南開大學

牛顿运动定律

本章目录

2.1 牛顿运动定律

▲ 第一定律（惯性定律）(**First law，Inertia law**）

任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态，除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态。

第一定律的意义：定义了“惯性系”（**inertial frame**）

定性给出了“力”与“惯性”的概念

惯性系：牛顿第一定律成立的参考系。

力：改变物体运动状态的原因（并非维持物体运动状态的原因）。

▲ 第二定律（**Second law**）

$$\boxed{\vec{F}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v})}$$

动量为p的物体，在合外力 $\vec{F}(=\sum\vec{F}_i)$ 的作用下，其动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合外力.

$\vec{F}$：物体所受的合外力。

m：质量（**mass**），它是物体惯性大小的量度

也称惯性质量（**inertial mass**）。

若$m=$ **const.**，

则有：$\boxed{\vec{F}=m\vec{a}}$

$\vec{a}$：物体的加速度。

（微分形式）

$$\sum\vec{F}_i=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

直角坐标分量形式

$$\sum F_{ix}=m\frac{dv_x}{dt}=m\frac{dx^2}{dt^2}$$

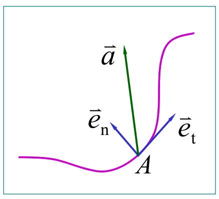
$$\sum F_{iy}=m\frac{dv_y}{dt}=m\frac{dy^2}{dt^2}$$

$$\sum F_{iz}=m\frac{dv_z}{dt}=m\frac{dz^2}{dt^2}$$

自然坐标系中

$$\vec{F}=m\vec{a}=m(\vec{a}_\mathrm{t}+\vec{a}_\mathrm{n})=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\mathrm{t}+m\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_\mathrm{n}$$

$$\begin{cases}F_\mathrm{t}=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=m\dfrac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\\[2ex] F_\mathrm{n}=m\dfrac{v^2}{\rho}\end{cases}$$



注：ρ为A处曲线的曲率半径.

注意

(1) 瞬时关系

(2) 牛顿定律只适用于质点

(3) 力的叠加原理

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots$$

$$\vec{a}=\vec{a}_1+\vec{a}_2+\vec{a}_3+\cdots$$

$$\vec{F}_1=m\vec{a}_1$$

$$\vec{F}_2=m\vec{a}_2$$

变力问题的处理方法

（1）力随时间变化：**F=f（t）**

在直角坐标系下，以x方向为例，由牛顿第二定律

$$m\frac{dv_x}{dt}=f(t)$$

且：$t=t_0$ 时，$v_x=v_0$；$x=x_0$

则：

$$dv_x=\frac{1}{m}f(t)dt$$

直接积分得：

$$v_x=\int dv_x=\int\frac{1}{m}f(t)dt$$

$$=v(t)+c$$ 其中c由初条件确定。

由速度求积分可得到运动学方程：

$$x=\int v_x dt=x(t)+c_2$$

其中c_2由初条件确定。

例：飞机着陆时受到的阻力为F＝－ct（c为常数）且t＝0时，$v=v_0$ 。求：飞机着陆时的速度。

解： 根据牛顿第二定律：

－ct＝m dv / dt

$$v=\int dv=\int-\frac{c}{m}tdt$$

$$=-\frac{c}{2m}t^2+c_1$$

当t＝0时，$v=v_0$，代入得：$v_0=c_1$

$$v=v_0-\frac{c}{2m}t^2$$

(2)力随速度变化：F＝f（v）

直角坐标系中，x方向f（v）＝m dv/dt

经过移项可得：

$$dt=m\frac{dv}{f(v)}$$

等式两边同时积分得：

$$t-t_0=\int dt=\int\frac{m}{f(v)}dv=m\int\frac{1}{f(v)}dv$$

具体给出f（v）的函数试就可进行积分运算

例：质量为m的物体以速度v_0投入粘性流体中，受到阻力f＝－cv （c为常数）而减速，若物体不受其它力，求：物体的运动速度。

解： 根据牛顿第二定律：

$$-cv=m\frac{dv}{dt}$$

移项变换： －c/m dt＝dv/v

积分得

$$\int-\frac{c}{m}dt=\int\frac{dv}{v}$$

$$-\frac{c}{m}t=\ln v+c_1$$

由初条件定c_1：

当t＝0时，$v=v_0$ ∴$0=\ln v_0+c_1$

∴ $c_1=-\ln v_0$

$$-\frac{c}{m}t=\ln\frac{v}{v_0}$$

$$v=v_0e^{-\frac{c}{m}t}$$

(3) 力随位移变化：F＝f（x）

直角坐标系中，x方向：

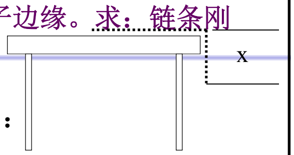
$$f(x)=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx}=mv\frac{dv}{dx}$$

经过移项可得：f（x）dx＝mv dv

等式两边同时积分得：

$$\int f(x)dx=\int mvdv=\frac{1}{2}m(v^2-v_0{}^2)$$

例：光滑的桌面上一质量为M，长为L的匀质链条，有极小一段被推出桌子边缘。求：链条刚刚离开桌面时的速度。



解：

链条所受的力F是个变力：

F＝m(x)g

$$m(x)=\frac{M}{L}x$$

根据牛顿第二定律：

$$\frac{M}{L}xg=M\frac{dv}{dt}=M\frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx}=Mv\frac{dv}{dx}$$

$$\int_0^L\frac{M}{L}gxdx=\int_0^v Mvdv$$

$$\frac{M}{2L}gL^2=\frac{1}{2}Mv^2$$

$$v=\sqrt{gL}$$

▲ 第三定律（Third Law）

m_1 $\vec{F}_{12}$ $\vec{F}_{21}$ m_2

$$\boxed{\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}}$$

两个物体之间作用力 $\vec{F}$ 和反作用力 $\vec{F}'$，沿同一直线，大小相等，方向相反，分别作用在两个物体上.

注意 作用力与反作用力特点：

(1) 大小相等、方向相反，分别作用在不同物体上，同时存在、同时消失，它们不能相互抵消.

(2) 是同一性质的力.

对牛顿定律的说明：

1. 牛顿定律只适用于惯性系（牛顿第一定律成立的参考系）；

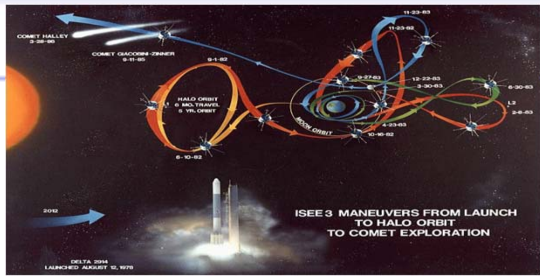
2. 牛顿定律是对质点而言的，而一般物体可认为是质点的集合，故牛顿定律具有普遍意义。

牛顿力学的适用范围

$$\sum_i^n \vec{F}_i=\frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

- m→0（微观粒子）时，牛顿力学不适用了。要用 量子力学 的方法解决问题。
- V→c（速度接近光速）时，牛顿力学不适用了。要用 相对论 的方法解决问题。
- n→∞（大量粒子）时，牛顿力学不适用了。要用 统计 的方法解决问题。

适用于不太重、不太小、不太快的运动物体



牛顿会高兴的（Newton would have been pleased）1978年NASA发射空间飞船ISEE3，4年后经37次点火和5次飞近太阳而进入了一个复杂的轨道。85年拦截了一个彗星，86年与哈雷彗星相遇，中断联系16年后与ISEE-3卫星重新建立双向通信在其使命完成之后，NASA利用月球引力将其转移到一个日心轨道，成为第一颗访问彗星的飞行器。

Δ2.2 SI单位和量纲

▲ 国际单位制（SI）的力学基本量和单位：

量的名称	单位名称	单位符号	单 位 的 定 义
时间	秒	s	^{138}Cs原子某特征频率光波周期的 9 192 631 770 倍
长度	米	m	光在真空中在（1/299 792 458）s 内所经过的距离
质量	千克	kg	保存在巴黎度量衡局的“kg标准原器”的质量

其他国际基本单位 K，A，mol, cd

▲ 量纲：

基本量以外的其他量和单位都可根据一定的关系式由基本量及其单位导出，分别称为导出量和导出单位。

为定性表示导出量和基本量间的关系,常不考虑关系式中的数字因数,而将物理量用若干基本量的乘方之积表示，这样的式子称为该物理量的量纲式，简称量纲。某物理量 Q 的量纲通常表示为 [Q]。

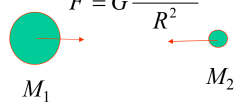
在SI中，基本力学量是长度、质量、时间，它们的量纲分别用 L、M、T 表示。这样，导出量如速度v和力F的量纲就分别为 [v] = LT^{-1} 和 [F] = MLT^{-2}。

只有量纲相同的项才能进行加减或用等式联接。

2.3 常见的几种力(书2.2节)

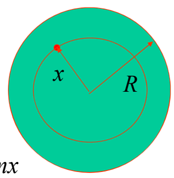
● 引力

$$F = G\frac{M_1M_2}{R^2}$$



万有引力常数

G=6.67×10^{-11} m^3·kg^{-1}·s^{-2}



均匀球体内的引力，
只由球内部分决定！

（以后可以由高斯定理简洁证明）
$$F = G\frac{Mmx}{R^3}$$

● 弹力

$$F = -kx$$

k：弹性系数，x：弹簧的伸长（或压缩）

弹力的方向，与弹簧伸长的方向相反。

● 摩擦力

静摩擦	滑动摩擦
和运动趋势的方向相反	和运动方向相反
$f_s \le \mu_s N$	$f = \mu N$