Valhalla Sin Framework

September 3, 2024

1 Challenge 01: Conversor de Celsius a Valks

Autor: Rodolfo Jesús Cruz Rebollar

Matrícula: A01368326

Grupo: 101

```
[1]: # Importar librerías para el análisis, manipulación y graficación de datos

import pandas as pd # Pandas para análisis y manipulación de datos

import numpy as np # numpy para realizar operaciones matemáticas y matriciales

import matplotlib.pyplot as plt # Matplotlib para realizar gráficos
```

```
[2]: # Importar los datos a analizar, leyéndolos del archivo csv

celsius_valks = pd.read_csv("Valhalla23.csv")

# Mostrar primeros 5 registros del dataframe para asegurar que los datos se_
hayan importado correctamente

celsius_valks.head()
```

```
[2]: Celsius Valks
0 61.4720 -139.740
1 70.5790 -156.600
2 -7.3013 73.269
3 71.3380 -165.420
4 43.2360 -75.835
```

[3]: # Mostrar características generales de la base de datos

celsius_valks.info()

<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 100 entries, 0 to 99
Data columns (total 2 columns):
Column Non-Null Count Dtype

--- ----- -----

0 Celsius 100 non-null float64 1 Valks 100 non-null float64

dtypes: float64(2) memory usage: 1.7 KB

Al observar las características generales de la base de datos, se puede notar que en total se tienen 100 registros de datos con 2 columnas, correspondientes a la temperatura en Celsius y Valks respectivamente, además, se aprecia que ambas columnas de información no presentan datos faltantes, ya que todos los datos en ambas son no nulos, motivo por el cual, al no detectar ninguna inconsistencia o error en la estructura de los datos, a continuación se procederá a separar el conjunto principal de datos en 2 subconjuntos, 1 para el entrenamiento del modelo de regresión lineal y otro para ponerlo a prueba.

1.1 Creación del conjunto de entrenamiento y de prueba

1.1.1 Conjunto de entrenamiento

```
[4]: Celsius Valks
84 71.719 -182.570
37 11.710 16.143
86 55.720 -121.090
63 49.908 -108.590
1 70.579 -156.600
```

En términos generales, para generar el subconjunto de datos para entrenar el modelo, lo primero que se realizó fue calcular cuántos registros (filas) tiene el conjunto total de datos con ayuda de la función shape que devuelve una tupla con dos elementos, el primero es la cantidad de filas del dataframe y el segundo es la cantidad de columnas del mismo, por lo que en este caso particular, se toma solamente el primer elemento de la tupla devuelta por la función shape (tiene como índice 0) que coresponde a la cantidad de registros del dataframe original, para luego en base a la cantidad de filas, la función range() genera una secuencia de números enteros desde 0 hasta la cantidad de

filas menos 1, por lo que al tener 100 filas, range devolverá una secuencia de enteros desde 0 hasta 99 y dicha secuencia de enteros es recibida por la función choices() del módulo random, la cual escoge aleatoriamente una cierta cantidad de elementos de una lista, especificada en su parámetro k, que en este caso, dicha cantidad k se calcula obteniendo el 70% de la cantidad de filas del dataframe original y luego redondeando dicho resultado al entero más cercano, esto con el objetivo de evitar tener errores de formato numérico al momento de ejecutar el renglón de código en caso de que al calcular el porcentaje de datos para entrenamiento, se obtenga una cantidad con decimales. Además de lo anterior, después de calcular el valor k y definir la secuencia de enteros aleatorios para la función choices(), se procede a que la función choices() elige aleatoriamente k valores enteros de la secuencia definida previamente y envía dicha lista de enteros aleatorios al método iloc para decirle que extraiga las filas especificadas en la lista que recibe dicho método , mismas que se encuentran identificadas por su índice numérico (son los enteros aleatorios obtenidos antes) y a su vez también extraiga todas las columnas que conforman a dichas filas. Es importante recalcar que el método iloc identifica filas y columnas mediante su índice numérico en lugar de sus nombres.

1.1.2 Conjunto de prueba

```
[5]: # El conjunto de prueba estará conformado por todos los datos que no fueron_
      ⇔seleccionados de forma aleatoria al momento de
     # generar el conjunto de entrenamiento
     # Obtener los índices numéricos de las filas que no fueron seleccionadas al_{f \sqcup}
      →generar el conjunto de entrenamiento
     # la función lambda en conjunto con la función filter, verifican si cada índice
      →de fila del dataframe completo
     # se encuentra entre los índices de fila del subconjunto de entrenamiento, de l
      ⇔no ser así, se selecciona dicho índice para
     # incluir la fila correspondiente al mismo, al conjunto de prueba, estou
      ⇔garantiza que el subconjunto de prueba tenga datos que
     # el modelo aún no haya visto y finalmente se incluyen los índices filtrados en
      →una nueva lista
     filas_no_elegidas = list(filter(lambda x: x not in train_data.index.values,__
      ⇔celsius_valks.index.values))
     # Extraer las filas que no estén en el subconjunto de entrenamiento con todasu
      ⇔sus columnas
     test_data = celsius_valks.iloc[filas_no_elegidas, :]
     # Mostrar los primeros registros del conjunto de prueba para asegurar que los
      →datos estén bien estructurados
     test_data.head()
```

```
[5]:
         Celsius
                      Valks
     3
         71.3380 -165.420
     4
         43.2360
                   -75.835
     7
         34.6880
                   -55.108
     9
         76.4890 -183.460
     10
         -4.2387
                     61.973
```

Nota: la cantidad de registros extraídos para el conjunto de prueba, corresponde al 30% de la cantidad de registros de la base de datos original (30 registros de 100).

1.2 Regresión lineal con gradiente descendente

Para implementar un modelo de regresión lineal con gradiente descendente para resolver la problemática planteada, en primera instancia es necesario tomar en consideración aquellas ecuaciones en las que está basado el funcionamiento del modelo en sí mismo, entre las que se encuentran: la función de costo denotada como J, las funciones correspondientes a las derivadas parciales respecto a θ_0 y θ_1 de dicha función de costo, además de aquellas otras ecuaciones correspondientes al cálculo tanto del parámetro θ_0 como del parámetro θ_1 , mismos que irán actualizándose a medida que el algoritmo necesite una mayor cantidad de iteraciones para encontrar el punto de convergencia, mismo que se define como el momento en el cual la función de costo J alcanza su mínimo valor posible para los datos en cuestión.

Debido a lo anterior, a continuación se mencionan las ecuaciones que se utilizarán para la implementación efectiva del modelo de regresión lineal:

Función de costo J:

$$J_{\theta} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left(h_{\theta}(x_i) - y_i \right)^2$$

Donde
$$h_{\theta}(x_i) = \theta_0 + \theta_1 x_i$$

Derivadas parciales de J:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(h_{\theta}(x_i) - y_i \right)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(h_{\theta}(x_i) - y_i \right) x_i$$

Cálculo de θ_0 y θ_1 mediante gradiente descendente:

$$\theta_0 = \theta_0 - \alpha \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(h_\theta(x_i) - y_i \right)$$

$$\theta_1 = \theta_1 - \alpha \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(h_{\theta}(x_i) - y_i \right) x_i$$

Para definir la función del método de gradiente descendente a continuación, los parámetros θ_0 y θ_1 tendrán ambos un valor inicial de 1, esto debido principalmente a que al asignar inicialmente valores unitarios a dichos parámetros del modelo, se comienza el algoritmo con un modelo básico en el sentido de que al comienzo de todo el proceso iterativo, al no saber todavía con certeza cuáles serán los valores adecuados para los parámetros del modelo, el hecho de asignar un valor unitario a éstos garantiza que al iniciar el proceso, tanto la ordenada al origen como el coeficiente de la variable x tengan una cierta contribución, peso o influencia en las primeras predicciones derivadas del algoritmo, esto mientras se calculan nuevos valores para los parámetros del modelo a medida que avanzan las iteraciones del algoritmo, por lo que después de la primera iteración del algoritmo, los valores unitarios iniciales se reemplazarán por los nuevos valores calculados en dicha iteración

y así sucesivamente, por lo cual, se seleccionaron valores iniciales de 1 para los θ solamente para comenzar el algoritmo con un "modelo por default".

Además de lo anterior, para implementar el modelo de regresión lineal con gradiente descendente se necesita definir un parámetro adicional llamado α que será la tasa de aprendizaje del modelo (rapidez con la que aprende el modelo a identificar patrones en los datos) y otro parámetro conocido como ϵ que se refiere al límite máximo de error permitido para el modelo, es decir, el criterio que se utilizará para definir si la función de costo J converge, por lo que en caso de que llegue un momento en el cual el valor de ambas derivadas de la función J sean inferiores al valor de ϵ , se alcanzará la convergencia del algoritmo y en ese punto terminará todo el proceso iterativo, es decir, terminará el algoritmo en sí. Por otro lado, utilizaremos una tasa de aprendizaje $\alpha = 0.0001$ debido a que es un valor que no es excesivamente pequeño pero tampoco muy grande, esto en el sentido de que garantizará que el algoritmo aprenda a un ritmo moderado, es decir, que no sea excesivamente rápido o lento, dado que en caso de que dicho valor α sea muy pequeño, se corre el riesgo de que el algoritmo al aprender a un ritmo muy lento, necesite demasiadas iteraciones, lo cual implicaría que el algoritmo demore mucho tiempo en proporcionar una respuesta a tal punto de que dicha respuesta al no llegar a tiempo, retrase los procesos por ejemplo de alguna empresa, o industria y perjudicando su capacidad para operar de forma eficente, por lo que en resumen un valor de α muy pequeño puede provocar que el algoritmo se vuelva prácticamente ineficiente sobretodo en situaciones en las que se requiere una respuesta a la brevedad posible. Sin embargo, si se elige un valor de α grande, se corre el riesgo de que durante el proceso iterativo del algoritmo, se pase por alto el punto mínimo en el que la función J alcanza un valor inferior al ϵ , provocando que al final de todo el algoritmo, el modelo de regresión lineal resultante no sea el que mejor se ajuste a los datos en cuestión, por lo que en pocas palabras, un α grande reduciría la capacidad del algoritmo para encontrar el mejor modelo posible para los datos además de que el modelo derivado del mismo no arrojaría predicciones de temperatura suficientemente confiables, lo que podría ocasionar que en vez de resolver la crisis del calentamiento global mencionada en el challenge 1, el planeta Tierra se podría calentar o enfriar en exceso y por consiguiente afectar negativamente a la vida en la Tierra.

Adicionalmente, también cabe mencionar que en cuanto al parámetro de error máximo ϵ , éste mismo tendrá un valor de 0.01 para el problema en cuestión, ya que entre más pequeño sea el valor de éste parámetro, el algoritmo buscará obtener un modelo en su gran mayoría confiable en cuanto a las predicciones que arroje, sin embargo, ϵ tampoco puede ser 0, debido a que por la propia naturaleza de los datos involucrados, tampoco resulta posible encontrar algún modelo que prediga correctamente la temperatura en Valks para absolutamente todos los datos en grados celsius, por lo que 0 no es un valor adecuado para el parámetro ϵ . No obstante si en cambio el valor de ϵ es grande, tampoco es recomendable dado que estaríamos permitiendo que el modelo resultante del algoritmo tenga mayor margen de error, lo cual puede causar que las predicciones derivadas del mismo no tengan un grado de confiabilidad suficiente para convertir grados celsius a valks, lo que de nuevo puede llevar a una toma de decisiones errónea y nuevamente eso agravaría la crisis del cambio climático que se desea resolver en la problemática abordada, por lo que 0.01 resulta ser una elección que no es un valor excesivamente pequeño pero tampoco muy grande, por lo que resulta adecuado como valor para el parámetro de error máximo admisible ϵ .

```
[6]: # Crear una serie de pandas que contenga ambos valores de theta a lo largo deludalgoritmo

# Incialmente ambos hiperparámetros theta tendrán un valor de 1
```

```
theta = pd.Series([1, 1], index = ["theta0", "theta1"])
# Definir la tasa de aprendizaje alpha
alpha = 0.0001
# Definir la máxima proporción permitida de error épsilon
epsilon = 0.01
```

1.2.1 Función de hipótesis h

```
[7]: # Establecer una función anónima lambda para evaluar los datos de la variable⊔

independiente (Celsius) en la función de hipótesis

h = lambda x: theta["theta0"] + theta["theta1"] * x
```

1.2.2 Función de costo J

```
[8]: # Definir la función de costo que recibe 2 parámetros de entrada: número deu registros del dataframe y datos de entrenamiento

def J_function(n, data):

# Calcular el valor de la función J para los datos: primero los datos deu temperatura en grados Celsius se multiplican por

# el valor del parámetro theta 1 y después a dichos resultados se les sumau el valor de theta 0, para después a dichos

# resultdos restarles los datos de temperatura en Valks, elevar los valoresuresultantes al cuadrado, sumarlos y finalmente

# multiplicar el resultado de la suma por 1/2n

J = (1 / (2 * n)) * (((h(data["Celsius"]) - data["Valks"]) ** 2).sum())

# Devolver el valor de la función J

return J
```

1.2.3 Derivadas parciales de J

```
# Calcular la derivada de J respecto a thetaO, primero calculando losuresiduos del modelo
# (Valks predichos con función h menos Valks reales), luego sumando losuresiduos obtenidos por muestra y
# por último, multiplicando dicha suma por 1/n

derivada_theta_0 = (1 / n) * ((h(data["Celsius"]) - data["Valks"]).sum())
# Devolver el valor de la derivada de J respecto a thetaO

return derivada_theta_0
```

```
[10]: # Función que calcula el valor de la derivada de J respecto a theta1, urecibiendo como parámetros de entrada: cantidad de datos # de entrenamiento (n) y los datos de entrenamiento en sí (data)

def J_partial_theta1(n, data):

# Calcular valor de la derivada de J respecto a theta1, primero calculandou para cada registro de datos, la diferencia entre # los Valks predichos con función h menos los Valks reales, despuésumultiplicando las diferencias por los datos de celsius # luego sumando los productos obtenidos y finalmente multiplicando elucresultado de la suma por 1/n

derivada_theta_1 = (1 / n) * (((h(data["Celsius"]) - data["Valks"]) * ucata["Celsius"]).sum())

# Devolver el valor de la derivada de J respecto a theta1

return derivada_theta_1
```

1.2.4 Función de gradiente descendente

```
[17]: # Función para calcular los parámetros adecuados para el modelo de regresión del lineal mediante el método del gradiente descendente

"""La función recibe 4 argumentos de entrada: datos para entrenamiento, tasa de aprendizaje alpha, límite máximo de error

permitido para definir la convegencia del algoritmo y el número máximo de iteraciones para generar el modelo (100000)."""

# El parámetro i = 100000 indica que se entrenará el modelo con 100000 de iteraciones (más del mínimo solicitado de 100 iteraciones)
```

```
def gradiente_descendente(data, alpha, epsilon, i = 100000):
    # Longitud de conjunto de datos para entrenamiento
    n = len(data)
    # Definir variable booleana convergencia que indicará si se alcanza o no la_{\sqcup}
 ⇔convergencia del algoritmo
    convergencia = False # se inicializa en false dado que aún no se encuentra
 ⇔ningún modelo para los datos
    # Inicializar en 1 la variable k que contará el número de iteraciones del_{f \sqcup}
 ⇔ciclo while
    k = 1
    # Ejecutar el algoritmo mientras que no se alcance el máximo de iteraciones⊔
 \hookrightarrow y no se encuentre convergencia
    # Esto con el propósito de que en caso de que el algoritmo converga, ...
 ⇔entonces se detenga el algoritmo aunque no se
    # alcance el número máximo de iteraciones establecido. Además, el ciclo⊔
 →también se detendrá en caso de que a pesar de
    # que el algoritmo no converga, se llegue a la cantidad máxima establecida<sub>u</sub>
 →de iteraciones, lo cual será solamente un paro
    # de emergencia en el caso de que no suceda la convergencia y para que el_{\sqcup}
 →algoritmo no itere infinitamente, sino que arroje
    # una respuesta en el máximo de iteraciones establecido aunque no sea el_{f \sqcup}
 →modelo que mejor se ajuste a los datos
    while (k <= i) & (convergencia == False):</pre>
        # Calcular el valor de J (función de costo)
        J = J_function(n, data)
        # Calcular el valor de la derivada de J respecto a theta0
        deriv_theta_0 = J_partial_theta0(n, data)
        # Calcular el valor de la derivada de J respecto a theta1
        deriv_theta_1 = J_partial_theta1(n, data)
        # Calcular el valor actualizado del hiperparámetro theta0
```

```
theta["theta0"] -= alpha * deriv_theta_0

# Calcular el valor actualizado del hiperparámetro theta1

theta["theta1"] -= alpha * deriv_theta_1

# Verificar si el valor de las derivadas es inferior al límite máximou epsilon

if (deriv_theta_0 < epsilon) & (deriv_theta_1 < epsilon):

# De ser así, se habrá encontrado la convergencia del algoritmou epara los datos

convergencia = True

# Actualizar el valor del número de iteración k

k += 1

# Devolver el valor de la función J para el subset de datos de entrenamiento return J
```

1.3 Entrenamiento del modelo implementado

```
[18]: """Definir función model_train() exclusivamente para entrenar el modelo, por loucual, se pasa como argumento de entrada
el subconjunto de datos para entrenamiento a dicha función model_train con elucobjetivo principal de indicar que la función
model_train() es exclusivamente para entrenar el modelo, por lo tanto, dichaucin función devolverá como salida el modelo de
regresión encontrado exclusivamente para los datos de entrenamiento, junto conucel valor de la función de costo J igualmente
para el subset de entrenamiento."""

def model_train(datos_train):

# Invocar a la función gradiente descendente para entrenar el modeloucutilizando los datos de entrenamiento
# como argumento de entrada de la función gradiente_descendente()

# Adicionalmente pasar como argumentos a la función gradiente_descendente():

# alpha: tasa de aprendizaje para el entrenamiento del modelo
```

```
# epsilon: límite máximo permitido de error para encontrar el punto de convergencia del algoritmo

# la función gradiente_descendente devuelve como valor de salida el valor de J para el subset de entrenamiento

J_training = gradiente_descendente(datos_train, alpha, epsilon)

# Desplegar el modelo de regresión lineal calculado para los datos

print(f'El modelo para los datos es: Valks = {theta["theta0"]} +___

{theta["theta1"]} * Celsius')

# Desplegar el valor de la función de costo J para el subset de entrenamiento

print(f'Valor J para el subconjunto de datos de entrenamiento: J =___

{J_training}')
```

```
[19]: # Realizar el entrenamiento del modelo pasando como argumento de entrada el⊔
subset de datos
# para entrenamiento

model_train(train_data)
```

El modelo para los datos es: Valks = 48.22624322008204 + -3.0024550810233435 * Celsius Valor J para el subconjunto de datos de entrenamiento: J = 18.553669202859105

1.4 Prueba del modelo implementado

```
[20]:

"""Definir función model_test() exclusivamente para poner a prueba el modelo,□

⇒por lo cual, se pasa como argumento de entrada

el subconjunto de datos para prueba a dicha función model_test() con el□

⇒objetivo principal de indicar que la función

model_test() es exclusivamente para entrenar el modelo, por lo tanto, dicha□

⇒función devolverá como salida el modelo de

regresión encontrado exclusivamente para los datos de prueba, junto con el□

⇒valor de la función de costo J igualmente

para el subset de prueba."""

def model_test(datos_test):

# Utilizando los valores de los coeficientes theta del modelo entrenado,□

⇒predecir la equivalencia en Valks de

# los datos en Celsius del subconjunto de datos para testing o prueba
```

```
predicted_test = h(datos_test["Celsius"])

# Calcular el valor de la función de costo J para el subconjunto de datos
de prueba

J_test = J_function(len(datos_test), datos_test)

# Devolver las predicciones para el subset de prueba, además del valor J
para el subset de prueba

return predicted_test, J_test
```

```
[21]: # Poner a prueba el modelo previamente entrenado calculando las predicciones_
para los datos del subset

# de prueba

# Variables predicciones_valks_test y J_Prueba para almacenar las salidas de la_
función model_test()

# referentes a los resultados

predicciones_valks_test, J_prueba = model_test(test_data)

# Mostrar el valor de la función de costo J para el subconjunto de datos de_
prueba

print(f'Valor J para el subconjunto de datos de prueba: J = {J_prueba}')

# Mostrar valores de las predicciones para el subconjunto de datos de prueba

print("Predicciones para el subconjunto de prueba: \n", predicciones_valks_test)
```

Valor J para el subconjunto de datos de prueba: J = 29.732198088388007 Predicciones para el subconjunto de prueba:

```
3
      -165.962897
4
     -81.587905
7
     -55.922919
9
    -181.428543
       60.952750
10
11
    -183.139943
    -179.110648
12
15
     65.674711
16
     -18.356201
17
    -166.671477
18
    -129.582149
       97.553578
21
    -172.150957
23
```

```
25
     -119.232686
27
       -9.489951
29
       56.877217
33
       94.413010
     -138.964821
35
36
     -100.344242
39
       97.931887
40
      -23.454369
42
     -121.568597
       52.167566
44
48
     -104.706809
50
       25.400078
      -88.415488
52
53
       59.451822
54
       72.546730
55
      -41.355007
58
      -67.449344
       41.076797
59
60
     -117.290098
61
       31.684217
      -43.636872
62
64
     -159.213378
70
     -144.147059
72
     -136.208567
73
       35.158057
75
        3.195422
77
       32.888502
78
      -76.687898
79
      -33.827852
81
     -141.177631
83
      -56.775616
88
       -5.953059
90
       85.501723
94
     -172.156962
      -62.510305
96
      -32.656894
97
Name: Celsius, dtype: float64
```

1.4.1 Graficar los Valks reales vs los predichos

```
[22]: # Graficar los Valks reales del conjunto de prueba contra los Valks predichos⊔
→por el modelo

# El parámetro color hace referencia a que los datos de Valks reales seu
→graficarán en color azul y los predichos en color rojo

# Gráfico de datos reales
```

```
plt.scatter(test_data["Celsius"], test_data["Valks"], color = "blue", label =__ 
"Reales")

# Gráfico de los datos predichos

plt.plot(test_data["Celsius"], predicciones_valks_test, color = "red", label =__ 
"Predicciones", linewidth = 2)

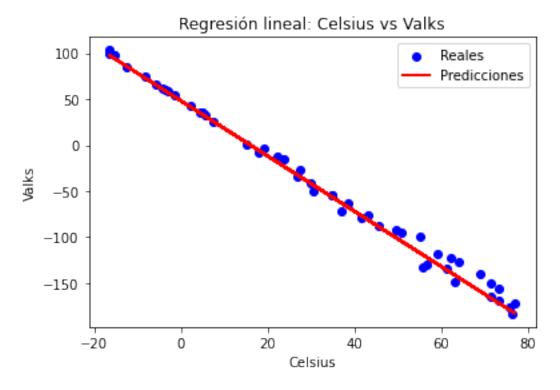
plt.xlabel("Celsius") # Graficar grados celsius en el eje horizontal

plt.ylabel("Valks") # Graficar Valks en el eje vertical

plt.title("Regresión lineal: Celsius vs Valks") # Título del gráfico

plt.legend() # Agregar leyenda al gráfico

plt.show() # Mostrar gráfico de datos reales vs predicciones del modelo
```



En términos generales, en la gráfica anterior se observa que las predicciones realizadas por el modelo implementado se aproximan de forma muy significativa a los datos reales en Valks del subconjunto de datos de prueba, lo cual se debe principalmente al hecho de en el gráfico de Valks reales contra los valks predichos por el modelo, se aprecia que la recta color rojo (valks predichos) se ajusta adecuadamente en su gran mayoría a los datos, por lo cual solamente una reducida minoría de los

datos reales se ubican alejados de la recta roja referente al modelo encontrado, no obstante, dicho alejamiento es mínimo. Además de lo anterior, también cabe mencionar que dado el hecho de que los coeficientes del modelo encontrado para representar los datos son lo suficientemente mayores a 0 como para generar valores resultantes medianamente grandes, eso propicia que las predicciones derivadas del modelo también sean lo suficientmente grandes como para ajustarse en gran parte a los datos en valks reales del subconjunto de prueba como se evidencia en el gráfico anterior, motivo por el cual, se concluye que el algoritmo presenta en general un desempeño en su gran mayoría adecuado para predecir la equivalencia en Valks de los datos de temperatura en celsius, pertenecientes al dataset de prueba, por lo cual, además de lo anterior, también se afirma que las predicciones derivadas del modelo encontrado poseen un grado muy alto de precisión y como consecuencia, también poseen un elevado grado de confiabilidad para utilizarse en la toma de decisiones respecto a la temperatura adecuada para configurar la máquina reguladora de temperatura para erradicar el cambio climático mencionada en el challege 1 de Valhalla, por lo cual será posible saber con un alto grado de precisión, con qué cantidad en Valks configurar la máquina reguladora de temperatura para controlar la temperatura ambiental de forma correcta sin que el clima se torne excesivamente frío o cálido como para afectar la vida en el planeta Tierra.