第十章

电磁感应

- 电磁感应定律
- 动生电动势
- 感生电动势　涡旋电场
- 自感与互感

1 电磁感应定律

一、电磁感应的预备知识：

磁铁 电流 运动电荷	$\rightleftarrows$	磁场	$\rightleftarrows$	磁铁 电流 运动电荷

磁通量 Φ_m $\quad \Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

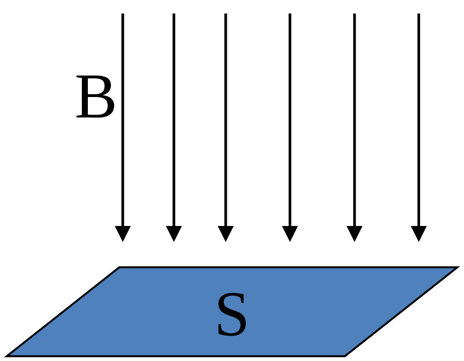
磁通量的变化量 $\Delta\Phi_m$

磁通量的变化率 $\Delta\Phi_m / \Delta t$

使磁通量Φ_m发生改变的方法：

$$\Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- 改变磁感应强度$\vec{\mathbf{B}}$的大小；
- 改变面积的大小；
- 将平面旋转；



二、电磁感应现象

问题的提出

产　生

电　流 ⇄ 磁　场

?

电磁感应

1831年法拉第

↓ 实验

闭合回路 Φ_m 变化

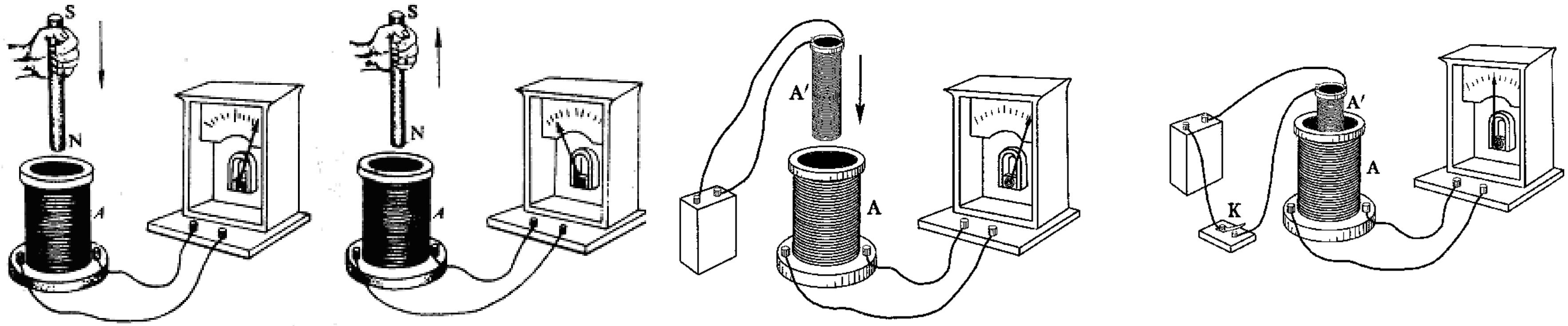
↓ 产生

感应电流

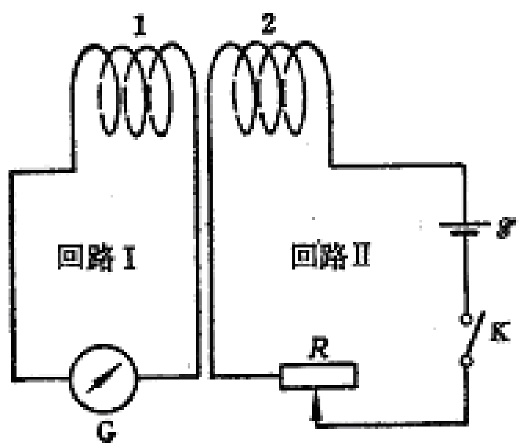
多种探索均告失败：例如安培、科拉顿

1822年阿喇果发现电磁阻尼现象：未能识别 无从解释

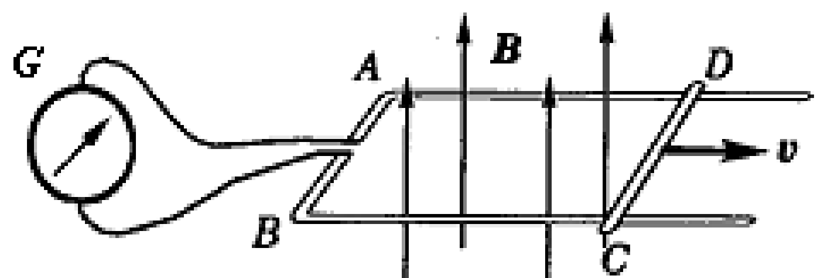
电磁感应现象



(a) 插入或拔出磁棒



(b) 接通或断开初级线圈的电流



(c) 导线切割磁感应线的运动

Faraday观察的结果

- 把可以产生感应电流的情况概括成五类：
  - 变化的着电流；
  - 变化着的磁场；
  - 运动的稳恒电流；
  - 运动的磁铁；
  - 在磁场中运动的导体。

结论：

当通过一个闭合导体回路所包围面积内的磁通量发生变化时，回路中就会产生感应电流。这称为电磁感应现象。

电磁感应的实质

“磁”生“电”的问题

1820年，奥斯特实验：

通电直导线旁的小磁针发生偏转。（“电”生“磁”）

1831年，法拉第提出电磁感应定律。（“磁”生“电”）

电流的磁效应

磁的电效应

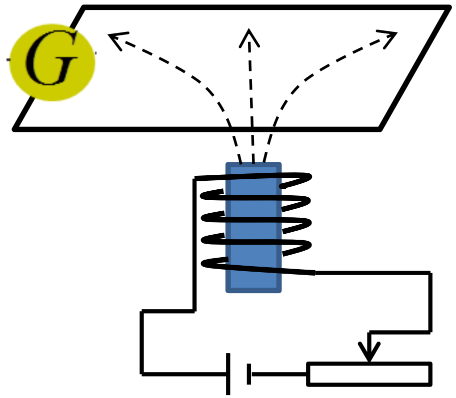
反映了物质世界对称的

美

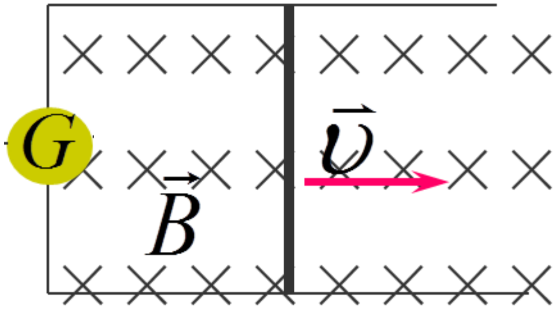
电磁感应现象

两种类型：

第一类



第二类



- 两类的共同特点是：以闭合回路为边界的曲面的磁通量随时间发生变化，就会在闭合回路中产生电流——电磁感应现象。产生的电流——感应电流。有电流必然就有电动势——感应电动势。

实验发现，当保持其他条件不变，只改变闭合回路的电阻时发现：***R***增大，则***I***减小；***R***减小，则***I***增大；但感应电动势不变。

$$IR = \varepsilon$$

因此，与感应电流相比，感应电动势更能充分描述电磁感应的规律。事实上，即使不形成回路，甚至不存在导体，当然也不会有感应电流，在空间也可以产生感应电动势。

三、电动势

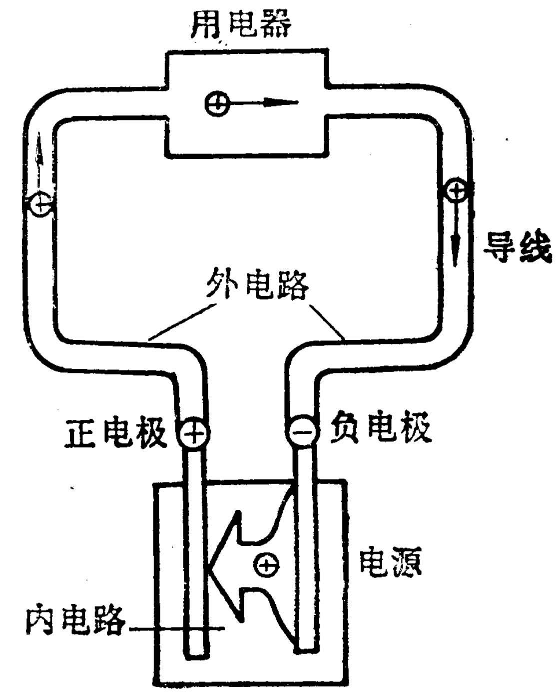
电流

- 电荷的定向运动形成电流
- 恒定电流：电流强度不随时间变化
- 在闭合电路中，是什么力量驱使电荷运动？
  - 静电力：使正电荷从高电势——低电势
  - 非静电力：提供能量使正电荷从低电势——高电势

电源

- 在外电路上维持恒定电压，在电场力作用下
  - 正电荷从电源正极——负极
- 在电源内部在非静电力作用下
  - 正电荷克服静电力

    从电源负极——正极



电动势

- 把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极时，非静电力所做的功

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l}$$

与外电路是否接通无关。

非静电力的环路积分定义为该闭合回路的电动势：

$$\varepsilon = \oint \vec{K} \cdot d\vec{l}$$

法拉第对电磁感应的研究

- 感应电流的出现表明

  –存在着某种推动电流的非静电力

  ——感应电动势

- 感应电动势比感应电流更能反映电磁感应的本质。即使回路不闭合，也会发生电磁感应现象，这时并没有感应电流，而感应电动势依然存在。

当穿过回路的磁通量发生变化时，回路中就产生感应电动势。

法拉第的观点

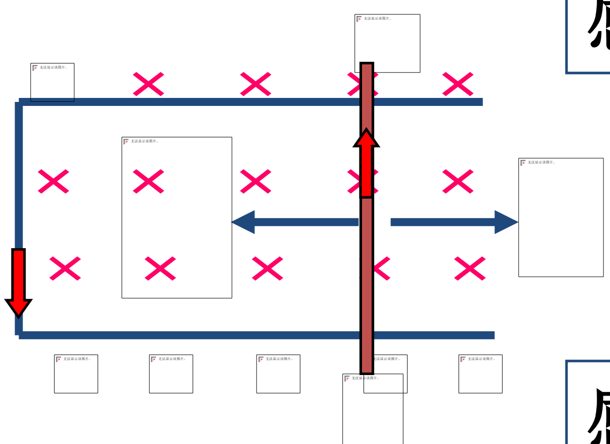
- 关注动态变化
  - 许多研究磁产生电的人预期产生出静态电场，持续电流；
  - 法拉第认为

  磁体变化—状态变化—感应电动势

四、楞次定律（判断感应电流方向）

回路中感应电流的方向，总是使感应电流所激发的磁场来阻止或补偿引起感应电流的磁通量的变化。

感应电流的效果反抗引起感应电流的原因



感应电流 ←产生— 导线运动

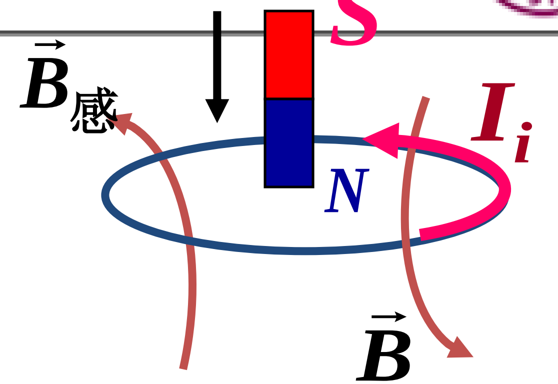
阻碍

感应电流 ←产生— 磁通量变化

阻碍

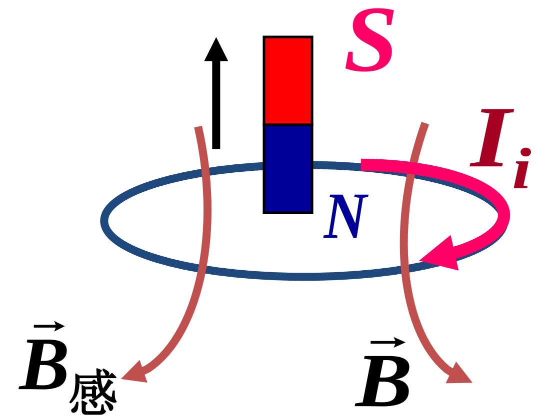
判断感应电流的方向：

1、判明穿过闭合回路内原磁场的方向；



2、根据原磁通量的变化 $\Delta\Phi$ ，按照楞次定律的要求确定感应电流的磁场的方向；

3、按右手法则由感应电流磁场的方向来确定感应电流的方向。



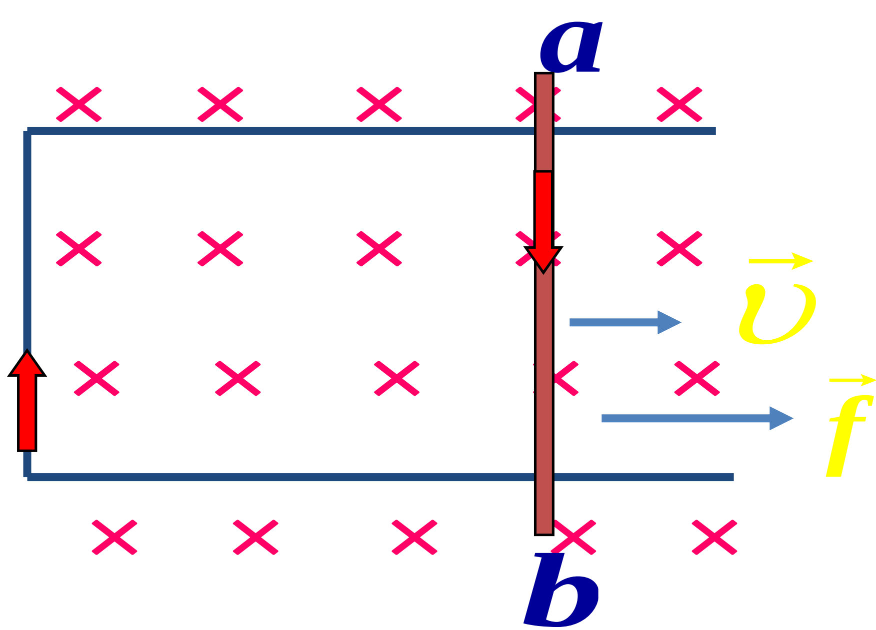
$\Phi_m \uparrow$ $\vec{B}_{感}$ 与 $\vec{B}$ 反向

$\Phi_m \downarrow$ $\vec{B}_{感}$ 与 $\vec{B}$ 同向

楞次定律

~~若违背楞次定律~~

?



五、法拉第电磁感应定律

实验表明，通过回路面积内的磁通量发生变化时，回路中产生的感应电动势与磁通量对时间的变化率成正比。

$$\varepsilon_i = -k\frac{d\Phi_m}{dt}$$

在SI制中比例系数为1

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

库仑定律
毕-萨定律
电磁感应定律

→ 电磁场理论的三大实验基础

注 意

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

★ 负号表示 ε_i 的方向 $\xleftarrow{\text{判断}}$ 楞次定律

大小 $\xleftarrow{\text{计算}}$ $\varepsilon_i = \left|\frac{d\Phi_m}{dt}\right|$

★ 对 N 匝线圈 $\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(N\Phi_m)}{dt}$

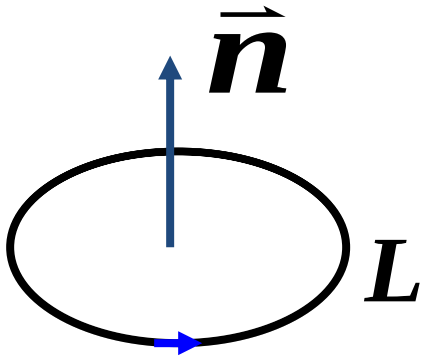
令 $\Psi = N\Phi_m$ 全磁通 或磁通匝链数

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}}$$

★我们规定：回路绕行方向L和法线方向构成一个右旋符号系统。

★$d\vec{S}$（面元）的方向：

和 L 构成右旋作为 $d\vec{S}$ 正方向。



★Φ_m 的符号：

若磁力线与 $d\vec{S}$ 间夹角为锐角，则 Φ_m 为正；
磁力线与 $d\vec{S}$ 间夹角为钝角，则 Φ_m 为负。

★ε_i 的符号：ε_i 和 L 方向绕行一致为正。

根据这一符号系统可以由楞次定律确定感应电动势 ε_i的方向。

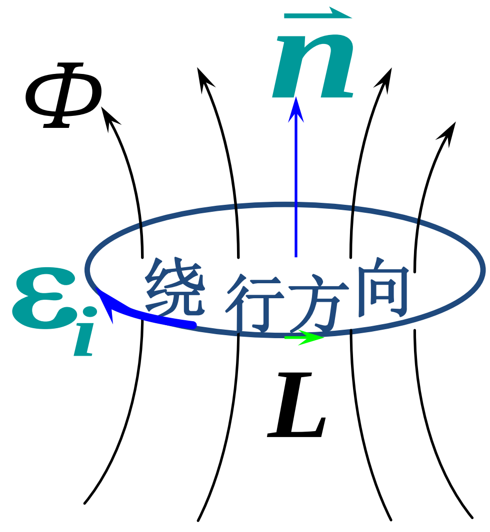
$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

分四种情况讨论：

1、$\Phi_m > 0, \ \frac{d\Phi_m}{dt} > 0$

由定律得 $\varepsilon_i<0$

故 ε_i 与 L 方向相反

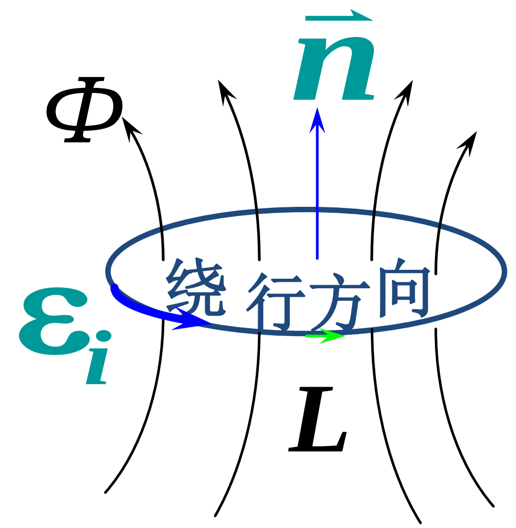


$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

2、$\Phi_m > 0,\ \frac{d\Phi_m}{dt} < 0$

由定律得 $\varepsilon_i > 0$

故 ε_i 与 L 方向相同

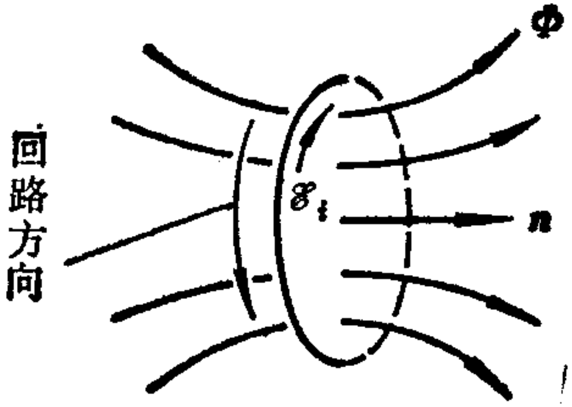


3、$\Phi_m < 0,\ \frac{d\Phi_m}{dt} > 0$

（同学自证）

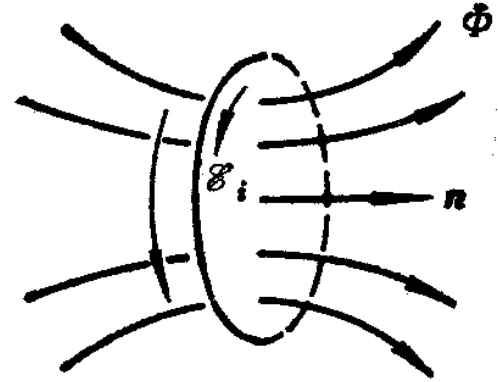
4、$\Phi_m < 0,\ \frac{d\Phi_m}{dt} < 0$

感应电动势的方向



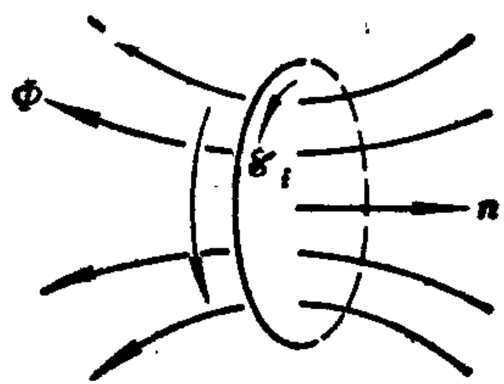
(a) Φ为正值,|Φ|增加,

$$\frac{d\Phi}{dt}>0$$



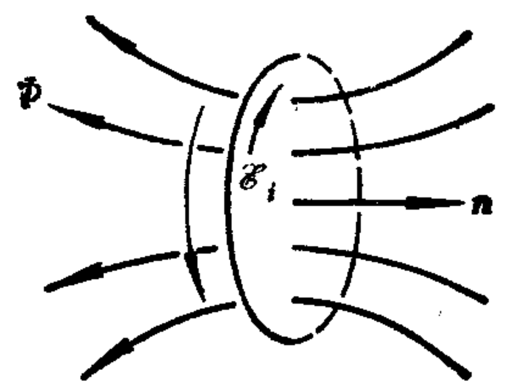
(b) Φ为正值,|Φ|减少,

$$\frac{d\Phi}{dt}<0$$



(c) Φ为负值,|Φ|增加,

$$\frac{d\Phi}{dt}<0$$



(d) Φ为负值,|Φ|减少,

$$\frac{d\Phi}{dt}>0$$

利用法拉第定律计算感应电动势：

（1）任意规定回路绕行的方向；

（2）按右手定则确定回路所围曲面的正法线方向$\hat{\boldsymbol{n}}$；

（3）再确定磁通量的正负，$\vec{\boldsymbol{B}}$与$\vec{\boldsymbol{n}}$成锐角，φ_B为正，$\vec{\boldsymbol{B}}$与$\vec{\boldsymbol{n}}$成钝角，φ_B为负；

（4）计算$\varepsilon = -\dfrac{d\varphi_B}{dt}$；

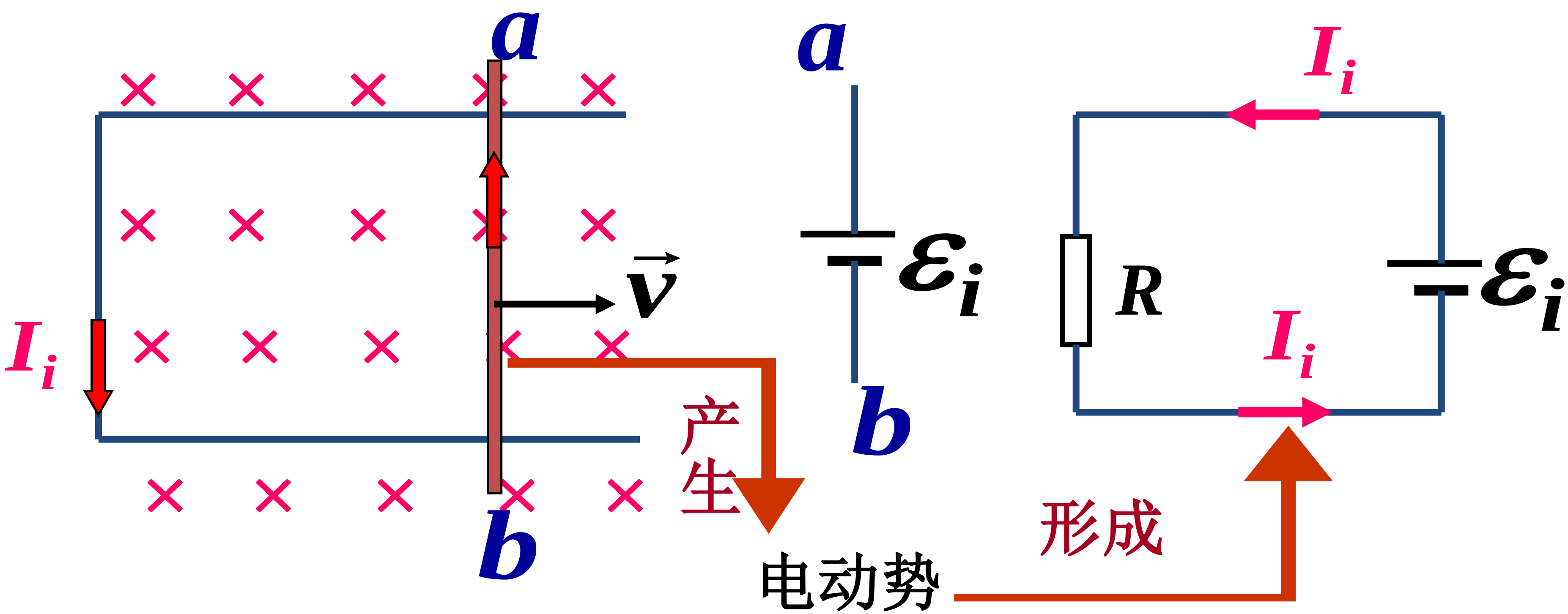
（5）ε为正，说明ε的方向与规定的绕行方向相同；ε为负，说明ε的方向与规定的绕行方向相反。

总结：

- 利用法拉第定律，能计算感应电动势的大小，又能判断其方向，但有时判定方向用楞次定律更为方便。
- 楞次定律：感应电流（或感应电动势）总是补偿（或反抗）磁通量的变化。
- 注意：

  （1）补偿指的是对磁通量变化的补偿，而不是磁通量的补偿。

  （2）补偿并不是意味着完全抵消。
- 法拉第定律适合用于定量求解，楞次定律适合定性判断，二者通称为电磁感应定律。

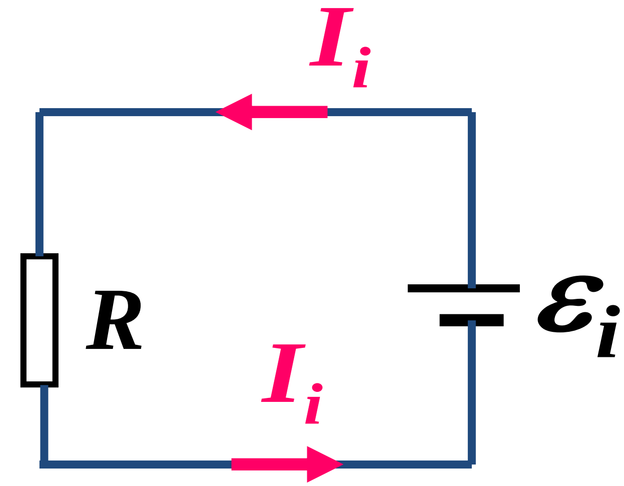


感应电流：$\boxed{I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R}}$

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi_m}{dt}$$

感应电动势 $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}$

感应电流 $I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{d\Phi_m}{dt}$



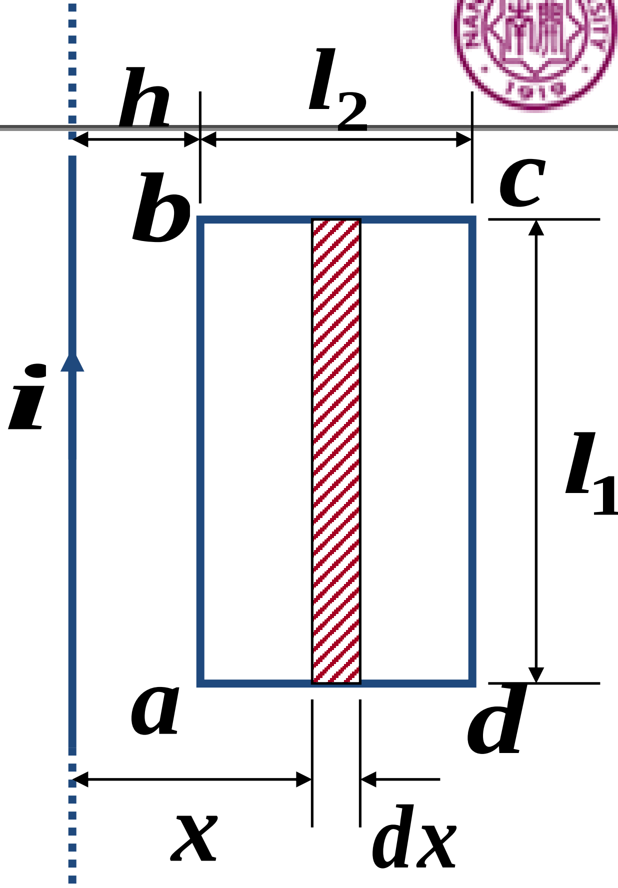
感应电量 $q = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = -\int_{t_1}^{t_2} \dfrac{1}{R}\dfrac{d\Phi_m}{dt} dt = -\dfrac{1}{R}\int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} d\Phi_m$

$(dq = I_i dt)$ $= \dfrac{1}{R}(\Phi_{m_1} - \Phi_{m_2})$

例1: 无限长直导线 $i = i_0 \sin\omega t$

共面矩形线圈 $abcd$

已知: l_1 l_2 h 求: ε_i

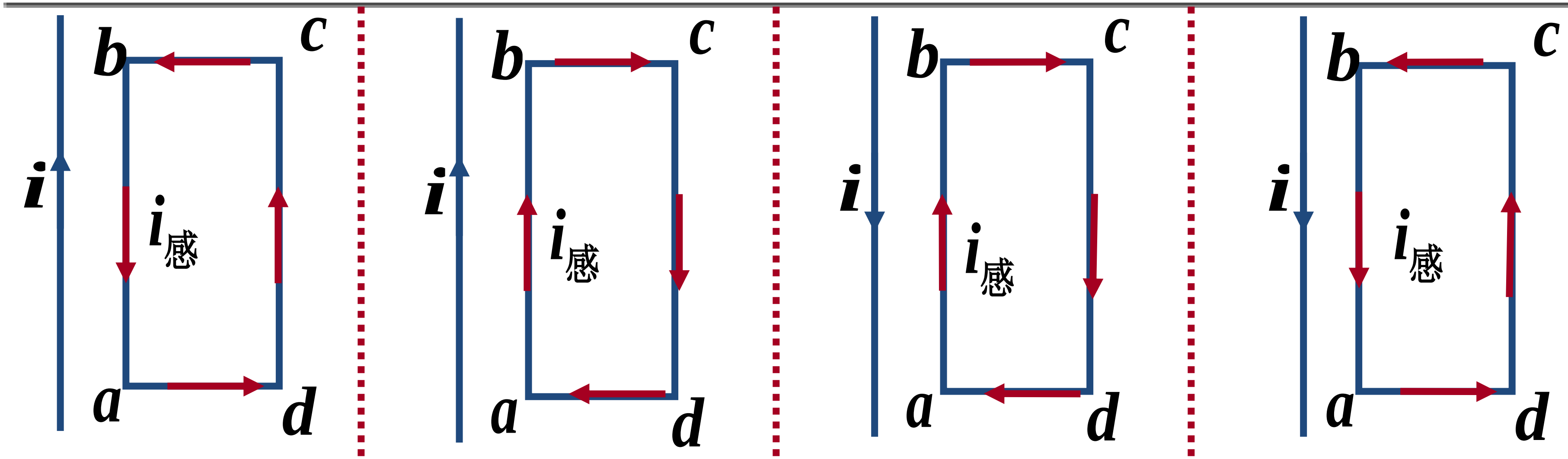


解: $\Phi_m = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_h^{h+l_2} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} l_1 dx$

$$= \frac{\mu_0 i_0 l_1}{2\pi} \ln \frac{h+l_2}{h} \sin\omega t$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 i_0 l_1 \omega}{2\pi} \ln \frac{h+l_2}{h} \cos\omega t$$

$$i = i_0 \sin \omega t$$



$0 < \omega t < \frac{\pi}{2}$

$\Phi_m \uparrow$

$\vec{B}_{感}$与$\vec{B}$反向

逆

$\frac{\pi}{2} < \omega t < \pi$

$\Phi_m \downarrow$

$\vec{B}_{感}$与$\vec{B}$同向

顺

$\pi < \omega t < \frac{3}{2}\pi$

$\Phi_m \uparrow$

$\vec{B}_{感}$与$\vec{B}$反向

顺

$\frac{3\pi}{2} < \omega t < 2\pi$

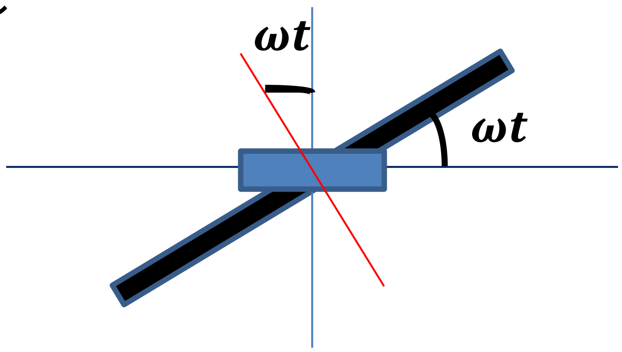
$\Phi_m \downarrow$

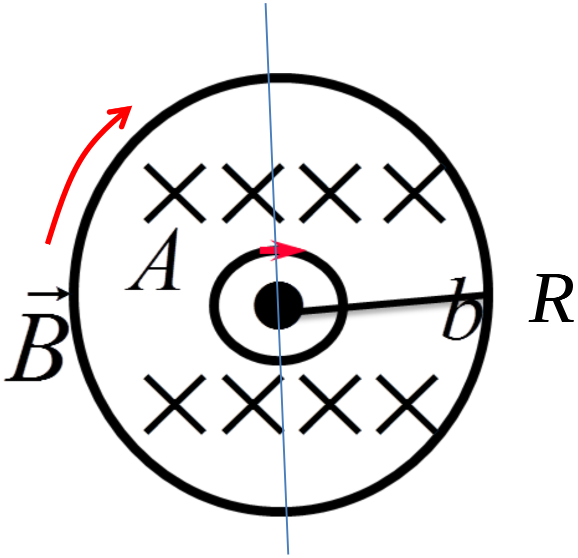
$\vec{B}_{感}$与$\vec{B}$同向

逆

例2、半径为b，电阻为R的大线圈与面积为A的极小线圈，开始时同心共面，均匀磁场$\vec{B}$垂直线圈平面指向内部。大线圈环绕直径、以均角速度ω、沿逆时针方向旋转。小线圈不动，若不考虑小线圈对大线圈的电磁感应作用，试求t时刻，小线圈上的电动势。

解：规定两线圈的环绕方向都是顺时针方向。起始时刻，大线圈的正法线方向与$\vec{B}$的夹角为0，在t时刻，夹角为：$\theta = \omega t$





t时刻大线圈所围平面的磁通量为：

$$\varphi_B = B\pi b^2 \cos\omega t$$

大线圈上的感应电动势为：

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi_B}{dt} = B\pi b^2 \omega \sin\omega t$$

在大线圈上的感应电流为：

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R} B\pi b^2 \omega \sin\omega t$$

电流I在圆心处产生的磁感应强度为：

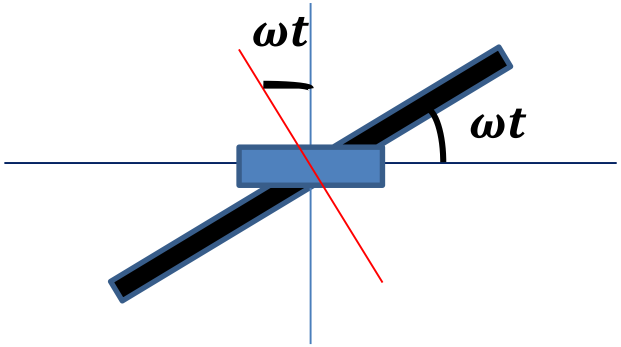
$$B' = \frac{\mu_0 I}{2b} \qquad \left(B = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right)$$

因A极小，可认为小线圈内B'是均匀的，因而小线圈内的磁通量为：$\varphi' = B'A\cos\omega t + BA$

因此小线圈上的感应电动势为：

$$\varepsilon' = -\frac{\mathrm{d}\varphi'}{\mathrm{d}t} = -\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{\mu_0}{2b}\cdot\frac{B\pi b^2\omega}{R}\sin\omega t\right)A\cos\omega t\right]$$

$$= -\frac{\mu_0}{2R}B\pi b\omega^2 A\cos 2\omega t$$



讨论：

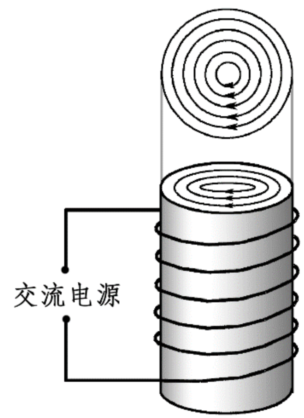
（1）$\frac{\pi}{2} + 2n\pi > 2\omega t > 2n\pi$ 及

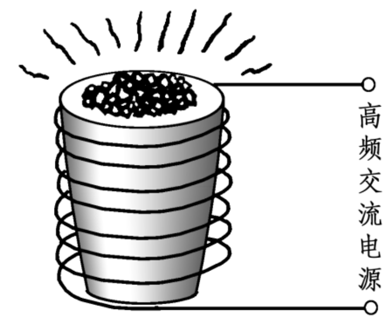
$2(n+1)\pi > 2\omega t > \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$时，$\varepsilon'$逆时针；

（2）$\frac{3\pi}{2} + 2n\pi > 2\omega t > \frac{\pi}{2} + 2n\pi$，$\varepsilon'$顺时针。

涡电流和电磁阻尼

- 大块金属处于变化磁场中或在磁场中运动时，其中产生的感应电流呈涡旋状——涡电流
- 大块金属电阻小，涡电流大，释放大量热量





高频感应加热

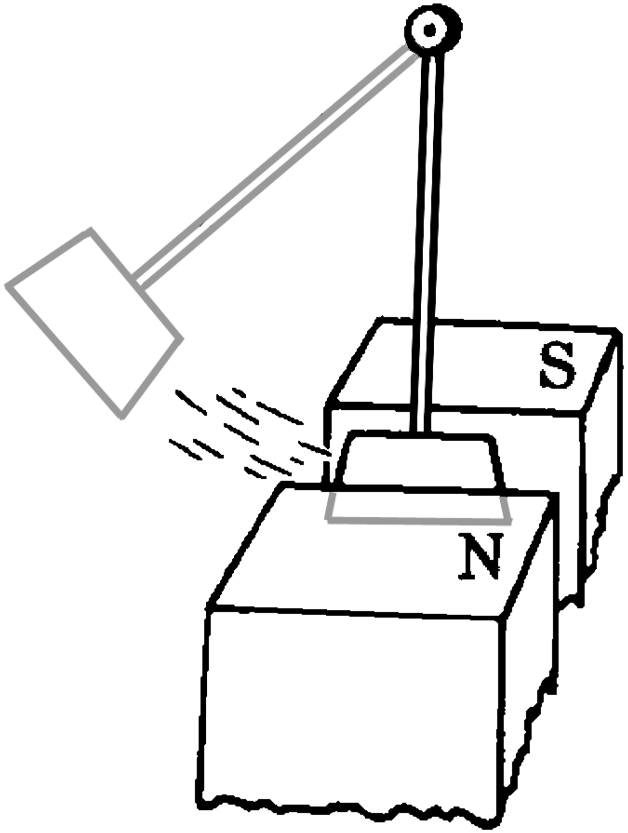
电磁炉

涡电流和电磁阻尼

- 电磁阻尼

涡电流在磁场中所受到安培力

——电磁阻尼



- 根据法拉第定律知，只要以闭合回路为边界的曲面的磁通量随时间发生变化，那么该闭合回路就会产生感应电动势。
- 存在的问题：

  （1）感应电动势对应的非静电力是什么力？

  （2）如果没有闭合环路，是否有感应电动势？

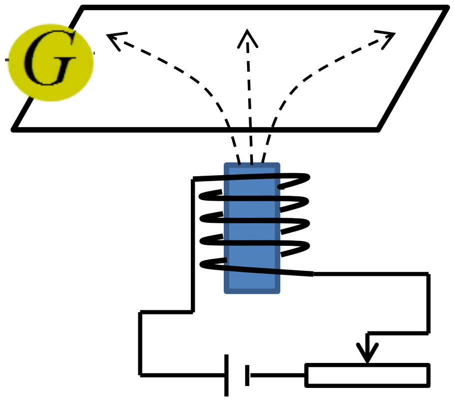
  （3）如果没有导体，是否有感应电动势？
- 回答这些问题需要对电磁感应现象进行分类，并分析产生感应电动势的内在原因。

感应电动势分类：

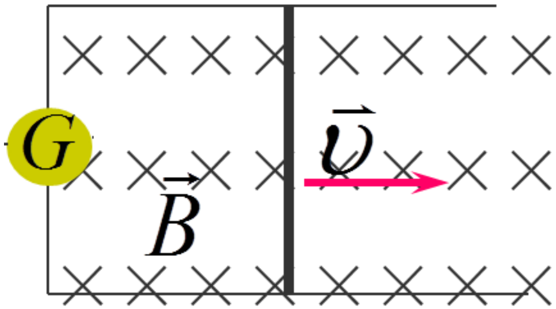
1 动生电动势：磁场保持不变，导体回路或导体在磁场中运动

2 感生电动势：导体回路或导体不动，磁场变化

第一类



第二类



两类实验现象

导线或线圈在磁场中运动

线圈内磁场变化

感应电动势

动生电动势

感生电动势

产生原因、规律不相同

都遵从电磁感应定律

2 动生电动势

- 导体在磁场中运动产生的电动势——动生电动势。

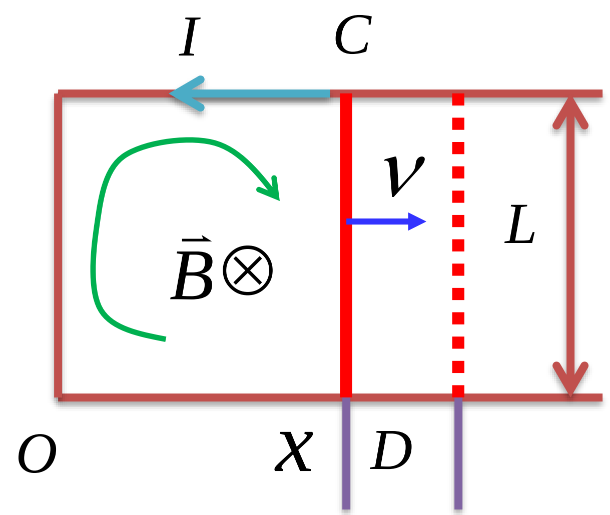
利用Faraday定律：选定，顺时针为回路绕行方向。

假定$t = 0$时，$x = 0$，t时刻：

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B\iint dS = BLx$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv$$

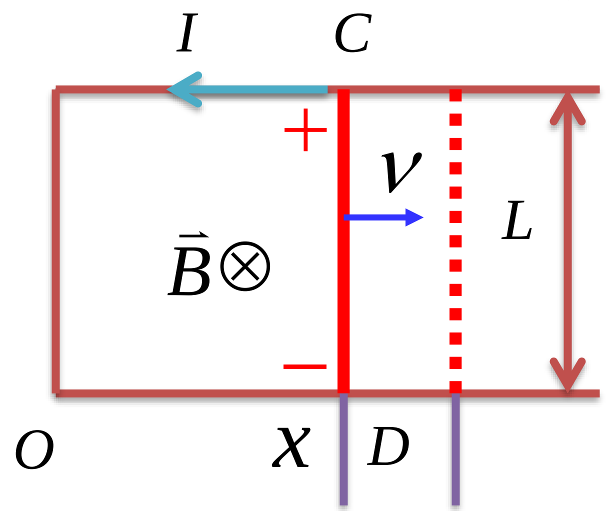
$\because \varepsilon < 0,\quad \therefore \varepsilon$方向为逆时针。



- 这样的动生电动势是如何产生的呢？
- 动生电动势对应的非静电力是什么力？
- 这里的非静电力实际上就是洛伦兹力！

- CD中自由电子随CD运动，故会受到洛伦兹力。电子由C → D运动，这样C、D两端出现静电场，阻碍这种运动。当达到平衡时，静电力与洛伦兹力大小相同。

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$



- C、D端存在稳定的电势差，即CD成为电源，C正极，D负极。
- 这就是说，金属棒C、D内存在的非静电力——洛伦兹力。

- 非静电场强：

$$\vec{K}=\frac{\vec{F}}{-e}=\frac{-e(\vec{v}\times\vec{B})}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$$

- 根据电源电动势定义：

$$\varepsilon=\int_{-}^{+}\vec{K}\cdot d\vec{l}=\int_{D}^{C}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_{D}^{C}Bv\,dl=BLv$$

- 其结论与法拉第定律的结论相同，假设成立，即非静电力是洛伦兹力。
- 由以上分析可知：**动生电动势只分布在运动的导体上，与回路中不运动的部分无关。**

- 实际上，即使不存在回路，只要有运动的导体，电动势就可能存在，而且大小不变，相当于一个开路电源。
- 以上结论虽然从特例中获得，但是适合普遍规律，普遍地讲，任一运动导体线元：

$$d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$\vec{v}$是导体线元$d\vec{l}$相对于磁场$\vec{B}$的速度。

$\vec{v}$、$\vec{B}$可以是不均匀的，L可以是任意形状。

任一运动导体L不是直线，磁场也不均匀

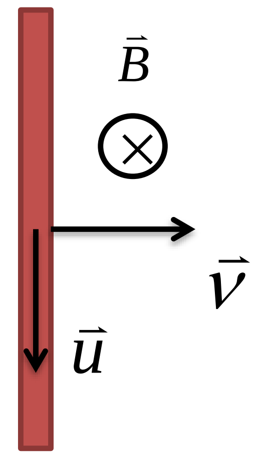
导线上各长度元 $\boldsymbol{dl}$ 上的速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$ 各不相同，

$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$（正负与 $d\vec{l}$ 有关）

• 问题：洛伦兹力是否做功：

- 对于电源，非静电力作功，将其他形式的能量转换为静电能。对于动生电动势的电源来说，非静电力是洛伦兹力。而我们上一章介绍过，洛伦兹力永远不做功，这是不是说明前后矛盾呢？



- 当导体以速度$\vec{v}$运动时，自由电子速度包含两个分量：$\vec{v}$（随同导体）、定向移动速度：$\vec{u}$

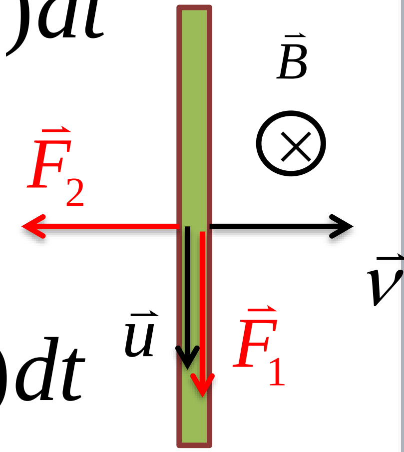
$$\therefore \text{洛伦磁力：} \vec{F} = -e(\vec{v}+\vec{u})\times\vec{B} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_1 = -e\vec{v}\times\vec{B}, \qquad \vec{F}_2 = -e\vec{u}\times\vec{B}$$

可以证明，两个分量对电子做功代数和为零。

- 分量$\vec{F}_1$在dt时间内所做的功：

$$A_1 = \vec{F}_1 \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt = -e(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt$$
$$= -e(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{u}dt$$



- 分量$\vec{F}_2$在dt时间内所做的功：

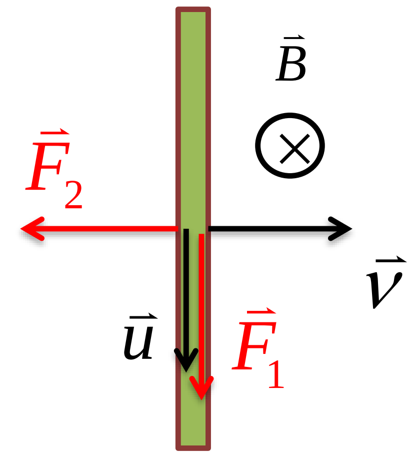
$$A_2 = \vec{F}_2 \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt = -e(\vec{u} \times \vec{B}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt$$
$$= -e(\vec{u} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}dt$$

$\because$由矢量运算公式： $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{u} = -(\vec{u} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}$

$\therefore A_1 = -A_2$，即$A_1 + A_2 = 0$

也就是说，洛伦兹力做的总功为零。

- 它的一个分量$\vec{F}_1$对自由电子做正功，产生动生电动势。另一分量$\vec{F}_2$与导体运动的方向相反，构成导体运动的阻力，做负功。



- 也就是说，对于这样的电源，磁场本身不提供能量，只是起能量传递的作用。

$$\text{外界的能量} \xrightarrow[\text{磁场（洛伦兹力）}]{} \text{静电能}$$

动生电动势的计算

- $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$ 适用于一切产生电动势的闭合回路
- $\varepsilon_i = \int_{(ba)} \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$ 适用于切割磁力线的导体

步骤：

1）将运动导线分割成无数dl,任定dl方向

2）任选dl, 确定其$\vec{v}\times\vec{B}$及$\vec{v}\times\vec{B}\cdot d\vec{l}$

3）积分。ε_i>0，与dl方向相同。

例1 如图金属杆以速度*v* 平行于长直载流导线运动。已知导线中的电流强度为*I* . 求：金属杆中的动生电动势。

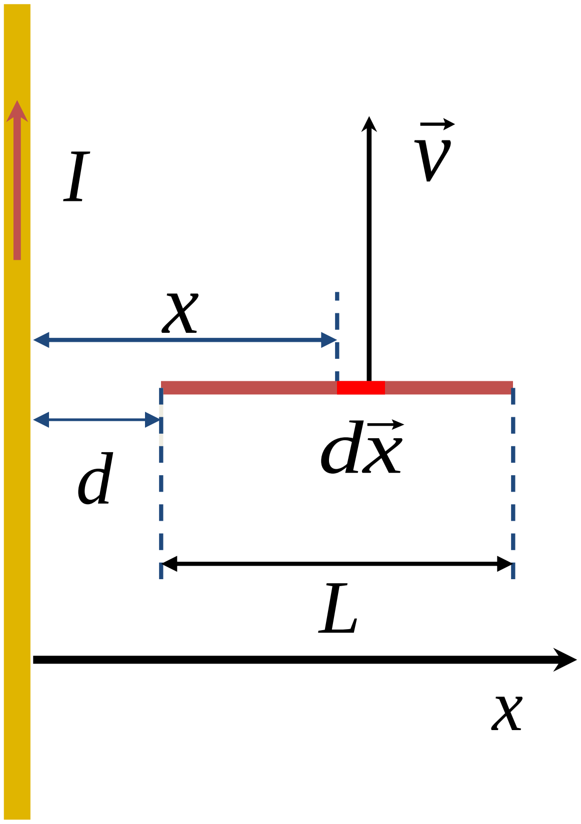
解： $$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{x} = -vBdx$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}}$$

$$\varepsilon_i = \int_L d\varepsilon_i = -\int_L Bvdx$$

$$= -\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\int_d^{d+L}\frac{dx}{x}$$

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}}$$



例2　有一半圆形金属导线在匀强磁场中作切割磁力线运动。已知：$\vec{\upsilon}, \vec{B}, R$.

求：动生电动势。

解：　方法一

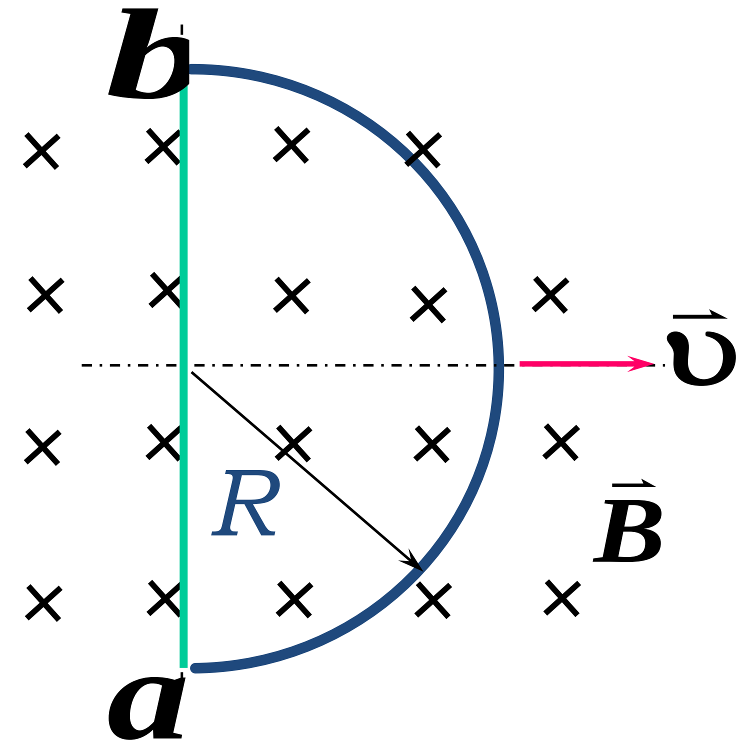
作辅助线，形成闭合回路。

$$\varepsilon_i = 0$$

$$\varepsilon_{半圆} = \varepsilon_{\overline{ab}}$$

$$= 2RBv$$

方向：$a \rightarrow b$



例2　有一半圆形金属导线在匀强磁场中作切割磁力线运动。已知：$\vec{\upsilon}, \vec{B}, R$.

求：动生电动势。

解：　方法二

$$dl = R\,d\theta$$

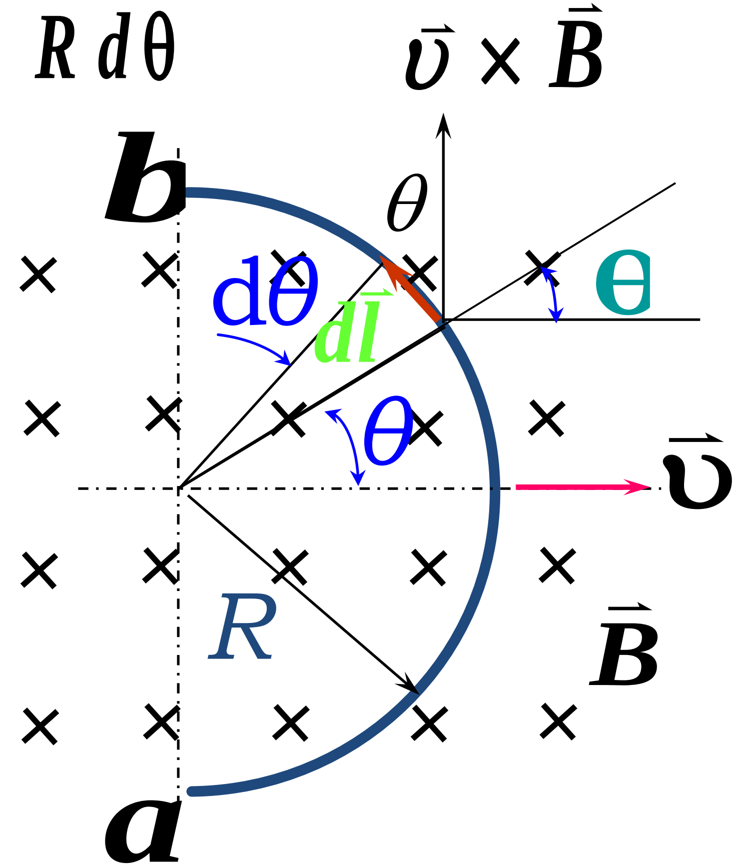
$$d\varepsilon = (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \upsilon B \sin 90^0 \, dl \cos\theta$$

$$\varepsilon = \upsilon B R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \, d\theta$$

$$= \upsilon B 2R$$

方向：　$a \rightarrow b$



例3 已知: $\vec{\upsilon}, \vec{B}, \alpha, L$ 求: $\mathcal{E}$

解:

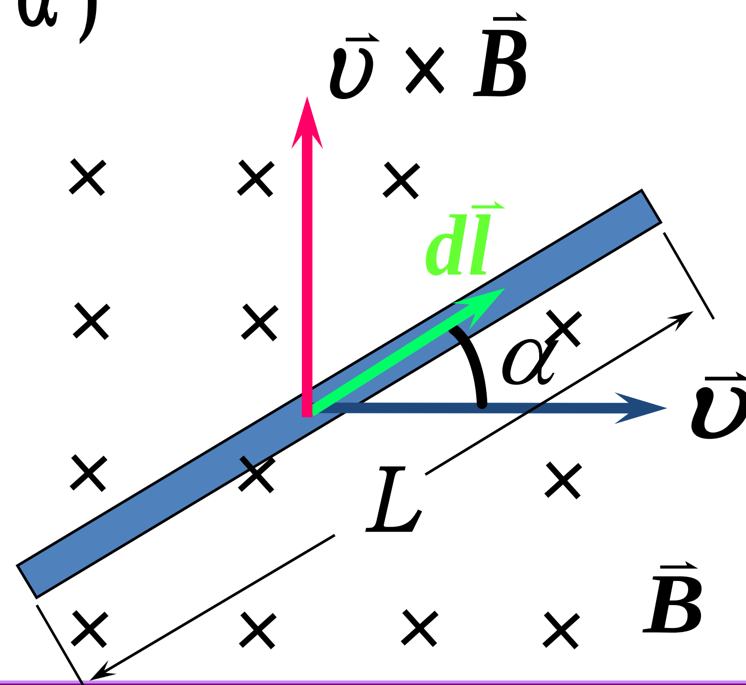
$$d\varepsilon = (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \upsilon B \sin 90^0 dl \cos(90^0 - \alpha)$$

$$= B\upsilon \sin\alpha \, dl$$

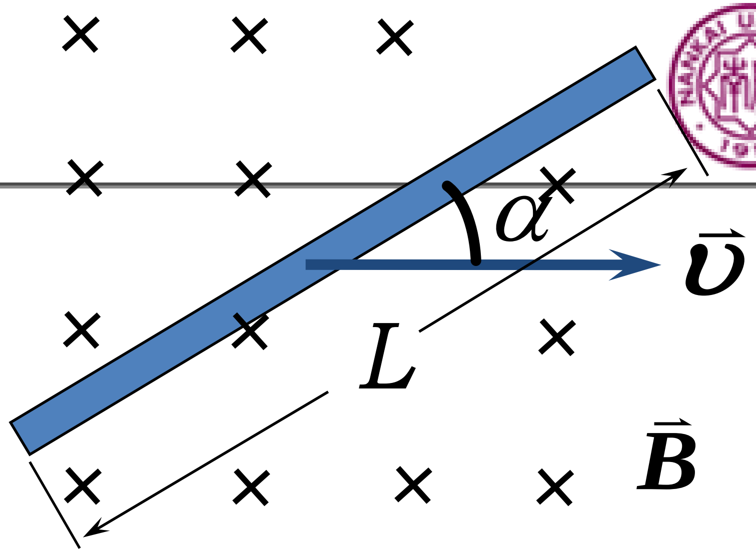
$$\varepsilon = \int B\upsilon \sin\alpha \, dl$$

$$= BL\upsilon \sin\alpha$$

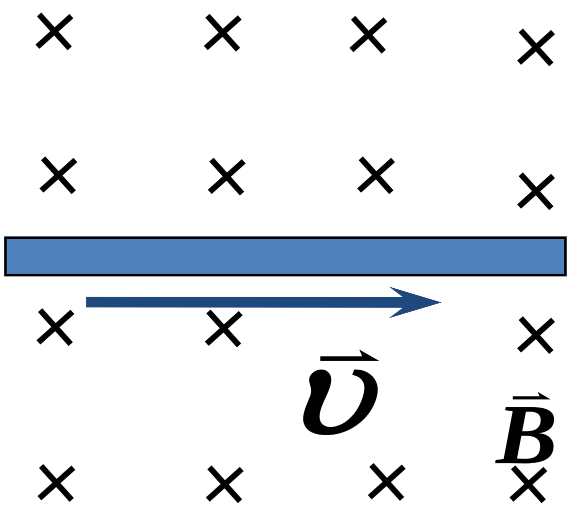


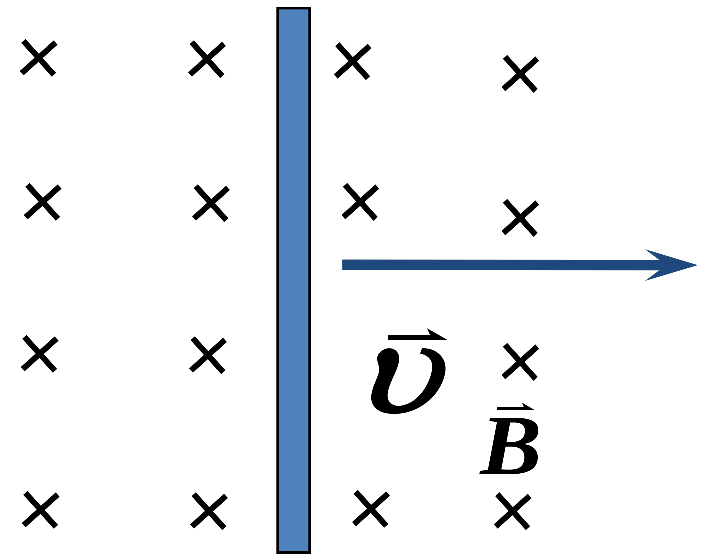
典型结论

$$\boxed{\varepsilon = BLv\sin\alpha}$$



特例





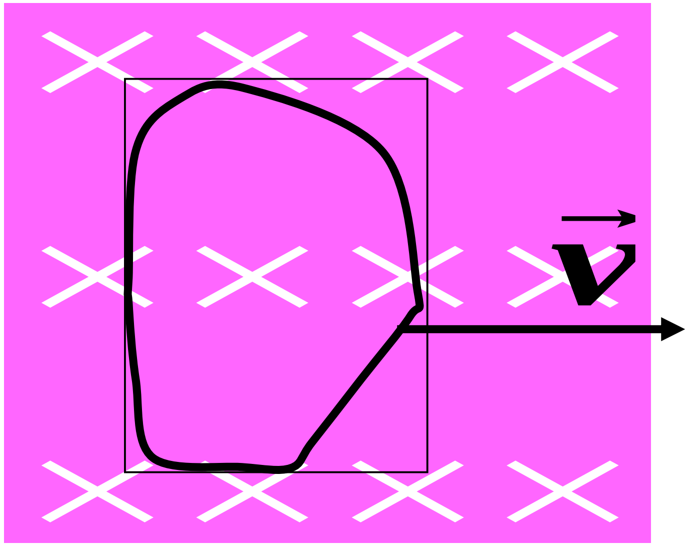
$$\boxed{\varepsilon = 0}$$

$$\boxed{\varepsilon = BLv}$$

闭合线圈平动

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$= 0$$



直导线平动

$$\boxed{\varepsilon_i = BLv\sin\alpha}$$

闭合线圈平动

$$\boxed{\varepsilon_i = 0}$$

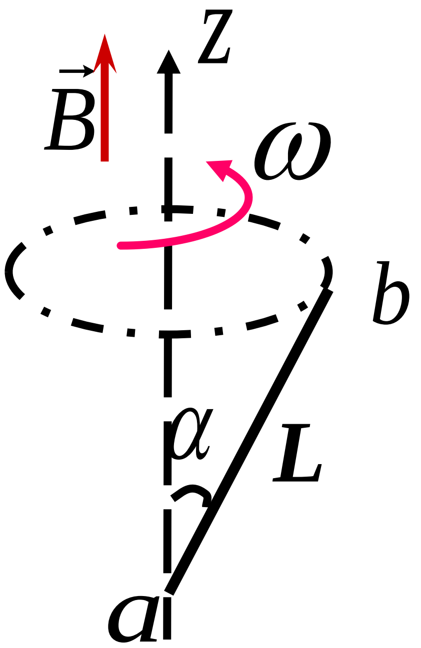
例4 在空间均匀的磁场中 $\vec{B} = B\hat{z}$

导线*ab*绕*Z*轴以ω匀速旋转,

导线*ab*与*Z*轴夹角为α

设 $\overline{ab} = L$

求：导线*ab* 中的电动势



解：建坐标如图　　　在坐标l处取$d\vec{l}$

该导线运动速度垂直纸面向内，

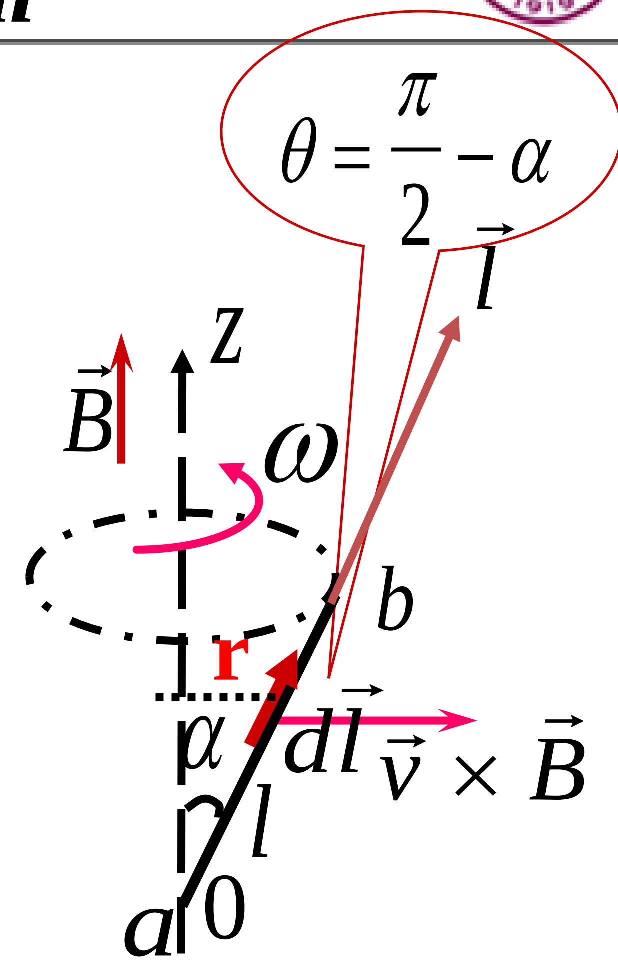
运动半径为r

$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right| = vB = \omega rB = \omega lB\sin\alpha$$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vBdl\cos\theta$$
$$= B\omega\sin^2\alpha\, l dl$$

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = B\omega\sin^2\alpha\int_0^L l dl$$
$$= \frac{B\omega L^2}{2}\sin^2\alpha > 0$$

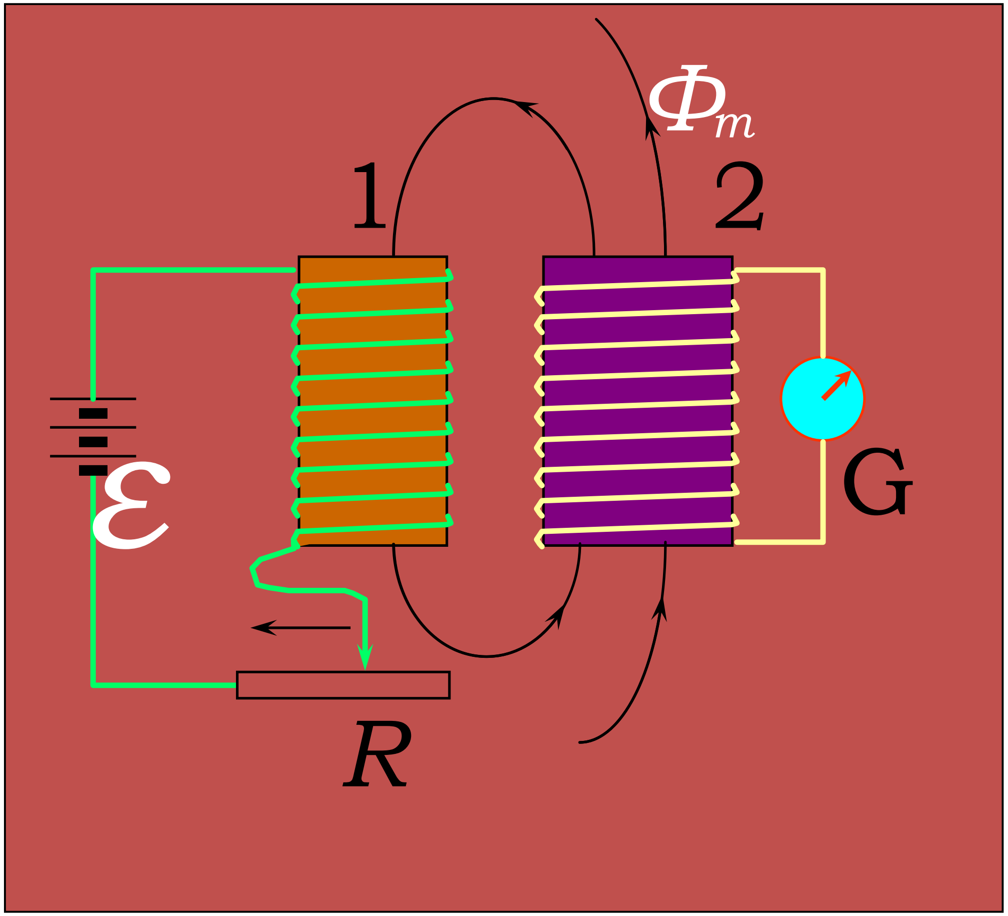
方向：$a\rightarrow b$



3 感生电动势 涡旋电场

一 感生电动势 -----由变化的磁场本身引起。

当回路 1中电流发生变化时，在回路 2中出现感应电动势。



感生电场（涡旋电场）

*麦克斯韦的假设：

变化磁场在其周围激发一种电场，这种电场就称为感生电场。

- 磁场随时间变化产生的电动势叫做感生电动势或涡旋电动势。
- 根据麦克斯韦理论，变化的磁场要产生涡旋电场——是一种非静电场。其线积分就是感应电动势，这种电动势的存在，不依赖于导体的存在。

$$\varepsilon_i = \oint_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E}_{旋} \cdot d\vec{l}$$

- 这种电动势称为涡旋电动势，也叫感生电动势。

由法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

由电动势的定义：$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{\boldsymbol{E}}_{旋} \cdot d\vec{\boldsymbol{l}}$

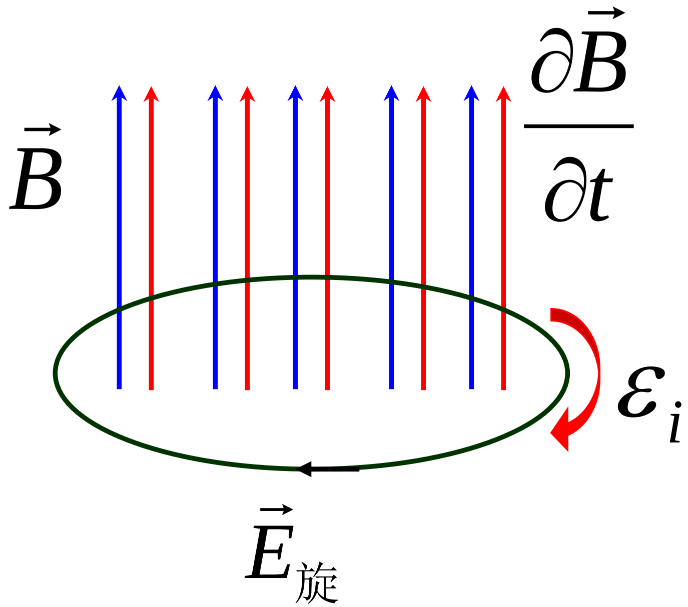
$$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon_i} = \oint_L \vec{\boldsymbol{E}}_{旋} \cdot d\vec{\boldsymbol{l}} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

讨论：

1. 此式反映变化磁场和感生电场的相互关系，即感生电场是由变化的磁场产生的。
2. 这是电磁场基本方程之一。

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{旋} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{旋}$ 与 $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 的关系： $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 与 $\vec{E}_{旋}$ 成左手螺旋关系



- 两种电场：静电场、涡旋电场；
- 任意电场都可以看作是静电场与涡旋电场的叠加，即：

$$\vec{E} = \vec{E}_{静} + \vec{E}_{涡旋}$$

$$\because \oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0, \qquad \oint_L \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_i$$

由法拉第定律知：$\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

如果闭合回路为边界的曲面不变，则：

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

——Maxwell方程组之一。

- 上一式表明，在磁感矢量随时间变化的空间，处处存在电动势，与导体存在与否无关。
- 到现在为止，我们对各种电源的电动势有了更为充分的理解：

电池：化学作用，化学能 → 电能；

温差电效应：热扩散作用，热能 → 电能；

动生电动势：洛伦兹力，机械能 → 电能；

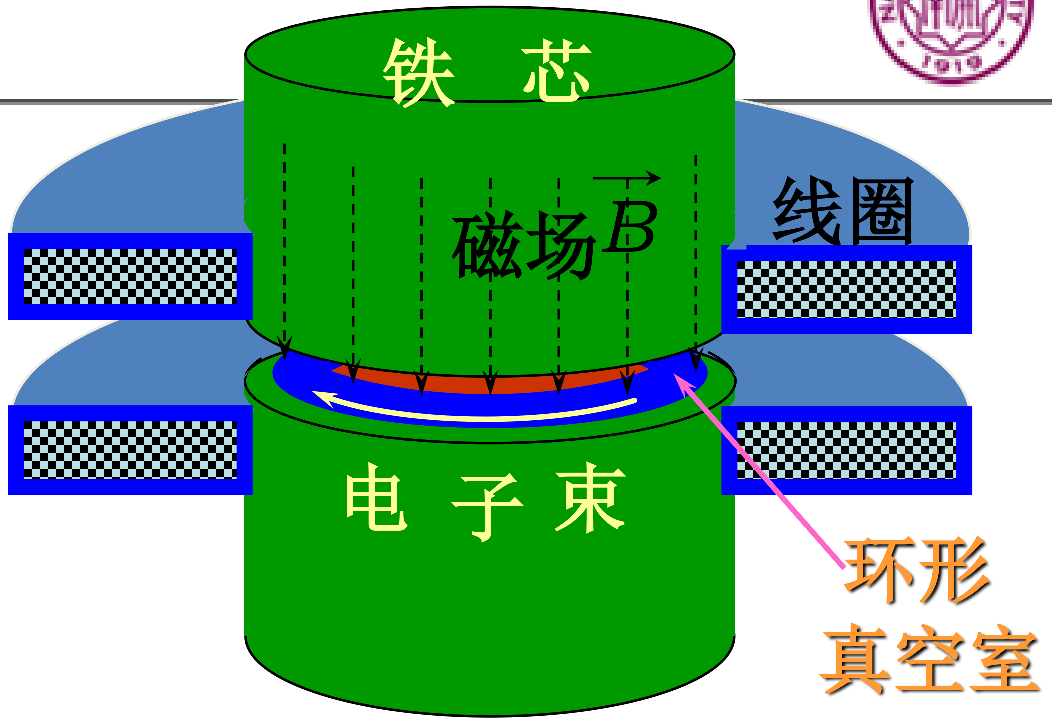
涡旋电动势：涡旋电场力，磁能 → 电能。

可见：各种形式的能量都可以转化为电能。

感生电场与静电场的比较

- 涡旋电场是非静电场;
- 涡旋（感生）电场的电力线是闭合曲线;
- 闭合曲面的电通量恒等于零;
- 涡旋电场沿闭合回路的线积分不等于零，实际上等于闭合回路的感应电动势，即涡旋（感生）电动势;
- 之所以称其为电场，是因为具有电场的基本性质：对处于其中的电荷具有力的作用。

电子感应加速器



其主要结构是在磁极间放置环形真空室。当交变励磁电流变化时，磁场发生变化，在其周围产生涡旋电场，此涡旋电场可用来加速电子，环形室中的电子除了受到电场的加速之外，还受到磁场的洛伦兹力而作圆周运动。

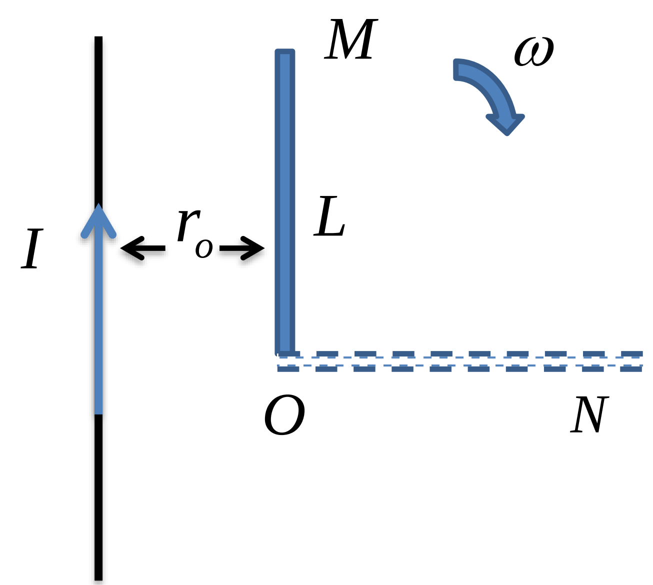
一个100 MeV的电子感应加速器，能使电子速度加速到0.999986c

应用举例

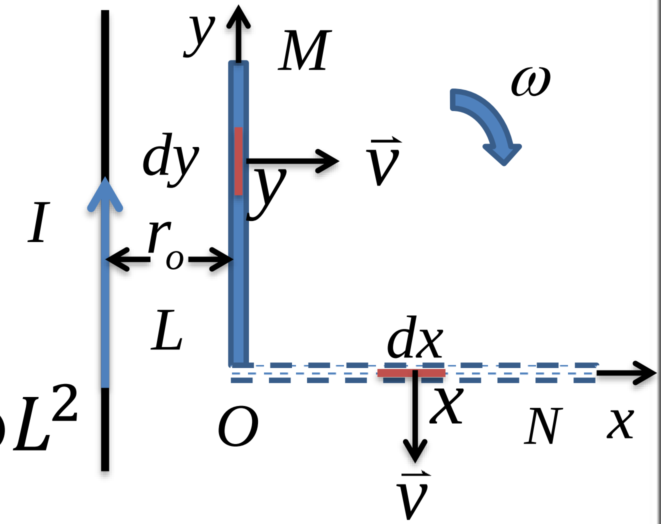
例1、长为L的金属棒，绕O点，以均角速度ω沿顺时针方向旋转。在同一平面内，有一载有稳恒电流I的无限长直导线，试分别求棒旋转到OM和ON位置时，金属棒两端的感应电动势。

解：可用动生电动势特有方法：

$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



载流直导线产生的磁感矢量$\vec{B}$的数值为：$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$



OM位置：

$$\varepsilon = \int_O^M (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_O^L \omega y B dy = \frac{\omega B}{2} L^2 = \frac{\mu_o I}{4\pi r_o} \omega L^2$$

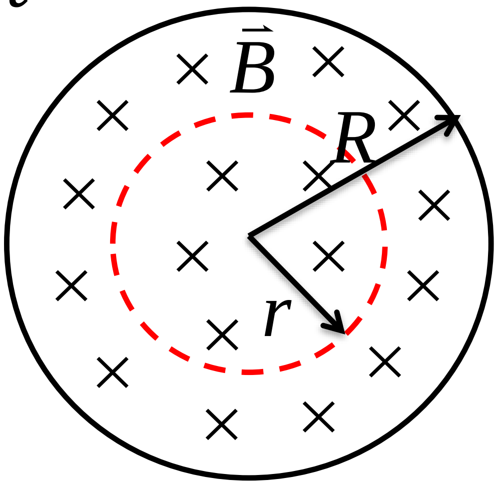
ON位置：

$$\varepsilon = \int_O^N (\vec{v} \times \overrightarrow{B'}) \cdot d\vec{l} = \int_O^L \omega x \frac{\mu_0 I}{2\pi(r_0 + x)} dx$$

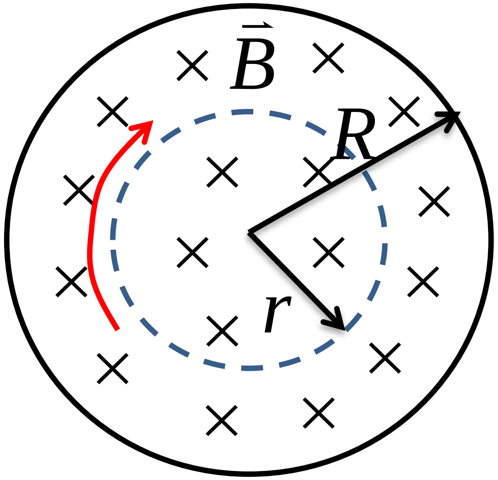
$$= \frac{\mu_0 \omega I}{2\pi} \int_O^L \frac{x}{r_0 + x} dx = \frac{u_0 \omega I}{2\pi} \left[L - r_0 \ln(1 + \frac{L}{r_0}) \right]$$

方向：O→M、O →N

例2、如图，长直螺线管半径为R，管内均匀磁感矢量B垂直纸面向里，已知$\frac{\partial B}{\partial t}$是常数，求管内外的涡旋电场分布。



解：r为闭合回路半径，由于螺线管的对称性，可知涡旋电场也是对称的，其电力线为同心的圆周，在同一圆周上$\vec{E}_{涡旋}$的大小相等方向沿切线方向。



思路：由法拉第定律求ε，

由$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l}$，则可求出$\vec{E}_{涡旋}$

选定绕行方向：顺时针

磁通量：
$$\phi = \pi r^2 B \quad (r < R)$$
$$\phi = \pi R^2 B \quad (r > R)$$

电动势：
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \quad (r < R)$$
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt} \quad (r > R)$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E_{涡旋}$$

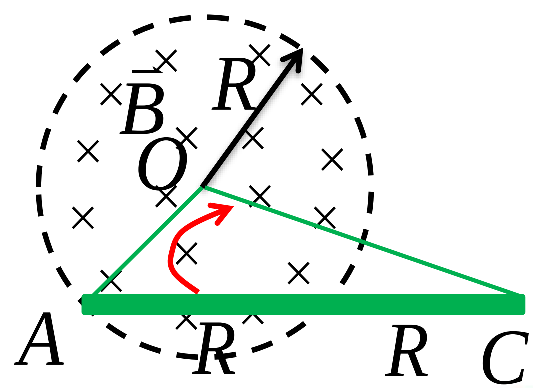
涡旋电场：

$$E_{涡旋} = \frac{\varepsilon}{2\pi r} = -\frac{r}{2}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (r < R)$$

$$E_{涡旋} = \frac{\varepsilon}{2\pi r} = -\frac{R^2}{2r}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (r > R)$$

方向：$\dfrac{\partial B}{\partial t} > 0$，逆时针；$\dfrac{\partial B}{\partial t} < 0$，顺时针。

例3、均匀磁感矢量B被限定在半径为R的圆柱形空间中，且随时间变化，变化率为$\frac{\partial B}{\partial t}$=K，K为正常数，B的方向垂直纸面向里。在纸面内有一长为2R的金属棒，有一半在磁场区域内，另一半在磁场区域外，求：棒AC间的涡旋电动势的大小和方向。

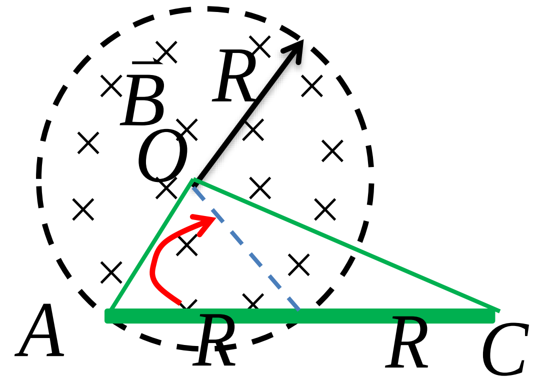


解：构建如图所示的闭合环路；

利用Faraday定律求环路电动势；

选定绕行方向：顺时针；

磁通量为等腰三角形与30度的扇形的磁通量，等腰三角形面积：$\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$，扇形面积：$\frac{\pi}{12}R^2$



环路电动势：

$$\varepsilon=-\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2B\right]=-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2\frac{\partial B}{\partial t}=-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2K$$

因涡旋电场方向与OA和OC垂直，所以OA和OC上电动势为0；因此，环路OAC的电动势即为AC上的电动势。方向：A→C

- 作业：

电动势部分P484-485：

- T10.10 T10.11 T10.13 T10.14 T10.15

电感部分P486-487:

- T10.20 T10.23

The end!