Комплан. Лекция(10.09.24)

Зам. $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$
$|\frac{z_1}{z_2}| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$
$Arg(z_1 \cdot z_2) = Argz_1 + Argz_2$
$arg(z_1 \cdot z_2) \neq argz_1 + argz_2$
$Arg(\frac{z_1}{z_2}) = Argz_1 - Argz_2$

Стереографическая проекция Сфера Римана

"идеальное"число $z = \inf$ $\mathbb{C} \cap \{z = \inf\} = \bar{\mathbb{C}}$
$\mathbb{C}$ - отрытая (конечная) компл. пл-ть
$\bar{\mathbb{C}}$ - замкнутая компл. пл-ть
Рассмотрим сферу един диаметра расп в пр-ве. И касающуюся плоскости Oxy в начале коор-т

где-то тут рисунок

Таким образом устаналивается вз/одноз соответсвие м/у всеми точками сферы и всеми точками открытой комплексной плоскости $\mathbb{C}$
$\{\text{N}\} \leftrightarrow \{z = \inf\}$
Z(ξ, η, ζ) - стереограф. проекция т-ки z(x,y)

Св-ва стереограф. проекции №44, 45, 53, 56
1.$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$ 2. Окружсность на S $\leftrightarrow$ окр-ть или прямая на $\bar{\mathbb{C}}$

$N \in$ окружности на S $\leftrightarrow$ прямая
$N \notin$ окружности на S $\leftrightarrow$ окружность

$\xi^2 + \eta^2 + (\zeta - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$
$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - \zeta = 0$
3. $r(z_1, z_2) = |z_1 - z_2|$
$k(z_1, z_2) = r(Z_1, Z_2)$ k - хордальное(?) расстояние

Ф-ии комплексного переменного

Опр. Правило (закон) по которому каждому числу z $\in E = \{z\} \subset \mathbb{C}$ ставится в соответствие одно или несколько значений w, называется функцией комплексного переменного и $w = f(z)$
$f : E \to \mathbb{C}$
E - область определения
$M = \{f(z)\}$ - множество значений
$w = u + iv$ $w = f(z) \Leftrightarrow \begin{cases} u = u(x, y) \\ v = v(x, y) \end{cases}$

Опр. Число A, если оно $\exists$, наз-ся пределом ф-ии f(z) в точке $z = a$ $\lim\limits_{z \to a} f(z) = A$
$\forall \epsilon > 0\ \exists \delta = \delta(\epsilon) > 0\ \forall z \in E :\ 0 < |z - a| < \delta \Rightarrow |f(z) - A| < \epsilon$
$f(z) = u(z) + iv(z) \quad A = A_1 + iA_2$
1. $\lim\limits_{z \to a} f(z) = A \Leftrightarrow \begin{cases} \lim\limits_{z \to a} u(z) = A_1 \\ \lim\limits_{z \to a} v(z) = A_2 \end{cases}$
2. $A \neq 0 \Rightarrow argf(z)$, что

$$\lim_{z \to a} f(z) = A \Leftrightarrow \begin{cases} \lim\limits_{z \to a} |f(z)| = |A| \\ \lim\limits_{z \to a} argf(z) = argA \end{cases}$$