Actividad 2 Regresión múltiple

Rodolfo Jesús Cruz Rebollar

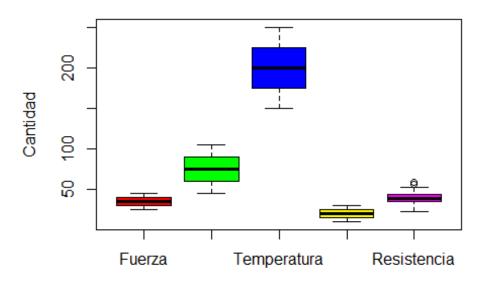
2024-09-17

```
# Leer la base de datos
datos_corte = read.csv("Corte.csv")
head(datos_corte)
     Fuerza Potencia Temperatura Tiempo Resistencia
##
## 1
         30
                  60
                             175
                                      15
                                                26.2
## 2
         40
                  60
                             175
                                      15
                                                26.3
## 3
         30
                  90
                             175
                                      15
                                                39.8
                  90
## 4
         40
                             175
                                      15
                                                39.7
## 5
         30
                                      15
                                                38.6
                  60
                             225
## 6
         40
                  60
                              225
                                      15
                                                35.5
```

1. Análisis descriptivo de los datos

Diagramas de caja y bigote de las variables

Boxplot de las variables



Cálculo de medidas estadísticas por variable

Calcular estadísticos descriptivos básicos por cada variable

summary(datos_corte)

```
##
        Fuerza
                     Potencia
                                  Temperatura
                                                               Resistencia
                                                    Tiempo
##
            :25
                          : 45
                                         :150
                                                Min.
                                                        :10
                                                                      :22.70
    Min.
                  Min.
                                 Min.
                                                              Min.
                                                1st Qu.:15
    1st Qu.:30
                  1st Qu.: 60
##
                                 1st Qu.:175
                                                              1st Qu.:34.67
##
    Median :35
                  Median: 75
                                 Median :200
                                                Median :20
                                                              Median:38.60
##
    Mean
            :35
                  Mean
                          : 75
                                 Mean
                                         :200
                                                Mean
                                                        :20
                                                              Mean
                                                                      :38.41
##
    3rd Qu.:40
                  3rd Qu.: 90
                                 3rd Qu.:225
                                                3rd Qu.:25
                                                              3rd Qu.:42.70
##
    Max.
            :45
                  Max.
                         :105
                                 Max.
                                        :250
                                                Max.
                                                      :30
                                                              Max.
                                                                      :58.70
```

Al graficar el diagrama de caja y bigote, además de calcular ciertas medidas estadísticas básicas por cada variable, es posible observar que particularmente las variables fuerza, tiempo y resistencia presentan una caja mayormente pequeña al graficar sus respectivos boxplots, lo cual aunado a que las medidas estadísticas de dichas variables presentan poca variación, es posible afirmar que en términos generales, las variables de fuerza, tiempo y resistencia presentan una escasa variación entre sus datos, mientras que por el contrario, también se logra apreciar que las variables de potencia y temperatura son las que poseen la mayor cantidad de variación entre sus datos, esto debido a que la caja de sus boxplots correspondientes es más grande o larga que la de las variables mencionadas al principio, lo cual se confirma observando que las medidas estadísticas de potencia y temperatura poseen un mayor rango de variación que las de fuerza, tiempo y resistencia.

Cálculo de sesgo y curtosis por variable

```
# Librería para calcular sesgo y curtosis
library(moments)
```

Sesgo y curtosis para la variable fuerza:

```
# Calcular sesgo de la variable fuerza

cat("Sesgo de fuerza: ", skewness(datos_corte$Fuerza), "\n")

## Sesgo de fuerza: 0

# Calcular curtosis de la variable fuerza

cat("Curtosis de fuerza: ", kurtosis(datos_corte$Fuerza))

## Curtosis de fuerza: 2.5
```

Sesgo y curtosis para la variable potencia:

```
# Calcular sesgo de la variable potencia

cat("Sesgo de potencia: ", skewness(datos_corte$Potencia), "\n")

## Sesgo de potencia: 0

# Calcular curtosis de la variable potencia

cat("Curtosis de potencia: ", kurtosis(datos_corte$Potencia))

## Curtosis de potencia: 2.5
```

Sesgo y curtosis para la variable temperatura:

```
# Calcular sesgo de la variable temperatura

cat("Sesgo de temperatura: ", skewness(datos_corte$Temperatura), "\n")

## Sesgo de temperatura: 0

# Calcular curtosis de la variable temperatura

cat("Curtosis de temperatura: ", kurtosis(datos_corte$Temperatura))

## Curtosis de temperatura: 2.5
```

Sesgo y curtosis para la variable tiempo:

```
# Calcular sesgo de la variable tiempo
cat("Sesgo de tiempo: ", skewness(datos_corte$Tiempo), "\n")
```

```
## Sesgo de tiempo: 0
# Calcular curtosis de la variable tiempo
cat("Curtosis de tiempo: ", kurtosis(datos_corte$Tiempo))
## Curtosis de tiempo: 2.5
```

Sesgo y curtosis para la variable resistencia:

```
# Calcular sesgo de la variable resistencia

cat("Sesgo de resistencia: ", skewness(datos_corte$Resistencia), "\n")

## Sesgo de resistencia: 0.2352167

# Calcular curtosis de la variable resistencia

cat("Curtosis de resistencia: ", kurtosis(datos_corte$Resistencia))

## Curtosis de resistencia: 2.838434
```

Por otra parte, es posible apreciar que al momento de calcular tanto el sesgo como la curtosis por cada variable, el sesgo y la curtosis poseen un valor de 0 y 2.5 respectivamente para el caso de todas las variables, a excepción de la resistencia, cuyo sesgo y curtosis son de 0.23 y 2.83 respectivamente, lo cual indica que dichas variables (todas excepto resistencia) poseen distribuciones de tipo leptocúrticas, ya que poseen un alto grado de curtosis, mientras que el sesgo es prácticamente nulo, además, de forma similar, en cuanto a la variable de resistencia, su sesgo de 0.23 indica que la distribución tiene una mayor concentración de datos a la izquierda del gráfico, mientras que en la región derecha del mismo es donde hay una minoría de los datos en cuestión, además al mismo tiempo, la curtosis de 2.83 señala que los datos de resistencia igualmente poseen un elevado nivel de curtosis, propiciando que la variable resistencia también siga una distribución de tipo leptocúrtica, motivo por el cual, en el caso de todas las variables, la alta curtosis es aparentemente el principal impedimiento para que los datos de dichas variables sigan una distribución normal.

2. Mejor modelo de regresión para la resistencia

```
# Crear modelo base de la resistencia contra todas las variables
predictoras

model_complete = lm(Resistencia ~., data = datos_corte)

summary(model_complete)

##
## Call:
## lm(formula = Resistencia ~ ., data = datos_corte)
##
```

```
## Residuals:
##
        Min
                 10
                      Median
                                   3Q
                                           Max
## -11.0900 -1.7608 -0.3067
                               2.4392
                                        7.5933
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -37.47667 13.09964 -2.861 0.00841 **
                                    1.005 0.32444
## Fuerza
                0.21167
                           0.21057
## Potencia
                           0.07019 7.100 1.93e-07 ***
                0.49833
## Temperatura
                0.12967
                           0.04211 3.079 0.00499 **
                           0.21057 1.227 0.23132
## Tiempo
                0.25833
## ---
                  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Signif. codes:
##
## Residual standard error: 5.158 on 25 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.714, Adjusted R-squared: 0.6682
## F-statistic: 15.6 on 4 and 25 DF, p-value: 1.592e-06
```

Modelo con selección mixta de variables

```
# Obtención del mejor modelo mediante selección mixta de variables
modelo_mixto = step(model_complete, direction = "both", trace = 1)
## Start: AIC=102.96
## Resistencia ~ Fuerza + Potencia + Temperatura + Tiempo
##
##
                 Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
## - Fuerza
                        26.88 692.00 102.15
## - Tiempo
                        40.04 705.16 102.72
## <none>
                               665.12 102.96
## - Temperatura 1
                       252.20 917.32 110.61
## - Potencia
                  1
                      1341.01 2006.13 134.08
##
## Step: AIC=102.15
## Resistencia ~ Potencia + Temperatura + Tiempo
##
##
                 Df Sum of Sa
                                  RSS
                                         AIC
## - Tiempo
                  1
                        40.04
                               732.04 101.84
## <none>
                               692.00 102.15
## + Fuerza
                  1
                               665.12 102.96
                        26.88
## - Temperatura 1
                       252.20 944.20 109.47
## - Potencia
                  1
                      1341.02 2033.02 132.48
##
## Step: AIC=101.84
## Resistencia ~ Potencia + Temperatura
##
                 Df Sum of Sq
##
                                  RSS
                                         AIC
## <none>
                               732.04 101.84
## + Tiempo
                  1
                        40.04
                               692.00 102.15
## + Fuerza
                  1
                        26.88 705.16 102.72
```

```
## - Temperatura 1 252.20 984.24 108.72
## - Potencia 1 1341.01 2073.06 131.07
```

Modelo con selección hacia adelante de variables

```
# Crear modelo nulo como punto de partida
null_model = lm(Resistencia ~ 1, data = datos_corte)
summary(null model)
##
## Call:
## lm(formula = Resistencia ~ 1, data = datos_corte)
##
## Residuals:
##
        Min
                  10
                       Median
                                    30
                                            Max
## -15.7067 -3.7317
                       0.1933
                                4.2933
                                        20.2933
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
               38.407
                             1.635
                                     23.49 <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 8.954 on 29 degrees of freedom
# Realizar la selección de variables hacia adelante empleando como base
el modelo nulo
forward_model = step(null_model, scope = list(lower = null_model, upper =
model_complete),
                     direction = "forward")
## Start: AIC=132.51
## Resistencia ~ 1
##
                 Df Sum of Sq
##
                                  RSS
                                         AIC
                     1341.01 984.24 108.72
## + Potencia
                 1
## + Temperatura 1
                       252.20 2073.06 131.07
## <none>
                              2325.26 132.51
                      40.04 2285.22 133.99
## + Tiempo
                  1
## + Fuerza
                  1
                        26.88 2298.38 134.16
##
## Step: AIC=108.72
## Resistencia ~ Potencia
##
                 Df Sum of Sq
                                 RSS
##
                                        AIC
## + Temperatura 1
                     252.202 732.04 101.84
## <none>
                              984.24 108.72
## + Tiempo 1 40.042 944.20 109.47
```

```
26.882 957.36 109.89
## + Fuerza
                  1
##
## Step: AIC=101.84
## Resistencia ~ Potencia + Temperatura
##
##
            Df Sum of Sq
                            RSS
                                   AIC
                         732.04 101.84
## <none>
## + Tiempo 1
                  40.042 692.00 102.15
## + Fuerza 1
                  26.882 705.16 102.72
```

Modelo con selección de variables hacia atrás

```
# Generar mejor modelo mediante selección de variables hacia atrás
(backward)
backward model = step(model complete, direction = "backward")
## Start: AIC=102.96
## Resistencia ~ Fuerza + Potencia + Temperatura + Tiempo
##
##
                 Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
                        26.88
                               692.00 102.15
## - Fuerza
                  1
                        40.04 705.16 102.72
## - Tiempo
                  1
                               665.12 102.96
## <none>
                       252.20 917.32 110.61
## - Temperatura 1
## - Potencia
                  1
                      1341.01 2006.13 134.08
##
## Step: AIC=102.15
## Resistencia ~ Potencia + Temperatura + Tiempo
##
##
                 Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
                        40.04
                               732.04 101.84
## - Tiempo
                  1
                               692.00 102.15
## <none>
## - Temperatura
                       252.20 944.20 109.47
                 1
## - Potencia
                  1
                      1341.02 2033.02 132.48
##
## Step: AIC=101.84
## Resistencia ~ Potencia + Temperatura
##
##
                 Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
                               732.04 101.84
## <none>
## - Temperatura
                 1
                        252.2 984.24 108.72
                       1341.0 2073.06 131.07
## - Potencia
                1
```

En términos generales, es posible apreciar que durante el proceso iterativo de selección de variables mediante las 3 metodologías: mixto, hacia adelante, o hacia atrás, se comienza calculando el valor del indicador AIC para el modelo base del algoritmo (ya sea el modelo nulo, o el modelo que contempla todas las variables predictoras) y acto seguido, se procede a calcular el valor del AIC en caso de agregar o quitar cada una de las variables iniciales, por lo que se identifica aquella acción (agregar o quitar variable) que posea el AIC más bajo en cada iteración del algoritmo y

a continuación, se procede a quitar o agregar la variable en cuestión al modelo actual para que en la próxima iteración del algoritmo, el AIC más bajo en la iteración previa será el AIC inicial en la iteración actual (sería el valor del AIC del modelo en caso de no agregar ni quitar ninguna variable del mismo), por lo cual, nuevamente se calcula el AIC para cada posible alternativa de agregación o eliminación de variables, se busca el menor AIC de todos y se realiza la agregación o eliminación de la variable correspondiente y así sucesivamente hasta que llegue un punto en el que ya no sea posible obtener un AIC más bajo que el mejor AIC hasta ese momento, por lo que llegado a dicho punto, el modelo que se tenga en ese momento, será el mejor modelo (aquel con el AIC mínimo).

Summary de los 3 modelos obtenidos (mixto, hacia adelante, hacia atrás)

Nota: Dado que los 3 modelos son en realidad el mismo, basta con imprimir únicamente el summary de uno de ellos para poder llevar a cabo el posterior proceso de validación de dichos modelos.

```
# Imprimir summary del modelo mixto (combinación de forward y backward)
summary(modelo_mixto)
##
## Call:
## lm(formula = Resistencia ~ Potencia + Temperatura, data = datos corte)
##
## Residuals:
       Min
                 10
                      Median
                                   3Q
                                           Max
## -11.3233 -2.8067 -0.8483
                               3.1892
                                        9.4600
##
## Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -24.90167
                          10.07207 -2.472 0.02001 *
                0.49833
                           0.07086 7.033 1.47e-07 ***
## Potencia
## Temperatura
                0.12967
                           0.04251 3.050 0.00508 **
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 5.207 on 27 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.6852, Adjusted R-squared: 0.6619
## F-statistic: 29.38 on 2 and 27 DF, p-value: 1.674e-07
```

Hipótesis para la significancia global del modelo:

 H_0 : el modelo no es estadísticamente significativo.

 H_1 : el modelo sí es estadísticamente significativo.

Hipótesis para la significancia de cada β_i

 H_0 : $\beta_i = 0$ (el coeficiente β_i no es estadísticamente significativo)

 $H_1: \beta_i \neq 0$ (el coeficiente β_i sí es estadísticamente significativo)

Análisis del modelo encontrado en base a su significancia

En términos generales, en el resumen del modelo calculado, es posible observar que en primer lugar, el modelo obtenido posee un p valor igual a 1.674e-07, lo cual al ser mucho menor que 0.05, se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar H_0 de la hipótesis de significancia global del modelo, motivo por el cual, es posible concluir que el modelo encontrado sí es estadísticamente significativo.

Además de lo anterior, en cuanto a la significancia individual de los coeficientes del modelo, es posible apreciar que en el caso particular del coeficiente β_0 (intercepto) del modelo, el p valor de dicho coeficiente es igual a 0.02001, lo cual al ser menor que 0.05, se tiene evidencia estadística suficiente para rechazar H_0 de la hipótesis asociada a la significancia de los coeficientes β_i , por lo cual, es posible afirmar que el intercepto del modelo β_0 sí es estadísticamente significativo, de manera similar, en el caso del coeficiente β_1 asociado a la potencia, se puede apreciar que su p valor es de 1.47e-07, lo cual al ser menor que 0.05, se tiene evidencia estadística para rechazar H_0 , motivo por el cual, es posible afirmar que el coeficiente β_1 sí es estadísticamente significativo y en consecuencia, la variable potencia también resulta ser estadísticamente significativa, además, en cuanto al coeficiente β_2 asociado a la variable temperatura, su p valor es igual a 0.00508, lo cual al ser considerablemente menor que 0.05, se tiene evidencia estadística para rechazar H_0 , motivo por el cual, se puede afirmar que el coeficiente β_2 sí es estadísticamente significativo y por tanto, la variable temperatura asociada a él también es significativa en el contexto estadístico, por lo cual se concluye que todas las variables de modelo son estadísticamente significativas.

Adicionalmente, también cabe mencionar que el modelo encontrado tiene un coeficiente de determinación \mathbb{R}^2 igual a 0.6619, lo cual significa que el modelo es capaz de explicar el 66.19% de la variabilidad total de los datos en cuestión, por lo cual el modelo sí consigue explicar la mayoría de la variabilidad presente en los datos analizados, por lo que se puede afirmar que las predicciones derivadas del mismo son mayormente confiables, aunque aún tienen un margen de error medianamente considerable, además de que también el modelo obtenido posee solamente 2 variables predictoras o independientes (temperatura y potencia), motivo por el cual, dado que dicho modelo es el mejor que se obtuvo por medio de los 3 métodos de selección de variables (aquel con el AIC más bajo), además de contar con una cantidad mayormente reducida de variables predictoras, debido a eso es posible afirmar que el modelo en cuestión resulta ser económico, ya que explica el mayor porcentaje posible de variabilidad de los datos, empleando el menor número posible de variables predictoras.

3. Análisis de la validez del modelo encontrado

Análisis de residuos

Media cero

Hipótesis:

```
H_0: \mu_R = 0 (la media de los residuos es cero)
```

 H_1 : $\mu_R \neq 0$ (la media de los residuos es diferente de 0)

```
# Verificar que la media de los residuos sea cero con un t test
t.test(modelo mixto$residuals, mu = 0, conf.level = 0.95, alternative =
"two.sided")
##
##
   One Sample t-test
##
## data: modelo mixto$residuals
## t = 8.8667e-17, df = 29, p-value = 1
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -1.876076 1.876076
## sample estimates:
      mean of x
##
## 8.133323e-17
```

Se aprecia que el p valor resultante del t test es igual a 1, lo cual al ser mayor que la significancia de 0.05, se tiene suficiente evidencia estadística para no rechazar H_0 , motivo por el cual, eso indica que en efecto, la media de los residuos del modelo es igual a cero.

Normalidad

Hipótesis:

 H_0 : los residuos siguen una distribución normal.

 H_1 : los residuos no siguen una distribución normal.

```
# Librería para tests de normalidad

library(nortest)
```

Prueba de normalidad de Anderson Darling

```
# Realizar test de normalidad de Anderson Darling de los residuos del
modelo

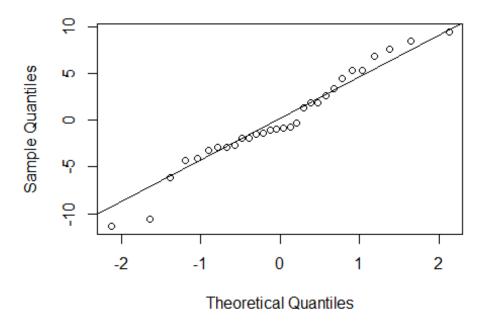
ad.test(modelo_mixto$residuals)
```

```
##
## Anderson-Darling normality test
##
## data: modelo_mixto$residuals
## A = 0.41149, p-value = 0.3204
```

Q-plot de los residuos del modelo

```
# Graficar el QQ-plot para los residuos del modelo
qqnorm(modelo_mixto$residuals) # graficar percentiles de residuos
qqline(modelo_mixto$residuals) # graficar la recta de normalidad ideal
```

Normal Q-Q Plot



En el qq-plot de los residuos del modelo es posible observar que los percentiles graficados se ubican en su mayoría sobre la recta de normalidad ideal, no obstante, hay algunos otros percetiles que se alejan o desvían de dicha recta principal del gráfico, lo cual indica que hay presencia de un cierto grado de sesgo en los residuos del modelo, ya que los percetiles que se alejan de la recta de normalidad se ubican sobre todo en los extremos de dicha recta, sin embargo, los percentiles que se alejan de la normalidad son pocos en comparación con aquellos que sí se ubican sobre la recta ideal de normalidad, motivo por el cual, los residuos del modelo cumplen aparentemente en su mayoría con el supuesto de normalidad.

Además de lo anterior, también se realizó un test de normalidad de Anderson Darling para los residuos del modelo, en el cual, el p valor resultante es de 0.3204, el cual

resulta ser considerablemente mayor a 0.05, por lo cual, se tiene evidencia estadística suficiente para no rechazar H_0 de la hipótesis de normalidad, por lo tanto, se concluye que los residuos del mejor modelo encontrado sí siguen una distribución normal.

Homocedasticidad

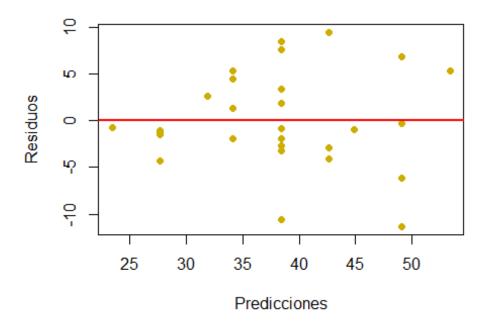
Hipótesis:

 H_0 : los residuos tienen varianza constante (sí hay homocedasticidad).

 H_1 : los residuos no tienen varianza constante (no hay homocedasticidad).

Gráfico de predicciones del modelo vs residuos

Predicciones vs Residuos



Test de homocedasticidad de Breusch Pagan

```
# Librería para tests aplicables a modelos de regresión lineal
library(lmtest)
## Loading required package: zoo
##
## Attaching package: 'zoo'
## The following objects are masked from 'package:base':
##
##
       as.Date, as.Date.numeric
# Aplicar test de homocedasticidad de Breusch Pagan a los residuos del
modelo
bptest(modelo_mixto)
##
##
    studentized Breusch-Pagan test
##
## data: modelo mixto
## BP = 4.0043, df = 2, p-value = 0.135
```

En el gráfico de predicciones del modelo vs residuos del mismo, es posible apreciar que los residuos del modelo se encuentran distribuidos de una forma aproximadamente equitativa en ambas regiones del gráfico delimitadas por la recta de la media cero, esto sin seguir alguna tendencia o patrón en particular en cuanto a la dispersión de los residuos a lo largo del gráfico, por lo cual, es posible afirmar que la dispersión de los residuos del modelo resulta ser mayormente equitativa en todo el gráfico, además de que también dicha dispersión se atribuye mayormente al azar. Adicionalmente, en cuanto al test de homocedasticidad de Breusch Pagan realizado, es posible apreciar que el p valor del test es igual a 0.135, lo cual al ser mayor que 0.05, se tiene evidencia estadística suficiente para no rechazar H_0 de la hipótesis, motivo por el cual, se puede afirmar que en base al gráfico de predicciones vs residuos y al test de Breusch Pagan, los residuos del modelo obtenido sí tienen varianza constante, es decir, que sí presentan homocedasticidad.

Independencia

Hipótesis:

 H_0 : los residuos no presentan autocorrelación (sí son independientes).

 H_1 : los residuos sí presentan autocorrelación (no son independientes).

Nota: se recurrirá a la gráfica previa de predicciones vs residuos para analizar si los residuos del modelo son independientes.

Test de Durbin Watson para independencia

```
# Realizar test de Durbin Watson para comprobar que los residuos sean
independientes

dwtest(modelo_mixto)

##
## Durbin-Watson test
##
## data: modelo_mixto
## DW = 2.3511, p-value = 0.8267
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

En primera instancia, de acuerdo con el gráfico de predicciones del modelo vs los residuos del mismo, se observa en dicho gráfico que los residuos del modelo se encuentran dispersos de forma que éstos mismos no exhiben ninguna tendencia o patrón en particular, lo cual sugiere que dichos residuos no están aparentemente autocorrelacionados, es decir que son independientes entre ellos, mientras que al mismo tiempo, de acuerdo con el test de independencia de Durbin Watson, se puede apreciar que el p valor resultante de la prueba es de 0.8267, lo cual al ser mucho mayor que 0.05, indica que existe suficiente evidencia estadística para no rechazar H_0 , por lo cual, se concluye que los residuos del modelo no presentan autocrrelación, es decir que sí son independientes, confirmando a su vez de esa manera lo que sugiere el gráfico de predicciones vs residuos del modelo (los residuos son independientes ya que no se observa que sigan alguna tendencia o patrón en particular).

Linealidad

Hipótesis:

 H_0 : No hay términos omitidos que indican linealidad.

 H_1 : Existe una especificación errónea en el modelo que indica no linealidad.

Test de RESET de Ramsey para verificar linealidad

```
# Aplicar prueba de RESET de Ramsey para verificar que los residuos se
comporten de forma
# lineal

resettest(modelo_mixto)

##
## RESET test
##
## data: modelo_mixto
## RESET = 0.79035, df1 = 2, df2 = 25, p-value = 0.4647
```

En el test de RESET de Ramsey se puede apreciar que el p valor resultante del test es igual a 0.4647, lo cual al ser considerablemente superior a 0.05, se cuenta con suficiente evidencia estadística para no rechazar H_0 , motivo por el cual, se puede

concluir que no hay términos omitidos en el modelo que indiquen linealidad, en otras palabras, es posible afirmar por tanto, que los residuos del modelo presentan un comportamiento de carácter lineal.

No multicolinealidad de X_i

```
Matriz de correlación entre predictores del modelo (potencia, temperatura)
```

```
# Calcular la matriz de correlación entre los predictores del mejor
modelo obtenido

cor(datos_corte)[2:3, 2:3]

## Potencia Temperatura
## Potencia 1 0
## Temperatura 0 1
```

VIF (factor de inflación de varianza) por variable predictora

```
# Importar librería car para emplear el comando VIF() para el factor de
inflación de
# varianza
library(car)
## Loading required package: carData
# Calcular el VIF por cada variable predictora del modelo encontrado
vifs = vif(modelo_mixto)
# Crear un dataframe con el valor del VIF por predictor
VIF = data.frame(vifs, row.names = c("Potencia", "Temperatura"))
# Nombre de la columna del dataframe
colnames(VIF) = c("VIF")
# Mostrar VIF por variable predictora
VIF
##
               VIF
## Potencia
## Temperatura
```

En términos generales, en la matriz de correlación entre ambas variables predictoras del mejor modelo encontrado, se aprecia que el grado de correlación entre ambas variables predictoras (potencia y temperatura) es prácticamente nulo (igual a 0), por lo que eso indica que dichas variables predictoras no presentan correlación alguna entre ellas, por lo cual tampoco presentan colinealidad, lo cual se confirma al calcular

el VIF (factor de inflación de la varianza) para cada variable predictora, dado que el VIF para cada variable predictora es igual a 1, lo cual al ser un VIF considerablemente inferior a 10, es un VIF mayormente bajo, por lo cual, es posible determinar que en efecto, no hay presencia de colinealidad entre ambas variables predictoras del mejor modelo obtenido, tal como sugiere la matriz de correlación realizada tomando en cuenta únicamente las variables predictoras presentes en el modelo.

4. Conclusiones sobre modelo final e interpretación del efecto de variables predictoras en la variable respuesta

En conclusión, el modelo final encontrado cumple con todos los supuestos de validez de un modelo de regresión múltiple, por lo que las predicciones derivadas del mismo serán mayormente confiables, es decir que dichas predicciones del modelo ilustrarán de la mejor manera posible la relación real existente de la resistencia al corte con la potencia y la temperatura, además de que también el modelo final obtenido es capaz de explicar la mayoría de la variabilidad de los datos originales utilizando la menor cantidad posible de variables predictoras (sólo 2 variables de las 4 variables predictoras iniciales), por lo cual, el modelo en general resulta ser económico, además de altamente preciso y confiable para explicar la resistencia en función de la temperatura y la potencia.

Además de lo anterior, en cuanto al efecto de las variables predictoras en la variable respuesta, es posible concluir que en el contexto del problema, conforme incrementa la potencia, la resistencia al corte también tiende a aumentar, mientras que de la misma forma, al momento de incrementar el valor de la temperatura, los valores de resistencia al corte igualmente tienden en su mayoría a aumentar, motivo por el cual, es posible concluir que existe una tendencia mayormente creciente entre la resistencia al corte y la potencia y la temperatura, motivo por el cual, en caso de que una de las variables predictoras aumente su valor pero al mismo tiempo la otra adopte valores cada vez más pequeños, los valores de la resistencia al corte tenderán a reflejar una ligera disminución, lo cual también ocurrirá en el caso de que ambas variables predictoras tengan valores cada vez más pequeños, por lo cual, hay una relación directamente proporcional entre resistencia al corte y las variables predictoras del modelo, es decir que como ya se mencionó previamente, si ambas variables predictoras aumentan sus valores, la resistencia también será mayor, en cambio, si ambas variables predictoras o una de ellas adopta valores cada vez menores, entonces se producirá el efecto opuesto en la resistencia, es decir, ésta misma disminuirá.