第九章

稳恒磁场

主要内容

1 磁的基本现象和基本规律

2 毕奥 — 萨伐尔定律

3 稳恒磁场的高斯定理

4 安培环路定理

5 磁场对载流导线的作用

6 带电粒子在电磁场中的运动

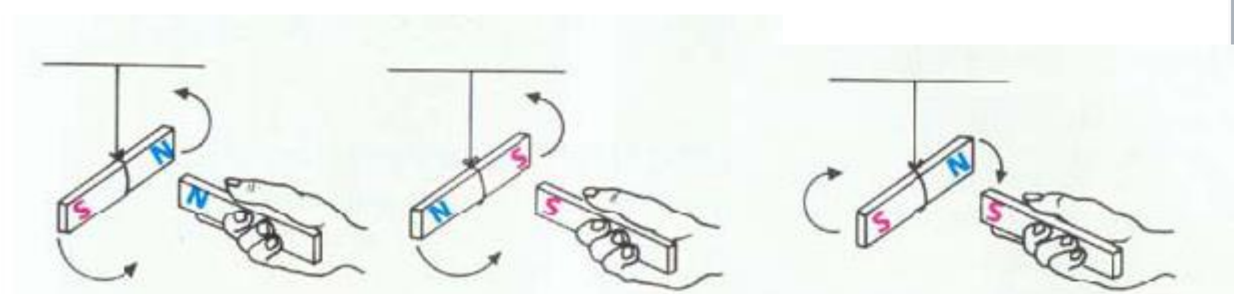
1 磁的基本现象和基本规律

1.2 基本磁现象

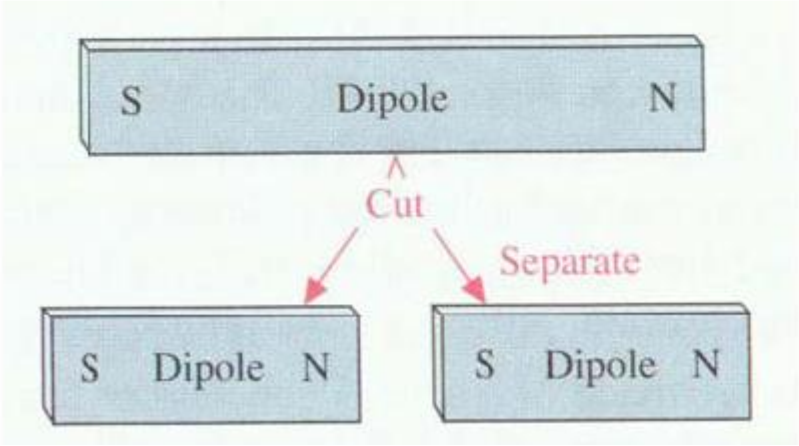
1）早期阶段　（磁铁 $\longleftrightarrow$ 磁铁）

(1) 天然磁铁吸引铁、钴、镍等物质。

(2)条形磁铁两端磁性最强，称为磁极。一只能够在水平面内自由转动的条形磁铁，平衡时总是顺着南北指向。指北的一端称为北极或*N*极，指南的一端称为南极或*S*极。同性磁极相互排斥，异性磁极相互吸引。



(3)把磁铁作任意分割，每一小块都有南北两极，任一磁铁总是两极同时存在。



(4)某些本来不显磁性的物质，在接近或接触磁铁后就有了磁性，这种现象称为磁化。

2）电流 ⟷ 磁铁 电流 ⟷ 电流

磁现象与电现象有没有联系？

静止的电荷 → 静电场

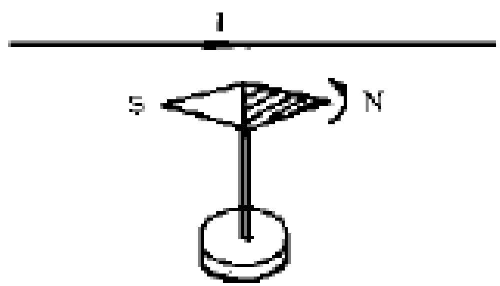
运动的电荷 → ？

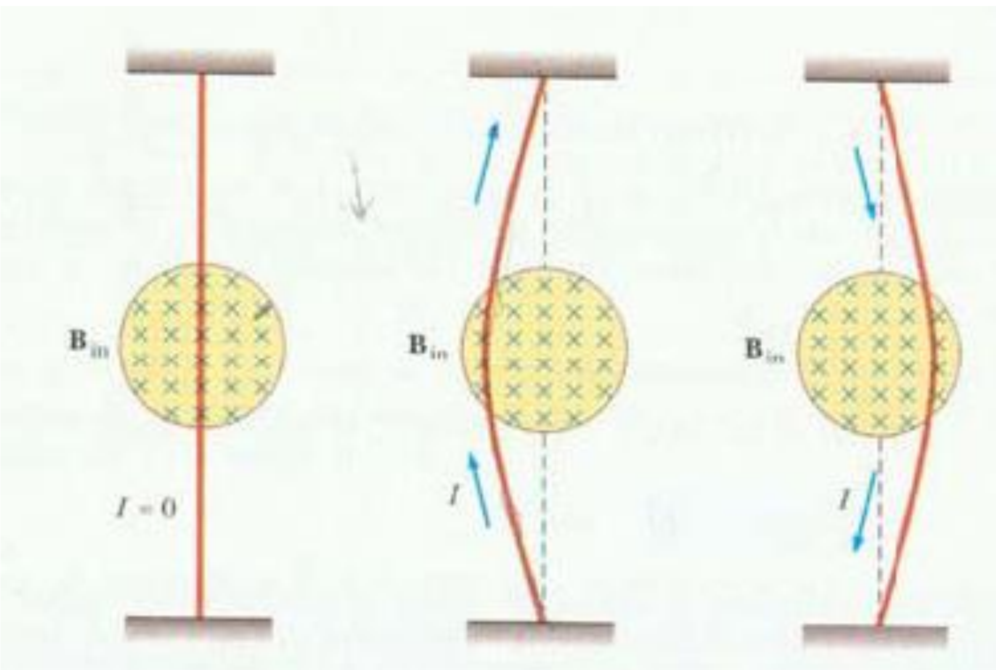
Hans Christian Oersted (1770–1851).

奥斯特

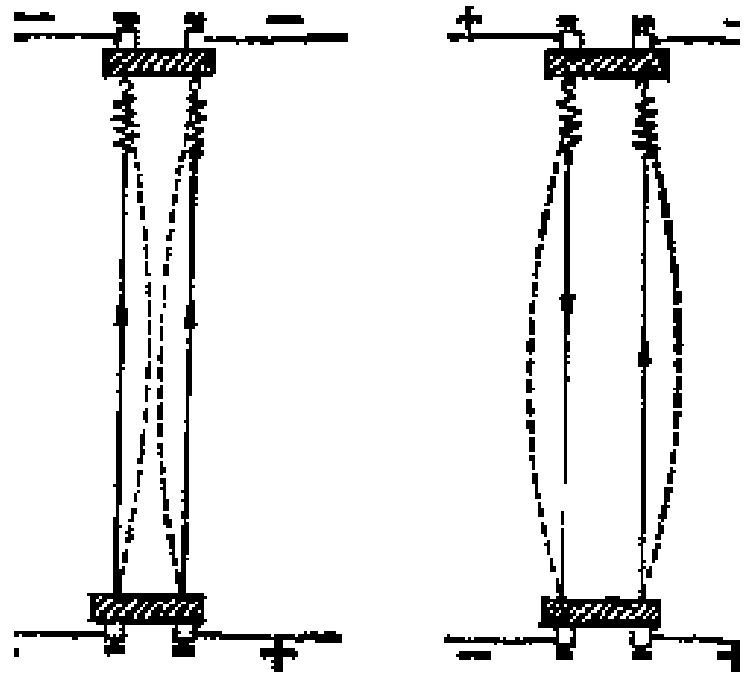
1820年 奥斯特 磁针偏转实验

电流的磁效应



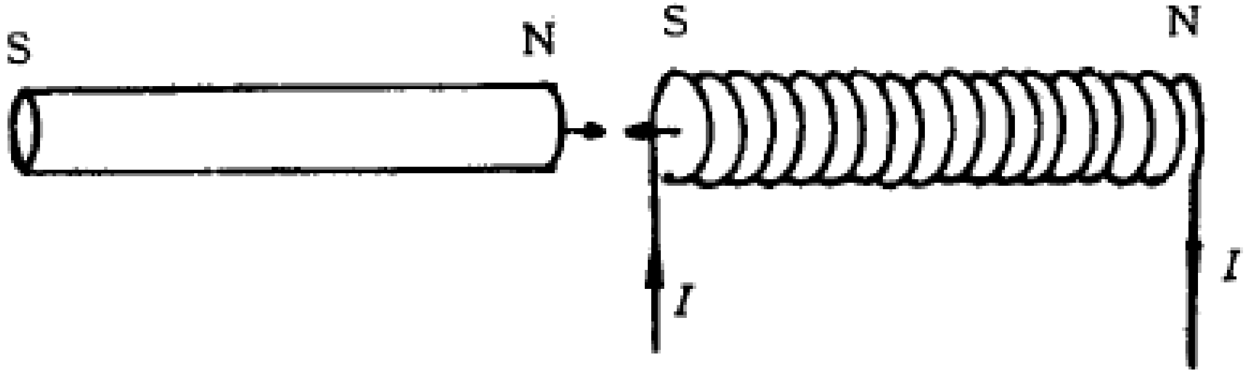


磁场对电流



a 同向相吸　　b 反向相斥

电流对电流



螺线管与磁棒的等效性

3）电流 ⟷ 磁场 ⟷ 电流

磁银 电流 运动电荷	⇄	磁场	⇄	磁银 电流 运动电荷

安培提出分子电流假设:

组成磁银的最小单元(磁分子)就是环形电流，这些分子环流定向地排列起来在宏观上就会显示出N、S极来。

磁现象的电本质——一切磁现象均起源于电荷的运动

运动的电荷产生磁场

$$\text{运动电荷} \underset{\text{作用}}{\overset{\text{产生}}{\rightleftarrows}} \text{磁场}$$

稳恒电流周围 → 稳恒磁场

注：

电荷之间的磁相互作用与电(库仑)相互作用的区别在于：无论电荷是静止的还是运动的，它们之间都存在着库仑相互作用，但是只有运动的电荷才存在着磁相互作用。

磁场的对外表现

1）磁场对磁场内的运动电荷，或载流导线会有力的作用

2）载流导体在磁场内移动时， 磁场的作用力会对载流导体作功

3）磁场能使处于磁场内磁介质发生磁化

1.2 稳恒条件与导电规律

一、稳恒条件

1、电流密度矢量

为了定量描述电流，引入了电流强度的概念：

定向运动电荷通过某一横截面积的电量△ q,与所耗费的时间△ t之比，称为该横截面的平均电流强度$\bar{I}$,

即： $\bar{I}=\dfrac{\triangle q}{\triangle t}$

当时间间隔△ *t*趋于零时，则上述比值的极限称为该横截面在时刻t的瞬时电流强度I，即：

$$I = \lim_{\triangle t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

电流强度是标量，但是有方向，只是方向的意义不同于矢量，单位为安培（A)，1安培=1库仑/秒。

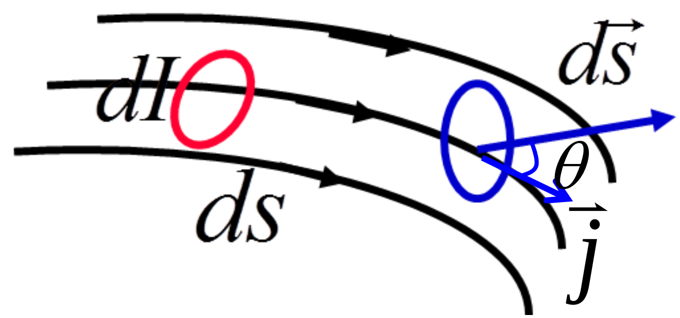
电流密度矢量：

电流密度矢量在数值上等于通过与正电荷运动方向垂直的单位面积上的电流强度，其方向与该点正电荷运动的方向相同，即：$j = \dfrac{dI}{dS_{\perp}}$

方向同正电荷运动方向，单位：A/m^2

根据电流密度矢量，电流场，

可引入电流线。



$$dI = jdS_{\perp} = j\cos\theta dS = \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

$$I = \int dI = \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = \iint_S j\cos\theta dS$$

2、电流连续方程

对任一闭合曲面S，若 $\oint\!\!\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} > 0$ ，则表示电流从闭合面流出，它表示单位时间从闭合面穿出的正电荷量。按电荷守恒定律，此值等于该闭合面内的电量对时间的减少率，即

$$\oint\!\!\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

此式称为电流连续方程。

3、电流的稳恒条件

电流产生条件：自由电荷、电场。

稳恒电流是指大小和方向都不随时间变化，或者说电流场不随时间变化，因此不能有电荷的积累。

$$\therefore \quad \oint\!\!\!\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$ ——电流稳恒条件

表示单位时间流入闭合面的电量与流出的电量相等。

二、导电规律

以金属导体为例，介绍传导电流的规律，即欧姆定律（积分形式、微分形式）。

（1）积分形式

电场是电流存在的必要条件，有电场，则必有电压（电势差）。故可以说电压是电流存在的必要条件。欧姆发现：通过一段导体的电流强度与导体两端的电压U成正比：$I=\frac{U}{R}$

导体的电阻R，单位为欧姆（Ω），与材料长度和横截面积及材料的电阻率有关，当导体材料电阻率和截面积均匀时：$R=\rho\frac{L}{s}$　　ρ：电阻率

当导体材料的横截面积、电阻率不均匀时，材料电阻为：$R=\int_L \rho\frac{dl}{s}$

（2）微分形式

在导体内取一圆柱形小体积元，长为dl，横截面积为ds，假定该体积元的电阻为R，把体积元内的j、E和ρ都视做均匀。

$$dI = \frac{dU}{R} \qquad dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} = jdS \qquad dU = \vec{E} \cdot d\vec{l} = Edl$$

$$R = \rho \frac{dl}{ds} \qquad jdS = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{ds}} = \frac{1}{\rho} Eds = \sigma EdS$$

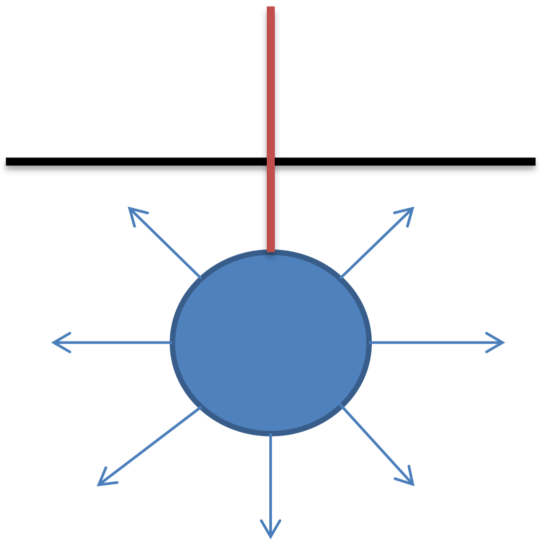
电导率：$\sigma = \frac{1}{\rho}$

欧姆定律的微分形式。

$$\therefore j = \sigma E$$

矢量表示：$\vec{j} = \sigma \vec{E}$

例1、半径为a的金属球埋入地下作为接地电极，电势为U_0，求电极的接地电阻及其周围的电势分布。设大地的电导率为σ。



解：接地电极的接地电阻指电流在地内流动过程中的电阻，导体本身电阻可忽略。

电极周围的电场分布与孤立的带电球的静电场相似，地内电流所流过的截面应该是以导体球心为球心的一系列同心球面。

离导体球心为r(r≥a)处，厚度为dr的球壳的电阻为：

$$dR=\frac{dr}{\sigma s}=\frac{dr}{4\pi\sigma r^2}$$

因而接地电阻为：

$$R=\int_{\alpha}^{\infty}dR=\frac{1}{4\pi\sigma}\int_{a}^{\infty}\frac{dr}{r^2}=\frac{1}{4\pi a\sigma}$$

这里忽略了地表的影响，地球被看作是无限大的。当电极足够深时，这样处理是合理的。

下面求电极周围的电势分布：

设电极中有稳恒电流I，又 $\vec{j}=\sigma\vec{E}$，所以有：

$$E=\frac{j}{\sigma}=\frac{I}{4\pi\sigma r^2}$$

距球心为r处的电势：

$$U_r=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\frac{I}{4\pi\sigma}\int_r^{\infty}\frac{dr}{r^2}=\frac{I}{4\pi\sigma r}$$

电极表面的电势$U_0=\dfrac{I}{4\pi\sigma\alpha}$

所以电势分布为：

$$U_r=a\frac{U_0}{r}$$

1.3 磁场的基本规律

电流之间相互作用的规律---安培定律

1）电流元 $Id\vec{l}$：载流导线分割为线元$\boldsymbol{dl}$

2）安培定律

$$\left|d\vec{F}_{12}\right| \propto \frac{\left|I_1 d\vec{l}_1\right| \cdot \left|I_2 d\vec{l}_2\right|}{r_{12}^2}$$

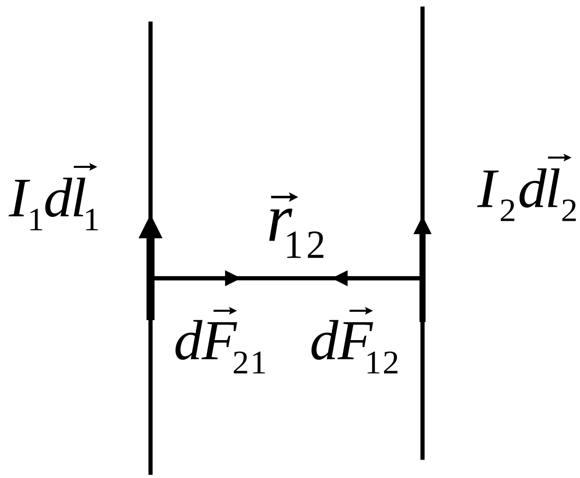
矢量式：

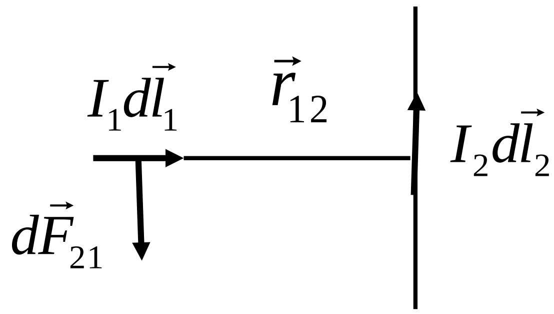
$$\boxed{d\vec{F}_{12} = k\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}}$$

----安培定律

例：分别求平行和垂直电流元间的相互作用力

$$d\vec{F}_{12} = k\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}$$





大小

$$dF_{12} = k\frac{I_1 dl_1 I_2 dl_2}{r_{12}^2} = dF_{21}$$

$$d\vec{F}_{12} = -d\vec{F}_{21}$$

满足牛顿第三定律

$$d\vec{F}_{12} = 0$$

$$dF_{21} = k\frac{I_1 dl_1 I_2 dl_2}{r_{21}^2} \neq 0$$

$\Longrightarrow$ 电流相互作用并不处处满足牛顿第三定律！

2 磁感应强度 毕奥–萨伐尔定律

- 磁感应强度
- 毕奥-萨伐尔定律
- 毕奥 – 萨伐尔定律的应用

2.1 磁感应强度矢量 $\vec{B}$

磁感应强度B：反映磁场本身特性的物理量，磁场是矢量场。

库仑定律：

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

$$\vec{F}_{12} = q_2\vec{E}$$

（试探点电荷q_2）

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

安培定律： $I_1 d\vec{l}_1$对$I_2 d\vec{l}_2$的作用力：

$$d\vec{F}_{12} = k\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}$$

$(k = \dfrac{\mu_0}{4\pi}$， μ_0： 真空磁导率）

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2$$

$$\boxed{d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}}$$

（试探电流元 $I_2 d\vec{l}_2$）

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{4\pi r^2}}$$

整个闭合回路L_1对$I_2 d\vec{l}_2$的作用力：

（矢量叠加）

$$d\vec{F}_2 = \oint_{L_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2} = I_2 d\vec{l}_2 \times \oint_{L_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2}$$

$$\boxed{d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \oint_{L_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2}}$$

此式既是一个电流元Idl在外磁场B中受力的基本规律，又是定义磁感应强度B的依据。这个力就叫安培力，此公式叫安培公式。

磁感应强度的定义：

$$d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B} \quad \Longrightarrow \quad dF_2 = I_2 dl_2 B \sin\theta$$

$\boxed{\text{试探电流元在磁场中的受力与试探电流元的取向有关。}}$

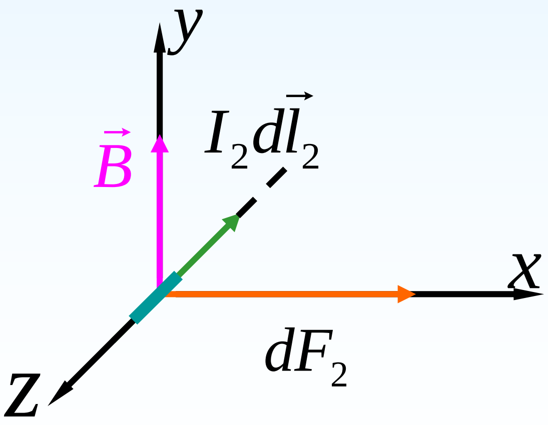
定义：

$$B = \frac{(dF_2)_{max}}{I_2 dl_2}$$

方向：沿试探电流元不受力时的取向，由右手法则唯一确定。

单位：N/A·m，T（特斯拉）

1T= 1N/A·m=10^4Gs



$$\boxed{d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{F} \perp \vec{B}}$$

$$\boxed{\vec{F} \perp I d\vec{l}}$$

电流磁效应发现前人类认识的万有引力和库仑力都是沿着作用物体连线的纵向力，而电流磁作用力是横向力。

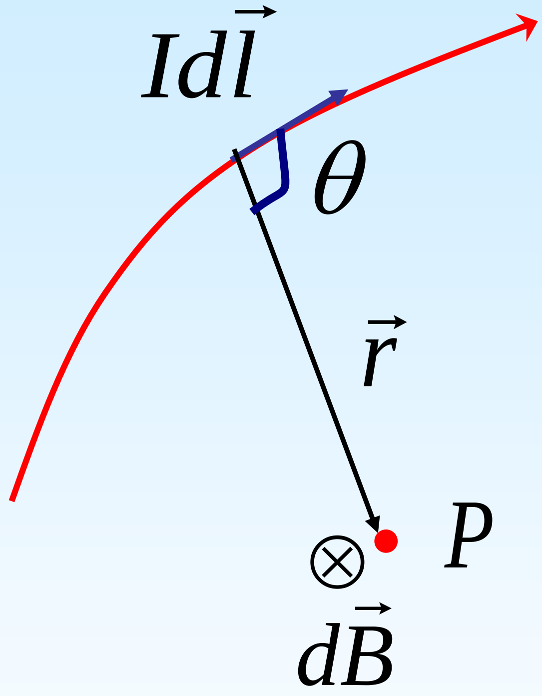
2.2 毕奥－萨伐尔（Biot-Savart）定律

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

线电流中的一段电流元$Id\vec{l}$在P点处产生的磁场为dB

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \sin\theta$$



$\vec{r}$ 位置矢量，方向由电流元指向场点

$$B = \oint_L d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_L \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

毕奥－萨伐尔定律

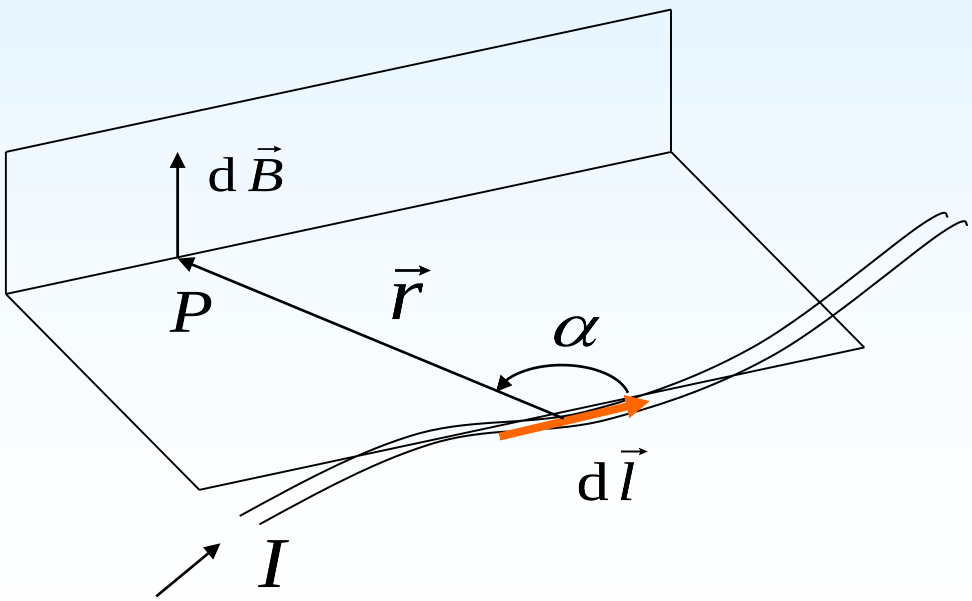
$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I \,\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

Biot-Savart定律的微分形式

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\,\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Biot-Savart定律的积分形式

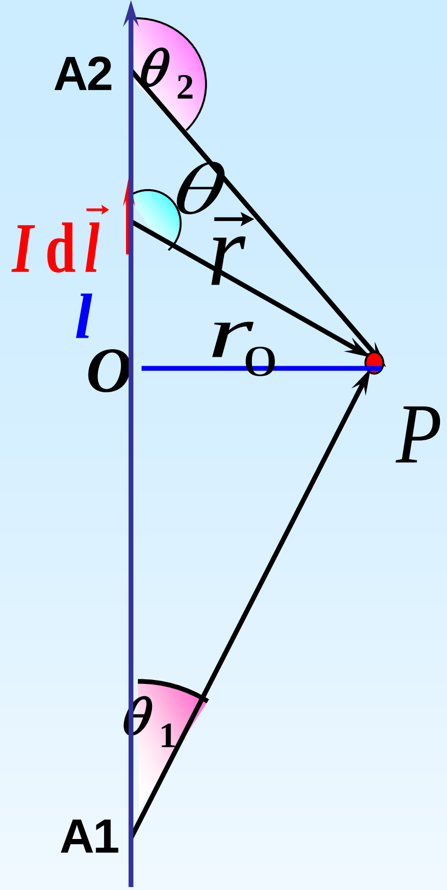
$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I \,\mathrm{d}l \sin\alpha}{4\pi r^2}$$



电流元在给定点所产生的磁感应强度的大小与***Idl***成正比，与到电流元的距离平方成反比，与电流元和矢径夹角的正弦成正比。

2.3 毕奥－萨伐尔定律的应用

1 载流直导线的磁场



电流元 $Id\vec{l}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{B}$的方向 $\otimes$

$$r_0 = r\sin\theta$$

$$l = -r_0 ctg\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}\sin\theta$$

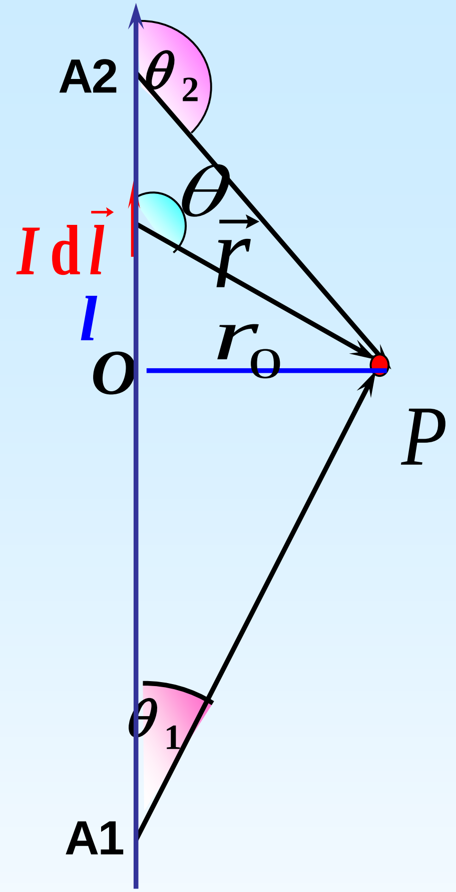
$$\mathrm{d}l = \frac{r_0 \mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

$$B = \int \mathrm{d}B = \int \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}\sin\theta$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\theta \mathrm{d}\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

讨论

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



1 无限长载流直导线

当 L ➡ ∞ （ r_0<<L)

$\theta_1 \to 0$ $\theta_2 \to \pi$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}}$$

2 场点在直电流延长线上

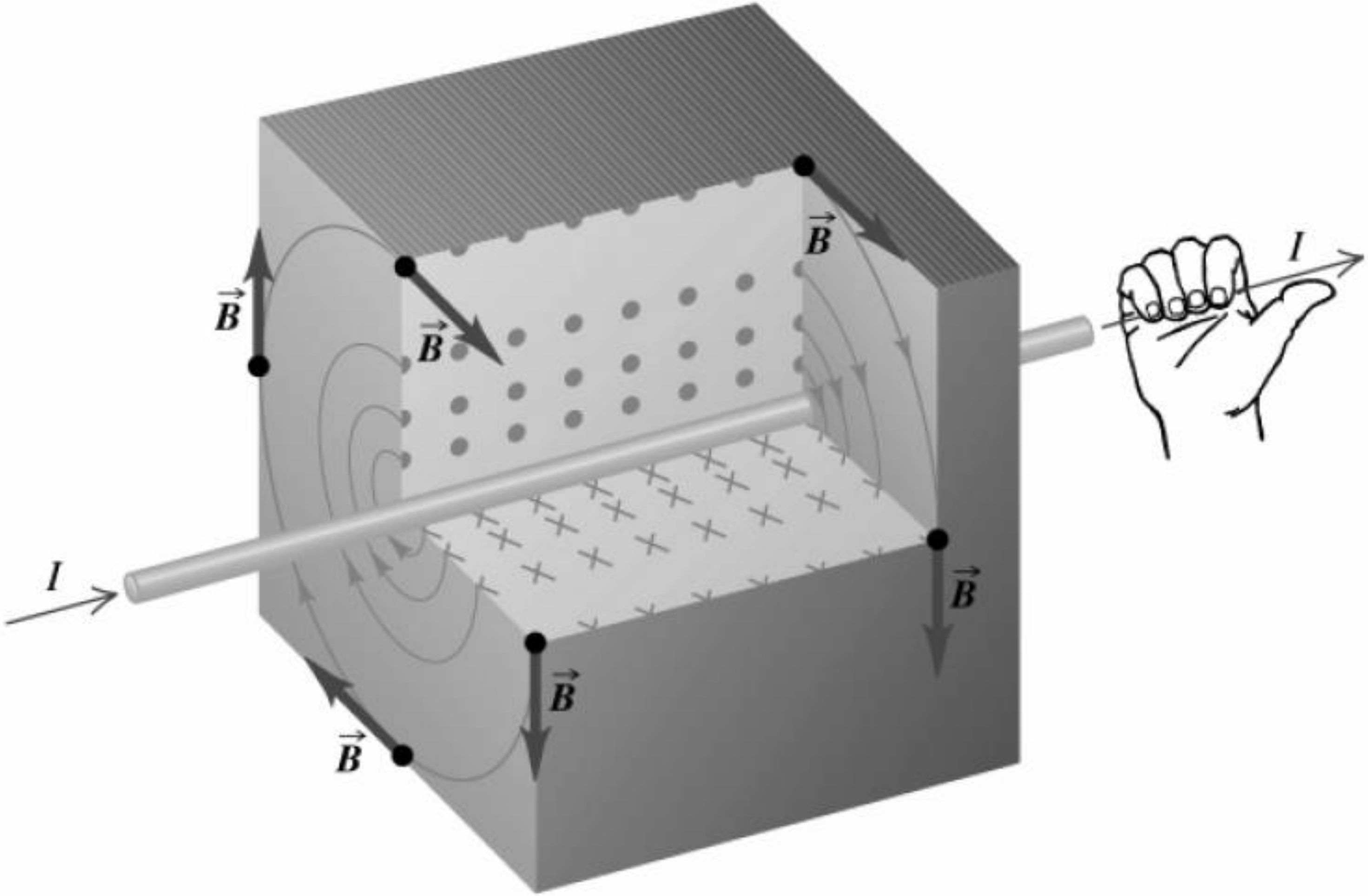
$$\left|Id\vec{l}\times\hat{r}\right|=0$$

$$\boxed{B=0}$$

3 半无限长载流导线

$\theta_1 \to \pi/2$ $\theta_2 \to \pi$

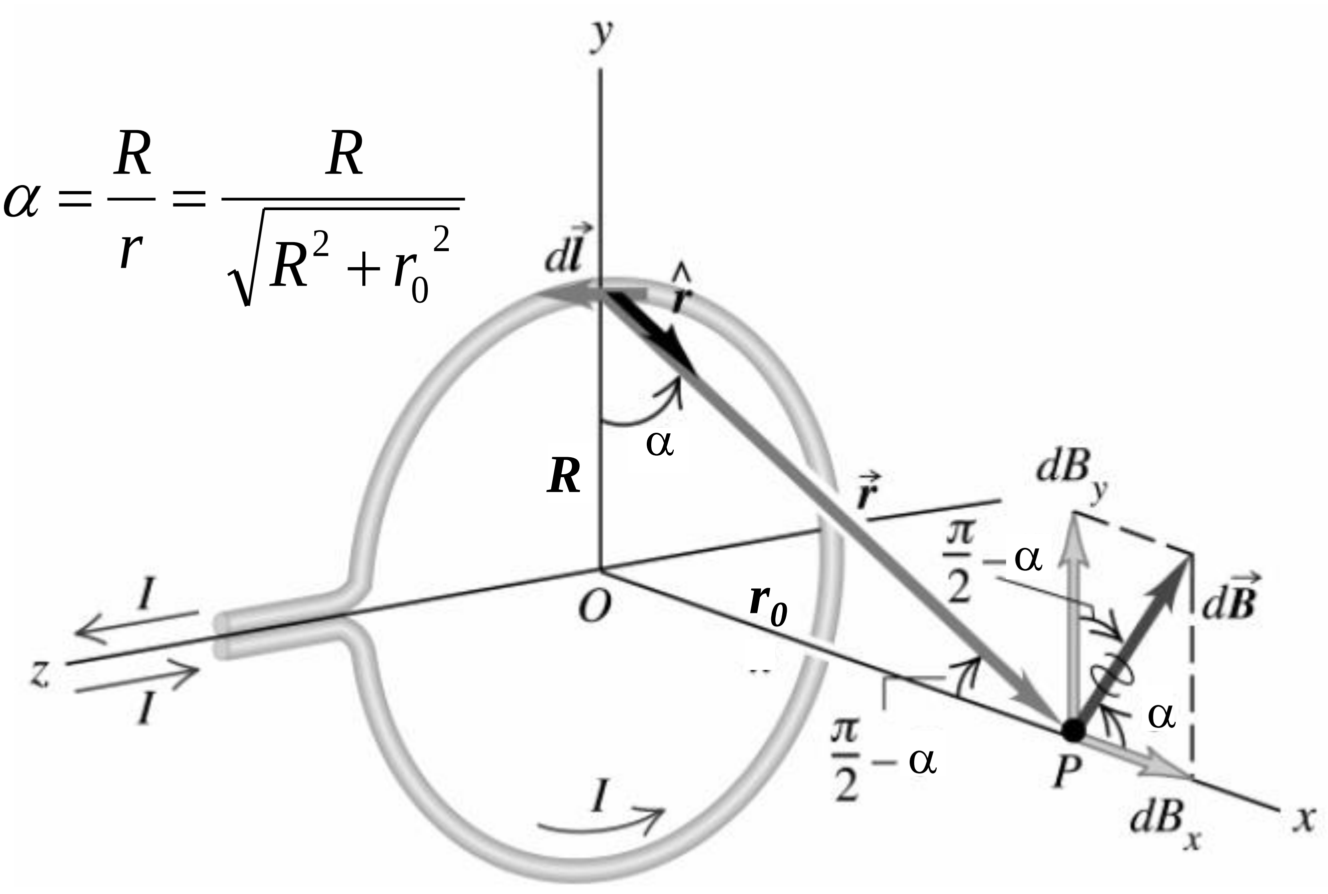
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}}$$



磁场方向

2 载流圆线圈轴线上的磁场：

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + r_0^2}}$$



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

$$dB_x = dB\cos\alpha$$

$$dB_y = dB\sin\alpha$$

$$\vec{B}_y = \oint d\vec{B}_y = 0$$

$$B_x = \oint dB_x = \oint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{(R^2 + r_0^2)}\frac{R}{\sqrt{R^2 + r_0^2}} = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + r_0^2)^{3/2}}$$

载流圆线圈轴线上的磁场：

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2 \vec{i}}{2\left(R^2 + r_0^{\,2}\right)^{3/2}}$$

讨论

$$(1)\ r_0 = 0 \quad B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$(2)\ r_0 >> R \quad B = \frac{\mu_0 I R^2}{2|r_0|^3}$$

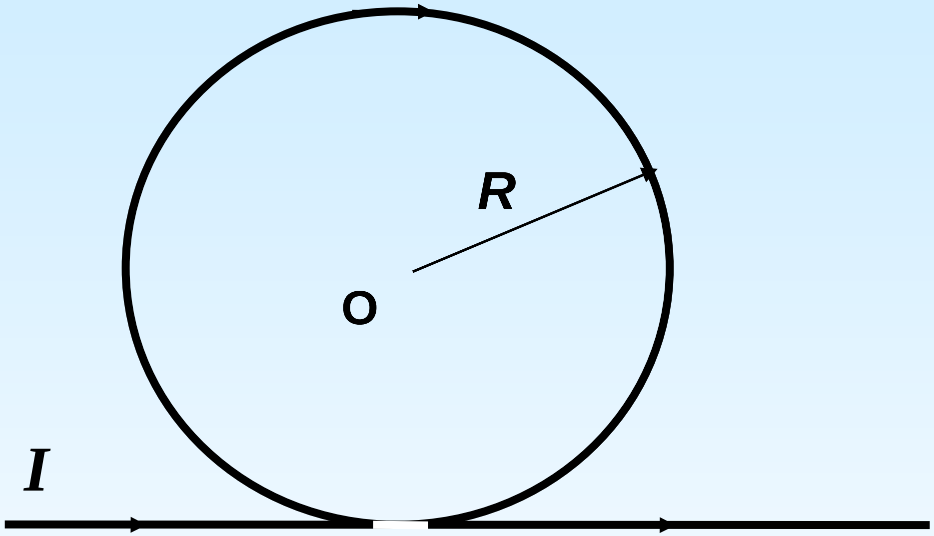
$$B = \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi\, |\, r_0\, |^3} = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi |r_0|^3}$$

载流线圈的磁矩： $\vec{P}_m = \pi R^2 \cdot I\vec{n}$

电偶极子在其延长线上的无限远处产生的电场： $\vec{E} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{P}_e}{r^3}$

电流磁矩在轴线上无限远处产生的磁场： $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{\vec{P}_m}{r^3} \qquad (r_0 \approx r)$

求O点的磁感应强度



$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}(1 - \frac{1}{\pi})} \quad \otimes$$

用毕奥－萨伐尔定律求解问题的基本步骤：

确定电流元 ⇨ 确定元磁场 ⇨ 用毕－萨定律求解

(分解dB，矢量积分化为标量积分)

（或在已有结果的基础上进一步求解）

载流直导线：

$$B=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}}$$

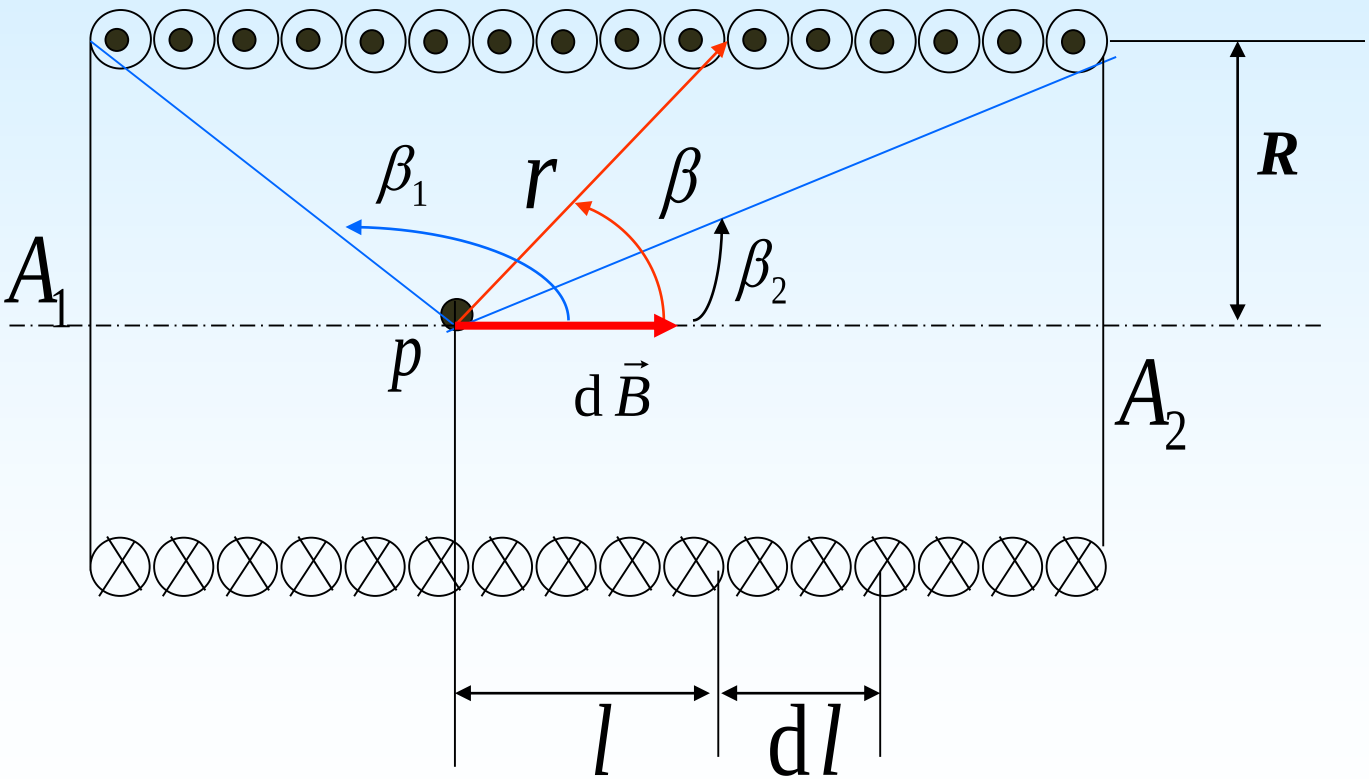
载流圆线圈轴线上的磁场：

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0 I R^2\vec{i}}{2\left(R^2+r_0{}^2\right)^{3/2}}}$$

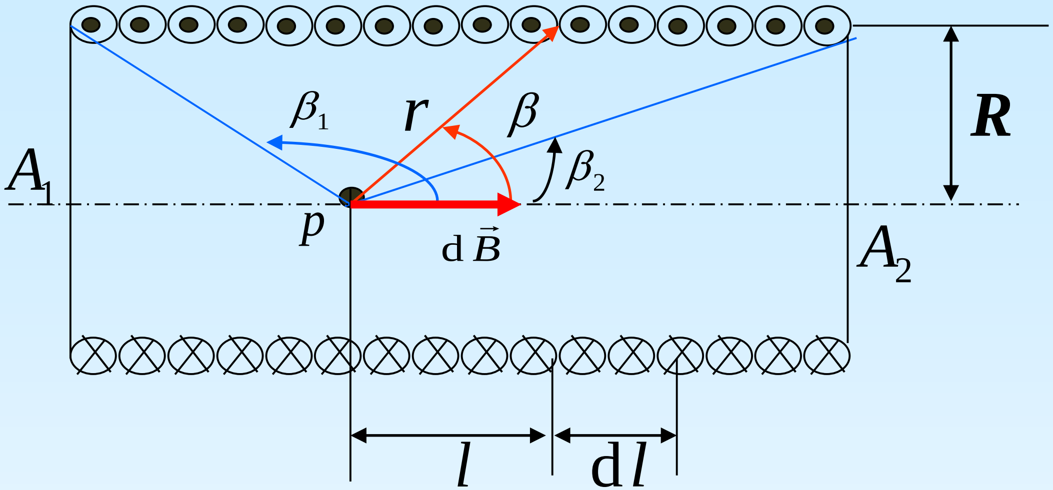
$$r_0=0\qquad B=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

3 直螺线管中心轴线上的磁场

设螺线管的半径为R，电流为I，每单位长度有线圈n匝。



$$B=\frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2+r_0^2)^{3/2}}$$



由于每匝可作平面线圈处理， ***ndl***匝线圈可作***Indl***的一个圆电流，$l-l+dl$：　$dI=I\cdot dN=I\cdot ndl$

在***P***点产生的磁感应强度：

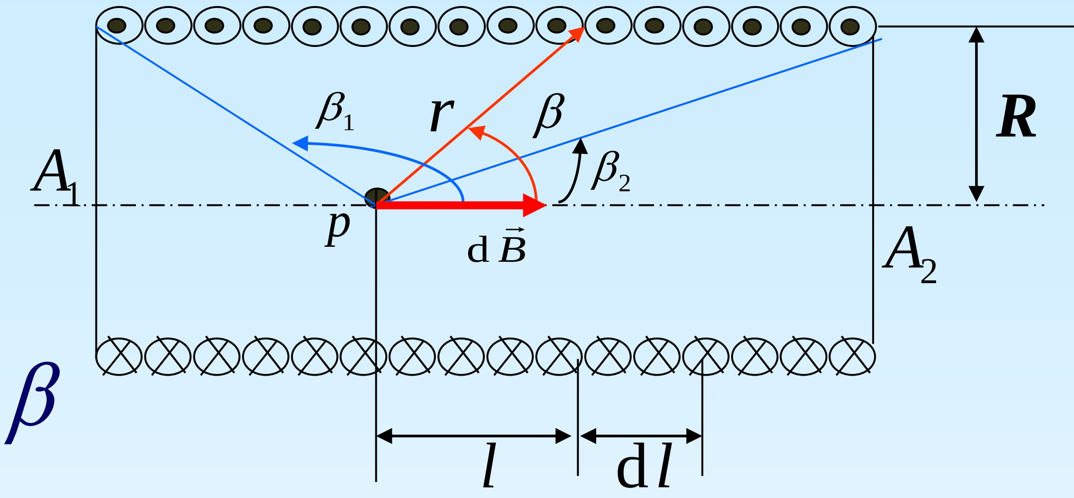
$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 R^2 nI\,\mathrm{d}l}{2(R^2+l^2)^{3/2}} \Rightarrow$$

$$B=\int_L \mathbf{d}B=\int_L \frac{\mu_0 R^2 nI\,\mathrm{d}l}{2(R^2+l^2)^{3/2}}$$

$$\because l = R\cot\beta$$

$$\therefore \mathrm{d}l = -R\csc^2\beta\,\mathrm{d}\beta$$

又 $\because R^2 + l^2 = R^2\csc^2\beta$



$$B = \int_L \frac{\mu_0 R^2 nI\,\mathrm{d}l}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0}{2} nI \int_{\beta_1}^{\beta_2} [-\sin\beta]\mathrm{d}\beta$$

$$= \frac{\mu_0}{2} nI(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$

讨论：

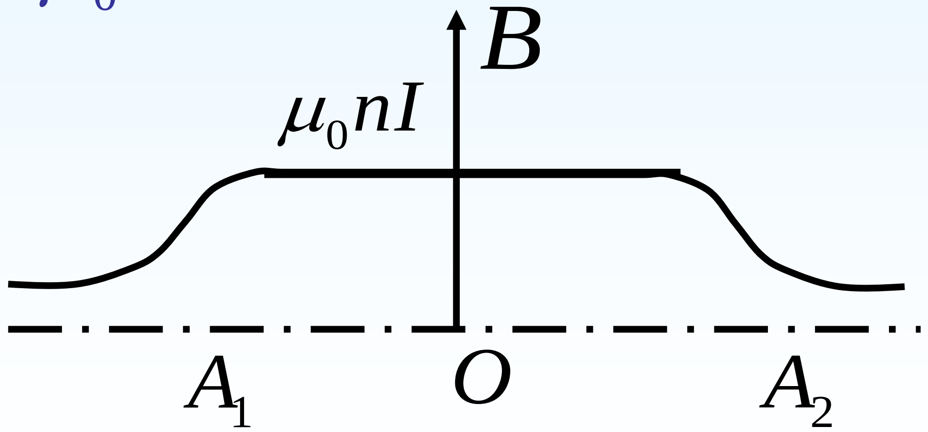
（1）螺线管无限长 $\beta_1 \to \pi, \beta_2 \to 0$

$$B = \mu_0 nI$$

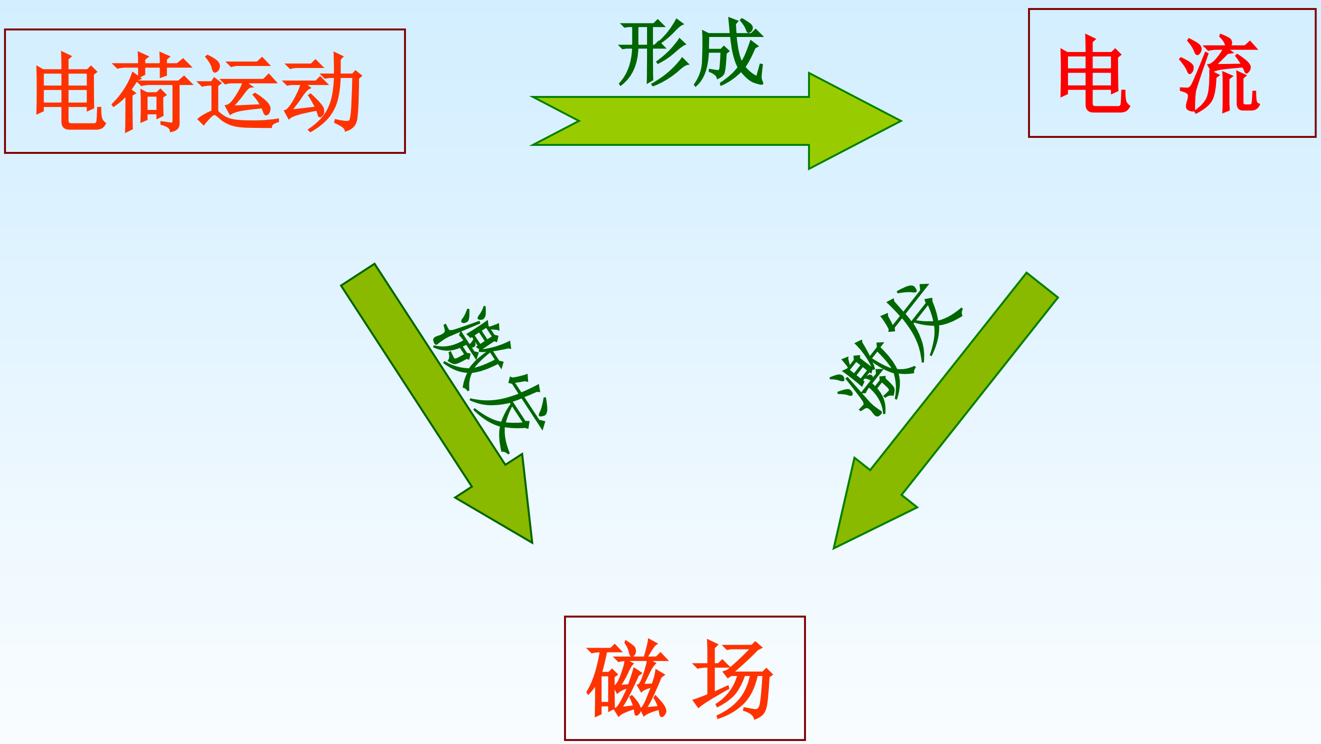
（2）半无限长螺线管的端点圆心处

$$B = \mu_0 nI / 2$$

实际上，***L>>R*** 时，螺线管内部的磁场近似均匀，大小为 $\mu_0 nI$

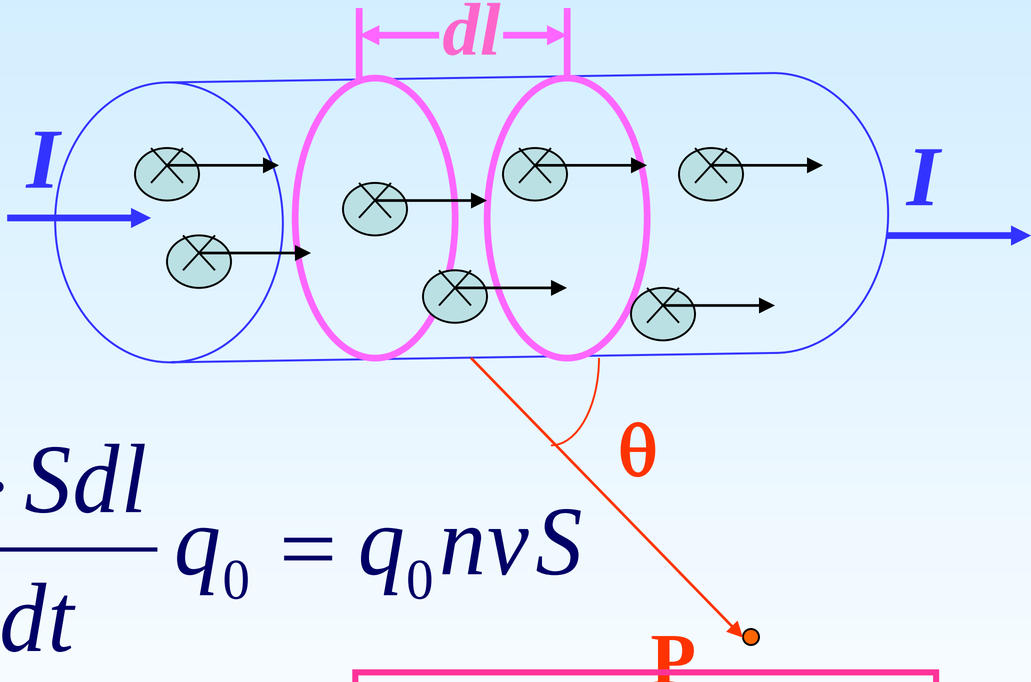


4 运动电荷的磁场



设电流元 $Id\vec{l}$，横截面积S，单位体积内有n个定向运动的正电荷，每个电荷电量为q_0，定向速度为v。

单位时间内通过横截面S的电量即为电流强度I:



$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{ndVq_0}{dt}=\frac{n\cdot Sdl}{dt}q_0=q_0nvS$$

电流元在P点产生的磁感应强度

$$\boxed{d\vec{B}=\frac{\mu_0 I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}}{4\pi r^2}}$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_0nvS\,\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

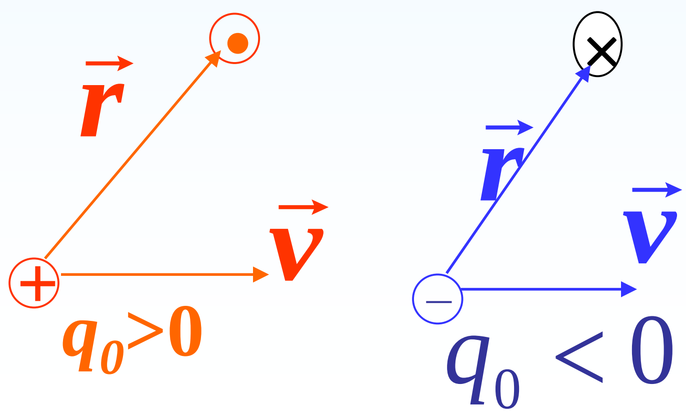
设电流元内共有d*N*个以速度*v*运动的带电粒子：

$$\mathrm{d}N = ndV = nS\,\mathrm{d}l$$

每个带电量为q_0的粒子以速度*v*通过电流元所在位置时，在P点产生的磁感应强度大小为：

$$B = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}N} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_0 v \sin\theta}{r^2}$$

其方向根据右手螺旋法则，$\vec{B}$垂直$\vec{v}$、$\vec{r}$组成的平面。q_0为正，$\vec{B}$为$\vec{v}\times\vec{r}$的方向；q_0为负，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$的方向相反。

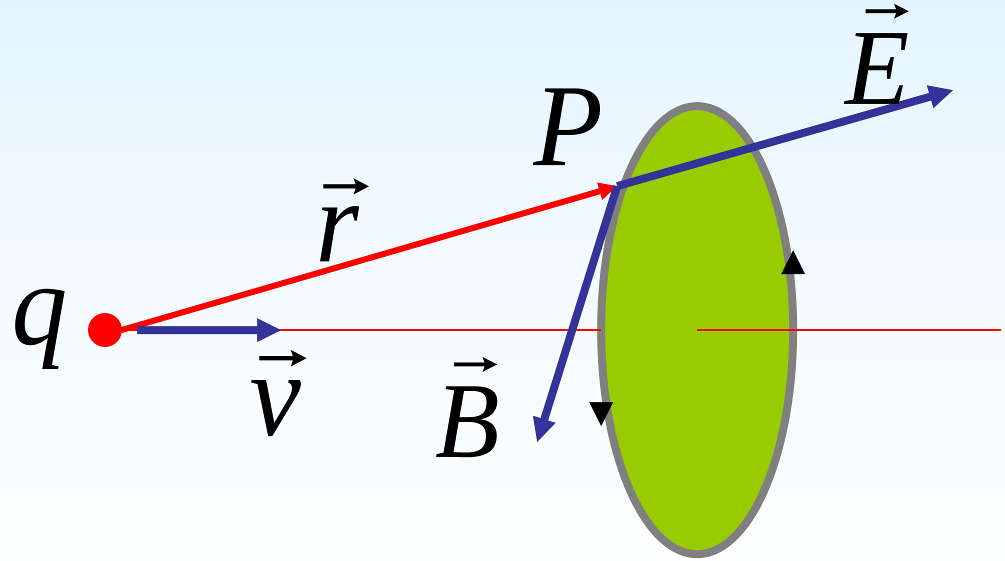


矢量式:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

运动电荷除激发磁场外，同时还在其周围空间激发电场。

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\Longrightarrow \quad \vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\vec{v}\times\vec{E}$$

运动电荷所激发的电场和磁场是紧密联系的。

请计算： $\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = ?$

3 磁场的高斯定理 (磁通连续原理)

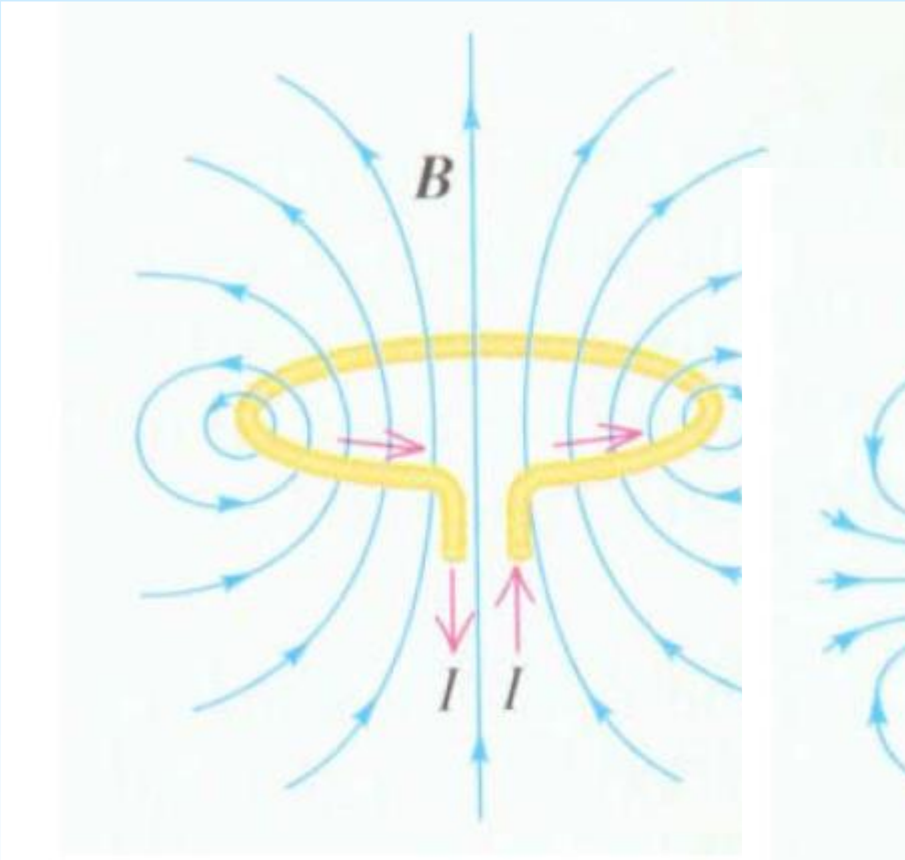
1 磁感应线　磁通量

磁感应线：

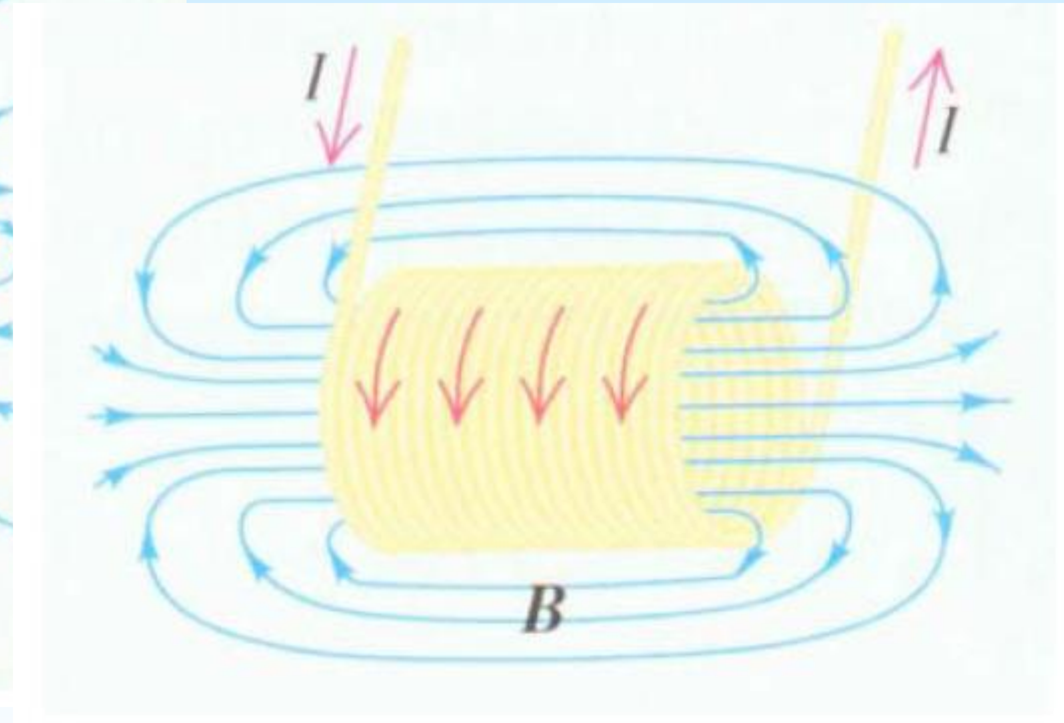
形象描绘磁场的分布。磁感应线上任意一点的切线方向与该点的磁场方向一致，且穿过垂直于B的单位面积上的磁感应线数，与B的大小相等.

磁感应线特点

- 与形成磁场的电流套连
- 无头无尾的闭合曲线(磁单极子不存在)
- 互不相交
- 方向与电流成右手螺旋关系



圆环电流

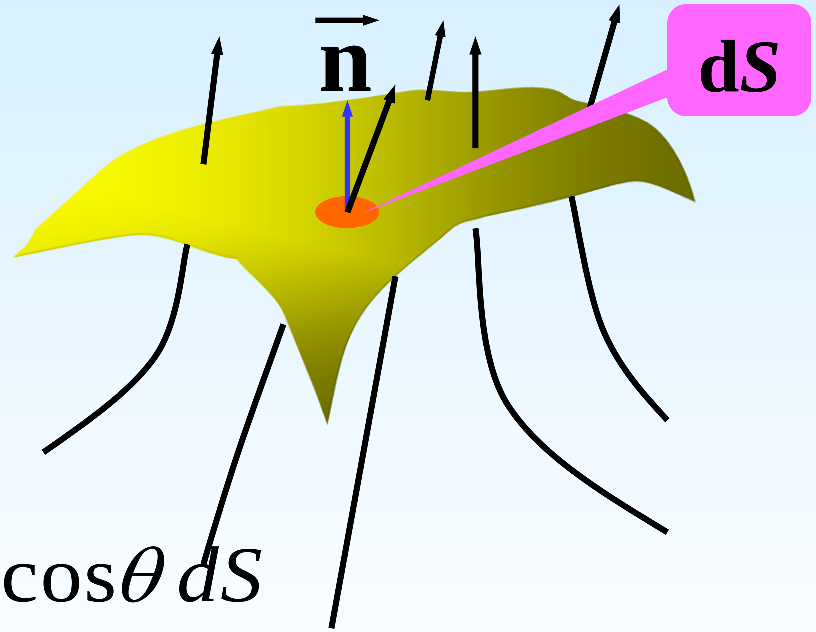


有限长螺线管电流

规定：通过磁场中某点处垂直于$\vec{B}$矢量的单位面积的磁感应线数等于该点$\vec{B}$矢量的量值。 磁感应线越密，磁场越强；磁感应线越稀，磁场就越弱，磁感线的分布能形象地反映磁场的方向和大小特征。

磁通量

磁通量：穿过磁场中任一给定曲面的磁感线总数。



对于曲面上的非均匀磁场，一般采用微元分割法求其磁通量。

对所取微元，磁通量：

$$d\Phi_m = \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad d\Phi_m = B\cos\theta\, dS$$

对整个曲面，磁通量：

$$\Phi_m = \iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

单位：韦伯(**Wb**)

静电场的高斯定理:

通过闭合曲面的电通量 $\Longleftrightarrow$ 闭合曲面内的电量/ε_0

磁场的高斯定理:

由磁感应线的闭合性可知，对任意闭合曲面，穿入的磁感应线条数与穿出的磁感应线条数相同，因此，通过任何闭合曲面的磁通量为零。

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

高斯定理的积分形式

穿过任意闭合曲面S的总磁通必然为零，这就是磁场的高斯定理。说明磁场是无源场。

反映了磁场的“无源性”，即孤立磁荷不可能存在。

例

证明在 B 线为平行直线的空间中，同一根B 线上各点的磁感应强度值相等。

解：$\Phi_m = \oiint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = 0 = \int_{左} + \int_{右} + \int_{侧}$

$= -B_a \Delta S + B_b \Delta S \Rightarrow B_a = B_b$

The end!