Временные ряды

Было $X_1, X_2, \dots, X_n \dots$ - назвсимые один расп случайные величины
Теперь $X_1, X_2, \dots, X_n \dots$ - посл-ть случайных величин (зависимые)

$$X(t) = m(t) + \epsilon(t)$$

$$t = 1, 2, \dots$$

$$t = 0, 1, 2, \dots$$

$$t = -\infty, \dots 0, 1, 2, \dots$$

Мат ожидание

$$m(t) = E(X(t)) \quad E(\epsilon(t)) = 0$$

Предложение. *$\epsilon(t)$ - стационарная пос-ть*

Предложение (2). *a) $m(t)$ - медленное изменение*
b) $m(t)$ - небольшой период
c) $m(t)$ - большой период

Доказательство. a) $m(t) = \theta_0\theta_1 t + \dots + \theta_m t^m$
$x(t) = \theta_0 + \theta_1 t + \epsilon(t)$

$$\{x(t)\}_{-m}^{m} \quad t = -m, -m+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, m$$

Оценка по МНК θ_0, θ_1

$$\begin{cases} (2m+1)\theta_0 + \theta_1 \sum_{t=-m}^{m} t = \sum_{t=-m}^{m} x(t) \\ \theta_0 \sum_{t=-m}^{m} t + \theta_1 \sum_{t=-m}^{m} t^2 = \sum_{t=-m}^{m} tx(t) \end{cases}$$

$$\sum_{t=-m}^{m} t = -m + (-m+1) + \dots + (m-1) + m = 0$$

$$\hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=-m}^{m} x(t)}{2m+1} = \hat{m}(0)$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{\sum_{t=-m}^{m} t^2 x(t)}{\sum_{t=-m}^{m} t^2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} t^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{2m+1} \sum_{k=-m}^{m} x(t+k)$$

$$Q(m) = \sum_{k=0}^{t-1} \lambda^k (x(t-k) - m)^2$$

$$\hat{m}(t) = \lambda \hat{m}(t-1) + (1-\lambda)x(t)$$

■

Метод сезонной декомпозиции

В таблице преведены квартальные данные о продажах фирмы за период 1990-1993 (млн долларов)
тут воображаемая (не очень) табличка и 100500 перемножений, складываний, делений чиселок