ТВиМС. Лекция(20.09.24)

Техника рандомизированного ответа

$$A\begin{cases}1\to \text{ справедливо}\\ 0\to \text{ наоборот}\end{cases}$$
$P(B)=\lambda$ - знаем
$\hat{q}=\frac{m}{n}$

$$q=P(A|B)P(B)+P(\overline{A}|\overline{B})P(\overline{B})=p\lambda+(1-p)(1-\lambda)=p\lambda+1-p-\lambda+p\lambda=p(2\lambda-1)+1-\lambda$$

Эффективность
Нужно вообще вставить картинку???

$\rho(\lambda)$

$$\hat{\lambda}=\hat{x}=\frac{1}{n}(x_1+\dots x_n)$$

$$\hat{\lambda}=s_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{\infty}(x_i-\overline{x})^2$$

$$D(th)<D(\overline{x}\quad\frac{\lambda}{n}=D(\overline{x})<D(s_1)$$

Регулярный случай:

$$D(\hat{\lambda}\geq\frac{1}{nI(\lambda)}$$

$f=f(x,\theta)$

$$1)\ |\frac{\partial f}{\partial\theta}|\leq M_1$$

$$2)\ |\frac{\partial^2 f}{\partial\theta^2}|\leq M_2$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\log f(x;\theta)=\frac{f'_\theta}{f}$$

$$E(\frac{f'_\theta}{f})^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}(\frac{f_\theta}{f})^2 f(x;\theta)dx=I(\theta)$$

$\hat{\Theta}_n$- оценка параметра Неравентсов Крамер-Рао:

$$D(\tilde{\theta}\geq\frac{1}{nI(\theta)}(\geq\frac{(g'(\theta))^2}{nI(\theta})$$

$$E_\theta(\tilde{\Theta_n})=g(\theta)$$

X,Y - св $E(x^2)<\infty,\ E(Y^2)$
<u>Proof</u> $t\in\mathbb{R}$

$$0\leq E((tX+Y)^2)=t^2E(X^2)+2tE(XY)+E(Y^2)\iff E^2(XY)\leq E(X^2)E(Y^2)$$

$E_\theta(\tilde{\theta}(x_1,\dots,x_n))=Q'$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}=\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\theta)dx_i=\Theta$$

$$\int\tilde{\theta}\sum_{i=1}^{n}\frac{f'_\theta(x_i;\theta)}{f(x_i;\theta)}\prod_{j=1}^{n}f(x_j;\theta)dx_i=1$$

$$\int(\theta_n-\theta)\sum_{i=1}^{n}\frac{f'_\theta}{f}\prod_{j=1}^{n}fdx_j=1$$

$E(\tilde{\theta}_n) = \theta$ - эффект. оц.

$$D(\tilde{\theta_n}) = \frac{1}{nI(\theta)}$$

<u>Пример</u> $X \in R(0, \theta) \quad \theta > 0$

$\overline{x_n^{(n)} < \Theta} \quad x_n^{(n)} = \hat{\theta}_n$

$F(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta}, & 0 < x < \theta \\ 1, & x \geq \theta \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$