南開大學

电磁学

（Electromagnetism）

电磁学内容共分七章：静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒电流、稳恒磁场、磁介质、电磁感应、麦克斯韦电磁理论。

电磁学的内容按性质来分，主要有“场”和“路”两部分。

重点

- 1、静电场的电场强度和电势的概念以及电场强度和电势叠加原理。高斯定理和环路定理。
- 2、导体静电平衡的条件。静电平衡时导体的电荷分布。
- 3、毕奥—萨伐尔定律、磁场中的高斯定理、安培环路定理。
- 4、法拉第电磁感应定律。动生电动势和感生电场。

静电场

- 库仑定律。电场强度。电场强度叠加原理及其应用。电通量。静电场的高斯定理。电场力的功。静电场的环路定理。电势、电势叠加原理及其计算。电场强度与电势梯度的关系。导体的静电平衡。导体上的电荷分布。电容与电容器。电场能量。电介质的极化及其描述*。电位移矢量。有电介质时的高斯定理。

稳恒磁场

- 磁场，磁感应强度。磁通量，磁场中的高斯定理。毕奥—萨伐尔定律，磁感应强度的叠加原理。运动电荷的磁场。安培环路定理。安培定律。磁场对载流导线及线圈的作用。洛仑兹力。霍耳效应*。磁介质。磁场强度矢量。介质中的安培环路定理。铁磁质，磁滞现象，磁畴*。

电磁感应与电磁场

- 电源电动势。法拉第电磁感应定律。动生电动势。感生电动势。涡旋电场。自感、互感。磁场能量。磁场能量密度。位移电流。全电流定律。麦克斯韦方程组的积分形式。电磁波的产生及基本性质。麦克斯方程组的积分形式*。边界条件*。

基本结构

电荷

静止电荷 静电场

电场的性质？
放入其中的电荷有电场力的作用

保守场
（有源无旋）

电场

感生电场

非保守场
（有旋无源）

变化

变化的磁场

磁场

静电场和稳恒磁场的基本规律

静电场	稳恒磁场
$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho\cdot dV$	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$	$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$

$E_{涡}$ 　　变　　 I_d

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S\left(\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

典型例题

例题　求均匀带电细棒中垂面上一点的场强。

例题　均匀带电圆环轴线上一点的场强。
设圆环带电量为 Q ，半径为R

例题　均匀带电圆盘轴线上一点的场强。
设圆环带电量为Q ，半径为R

例题1　求均匀带电细棒中垂面上一点的场强。
设棒长为 l，带电量 q，设电荷线密度为η

解：由对称性可知，最好选用柱坐标，中垂面上一点的场强只有Y 方向的分量，在Z和X方向无分量。

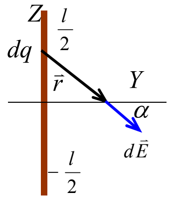
$$dq=\eta dz \qquad dE=\frac{\eta\cdot dz}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_y(p)=\int dE_y=\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{\cos\alpha\cdot dz}{r^2}$$

$$\cos\alpha=\frac{y}{r};\quad r^2=y^2+z^2$$

利用公式：

$$\int\frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}}=\frac{\pm x}{a^2\sqrt{x^2\pm a^2}}$$



$$E_y(p)=\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{y\cdot dz}{(y^2+z^2)^{3/2}}=\frac{2\eta}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{l/2}\frac{y\cdot dz}{(y^2+z^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{2\eta y}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{y^2\sqrt{y^2+z^2}}\Big|_{z=0}^{z=l/2}$$

$$\therefore E_y(p)=\cdot\frac{\eta\, l/2}{2\pi\varepsilon_0 y\sqrt{y^2+\left(l/2\right)^2}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y\sqrt{y^2+\left(l/2\right)^2}}$$

讨论

1. $y<<l$无限长均匀带电细棒的场强 $E\cong\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 y}$
方向垂直于细棒。

2. $y>>l$相当于点电荷的场强。 $E=\frac{\eta l/2}{2\pi\varepsilon_0\cdot y^2}$
正负决定场强方向的正负。

例题2　均匀带电圆环轴线上一点的场强。
设圆环带电量为 q ，半径为 R

解：由对称性可知，p点场强只有X分量

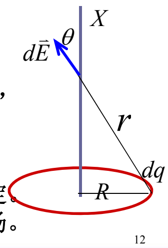
$$E=\int_q dE_x=\int dE\cdot\cos\theta=\int_L\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_L dq$$

$$E=\frac{\cos\theta\cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

讨论：当所求场点远大于环的半径时，

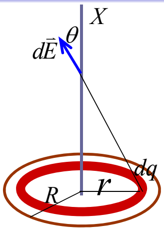
$$E\cong\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

方向在X轴上，正负由 q 的正负决定。
说明远离环心的场强相当于点电荷的场。



例题3　均匀带电圆盘轴线上一点的场强。
设圆盘带电量为 q ，半径为 R

解：带电圆盘可看成许多同心的圆环组成，取一半径为r，宽度为dr 的细圆环带电量



$$dq = \sigma 2\pi r \cdot dr$$

$$dE = \frac{dqx}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E_x(p) = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{rdr}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1 - \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}]$$

$x << R$

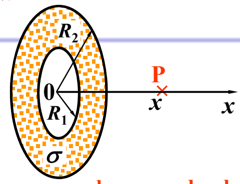
$x >> R$ ？

例题4　已知：均匀带电环面，σ，R_1，R_2

求：轴线上的场强 $\vec{E}$

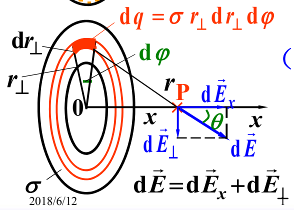
☆ 可有三种方法求解

叠加、圆盘、微元



解：（1）划分电荷元

$$dq = \sigma\, ds = \sigma\, r_\perp dr_\perp \cdot d\varphi$$



（2）分析$d\vec{E}$ 大小、方向：

$$dE_x = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta\,,$$

$$dE_\perp = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta\,。$$

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_\perp$$

（3）积分求　$\vec{E}$

$$\vec{E} = \int_q d\vec{E} = \vec{i}\int_q dE_x = E_x\cdot\vec{i}$$

$$E_x = \int_q \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta = \int_0^{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma\, r_\perp dr_\perp d\varphi}{4\pi\varepsilon_0\cdot r^2}\cdot\cos\theta$$

$$= \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_{R_1}^{R_2}\frac{r_\perp\cdot dr_\perp}{r^2}\cdot\frac{x}{r} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\int_{R_1}^{R_2}\frac{x\cdot r_\perp\cdot dr_\perp}{(x^2+r_\perp^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\cdot[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}]$$

$$\therefore\quad \vec{E} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\cdot[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}]\cdot\vec{i}$$

（4）分析结果的合理性：

结果 $\vec{E} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\cdot[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}]\cdot\vec{i}$

① 量纲正确；

② 令 $x = 0$，得 $\vec{E} = 0$ ，合理；

③ 令 $x >> R_2$， 则：

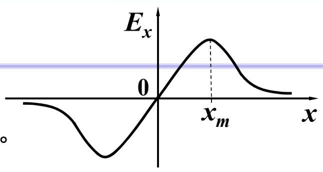
$$\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{1}{x\sqrt{1+R^2/x^2}} = \frac{1}{x}[(1+\frac{R^2}{x^2})]^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{x}(1-\frac{R^2}{2x^2})$$

泰勒级数

$$E_x \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{R_2^2 - R_1^2}{2x^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \propto \frac{1}{x^2}\,，$$ 合理。

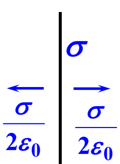
（5）对结果的讨论：

① E的分布：



x_m=?，自己计算。

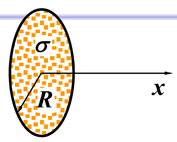
② $R_1\to 0$， $R_2\to\infty$，此为均匀带电无限大平面：



$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{|x|}\,,$$

$$E = |E_x| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 常量 \begin{cases} 与轴无关 \\ 与\, x\, 无关 \end{cases}$$

③ $R_1\to 0$， $R_2=R$ ，此为均匀带电圆盘情形：

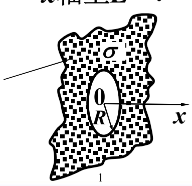


$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}[\frac{1}{|x|} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{|x|}[1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2+R^2}}]$$

④ 思考　　x轴上E =?

挖一圆孔的无限大均匀带电平面



利用高斯定理求解电场

对 Q 的分布具有某种对称性的情况下

常见的电量分布的对称性：

	球对称	柱对称	面对称
均匀带电的	球体	无限长	无限大
	球面	柱体	平板
	（点电荷）	柱面	平面
		带电线	

电势计算

例 计算均匀带电球面的内外电势

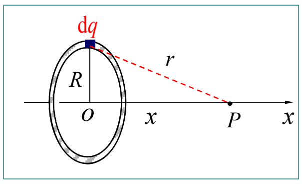
例 正电荷q均匀分布在半径为R的细圆环上. 求环轴线上距环心为x处的点P的电势.

例 通过一均匀带电圆平面中心且垂直平面的轴线上任意点的电势.

例 正电荷q均匀分布在半径为R的细圆环上. 求环轴线上距环心为x处的点P的电势.

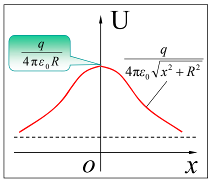
解 $\mathrm{d}U_P = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathrm{d}q}{r}$

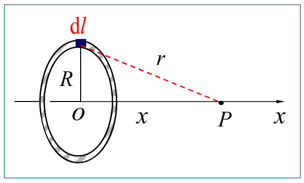
$$U_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\int \mathrm{d}q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$



讨 论 $U_P = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$

$x=0$，$U_0 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ $x>>R$，$U_P = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$





利用电势求场强

$$\boxed{E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}}$$ —— φ 的方向导数

电场强度等于电势梯度的负值

例题：用电场强度与电势的关系，求均匀带电细圆环轴线上一点P的电场强度.

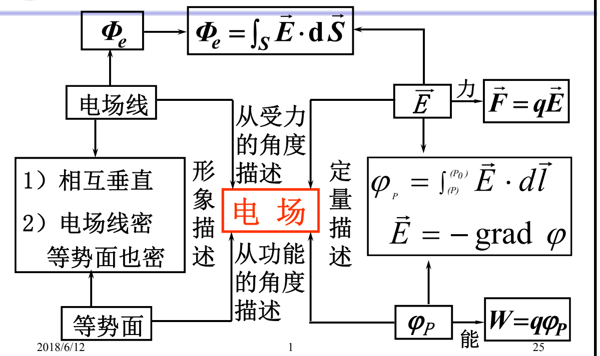
真空中静电场小结提纲

一. 线索（基本定律、定理）：

$$\left.\begin{array}{l}\text{库仑定律}\\ \vec{E}=\vec{F}/q_0\\ \vec{E}=\sum\vec{E}_i\end{array}\right] \rightarrow \vec{E}=\sum_i\frac{q_i\vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2} \rightarrow \left[\begin{array}{l}\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}\\ \oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0\end{array}\right.$$

还有电荷守恒定律，它时刻都起作用。

二．基本物理量之间的关系：



三．求场的方法：

1. 求$\vec{E}$

- 叠加法（补偿法）：$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$，
  $$\vec{E}=\int_q \frac{\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}q；$$
- 高斯定理法：$\oint_s \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$；
- 微分法：$\vec{E}=-\nabla\varphi$，$E_l=-\frac{\partial\varphi}{\partial l}$。

2.求φ

- 场强积分法：$\varphi_p=\int_{(P)}^{(P_0)}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$，
  （$\vec{E}$分段，积分也要分段）；
- 叠加法：$\varphi=\sum_i\varphi_i$（零点要同）；
  $$\varphi=\int_q\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}，\quad(\varphi_\infty=0)。$$

四. 几种典型电荷分布的场强和电势:（自己总结）

点电荷；均匀带电薄球壳；均匀带电大平板；

均匀带电长直线；均匀带电长圆筒。

电介质

$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\sum q_{0内}}$ — $\vec{D}$的高斯定理

对各向同性介质

∴ $\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}}$

电容器的电容

若两个导体分别带有等量异号的电荷q，周围没有其它导体带电；其间电位差U_{AB}，它们组成电容器的电容：

$$C\overset{def}{\equiv}\frac{q}{U_{AB}}$$

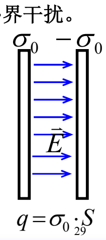
通常采用静电屏蔽或使场集中从而不受外界干扰。

1 平行板电容器：$S>>d^2$

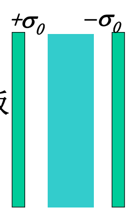
平行板电容器间无电介质时：

$$\because E=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}=\frac{q/S}{\varepsilon_0}\qquad \therefore C_0=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\because U_{AB}=Ed=\frac{qd}{\varepsilon_0 S}$$

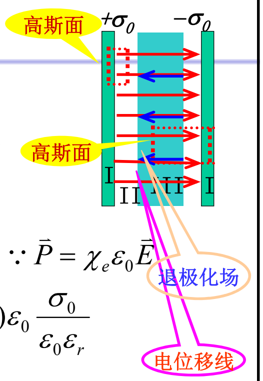


[例]：平行板电容器充电后，极板上面电荷密度 $\sigma_0=1.77\times10^{-6}C/m$，将两板与电源断电以后，再插入$\varepsilon_r=8$的电介质后计算空隙中和电介质中的 $\vec{E}$、$\vec{D}$、$\vec{P}$



解：因断电后插入介质，所以极板上电荷面密度不变。

电位移线垂直于极板，
根据高斯定律



$$(D_I + D_{II})\Delta S = \sigma_0 \Delta S$$

$$D_{II} = \sigma_0 \qquad E_{II} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

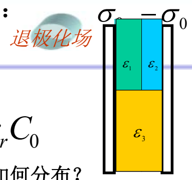
$$(D_I + D_{III})\Delta S = \sigma_0 \Delta S$$

$$D_{III} = \sigma_0 \quad E_{III} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \qquad \because \vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\therefore P = \chi_e \varepsilon_0 E_{III} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\therefore \sigma' = (1 - \frac{1}{\varepsilon_r})\sigma_0$$

平行板电容器间有电介质时：



$$\because U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$

$$\therefore C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \qquad \therefore C = \varepsilon_r C_0$$

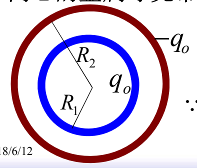
插入电解质后极板上自由电荷面密度如何分布？

$q = \sigma_0 \cdot S$

q_0

2 球形电容器：

两个同心的金属球壳带有等量异号电荷



$$\vec{E} = 0 \quad r \le R_1$$

$$\vec{E} = 0 \quad r \ge R_2$$

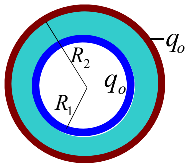
$$\because \vec{E} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad R_1 \le r \le R_2$$

若两球壳间有电介质则，$\therefore E = \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r r^2}$

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} dr = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1} - \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_2}$$

$$\because C = \frac{q_0}{U_1 - U_2}$$

$$\therefore C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



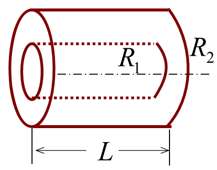
特别是当

$$\because R_2 \to \infty \qquad \therefore C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1$$

3 圆柱形电容器（同轴电缆）：

两个长为 L 的圆柱体，圆柱面上带有等量异号的电荷，其间距离 R_2–R_1<<L，充有相对介电常数为 ε_r 的介质，线电荷密度为 η_e 。

解：$\because 2\pi r D = \eta_e \qquad R_2 < r < R_1$



$$\therefore E = \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

$$\therefore U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} dr$$

$$= \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{\eta_e L}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

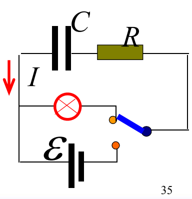
Δ8. 23 电容器的能量、有介质时的电场能量

两种观点：电荷是能量的携带者。

电场是能量的携带着—近距观点。

这在静电场中难以有令人信服的理由，在电磁波的传播中，如通讯工程中能充分说明场才是能量的携带者。

这里我们从电容器具有能量，静电系统具有能量做形式上的推演来说明电场的能量。



电容器充放电的过程是能量从电源到用电器，（如灯炮）上消耗的过程。

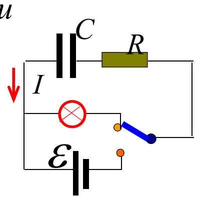
Δ8. 23 电容器的能量、有介质时的电场能量

电容器放电过程中，电量$-dq$ 在电场力的作用下，从正极板到负极板，这微小过程中电场力作功为：

因为$-dq > 0$ 表示极板上的电量随放电而减少

$$dA = -dq(u_+ - u_-) = -dqu$$

$$A = \int dA = -\int udq = -\int_Q^0 \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

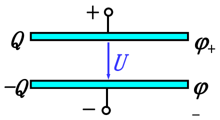


所以储存在电容器中的能量为：

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

或：　电容器由电源冲入电荷过程中储存的能量

一.　电容器的能量　总电能 $W=\frac{1}{2}\int_q \varphi\,\mathrm{d}q$



$$=\frac{1}{2}Q(\varphi_+-\varphi_-)$$

$$=\frac{1}{2}QU$$

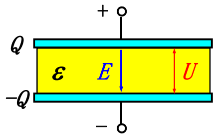
$$=\frac{1}{2}CU^2$$

$U=\varphi_+-\varphi_-$ 极间电压

假如插入电介质时，外力所做的功等于什么？　电容器能量的增量

二.　有介质时静电场的能量密度

以平板电容器为例来分析：



$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}\cdot(Ed)^2$$

$$=\frac{1}{2}\varepsilon E^2\cdot(S\cdot d)$$

电场能量密度：$w_e=\frac{W}{Sd}$

$$\boxed{w_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}}$$

可以证明，$w_e=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$ 对所有线性极化介质（包括各向异性的线性极化介质）都成立。

在空间任意体积V内的电场能：

$$W=\int_V w_e\,\mathrm{d}V=\int_V \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}\,\mathrm{d}V$$

对各向同性介质：$W=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2\cdot\mathrm{d}V$

在真空中：$W=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot\mathrm{d}V$

静电场的能量

静电能表示式　$W=\frac{1}{2}\int_q \varphi\,\mathrm{d}q$

电场能量密度　$\boxed{w_e=\frac{\delta W}{\delta V}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}}$

稳恒电流的磁场

一. 磁力的规律及磁感应强度 $\vec{B}$

1.　洛仑兹力-磁场对运动的电荷

$$\boxed{\vec{F}_m=q\vec{v}\times\vec{B}}$$

2. 安培力-磁场对电流

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F}=I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}$$

均可用来定义磁感强度

3. 对圆电流圈（或任意平面电流线圈）

$$\boxed{\vec{M}=I\vec{S}\times\vec{B}=\vec{m}\times\vec{B}}$$

$\vec{M}$　磁力矩　$\vec{m}$ — 磁矩

稳恒电流和电动势

电动势定义

电动势：$\varepsilon=\int_-^+\vec{K}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ (电源内)

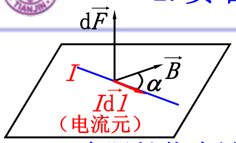
接触电势差与温差电动势

温差电效应有三个应用：测温、用作电源、电子制冷

霍耳效应：

Hall效应的主要作用是：测磁场，电荷正负，载流子浓度等

2. 安培力–磁场对电流



对线电流：

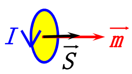
$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}$$

有限长载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int_L I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

均可用来定义磁感强度

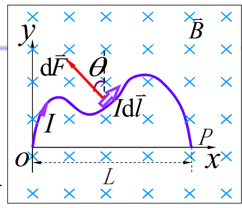
对圆电流圈（或任意平面电流线圈）：



$$\boxed{\vec{M} = I\vec{S}\times\vec{B} = \vec{m}\times\vec{B}}$$

$\vec{M}$ 磁力矩　　$\vec{m}$ — 磁矩

求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力，已知 $\vec{B}$ 和 I 。



解　取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

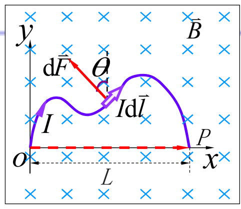
$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\sin\theta = BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\cos\theta = BI\mathrm{d}l\cos\theta$$

$$F_x = \int\mathrm{d}F_x = BI\int_0^0\mathrm{d}y = 0$$

$$F_y = \int\mathrm{d}F_y = BI\int_0^l\mathrm{d}x = BIl$$

$$\vec{F} = F_y = BIl\vec{j}$$



结论　任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

二．磁场的规律

1. 毕—萨定律：电流元产生磁场

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{4\pi r^2}}$$

电流元不在自身方向上激发磁场。

2. 运动电荷产生磁场

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2}}$$

- 磁通量

用磁力线的疏密表示磁场 $\vec{B}$ 的强弱，磁力线的切线方向表示磁场的方向。

$\vec{B}$ 可以看成是单位面积上的磁通量。单位[Wb/m²]

通过任意S面的磁通量 Φ_B，其数学表达式：

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

磁通连续原理（$\vec{B}$的高斯定理）

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

这说明 $\vec{B}$ 线闭合，无头无尾，即磁场是无源场。

安培环路定理

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \mu_o\sum I_{内}}$$

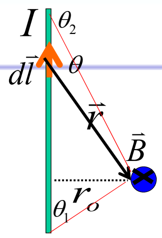
$I_{内}$ 流向与L绕向成右手关系时 $I_{内}$ 为正，

$I_{内}$ 流向与L绕向成左手关系时为负。

说明磁场为非保守场（涡旋场或有旋场）。

例题1：直线电流的磁场。

$$B=\int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$



因为各电流元产生的磁场方向相同，磁场方向垂直纸面向里所以只求标量积分。磁场方向垂直纸面向里。

$\because l=-r\cos\theta \qquad \therefore l=-r_o ctg\theta$

$\because r_o=r\sin\theta \qquad \therefore dl=r_o d\theta/\sin^2\theta$

$$B=\int_L \frac{\mu_o I\cdot r_o d\theta\cdot\sin\theta}{4\pi\sin^2\theta\cdot r_o^2/\sin^2\theta}=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cdot d\theta$$

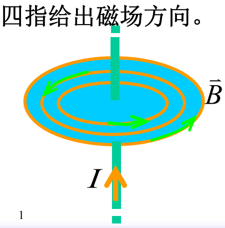
$$B=\int_L \frac{\mu_o I\cdot r_o d\theta\cdot\sin\theta}{4\pi\sin^2\theta\cdot r_o^2/\sin^2\theta}=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向，与电流成右手螺旋关系，拇指表示电流方向，四指给出磁场方向。

当 $\theta_1=0,\theta_2=\pi$ 时，

$$B=\frac{\mu_o I}{2\pi r_o}$$

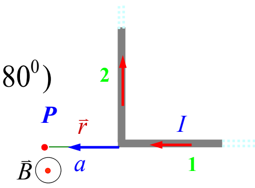


（2）对于任意形状直导线

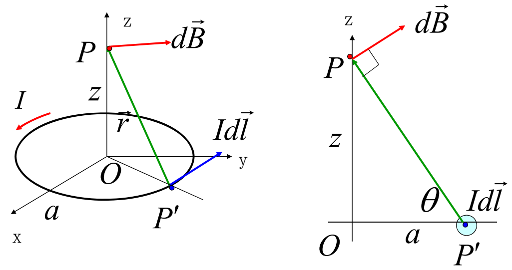
$$B_1=0$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 90^0-\cos 180^0)$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



［例2］求环状电流轴线上任意点P的磁场



(1) 微电流源的磁场

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

分析场的对称性只沿Z轴

(2) 沿z方向的投影

$$dB_z=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\cos\theta}{r^2}$$

(3) 积分

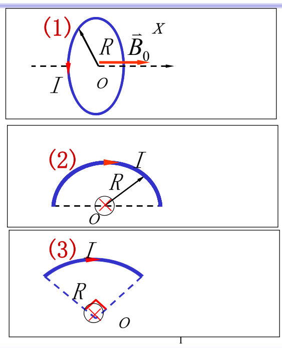
$$B_z=\int_C dB_z=\int_C \frac{\mu_0 I\cos\theta}{4\pi r^2}dl$$

$$=\frac{\mu_0 I\cos\theta}{4\pi r^2}\int_C dl=\frac{\mu_0 I\cos\theta}{4\pi r^2}2\pi a$$

$$=\frac{\mu_0 I\cos\theta}{2r^2}a=\frac{\mu_0 I a^2}{2\left(z^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

对带电圆环中心点产生的磁场强度结果推广

推广



$$B_0=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_0=\frac{\mu_0 I}{4R}$$

$$B_0=\frac{\mu_0 I}{8R}$$

[例3]

＊ 求无限长圆柱面电流的磁场分布(半径为 R)

✱分析场结构：有轴对称性

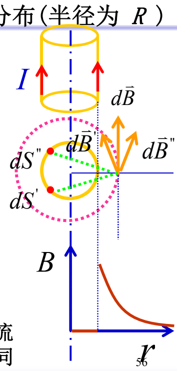
✱以轴上一点为圆心，取垂直于轴的平面内半径为 r 的圆为安培环路

$$\because \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=2\pi rB=\mu_o I$$

$$\therefore B=0 \qquad r\le R$$

$$B=\frac{\mu_o I}{2\pi r} \qquad r\ge R$$

无限长圆柱面电流外面的磁场与电流都集中在轴上的直线电流的磁场相同



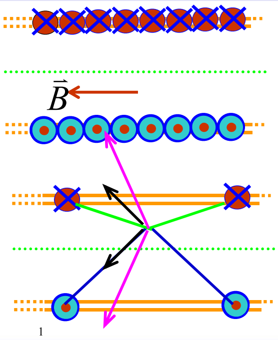
＊ 求载流无限长直螺线管内任一点的磁场

一个单位长度上有 n匝的无限长直螺线管。由于是密绕，∴每匝视为圆线圈。

✱由对称性分析场结构

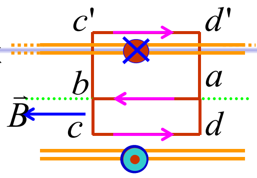
a. 只有轴上的分量；

b. 因为是无限长，在与轴等距离的平行线上磁感应强度相等。



✱取L矩形回路，ab 边在轴上，边cd与轴平行，另两个边垂直于轴。

因为无垂直于轴的磁场分量，又无电流穿过 L 回路，根据安培环路定理及轴上磁场得出，管内任一点的磁感应强度。



$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=B_{ab}\cdot\overline{ab}-B_{cd}\cdot\overline{cd}=0$$

$$B_{ab}=B_{cd}=B=\mu_o nI$$

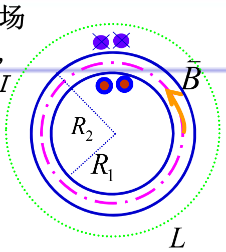
其方向与电流满足右手螺旋.

同理可证，无限长直螺线管外任一点的磁场为零。选矩形回路$c'd'$边在管外。同学自行证明。

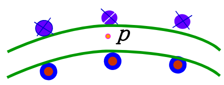
[例4] 求载流螺绕环内的磁场

设环很细，环的平均半径为R，总匝数为N，通有电流强度为 I

分析磁场结构，与长直螺旋管类似，环内磁场只能平行与线圈的轴线（即每一个圆线圈过圆心的垂线）。



根据对称性可知，在与环共轴的圆周上磁感应强度的大小相等，方向沿圆周的切线方向。磁力线是与环共轴的一系列同心圆。



设螺绕环的半径为R_1, R_2，共有N匝线圈。以平均半径R作圆为安培回路 L, 可得：

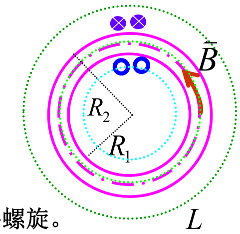
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=B2\pi R=\mu_o N\cdot I$$

$$\therefore B=\mu_o nI \qquad R_1\le r\le R_2$$

$$N=2\pi Rn$$

n 为单位长度上的匝数。

其磁场方向与电流满足右手螺旋。



同理可求得 $\therefore B=0$

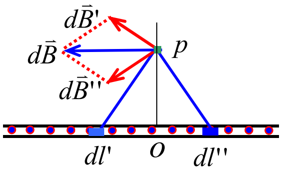
螺绕环管外磁场为零。

例5 ：无限大平板电流的磁场分布。设一无限大导体薄平板垂直于纸面放置，其上有方向垂直于纸面朝外的电流通过，面电流密度（即指通过与电流方向垂直的单位长度的电流）到处均匀，大小为 j 。

解：视为无限多平行长直电流的场。

分析求场点p的对称性

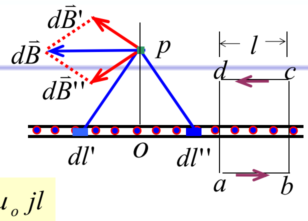
做 po 垂线，取对称的长直电流元，其合磁场方向平行于电流平面。



无数对称元在 p点的总磁场方向平行于电流平面。

因为电流平面是无限大，故与电流平面等距离的各点B的大小相等。在该平面两侧的磁场方向相反。

作一安培回路如图：bc和 da两边被电流平面等分。ab和cd 与电流平面平行，则有



$$\oint_L \vec B\cdot d\vec l = B\,2l = \mu_o jl$$

结论

$$\therefore B = \frac{\mu_o j}{2}$$ 方向如图所示。

在无限大均匀平面电流的两侧的磁场都为均匀磁场，并且大小相等，但方向相反。

磁介质中的安培环路定理	电介质中的高斯定理
$\oint_L \vec B\cdot d\vec l = \mu_0\sum_L I + \mu_0\sum_L i'$	$\oint\!\!\oint_S \vec E\cdot d\vec S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_0+q')$
$\oint_L \vec B\cdot d\vec l = \mu_0\sum_L I + \mu_0\oint_L \vec M\cdot d\vec l$	$\oint\!\!\oint_S \vec E\cdot d\vec S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S q_0 - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint\!\!\oint_S \vec P\cdot d\vec S$
$\oint_L (\frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M)\cdot d\vec l = \sum_L I$	$\oint\!\!\oint_S (\varepsilon_0\vec E + \vec P)\cdot d\vec S = \sum_S q_0$
$\vec H \overset{def}{\equiv} \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M$	$\vec D \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0\vec E + \vec P$
$\oint_L \vec H\cdot d\vec l = \sum_L I$	$\oint\!\!\oint_S \vec D\cdot d\vec S = \iiint_V \rho_e dV$

● $\vec B, \vec H, \vec M$ 之间的关系

$\vec M = \chi_m \vec H$

$\vec H \overset{def}{\equiv} \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M$

$\vec B = \mu_0(1+\chi_m)\vec H$

$\mu_r = (1+\chi_m)$

$\vec B = \mu_0\mu_r\vec H = \mu\vec H$

μ_r 称为相对磁导率

$\mu = \mu_0\mu_r$ 磁导率

实验规律

量纲

电磁场的本构方程

● $\vec P$、$\vec D$、$\vec E$ 之间的关系：

$\vec P = \chi_e\varepsilon_0\vec E$

$\vec D \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0\vec E + \vec P$

$\vec D = (1+\chi_e)\varepsilon_0\vec E$

$\varepsilon_r = (1+\chi_e)$

$\vec D = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec E = \varepsilon\vec E$

ε_r 称为相对电容率或相对介电常量。

$\therefore P_n = \sigma'$

$|\vec M| = j_s$ $\boxed{\vec j_S' = \vec M\times\vec e_n}$ 描述真空中电磁场和介质中电磁场的关系式

电动势——非静电力将单位正电荷从电源的负极经电源内部搬运到正极的过程中所做的功

动生电动势

产生动生电动势的非静电力是洛伦兹力

非静电性电场强度?

$$\mathrm{d}\varepsilon_{动} = (\vec V\times\vec B)\cdot\mathrm{d}\vec l$$

感生电动势

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\partial\vec B}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec s$$

感生电场的非静电力是 涡旋电场力，激发感生电场的是?

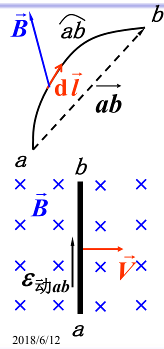
麦克斯韦（Maxwell）提出:变化的磁场可以激发非静电性质的电场 — 感生电场$\vec E_{感}$ 。

$$\varepsilon_{感} = \boxed{\oint_L \vec E_{感}\cdot\mathrm{d}\vec l = -\int_S \frac{\partial\vec B}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec s}$$

感生电场是非保守场— 有旋电场(curl electric

它不存在相应的“势”的概念。

在一段导线中的动生电动势：



$$\varepsilon_{动ab}=\int_{(a)}^{(b)}(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

若$\vec{B}=\mathrm{const.}$，$\vec{V}=\mathrm{const.}$，则

$$\varepsilon_{动ab}=(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\int_{(a)}^{(b)}\mathrm{d}\vec{l}=(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\overrightarrow{ab}$$

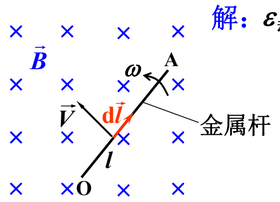
若 $\vec{V}$、$\vec{B}$、$\overline{ab}$ 彼此垂直，

则 $\varepsilon_{动ab}=BV\overline{ab}$

$\varepsilon_{动ab}$方向：$a\rightarrow b$。

[例1]：如图示，$\overline{\mathrm{OA}}=L$，$\vec{B}\perp\overline{\mathrm{OA}}$，$\vec{B}=\mathrm{const.}$，

$\overline{\mathrm{OA}}$ 绕O轴转，角速度为ω。求：$\varepsilon_{动\mathrm{OA}}$



解：
$$\varepsilon_{动\mathrm{OA}}=\int_{(\mathrm{O})}^{(\mathrm{A})}(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$
$$=-\int_{(\mathrm{O})}^{(\mathrm{A})}VB\,\mathrm{d}l$$
$$=-\int_0^L\omega lB\,\mathrm{d}l$$
$$=-\frac{1}{2}\omega BL^2<0$$

$\varepsilon_{动\mathrm{OA}}$方向：$\mathrm{A}\rightarrow\mathrm{O}$，O点电势高（积累正电荷 ）

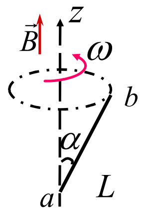
例2 在空间均匀的磁场中 $\vec{B}=B\hat{z}$

导线*ab*绕*Z*轴以ω 匀速旋转

导线*ab*与*Z*轴夹角为α

设 $\overline{ab}=L$

求：导线*ab*中的电动势



解：建坐标如图 在坐标l处取 dl

该段导线运动速度垂直纸面向内运动

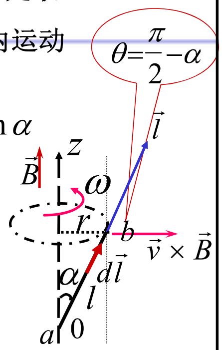
半径为 r

$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=vB=\omega rB=\omega lB\sin\alpha$$

$$d\varepsilon_i=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=vBdl\cos\theta$$
$$=B\omega\sin^2\alpha\ ldl$$

$$\varepsilon_i=\int d\varepsilon_i=B\omega\sin^2\alpha\int_0^L ldl$$

$$=\frac{B\omega L^2}{2}\sin^2\alpha\ >0$$ 方向从 *a*到b



例：一长直导线中通有电流*I*,在其附近有一长为*l*的金属棒*MN*，水平放置，以速度*v*下落。已知*I*, *a*, *l*.

求：*t*秒末导线两端电位差。

解:根据： $\varepsilon=\int_M^N(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

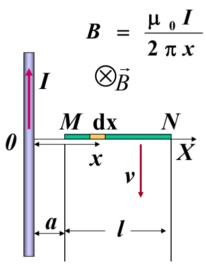
$$\varepsilon=\int_M^N(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_M^N vB\mathrm{d}l$$

$$=\int_a^{a+l}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}gtdx$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi}gt\ \ln\frac{a+l}{a}$$

ε 的方向：$M\rightarrow N$ N点电势高。

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

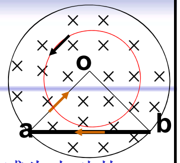


感生电场

$$\varepsilon_{感}=\oint_L\vec{E}_{感}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

说明：1）有旋电场是变化的磁场激发的；2）感生电场为非保守场，其电场线既无起点也无终点，永远是闭合的，象旋涡一样。因此，通常把感生电场称为有旋电场。3）感生电场同样对电荷有力的作用。产生感生电动势的非静电场E_k 正是涡旋电场力 。

求线段ab上的感生电动势



$\because \boxed{\vec{E}_{感生} \perp R} \quad \varepsilon_{感生} = \int_{(R)} \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$

可利用这一特点较方便地求其他线段内的感生电动势

补上半径方向的线段构成回路利用法拉第电磁感应定律

例　求上图中　线段ab内的感生电动势

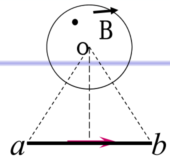
解：补上两个半径oa和bo与ab构成回路$obao$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ob} + \varepsilon_{ba} + \varepsilon_{ao} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ba} = -S_{\Delta}\frac{dB}{dt}}$$

$\varepsilon_{ao} = 0 \quad \varepsilon_{ob} = 0$

又如磁力线限制在圆柱体内，　空间均匀 $\boxed{\frac{dB}{dt} = c}$



求：ε_{ab}

解：补上半径 oa bo

设回路方向如图

$$\boxed{\varepsilon_{oabo} = \varepsilon_{oa} + \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bo} = -\frac{d\phi}{dt}} \quad \boxed{\varepsilon_{oa} = 0 \quad \varepsilon_{bo} = 0}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab} = -\frac{d\phi}{dt}} \quad \boxed{\phi = BS_{扇形}} \quad \boxed{\varepsilon_{ab} = -S_{扇形}\frac{dB}{dt}}$$

互感和自感

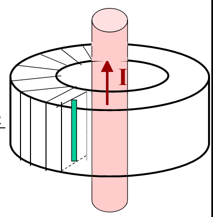
$$\boxed{\varepsilon_{12} = -\frac{d\psi_{12}}{dt} = -M\frac{di_2}{dt}}$$

$$\boxed{\varepsilon_L = -\frac{d\psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}}$$

例4：真空中截面为矩形的螺绕环，总匝数为N，内外半径为 R_1，R_2，高 h，另一半径为r_0的无限长圆柱导体与螺绕环同轴，1)求互感系数．2) 设在圆柱导体上通以电流 $I=I_0\sin\omega t$，求螺绕环中的互感电动势．

解：

1)　长圆柱导体外 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



通过每匝线圈的磁通量：

$$\Phi_m = \int B h \mathrm{d}r = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$M = \frac{N\Phi_m}{I} = \frac{N\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

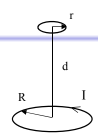
2)

$$\varepsilon_i = -M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -MI_0\omega\cos\omega t = -\frac{N\mu_0 h I_0\omega}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cos\omega t$$

例5：半径分别为R和r（R>>r）的两个同轴线圈，相距为d，且d>>R，大线圈中通有电流$I = I_0\sin\omega t$。

求：（1）两线圈的互感系数；

（2）小线圈中的互感电动势。



解：（1）大线圈中的电流在小线圈中心处产生的磁感应强度的大小为：

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}$$

由于两线圈相距很远，小线圈又小，故可认为小线圈中的磁场是均匀分布的，因此小线圈的磁通量为：

$$\Phi_{小} = BS = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}\pi r^2$$

根据互感的定义：

$$M = \frac{\Phi_{小}}{I} = \frac{\mu_0}{2}\frac{\pi R^2 r^2}{(R^2+d^2)^{3/2}} \approx \frac{\pi\mu_0 R^2 r^2}{2d^3}$$

（2）小线圈中的互感电动势为：

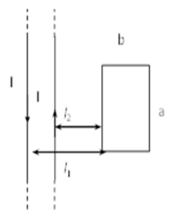
$$\varepsilon = -M\frac{dI}{dt} = -\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2 I_0\omega}{2d^3}\cos\omega t$$

一个输电回路，可以看成如图所示的两条平行长直载流导线，其电流为I，但是方向相反。这两根导线与旁边的长和宽分别为a和b的导线框共面，导线框上有N匝导线。

（1）两根导线之间的单位长度上的相互作用力是多少？指出是吸力还是斥力。

（2）试求两条平行长直载流导线输电回路与导线框之间的互感系数M；

（3）设电流为 $I\sin\omega t$　，则导线框中的感应电动势。



解：（1）由安培定律，一根导线受到另外一根导线的磁场力为：

$$F = IBL$$

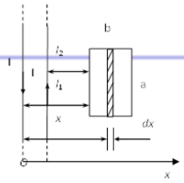
则单位长度的安培力的大小为：

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(l_2 - l_1)}$$

相互排斥

（2）长直载流导线产生的磁场

建立如图所示的坐标系，两根长直载流导线在距离原点为x的空间某一点产生的此感应强度为:



$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x-(l_1-l_2)}\right]$$

在矩形线圈中通有的磁通链数

$$\Psi=N\int_S BdS=N\int_{l_1}^{l_1+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x-(l_1-l_2)}\right]adx=\frac{Na\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{l_2(l_1+b)}{l_1(l_2+b)}$$

互感系数 $M=\frac{\Psi}{I}=\frac{Na\mu_0}{2\pi}\ln\frac{l_2(l_1+b)}{l_1(l_2+b)}$

（3）线圈内的感应电动势

$$\varepsilon=-\frac{d\Psi}{dt}=-\frac{Na\mu_0 I}{2\pi}\cos\omega t\ln\frac{l_2(l_1+b)}{l_1(l_2+b)}$$

自感磁能：

对长直螺线管 $\boxed{W_m=\frac{1}{2}LI^2}$ （类比：$W_e=\frac{1}{2}CV^2$ ）

由得： $B=\mu nI$ 和 $L=\mu n^2V$

$$\boxed{W_m=\frac{B^2}{2\mu}V}$$

磁能密度：$\boxed{w_m=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$

这说明磁能储存于磁场中。

• 磁场的能量密度

磁场的能量密度：$w_m=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

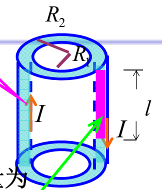
磁场所储存的总能量：$W_m=\int w_m dV=\int\frac{\vec{H}\cdot\vec{B}}{2}dV$

$$\boxed{L=\frac{2W_m}{I^2}}$$

例：计算同轴电缆单位长度的自感（书上例10.12）

根据对称性和安培环路定理，在内圆筒和外圆筒外的空间磁场为零。两圆筒间磁场为

μ_r



$$B=\frac{\mu I}{2\pi r}\quad R_1\le r\le R_2$$

考虑 l长电缆通过面元 ldr 的磁通量为

$$d\Phi=B\cdot dr\cdot l=\frac{\mu I}{2\pi r}ldr$$

该面积的磁通链

$$\Psi=\Phi=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_o\mu_r I}{2\pi r}ldr=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

电缆单位长度的自感：$\therefore L=\frac{\Psi}{l\cdot I}=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

另一方法：可通过磁能计算自感

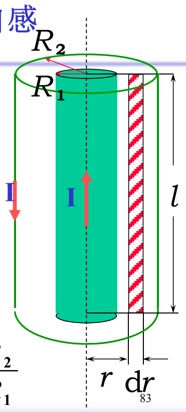
$$H=\frac{I}{2\pi r}\qquad B=\frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$dV=2\pi rldr$$

$$W_m=\int_V w_m dV=\int_V\frac{1}{2}\mu H^2dV$$

$$=\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\mu\left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 2\pi rldr$$

$$=\frac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$



$\because L=\frac{2W_m}{I^2}\qquad\therefore L=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

位移电流和全电流

定义

$$\boxed{I_d=\frac{d\Phi_D}{dt}}$$

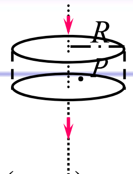
通过某个面积的位移电流就是通过该面积的电位移通量对时间的变化率(变化的电场)

$$\boxed{\vec{J}_d=\frac{d\vec{D}}{dt}}\qquad\boxed{I_d=\int_S\vec{J}_d\cdot d\vec{s}}\qquad\boxed{I_d=\int_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

例 平板电容器 均匀充电

$\frac{dE}{dt}=c$ 板半径为R

内部充满介质 ε μ

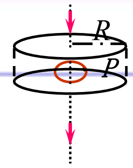


求：1) I_d（忽略边缘效应） 2) $\vec{B}_P\left(r<<R\right)$

解：$I_d=\frac{d\Phi_D}{dt}=\frac{d}{dt}\left(D\pi R^2\right)$

$=\varepsilon\frac{dE}{dt}\pi R^2$

$$I_d=\varepsilon\frac{dE}{dt}\pi R^2$$



$\frac{dE}{dt}>0$ I_d 方向$\downarrow$ 充电

$\frac{dE}{dt}<0$ I_d 方向$\uparrow$ 放电

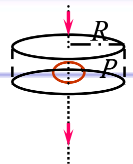
2）过P点垂直轴线作一圆环

等效为位移电流均匀通过圆柱体

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=H2\pi r$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=H2\pi r=\sum_{内} I_d$$

由全电流定理



$$\sum_{内} I_d=\pi r^2\varepsilon\frac{dE}{dt}$$

$\boxed{H=\frac{\varepsilon r}{2}\frac{dE}{dt}}$ $\boxed{B=\mu H=\frac{\mu\varepsilon r}{2}\frac{dE}{dt}}$

全电流定理

电流概念的推广 激发磁场的物理量

1）传导电流 电荷的定向运动 I_0

2）位移电流 变化的电场 I_d

$$I=I_0+I_d$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_i I_{全}}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S\left(\vec{J}_0+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}}$$

麦克斯韦方程组的积分形式及物理意义

$$\left.\begin{array}{l}\oint_L \vec{E}_{静}\cdot d\vec{l}=0\\ \oint_L \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}\end{array}\right\}\rightarrow \boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}} \quad (1)$$

$$\oint_S \vec{D}_{静}\cdot d\vec{s}=\int_V\rho_0\,dV\rightarrow \boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s}=\int_V\rho_0\,dV} \quad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\oint_L \vec{H}_{静}\cdot d\vec{l}=\int_S\vec{j}_0\cdot d\vec{s}\\ \vec{j}_d=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\end{array}\right\}\rightarrow \boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S(\vec{j}_0+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{s}} \quad (3)$$

$$\oint_S \vec{B}_{静}\cdot d\vec{s}=0\rightarrow \boxed{\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0} \quad (4)$$

复习及考试注意问题

- 例题，课上讲的例子及作业都要会做，基本理论及概念要清晰。
- 力学占40%，电磁占60%
- 6.12（周二）下午2：00—3：30及6. 14（周四）上午10：00—11：30在信息西楼460办公室（答疑期间请勿直接询问考试题）
- 考试严禁抄袭。尽量参加A卷考试。
- 考试当天千万别迟到。
- 请重修同学进考场时坐到选课教师负责的考场内。

预祝各位同学考试通过！