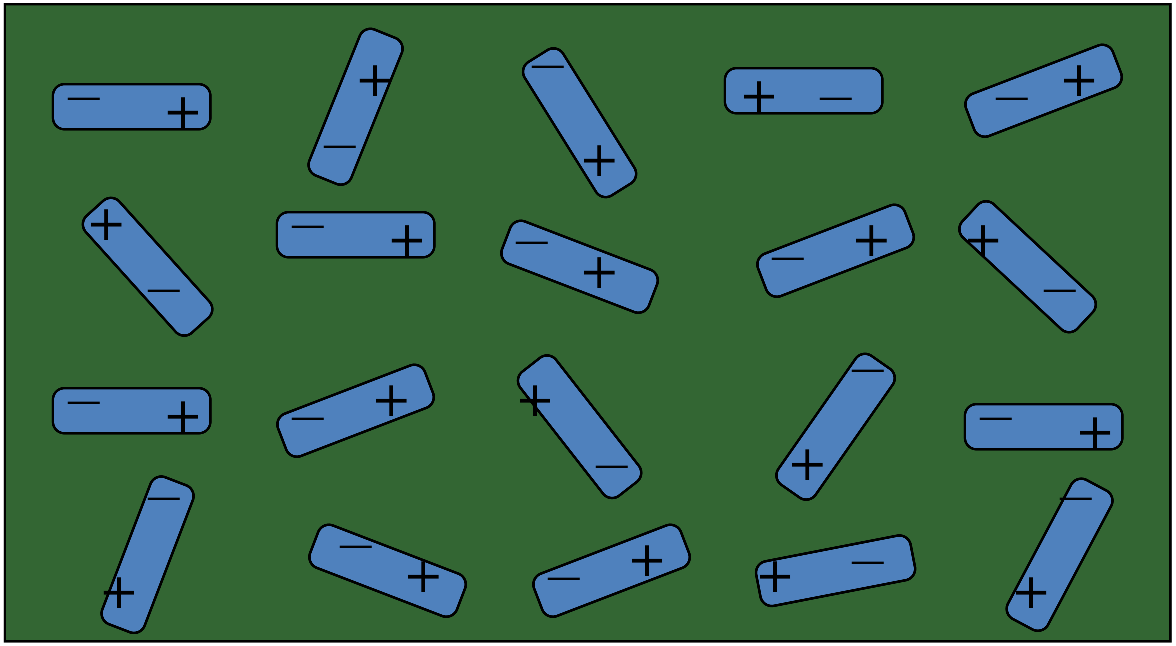
- 电介质的极化：在外电场的作用下，电介质上（体内和表面）可出现极化电荷的现象。
- 极化后果：从原来处处电中性变成出现了宏观的极化电荷。
- 极化电荷不能离开电介质，也不能在电介质内自由移动。

电介质极化的微观机制：

1.有极分子的极化

(1) 有极分子(polar molecule) ：正常情况下,内部电荷分布不对称, 正负电“中心”已错开,有固有电矩$\vec{p}_{分子}$。

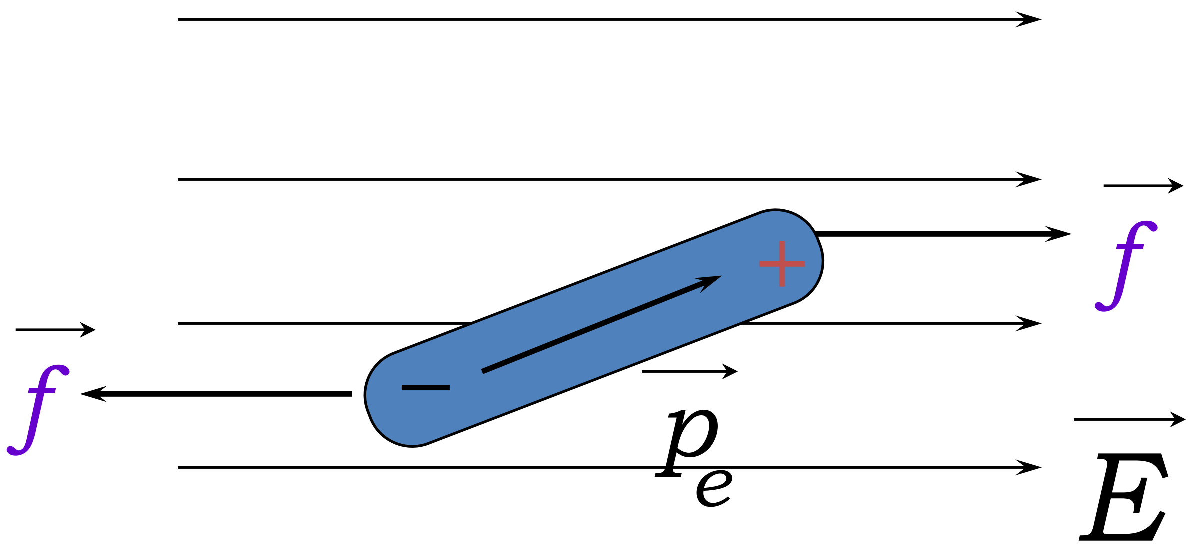
(2)无外电场时： 每个分子 $\vec{p}_{分子}\neq 0$ ，由于热运动，各$\vec{p}_{分子}$取向混乱，小体积ΔV(宏观小、微观大，内有大量分子)内 $\Sigma\vec{p}_{分子}= 0$ 。



(3)有外电场时：

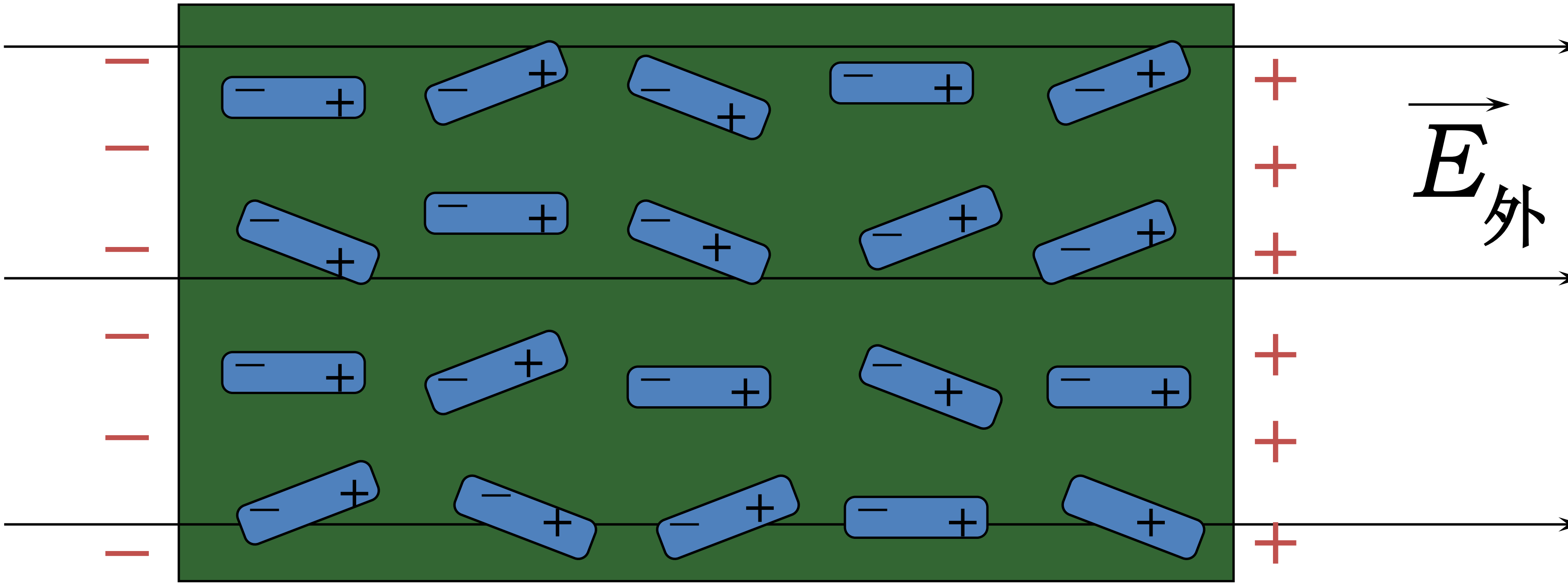
在外电场中有极分子的固有电矩要受到一个力矩作用；

在此力矩作用下，使电矩方向转向和外电场方向一致。



$$\vec{\tau} = \vec{p}_e \times \vec{E}$$

加上外电场后，分子的固有电矩受力矩作用而发生转向，在电介质左右两端面上出现极化电荷。



各$\vec{p}_{分子}$向电场方向取向(由于热运动，取向并非完全一致)，ΔV 内 $\Sigma\,\vec{p}_{分子} \neq 0$，且外电场越强，$|\,\Sigma\,\vec{p}_{分子}\,|$ 越大，这种极化称**取向极化**。

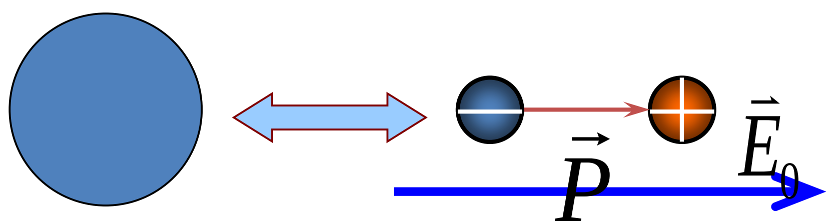
2.无极分子的极化

(1)无极分子(non-polar molecule)：正常情况下电荷分布对称，正负电“中心”重合，无固有电矩。

(2)无外电场时：　每个分子无固有电矩。

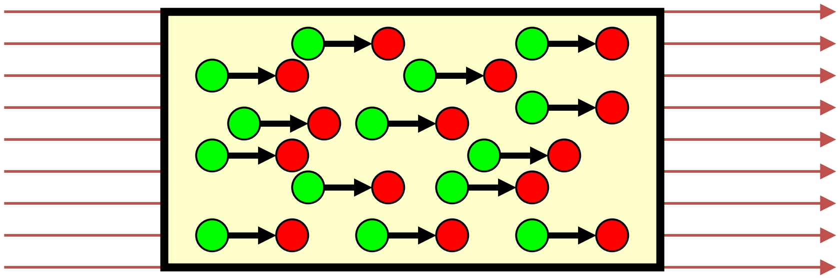
Δ V 内分子固有电矩的矢量和当然为零

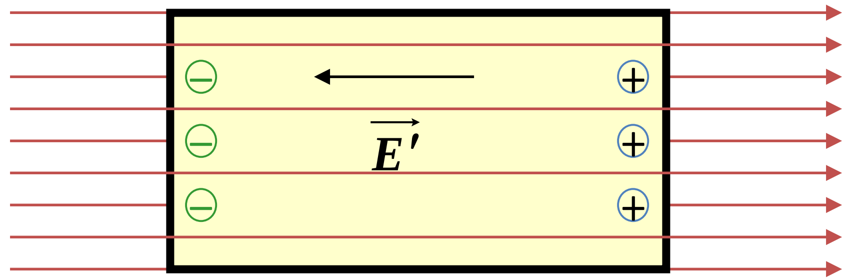
(3)有外电场时：正负电“中心”产生相对位移，$\vec{p}_{分子} \neq 0$ 这里$\vec{p}_{分子}$称感生电矩（或称诱导电偶极矩）。



在外场中无极分子正负电荷中心移位，等效于一个电偶极子

加上外电场后，由于诱导电偶极矩的出现，在介质左右的两个端面上出现极化电荷层。





电偶极矩与外电场方向一致

介质表面出现极化电荷，介质内产生极化电场

ΔV 内 $\Sigma\, \vec{p}_{分子} \neq 0$ 且外电场越强 $|\Sigma\, \vec{p}_{分子}|$ 越大，这种极化称为位移极化。

两类电介质极化的微观过程虽然不同，但宏观结果却是相同的，即：

1、在电介质的两个相对表面上出现异号的极化电荷；

2、在电介质内部有沿电场方向的电偶极矩。

极化电介质的微观模型：可以把已经极化的电介质看作是大量电偶极子的集合，每个电偶极子具有一定的电矩，即分子电矩$\vec{P}_{分子}$，各分子电矩在不同程度上沿电场方向排列。

说明：

位移极化效应在任何电介质中都存在，而分子取向极化只是由有极分子构成的电介质所特有的，只不过在有极分子构成的电介质中，取向极化效应比位移极化强得多。

综述：

1）不管是位移极化还是取向极化，其最后的宏观效果都是产生了极化电荷。

2）两种极化都是外场越强，极化越厉害，所产生的分子电矩的矢量和也越大。

3）极化电荷被束缚在介质表面，不能离开电介质到其它带电体，也不能在电介质内部自由移动。它不象导体中的自由电荷能用传导方法将其引走。

4） 导体板引起电容增大的原因在于自由电荷的重新分布，电介质引起电容增大的原因在于束缚电荷的极化。

§ 1.4 极化强度矢量

1. 极化强度矢量

描述介质在电场中各点的极化状态（极化程度和方向）的物理量。在宏观上测量到的是大量分子电偶极矩的统计平均值。

定义：在极化介质中取体元ΔV, 其中包含了若干分子，定义这些分子电矩的矢量和与ΔV之比为极化强度矢量。

介质中一点的P(宏观量)

微观量

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum \vec{p}_{分子}}{\Delta V}$$

介质的体积，宏观小微观大（包含大量分子）

物理意义：单位体积内分子电矩的矢量和。

单位： C/m^2

对有极、无极分子都有：

无外电场时， $\vec{P} = 0$

有外电场时， $\vec{P} \neq 0$， 电场越强 $|\vec{P}|$ 越大

当电介质处于确定的极化状态时，介质中每一宏观点有唯一的极化强度。若电介质的总体或某区域内各点的极化强度相同，则称其为均匀极化。

说明： 1.真空中 $\vec{P} = 0$ (真空中无电介质)

2.导体内 $\vec{P} = 0$ (导体内不存在电偶极子)

极化电荷　$q'(\sigma'、\rho')$

电介质均匀极化（或均匀电介质被极化）时，只在介质表面出现极化电荷，称为极化面电荷 ；

电介质非均匀极化（或非均匀电介质被极化）时，在电介质表面和内部均出现极化电荷，称为极化面电荷和极化体电荷。

极化电荷

- 极化电荷会产生电场——附加场（退极化场）

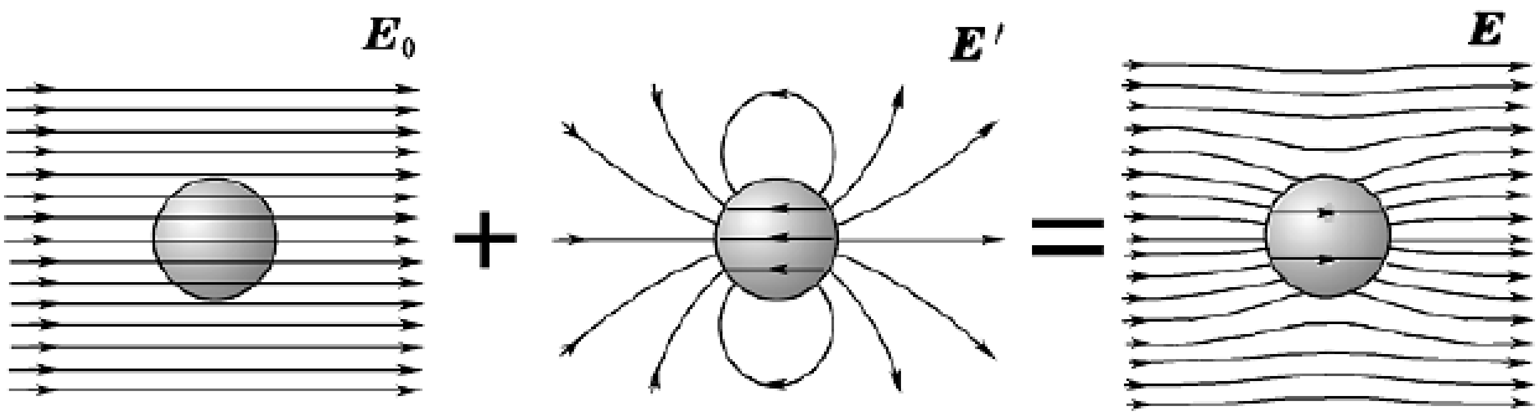
外场

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

极化电荷产生的场

- 极化过程中：极化电荷与外场相互影响、相互制约，过程复杂——达到平衡（不讨论过程）
- 平衡时总场决定了介质的极化程度

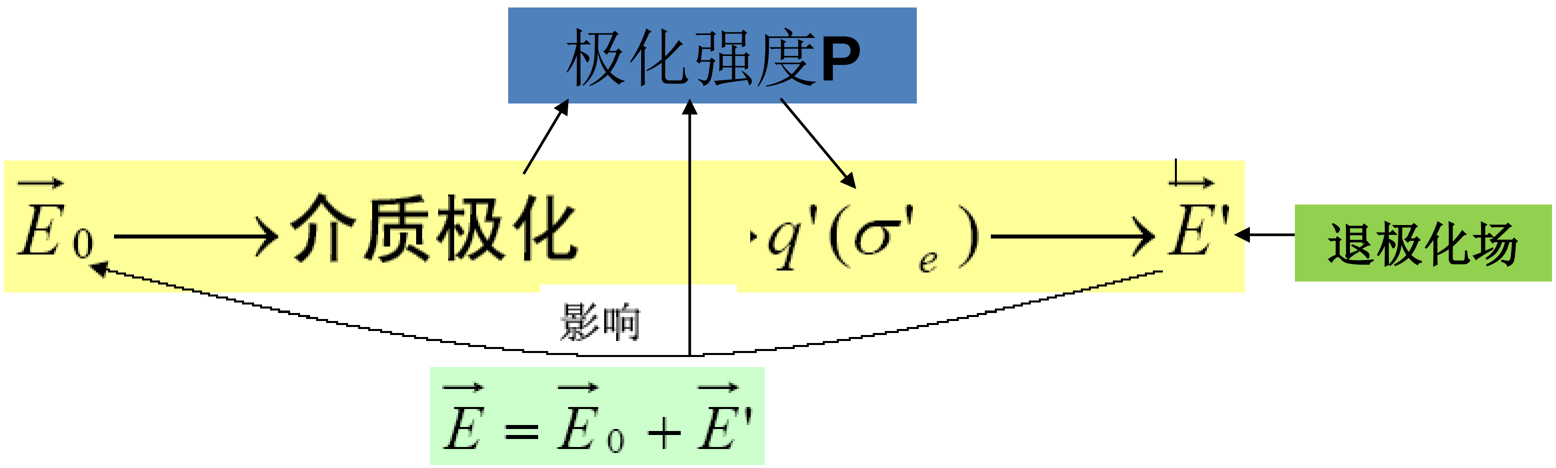
退极化场*E'*



在电介质内部：附加场与外电场方向相反，削弱

决定介质极化程度的不是原来的外场，而是电介质内实际的电场。实际电场减弱了，极化强度也将减弱。极化电荷在介质内部的附加场总是起着减弱极化的作用，故叫做退极化场。

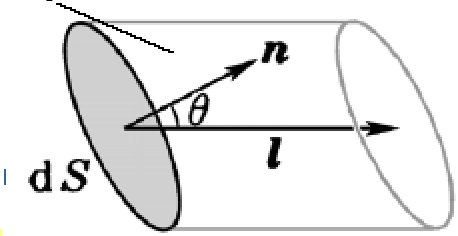
$$\left.\begin{cases}\vec{P} \\ q'(\sigma',\rho') \\ \vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'\end{cases}\right\}\text{描绘极化}$$



三者从不同角度定量地描绘同一物理现象——极化，之间必有联系，这些关系——电介质极化遵循的规律。

(1) P与*q'*的关系

$$\Delta V = dSl\cos\theta$$



设介质极化时每一个分子中的正电荷中心相对于负电荷中心有一位移l，用q代表正、负电荷的电量，则一个分子的电偶极矩

$$\vec{P}_{分子} = q\vec{l}$$

设单位体积内有N 个分子——有N个电偶极子

$$\vec{P} = N\vec{P}_{分子} = Nq\vec{l}$$

在介质内部任取一面元矢量dS，必有电荷因为极化而移动从而穿过dS，

该柱体内极化电荷的总量为（由于极化而穿过dS的束缚电荷）：

$$Nq\Delta V = NqldS\cos\theta$$
$$= Nq\vec{l}\cdot d\vec{S} = \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

P在dS上的通量

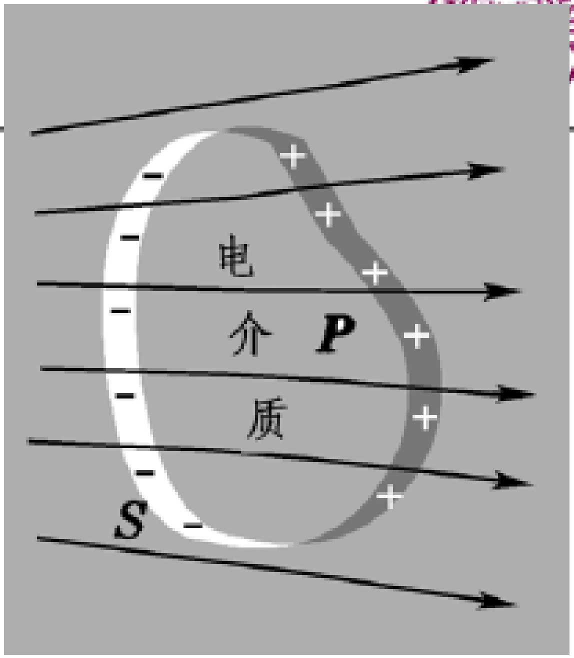
对于介质中任意闭合面P的通量=?

取一任意闭合曲面S

以曲面的外法线方向n为正

极化强度矢量**P**经整个闭合面**S**的通量等于因极化穿出该闭合面的极化电荷总量$\Sigma q'$

根据电荷守恒定律，穿出S的极化电荷等于S面内净余的等量异号极化电荷$-\Sigma q'$。



$$\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{S} = \sum_{穿出S面} q' = -\sum_{S内} q'$$

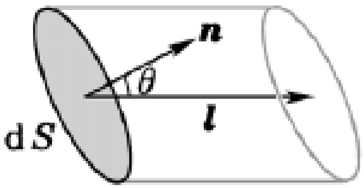
P与q’分布普遍规律

均匀介质：介质性质不随空间变化，介质内不出现净电荷 $\rho'=0$

非均匀介质：介质内净电荷$\rho'\neq 0$

均匀极化：P是常量

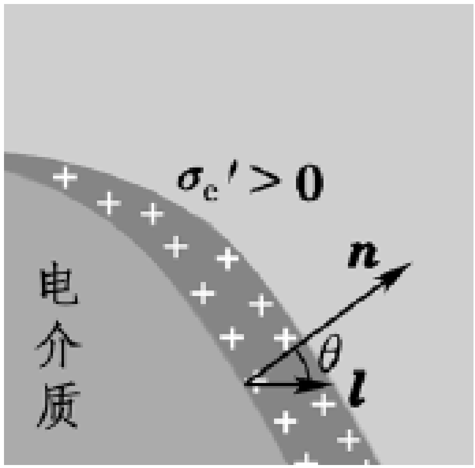
(2) 均匀介质中P与σ_e'的关系

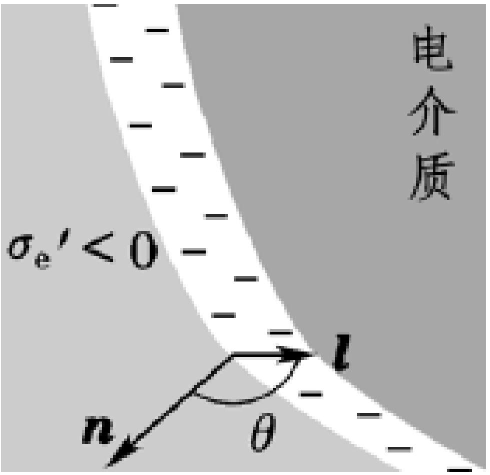


电荷层的体积

$$\sigma'_e dS = Nq\boxed{ldS\cos\theta}$$
$$= Nq\vec{l}\cdot d\vec{S} = \vec{P}\cdot\vec{n}dS$$

在均匀介质表面取一面元如图
则因极化而穿过面元dS的极化电荷数量为





$$\sigma'_e = \vec{P}\cdot\vec{n} = P\cos\theta$$

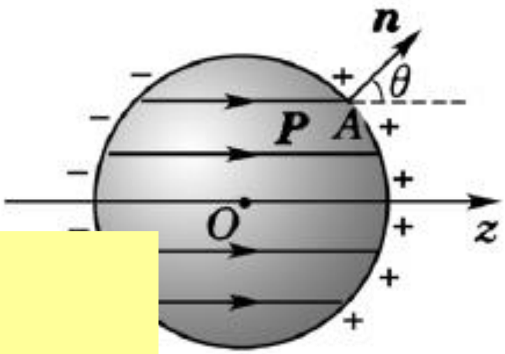
极化强度矢量在介质表面的法向分量

$\theta < 90^\circ, \sigma'_e = \vec{P}\cdot\vec{n} = P_n > 0$ 出现正电荷

$\theta > 90^\circ, \sigma'_e = \vec{P}\cdot\vec{n} = P_n < 0$ 出现负电荷

例1:求一均匀极化的电介质球表面上极化电荷

已知极化强度矢量P
均匀极化——P为常数
球关于z轴旋转对称
其表面任意一点的极化电荷面密度σ_e'只与θ有关,则有

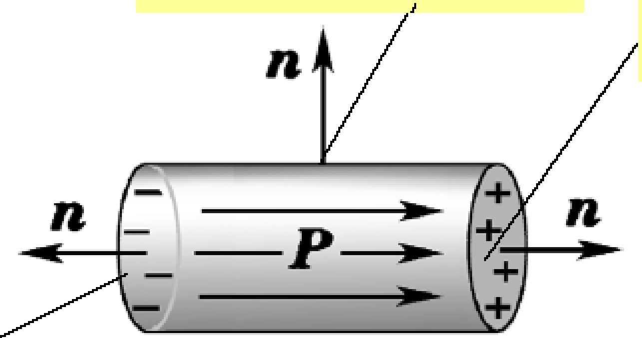


$$\sigma'_e = P\cos\theta \begin{cases} \text{右半球，} \theta < 90^\circ, \sigma'_e > 0 \\ \text{左半球，} \theta > 90^\circ, \sigma'_e < 0 \\ \theta = \dfrac{\pi}{2}, \sigma'_e = 0, \quad \theta = 0\text{、}\pi, |\sigma'_e| \text{最大} \end{cases}$$

例2：求沿轴均匀极化电介质圆棒上极化电荷分布

$$\theta=\frac{\pi}{2},\sigma_e'=0$$

$$\theta=0,\sigma_e'=P$$



$$\theta=\pi,\sigma_e'=-P$$

(3) 极化强度矢量和场强的关系

电介质的极化是电场和介质分子相互作用的过程，外电场引起介质的极化，而电介质极化后出现的极化电荷也要激发电场，并改变电场的分布，重新分布的电场反过来再影响电介质的极化，直到静电平衡，电介质便处于一定的极化状态。

对各向同性线性电介质，当电介质中电场E不太强时，有：

$$\boxed{\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}}$$

比例系数χ_e极化率，无量纲常数，决定于电介质性质。

场强E：是电介质中某点的场强(包括该点的外电场以及电介质上所有电荷在该点产生的电场)。 上述极化关系称各向同性线性电介质的线性极化.（非线性介质不满足上述关系）

电介质内没有可以自由移动的电荷，在电场作用下，电介质中的电荷只能在分子范围内移动。

在电场中的电介质极化后，先把它分截开为两半，然后撤去电场，问这两个半截的电介质是否带电?

两半截电介质都不带电。因为在极化过程中出现的束缚电荷是由于分子电偶极子转向或分子正负电荷中心作微小位移的结果。分截为两半时截面上又会出现束缚电荷，但每一块电介质净电荷为零，当电场撤消后，有极分子重新处于无规则分布，无极分子的正负电荷中心重合，束缚电荷消失。

§ 1.5 电介质中的高斯定理

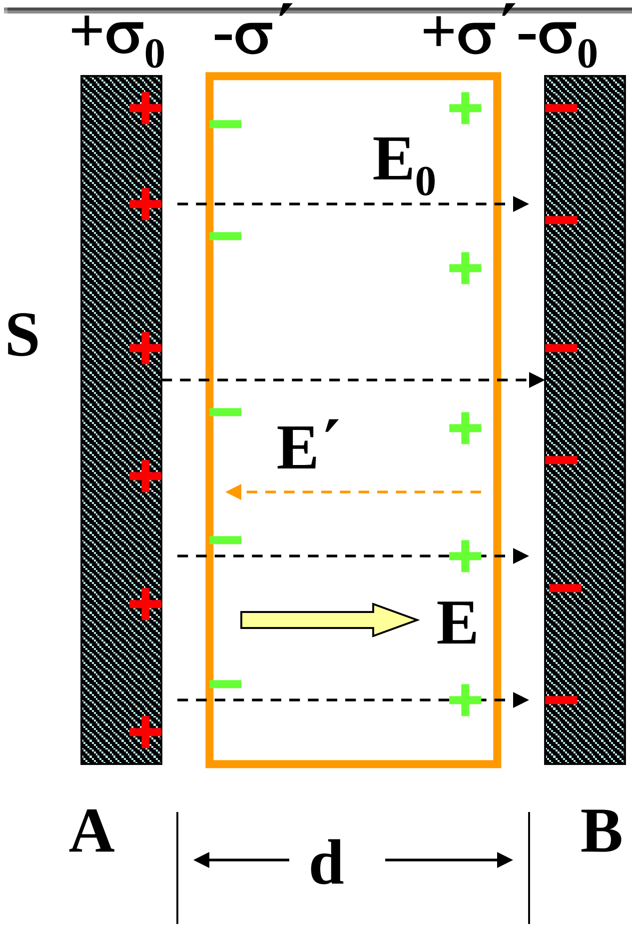
- 空间中任一点的场强是自由电荷（激发外电场的原有电荷系）和极化电荷所激发场强的矢量和：

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

结果使得电介质外部空间，某些区域的合场强增强，某些区域减弱；

- 在电介质中，自由电荷电场和极化电荷的电场总是相反的，故合场强和外场强相比显著地被削弱。（电介质中的场强实质上是指在物理无限小体积内真实场强的平均值。）

定量计算电介质内部场强被削弱的情况：

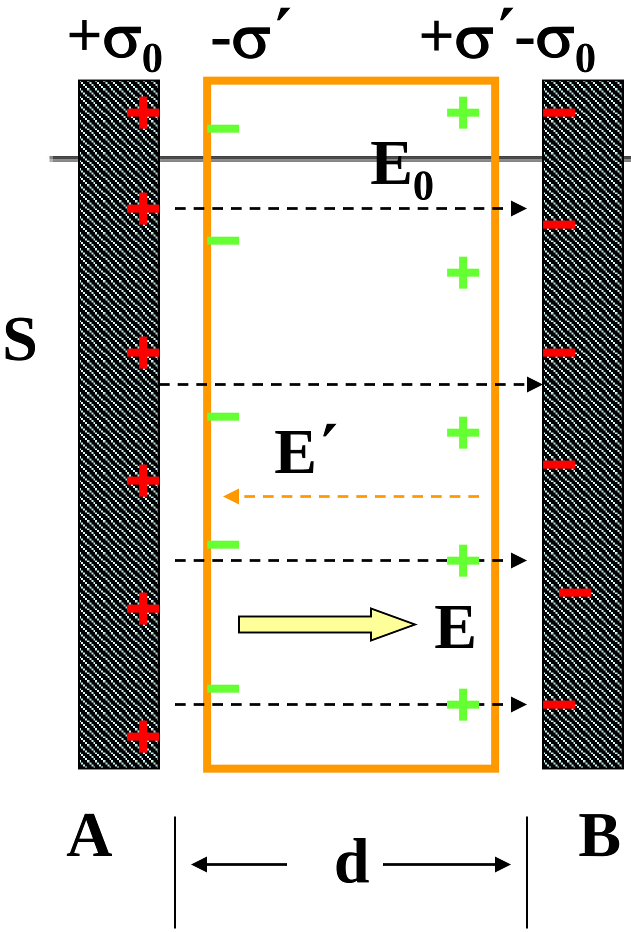


自由电荷场强的大小：$\left|\vec{E}_0\right| = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$

极化电荷场强的大小：$\left|\vec{E}'\right| = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

合场强的大小：

$$\left.\begin{aligned} E = E_0 - E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \\ \sigma' = P \\ P = \chi_e \varepsilon_0 E \end{aligned}\right\} \Rightarrow E = \frac{E_0}{1+\chi_e}$$



两极板间的电势差：$U = Ed = \dfrac{\sigma_0 d}{\varepsilon_0(1+\chi_e)}$

两极板间充满均匀电介质后的电容：

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma_0 S}{U} = \frac{\varepsilon_0(1+\chi_e)S}{d} = (1+\chi_e)C_0$$

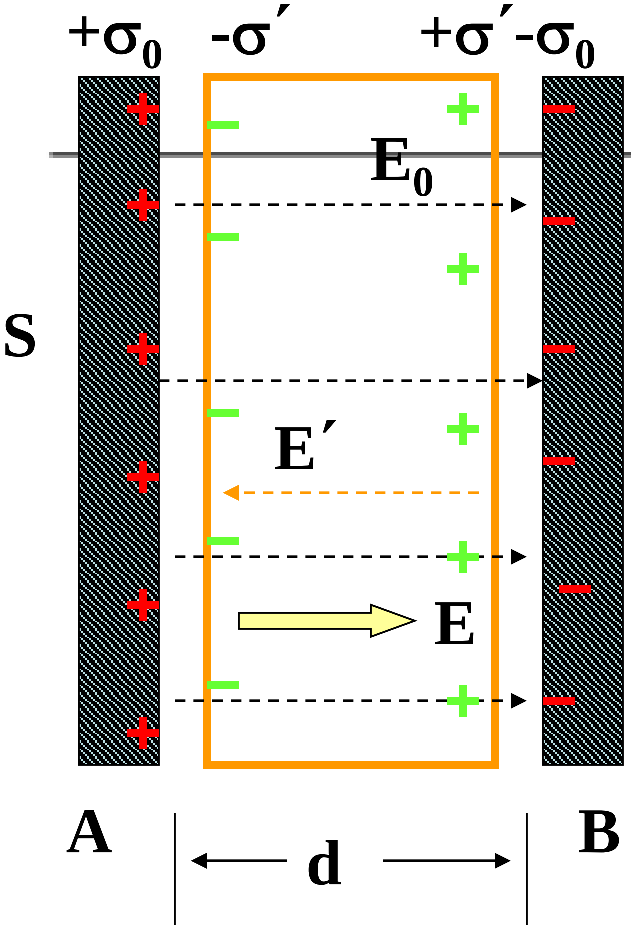
设 $\varepsilon_r = 1+\chi_e$ $\qquad C = \varepsilon_r C_0$

电容率，或相对介电常数

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = (1+\chi_e)\varepsilon_0$$

$$E = \frac{E_0}{1+\chi_e} = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}$$

绝对介电常量



$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\sigma_0}{\varepsilon}$$

代入 $E=E_0-E'=\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

得到极化电荷面密度和极板上自由电荷面密度的关系：

$$\frac{\sigma_0}{\varepsilon}=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}\Rightarrow$$

$$\sigma'=\sigma_0\varepsilon_0\left(\frac{1}{\varepsilon_0}-\frac{1}{\varepsilon}\right)=\sigma_0\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)$$

电介质中的高斯定理

（1）有电介质时，静电场的环路定理仍然成立

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

E是所有电荷（自由电荷和极化电荷）激发电场的合场强

（2）电介质中的高斯定理

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_0 + \sum q'\right)$$

设法将$\sum q'$从式中消去

$$\oiint_{s} \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum_{(S内)} q'$$

$$\oiint_{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_0 + \sum q'\right)$$

$$\oiint_{s} (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = \sum_{(S内)} q_0$$

引入描述电场的辅助矢量：电位移矢量D，从方程的形式上消去极化电荷及与极化电荷有关的**E′**和**P**，从而使**E**的计算大为简化。

将式中 $\left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right)$ 定义为**电位移D**

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

于是，**有电介质时的高斯定理为：**

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{(S内)} q_0$$

通过电介质中任意闭合曲面的**电位移通量**等于该闭合面所包围的<u>自由电荷</u>的代数和

对电位移D的几点讨论：

1. 对 D 的理解

(1) D 只和自由电荷有关吗?

D 的高斯定理说明 D 在闭合面上的通量只和自由电荷有关，这不等于说 D 只和自由电荷有关。

由 $D=\varepsilon_0 E+P$,也说明 D 既和自由电荷又和束缚电荷有关(E 是空间所有电荷共同产生的)。

(2)电位移线

类似于电场线(E 线)，在电场中也可以画出电位移线(D 线)；由于闭合面的电位移通量等于被包围的自由电荷，所以D 线发自正自由电荷止于负自由电荷。

引入**电位移线**和**电位移通量**，形象描述电位移D

电位移线：类似于电场线，线上每一点的切线方向表示该点的电位移方向。

电位移通量：规定在垂直于电位移线的单位面积上通过的电位移线数目等于该点的电位移D的通量。

介电强度

某电介质不发生击穿所能承受的最大电场强度称为该电介质的介电强度。

击穿的机理是：电介质在外场作用下，出现极化电荷，起初为束缚电荷，随着电场的增大，当达到一定数值时，束缚电荷就会脱离分子的束缚而成为自由电荷。从而使电介质的绝缘性受到破坏，成为导体。

常以**10^6伏特/米**为单位来表示介电强度。如空气：**3**，玻璃：**30**，云母：**200**，等等。

小结：静电场中的电介质

1. 电介质分类

①无极分子：外场不存在，正负中心重合

②有极分子：外场不存在，正负中心不重合

2. 电介质极化

外电场作用时，电介质将产生极化电荷

3. 极化方式

① 位移极化

② 取向极化

4. 极化宏观效果

①

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V} \frac{\sum \vec{p}_{分子}}{\Delta V}$$

②在介质某些地方有极化电荷

$$\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum_{(S内)} q' \qquad \sigma'_e = P\cos\theta$$

③ 在介质内部产生退极化场 $E = E_0 + E'$

5. 极化规律

对均匀介质 $\vec{\mathrm{P}}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$

6.介质中的高斯定理

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S内)}q_0 \qquad \vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

对均匀介质 $\vec{\mathrm{D}}=(1+\chi_e)\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$

7.比较P、E 、D

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S内)}q_0 \qquad \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

$$\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}=-\sum_{(S内)}q'$$

电场中有电介质存在时，场强与电势的计算

1. 求场强

①用公式E = E_0+ E'（E_0 为自由电荷产生的场强，为极化电荷产生的场强）。这种方法求场强的缺点是不容易求得，因为它与极化电荷产生的场的分布有关，而求极化电荷产生的场的分布是比较困难的；

②用介质中的高斯定理，$\oiint_s \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \sum q_0$ 先求D，再用 $\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{\vec{\mathbf{D}}}{\varepsilon}$ 求出E。用这种方法求场强不用考虑极化电荷，计算很方便，但只有当电场分布具有前面讲过的特殊对称性时，才能应用。

2. 求电势

有介质存在时，计算极化电荷是不方便的，所以求电势时一般不用叠加法，常用电势的定义 $U_P = \int_P^\infty \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$ 来计算。

应用举例

例1、平行板电容器两极带电为Q和-Q，极间充满均匀电介质，其相对介电常数为ε_r，极板面积为S，板间距为d，略去边缘效应，

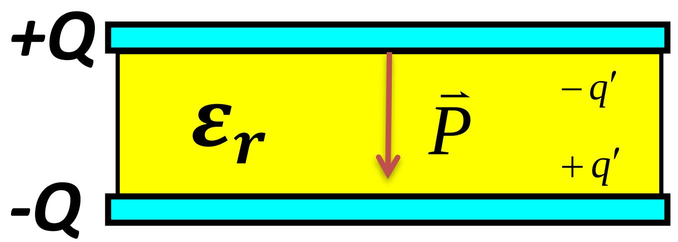
求：（1）D, E分布；

（2）电容；

（3）介质中的P；

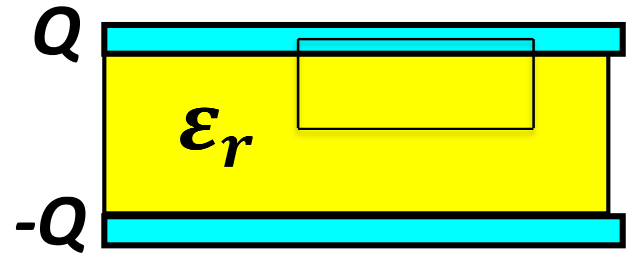
（4）极化电荷面密度；

（5）电容器的能量。



解：高斯定理

如图作柱形高斯面。因为边缘效应可以忽略，且介质均匀。



因而$\vec{E}$对称，$\vec{D}$也对称（$\vec{E}$与$\vec{D}$同向）

$$\because \oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_f \qquad \therefore \iint_{上} \vec{D}\cdot d\vec{S} + \oiint_{下} \vec{D}\cdot d\vec{S} + \oiint_{侧} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \Delta S \cdot \sigma$$

$$D = \sigma = \frac{Q}{S} \qquad \because D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E, \quad \therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0}$$

$$\therefore P = \chi \varepsilon_0 E = \frac{(\varepsilon_r - 1)\sigma}{\varepsilon_r}, \qquad \therefore \sigma' = \vec{P}\cdot\hat{n} = p = \frac{(\varepsilon_r - 1)\sigma}{\varepsilon_r}$$

$$\therefore q' = s\sigma' = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{\varepsilon_r}$$

此处的极化电荷及极化电荷面密度要分别求上下表面的值，注意正负

求电容：

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} d = \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S} d$$

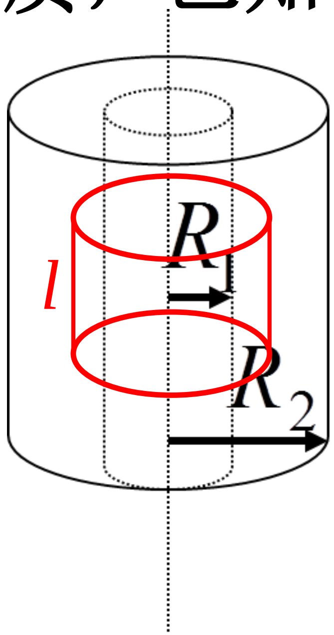
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d}$$

与真空相比，扩大到达原来的$\boldsymbol{\varepsilon_r}$倍。

- 事实上，从真空到充满电介质，很多结论都是将$\boldsymbol{\varepsilon_0}$变化为$\boldsymbol{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$。如点电荷的电场、电位、库仑定律、各种电容器的电容等。

- 其能量请用电容器的能量公式自己求

例2、柱形电容器的内外半径为R_1，R_2,在内外导体之间充满相对介电常数为ε_r的电介质，已知介质的介电强度为E_m，求电容的耐压。（忽略边缘效应）



解：设内外表面的线电荷密度为λ，$-\lambda$

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\lambda l \Rightarrow D\cdot 2\pi r l=\lambda l \Rightarrow D=\frac{\lambda}{2\pi r}$$

又$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E \Rightarrow E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$，$E$为总的场强

结果表明，在内导体的外表面上（r= R_1)电场最强，因而该处最先击穿。将r= R_1和E=E_m带入上式，可得最大的线电荷密度。

$$\lambda_{max} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 E_m$$

电容器电压：

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

将λ_m的结果代替上式中的λ，求得柱形电容器的耐压为：

$$U_{max} = E_m R_1 \ln\frac{R_2}{R_1}$$

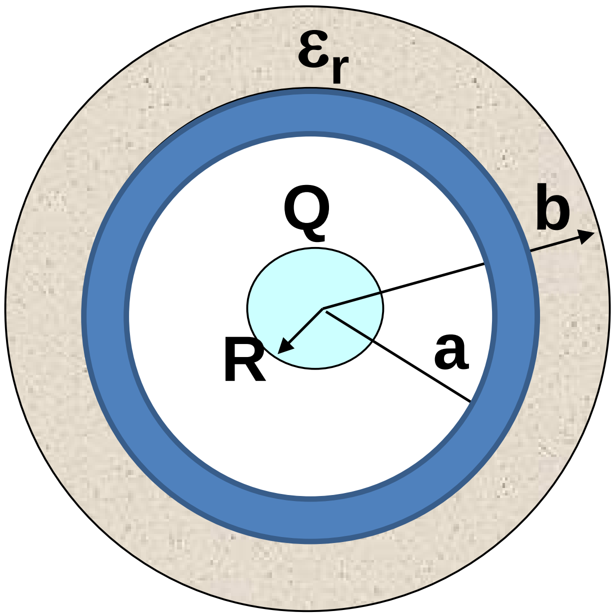
例3：已知 同心导体球R和介质球壳，导体球带电Q, 半径R, 介质球壳的半径分别为a, b, 相对介电常数为ε_r。

求：（1）D, E分布；

（2）介质中的P；

（3）极化电荷；

（4）介质中的电势。



- 作业：

  P356： T8.54 T8.57 T8.58 T8.60

The end!