Группы и алгебры Ли

15 Февраля 2025 г.

Группы Ли

Определение (Группа Ли)**.** Пусть G - группа и гладкое многообразие над $\mathbb{R}$
Если

$$\mu : G \times G \to G$$

и

$$i : G \to G,\ i(x) = x^{-1}$$

гладкие отображения, то G называется группой Ли

$$(U, \phi) \text{ - карта}$$

$$\phi : U \to \widetilde{U} \subset \mathbb{R}^n \text{ - гомеоморфизм}$$

$$(V, \psi) \text{ - карта}$$

$$\phi : V \to \widetilde{V} \subset \mathbb{R}^n \text{ - гомеоморфизм}$$

$$x \in U \cap V$$

$$\phi : U \cap V \to \phi(U \cap V) \subset \widetilde{U} \subset \mathbb{R}^n$$

$$\psi : U \cap V \to \psi(U \cap V) \subset \widetilde{V} \subset \mathbb{R}^n$$

$(x_1, \ldots, x_n)$ - координаты ϕ
$(y_1, \ldots, y_n)$ - координаты ψ

$$f_{\phi,\psi} : \psi(U \cap V) \to \phi(U \cap V)$$

$$z \in \psi(U \cap V)$$

$$x_i(f_{\phi,\psi}(z)) = f_i(y_1(z), \ldots, y_n(z))$$

$$x_i = f_i(y_1, \ldots, y_n), \quad i = \overline{1, n}$$

$$u \in U \quad x_i(\phi(u))$$

$$y_i \circ \psi = y_i$$