A8 - Series de Tiempo

Rodolfo Jesús Cruz Rebollar

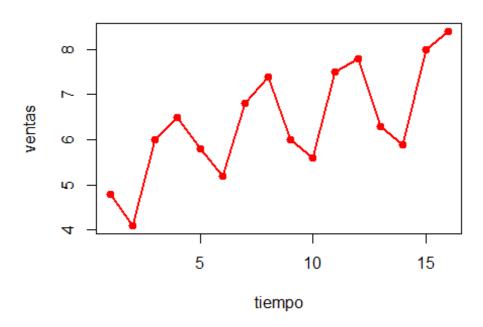
2024-11-13

```
# Definir los datos de la serie a analizar

ventas = c(4.8, 4.1, 6, 6.5, 5.8, 5.2, 6.8, 7.4, 6, 5.6, 7.5, 7.8, 6.3, 5.9, 8, 8.4)
```

Análisis de tendencia y estacionalidad

Ventas de televisores en el tiempo



En la gráfica de la serie de tiempo correspondiente a los datos de ventas, es posible apreciar que la serie de tiempo graficada no es estacionaria, esto principalmente debido a que en la gráfica es posible notar que conforma avanza el tiempo, la serie va en dirección hacia arriba, lo cual significa que incrementa gradualmente sus valores a medida que transcurre el tiempo, por lo cual, dicha serie presenta una tendencia creciente y por tanto, se puede afirmar que conforme transcurre el tiempo, las ventas de televisores tienden a incrementar, además de que también debido a dicha tendencia, la media de la serie resulta ser dependiente del tiempo, por lo que no es constante. Por lo tanto, debido a los motivos mencionados anteriormente, se afirma que la serie de tiempo de ventas de televisores no es estacionaria.

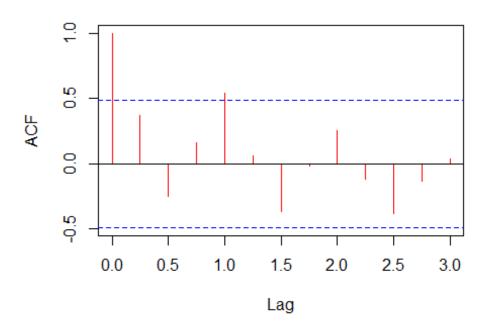
Nota: A pesar de que la serie de tiempo de ventas posee un nivel de autocorrelación constante (debido a que todos los ciclos de la serie son del mismo tamaño), la serie no resulta ser estacionaria, puesto que la media de la misma varía con el tiempo, además de que también la serie posee una tendencia creciente.

Por otro lado, anteriormente ya se verificó que la serie de ventas posee una tendencia creciente, no obstante, en el gráfico de la serie de ventas de televisores también es posible observar que la serie analizada posee un cierto grado de estacionalidad, debido a que en el gráfico se aprecia que la serie presenta picos máximos aproximadamente cada 4 trimestes (1 año), lo cual hace referencia a que las ventas de televisores tienden a alcanzar su máxima cifra de manera anual, es decir cada año (4 trimestres), lo cual a su vez significa que el cuarto trimestre de cada año es la mejor temporada del año en cuanto a ventas, dado que en dicho trimestre se presenta la mayor cifra de ventas de todo el año, motivo por el cual, es posible afirmar que la serie

de ventas de televisores sí tiene estacionalidad, ya que durante el trimestre 4 de cada año se presenta la mayor cantidad de televisores vendidos.

```
# Gráfico de autocorrelación de la serie de tiempo de ventas
timeseries_ventas = ts(ventas, start = 0:12, frequency = 4)
acf(timeseries_ventas, col = "red", main = "ACF ventas de televisores")
```

ACF ventas de televisores



Además de lo anterior, en el gráfico de autocorrelación de la serie de ventas, es posible apreciar que no existe ninguna tendencia en las autocorrelaciones de la serie, ya que las autocorrelaciones no presentan comportamientos crecientes ni decrecientes, sino que al contrario, se mantienen estables a lo largo del tiempo, puesto que casi todas las rectas verticales de color rojo que simbolizan las autocorrelaciones, se encuentan dentro de la zona delimitada por las líneas punteadas en color azul, por lo que aparte de que las autocorrelaciones no tienen ningún tipo de tendencia, también se observa que de todas las autocorrelaciones graficadas, solamente 2 de ellas resultan ser significativas: la autocorrelación con lag = 0 y la autocorrelación con lag = 1, dado

que dichas autocorrelaciones sobrepasan la línea punteada superior en color azul, sin embargo, de éstas 2 autocorrelaciones, la más significativa resulta ser aquella que sucede cuando lag=0, ya que la recta color rojo correspondiente a lag=0 es de mayor longitud que la de lag=1, por lo cual, la autocorrelación más significativa se da cuando no existe ningún rezago en la serie.

Adicionalmente, otra manera para verificar si existe estacionariedad en la serie de ventas de televisores es mediante la prueba de Dickey-Fuller, la cual se realiza a continuación:

Prueba de hipótesis para el test de Dickey-Fuller:

 H_0 : la serie no es estacionaria ($\phi = 1$).

 H_1 : la serie sí es estacionaria.

```
# Importar librería tseries para realizar tests sobre series de tiempo
library(tseries)
## Warning: package 'tseries' was built under R version 4.3.3
## Registered S3 method overwritten by 'quantmod':
##
     method
                       from
##
     as.zoo.data.frame zoo
# Aplicar prueba de Dickey-Fuller a la serie para comprobar si tiene
estacionariedad
dickey.fuller = adf.test(timeseries_ventas, k = 0)
dickey.fuller
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: timeseries ventas
## Dickey-Fuller = -3.2388, Lag order = 0, p-value = 0.1004
## alternative hypothesis: stationary
```

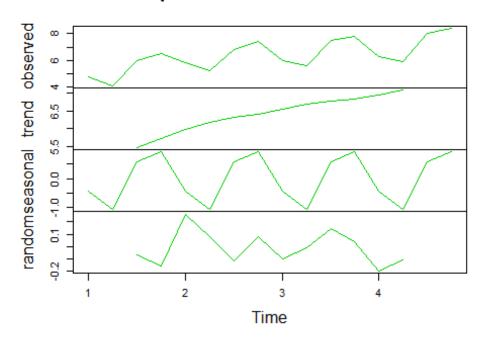
En el resultado del test de Dickey-Fuller para estacionariedad, es posible notar que el p valor resultante de la prueba es igual a 0.1004398, lo cual al ser superior a 0.05, ocasiona que no se rechace la hipótesis nula H_0 , por lo cual, eso significa que la serie de ventas no es estacionaria, por lo que sí existe tendencia en dicha serie, con lo cual se comprueba que efectivamente la serie tiene una tendencia, en este caso, una tendencia creciente, puesto que los valores de las ventas de televisores se incrementan de forma gradual a medida que avanza el tiempo, por lo cual, con el test de Dickey-Fuller, se verifica que en efecto, la serie no es estacionaria como se apreció previamente en el gráfico de la serie de ventas.

```
# Probar con un esquema sumativo para ver si el modelo se ajusta
adecuadamente a él

sumativo = decompose(x)

plot(sumativo, col = "green3")
```

Decomposition of additive time series

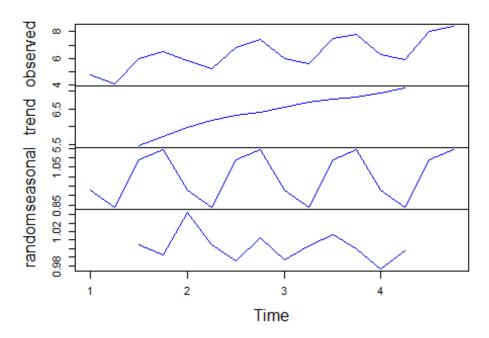


```
# Probar con un esquema multiplicativo para ver si el modelo se ajusta
adecuadamente a él

multiplicativo = decompose(x, type = "multiplicative")

plot(multiplicativo, col = "blue2")
```

Decomposition of multiplicative time series



En base a los gráficos anteriores correspondientes al modelo implementado con un esquema sumativo y multiplicativo, es posible apreciar que ambos gráficos son bastante similares entre sí en relación a sus 4 componentes graficados, aunque también presentan diferencias muy sutiles entre ellos, especialmente en la forma de los datos del componente aleatorio (random) de cada uno de ellos, aunque dichas diferencias son mínimas, no obstante, dado que los gráficos de la descomposición bajo el esquema multiplicativo presentan las características más cercanas o similares a las de la serie verdadera de ventas, en comparación con el esquema sumativo que arroja gráficos sutilmente más alejados de la serie real, motivo por el cual, el modelo se ajusta mejor a un esquema multiplicativo que a un esquema sumativo.

Cálculo de índices estacionales y gráfica de la serie desestacionalizada

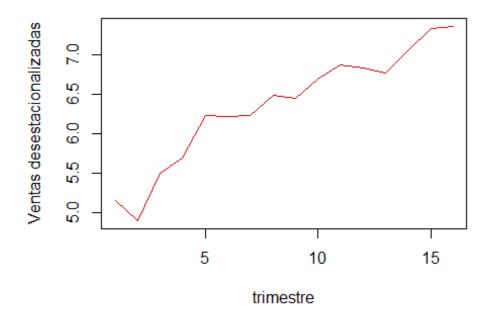
```
# Calcular los índices estacionales de la serie de ventas utilizando el
esquema
# multiplicativo (fue el esquema al que mejor se ajustó el modelo)

print("Índices estacionales de la serie (basado en el esquema
multiplicativo):")

## [1] "Índices estacionales de la serie (basado en el esquema
multiplicativo):"

multiplicativo$seasonal
```

Ventas desestacionalizadas vs trimestres

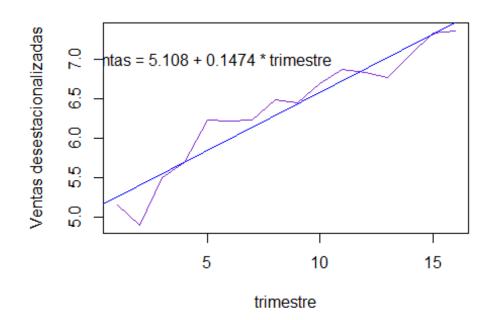


Análisis del modelo lineal de la tendencia

```
# Modelo de regresión lineal de la tendencia de la serie de ventas
m.lineal = lm(ventas_desest ~ trimestre)
m.lineal
##
## Call:
```

```
## lm(formula = ventas_desest ~ trimestre)
##
## Coefficients:
## (Intercept)
                  trimestre
        5.1080
                     0.1474
##
# Realizar y graficar la regresión lineal de la tendencia junto con las
ventas
# desestacionalizadas
plot(trimestre, ventas desest, col = "purple3", type = "l",
     ylab = "Ventas desestacionalizadas",
     main = "Ventas desestacionalizadas vs trimestres")
# Graficar recta del modelo lineal de la tendencia
abline(m.lineal, col = "blue")
# Agregar al gráfico la ecuación del modelo linal de la tendencia
text(5, 7, "Ventas = 5.108 + 0.1474 * trimestre")
```

Ventas desestacionalizadas vs trimestres



```
# Mostrar resumen del modelo lineal de la tendencia
summary(m.lineal)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = ventas_desest ~ trimestre)
## Residuals:
##
      Min
               10 Median
                               30
                                      Max
## -0.5007 -0.1001 0.0037 0.1207 0.3872
##
## Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 5.10804
                          0.11171
                                    45.73 < 2e-16 ***
                                    12.76 4.25e-09 ***
## trimestre
               0.14738
                          0.01155
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.213 on 14 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.9208, Adjusted R-squared: 0.9151
## F-statistic: 162.7 on 1 and 14 DF, p-value: 4.248e-09
```

Prueba de hipótesis para significancia general del modelo:

 H_0 : el modelo no es estadísticamente significativo.

 H_1 : el modelo sí es estadísticamente significativo.

Prueba de hipótesis para significancia individual de los predictores:

 H_0 : $\beta_i = 0$ (la variable X_i no es estadísticamente significativa).

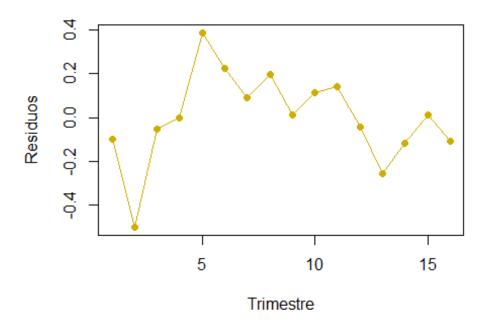
 H_1 : $\beta_i \neq 0$ (la variable X_i sí es estadísticamente significativa).

En cuanto a la significancia del modelo en general, se logra apreciar que el p valor del mismo es igual a 4.248e-09, lo cual al ser mucho menor que 0.05, provoca que se rechace la hipótesis nula H_0 de la primera prueba de hipótesis (para evaluar significancia en general del modelo), lo cual significa que el modelo lineal de la tendencia sí es estadísticamente significativo, lo cual implica que el modelo lineal sí es útil estadísticamente hablando para explicar los datos de las ventas de televisores desestacionalizadas en función de los trimestres de venta. Por otro lado, en cuanto a la significancia individual de cada predictor del modelo, se aprecia que la variable predictora del tiempo en trimestres posee un p valor de 4.25e-09, lo cual al ser mucho menor que 0.05, se rechaza H_0 de la segunda prueba de hipótesis (para evaluar la significancia de cada variable predictora de forma individual), lo cual significa que la variable predictora del tiempo en trimestres sí es estadísticamente significativa, es decir, que la cantidad de trimestres transcurridos sí tiene un efecto en la cantidad vendida de televisores, por lo que la cantidad de trimestres sí es una varible útil para explicar los datos de ventas.

```
# Graficar los residuos del modelo lineal contra su correspondiente
trimestre para
# verificar que los residuos del modelo lineal no tengan autocorrelación
```

```
plot(trimestre, m.lineal$residuals, col = "gold3", type = "o", xlab =
"Trimestre",
    ylab = "Residuos",
    main = "Residuos vs trimestres ordenados conforme a las
observaciones", pch = 19)
```

duos vs trimestres ordenados conforme a las obser-

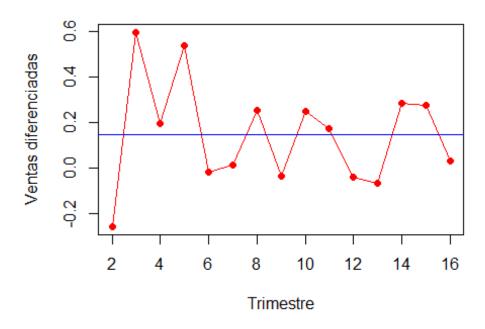


En el gráfico anterior de los residuos graficados conforme al orden de las observaciones o registros, es posible apreciar que los residuos del modelo lineal de la tendencia de la serie, siguen un patrón en específico representado mediante la curva en color dorado a lo largo de los 16 trimestres considerados en total, dado que en un inicio, la gráfica sube indicando un incremento de las ventas para después descender de forma medianamente significativa pero aún estando arriba de donde comenzó, para posteriormente descender hasta poco menos de -0.2 y luego volver a ascender, por lo cual, esta secuencia de acciones en el comportamiento de los residuos del modelo son un indicativo de que los residuos del mismo poseen un grado significativo de autocorrelación, lo cual a su vez indica que existe una cierta cantidad de variación en los datos de ventas de televisores que el modelo lineal no es capaz de captar, por lo que es recomendable explorar otros tipos de modelos, específicamente no lineales, para ver si éstos logran captar aquella variación omitida por el modelo lineal.

Cálculo de CME y EPAM de las predicciones de la serie de tiempo

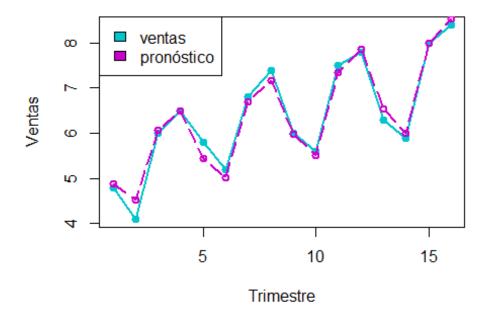
Dado que la serie de ventas aún no es estacionaria a pesar de haber dividido las cifras de las ventas originales entre los índices estacionales, es necesario aplicar diferenciación en la serie para volverla estacionaria (quitarle la tendencia):

Ventas diferenciadas vs trimestre



Como se aprecia en el gráfico anterior, la serie de ventas ya se encuentra sin tendencia, es decir, ya es estacionaria, por lo cual, se puede proceder a realizar los pronósticos de ventas en en base a dichos datos desestacionalizados y diferenciados y al modelo de regresión lineal:

Ventas vs trimestre



```
# Calcular el CME de las predicciones de la serie de ventas

cat("CME de las predicciones de la serie de ventas: ",
    mean((ventas - (m.lineal$fitted.values *
multiplicativo$seasonal))^2), "\n")

### CME de las predicciones de la serie de ventas: 0.0330211

# Calcular el EPAM de las predicciones de la serie de ventas

cat("EPAM de las predicciones de la serie de ventas: ",
    mean(abs(ventas-(m.lineal$fitted.values *
multiplicativo$seasonal))/ventas * 100), "%")

### EPAM de las predicciones de la serie de ventas: 2.439533 %
```

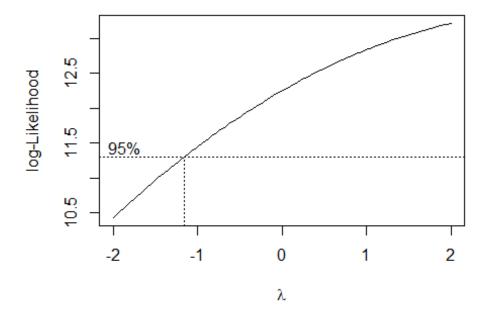
Exploración de modelo alternativo (modelo cuadrático)

```
# Importar la librería MASS para realizar transformación de Box Cox
library(MASS)
```

Para esta actividad, se aplicará una transformación de Box Cox aproximada a los datos de ventas de televisores, por lo que en primera instancia, antes de aplicar dicha transformación a los datos, es necesario calcular el valor óptimo para el parámetro λ de tal forma que maximice el logaritmo de la verosimilitud, lo cual se realizará a continuación.

```
# Calcular el valor óptimo para el parámetro lambda de forma que maximice
la función de
# verosimilitud

boxcox_ventas = boxcox(lm(ventas_desest ~ 1))
```



```
lambda_opt = boxcox_ventas$x[boxcox_ventas$y == max(boxcox_ventas$y)]
cat("El valor óptimo del parámetro Lambda es: ", lambda_opt)
## El valor óptimo del parámetro Lambda es: 2
```

Dado que para este caso específico, el parámetro λ es igual a 2, entonces la transformación aproximada de Box Cox se define como:

$$f(x) = x^2 \rightarrow v_{tr} = v^2$$
, donde:

v: son las ventas sin transformar.

 v_{tr} : son las ventas ya transformadas.

No obstante, dado que se solicita poner a prueba un modelo cuadrático, entonces la transformación a aplicar a la variable de respuesta (ventas) se define como:

 $v_{tr} = \sqrt{v}$, siendo v las ventas no transformadas y v_{tr} las ventas transformadas.

```
# Aplicar transformación aproximada de Box Cox a los datos de ventas
ventas_T = sqrt(ventas_desest)
head(ventas_T)
## [1] 2.271040 2.214069 2.344526 2.386351 2.496422 2.493451
```

```
# Realizar otro modelo de regresión lineal entre las ventas transformadas
y los trimestres

transf.model = lm(ventas_T ~ trimestre)

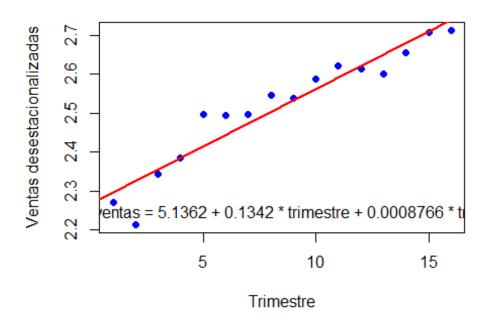
transf.model

##
## Call:
## lm(formula = ventas_T ~ trimestre)
##
## Coefficients:
## (Intercept) trimestre
## 2.26633 0.02961
```

Adicionalmente, para definir la ecuación del modelo no lineal, se procede a igualar la transformación aplicada a la variable de respuesta ventas (\sqrt{ventas}) con la ecuación del modelo lineal de las ventas transformadas como sigue a continuación:

```
\sqrt{ventas} = 2.26633 + 0.02961 * trimestre
                (\sqrt{ventas})^2 = (2.26633 + 0.02961 * trimestre)^2
                  ventas = (2.26633 + 0.02961 * trimestre)^2
ventas = (2.26633)^2 + 2(2.26633)(0.02961 * trimestre) + (0.02961 * trimestre)^2
        ventas = 5.1362 + 0.1342 * trimestre + 0.0008766 * trimestre^{2}
# Gráfica de la regresión lineal de ventas transformadas vs trimestres
plot(trimestre, ventas_T, xlab = "Trimestre", ylab = "Ventas
desestacionalizadas",
     main = "Ventas desestacionalizadas vs trimestres", col = "blue", pch
= 19)
# Graficar recta del modelo lineal de la transformación de ventas vs
trimestres
abline(transf.model, col = "red", lwd = 2)
# Colocar ecuación del modelo lineal de las ventas transformadas vs
trimestres en el
# gráfico
text(10, 2.25, "ventas = 5.1362 + 0.1342 * trimestre + 0.0008766 *
trimestre^2")
```

Ventas desestacionalizadas vs trimestres



```
# Analizar la significancia global del modelo y de cada variable
individualmente mediante
# un resumen del modelo
summary(transf.model)
##
## Call:
## lm(formula = ventas_T ~ trimestre)
##
## Residuals:
##
         Min
                    1Q
                          Median
                                        3Q
                                                 Max
## -0.111473 -0.024862 -0.000811 0.026192 0.082058
##
## Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
## (Intercept) 2.266326
                                     93.22 < 2e-16 ***
                          0.024312
## trimestre
               0.029608
                          0.002514
                                     11.78 1.19e-08 ***
## ---
## Signif. codes:
                   0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.04636 on 14 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.9083, Adjusted R-squared: 0.9017
## F-statistic: 138.7 on 1 and 14 DF, p-value: 1.191e-08
```

Prueba de hipótesis de significancia del modelo en general:

 H_0 : el modelo no es estadísticamente significativo.

 H_1 : el modelo sí es estadísticamente significativo.

Prueba de hipóetisis para significancia individual de las variables predictoras:

 H_0 : $\beta_i = 0$ (la variable predictora X_i no es estadísticamente significativa).

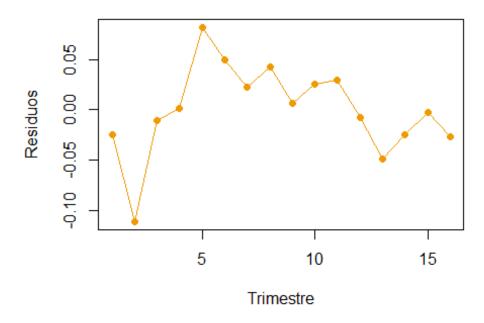
 H_1 : $\beta_i \neq 0$ (la variable predictora X_i sí es estadísticamente significativa).

En el resumen del modelo no lineal de ventas transformadas vs tiempo en trimestres, es posible observar que el p valor del modelo global es igual a 1.191e-08, lo cual al ser mucho menor a 0.05, provoca que la hipótesis nula H_0 de la prueba de hipótesis para evaluar significancia global del modelo, se rechace, lo cual significa que el modelo lineal anterior sí es estadísticamente significativo, por lo cual, sí resulta estadísticamente apropiado para explicar las ventas de televisores a lo largo de 4 años (16 trimestres). Además de lo anterior, en cuanto a la significancia individual de cada variable predictora del modelo, se puede apreciar que el p valor correspondiente a la única variable predictora del modelo, trimestre, es igual a 1.19e-08, lo cual es mucho menor a 0.05, por lo que se rechaza la hipótesis nula H_0 de la prueba de hipótesis para evaluar significancia individual de las variables predictoras del modelo, por lo tanto, el tiempo en trimestres sí es una variable estadísticamente significativa, lo cual a su vez implica que el tiempo transcurrido en trimestres sí es una variable que afecta a la cantidad de ventas de televisores, en el sentido de que conforme transcurre una mayor cantidad de trimestres, las ventas de televisores tienden a aumentar gradualmente. Por lo tanto, en resumen, tanto el modelo en general como sus variables predictoras son estadísticamente significativas y por tanto útiles para explicar los datos de ventas de televisores.

```
# Graficar los residuos del modelo de ventas transformadas vs trimestres
para su análisis
# se graficarán dichos residuos de acuerdo al orden de registro de las
observaciones de
# ventas

plot(trimestre, transf.model$residuals, col = "orange2", type = "o", xlab
= "Trimestre",
    ylab = "Residuos",
    main = "Residuos vs trimestres ordenados conforme a las
observaciones", pch = 19)
```

duos vs trimestres ordenados conforme a las obser-



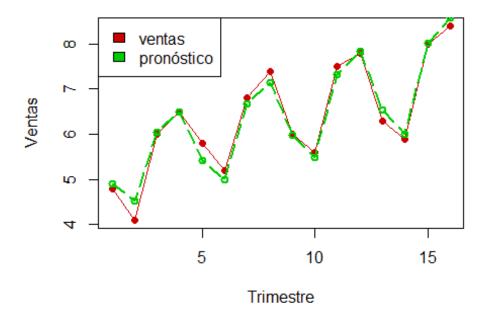
En cuanto a la gráfica anterior de los residuos del modelo no lineal, es posible apreciar que los residuos del modelo no lineal entre las ventas transformadas y los trimestres poseen un comportamiento bastante semejante a los del modelo lineal, lo cual sugiere que el modelo no lineal generado (modelo lineal creado inicialmente pero con la transformación de Box Cox aplicada) podría ajustarse de mejor manera a los datos originales de ventas de televisores, de forma que el modelo no lineal captura una cierta proporción de variación de los datos de ventas originales que el modelo lineal creado inicialmente no fue capaz de captar, por lo que además de lo anterior, el modelo no lineal previo podría arrojar predicciones con un mayor grado de precisión, en comparación con el modelo lineal que podría tener más tendencia a alejarse de los datos reales de ventas.

```
# Crear función para calcular los pronósticos de ventas en base a la
función cuadrática
# definida previamente

quadratic_forecast = function(tiempo){

   unname((transf.model$coefficients[1] ^ 2) +
        (2 * transf.model$coefficients[1] * transf.model$coefficients[2] *
tiempo) +
        (transf.model$coefficients[2] * tiempo) ^ 2)
}
```

Ventas vs trimestre (modelo cuadrático)



Conclusión final sobre el mejor modelo

En conclusión, a pesar de que ambos modelos generados tuvieron niveles de significancia bastante aceptables, tanto de manera global como en cada una de sus variables predictoras, aquel modelo que resulta más adecuado para predecir futuras ventas en la serie de tiempo es el modelo lineal, puesto que dicho modelo logra captar de mejor manera la relación existente entre las ventas de televisores y los trimestres transcurridos que el modelo lineal, en el sentido de que el modelo lineal posee p valor general de 4.248e-09, mientras que el modelo cuadrático tiene p valor de 1.191e-08, por lo cual, el modelo lineal es más significativo que el cuadrático y por ende se

adecúa mejor a la tendencia que presenta la serie original de los datos de ventas, puesto que es capaz de seguir dicha tendencia a lo largo del tiempo sin que en algún momento del tiempo, los residuos o errores del modelo cuadrático se vuelvan cada vez más grandes, además, la variable predictora trimestre en el modelo lineal posee un p valor de 4.25e-09, mientras que en el modelo cuadrático, el p valor de dicha variable predictora es de 1.19e-08, por lo cual, dado que los p valores de los modelos, tanto el general como el de la variable predictora, del modelo lineal son mucho menores que los del modelo no lineal, entonces es posible concluir que el modelo lineal explica de la mejor manera posible las ventas de televisores durante un periodo de 4 años (16 trimestres).

Pronóstico para el año siguiente y su gráfica con los pronósticos previos y datos originales

```
# Crear función para realizar los pronósticos de los próximos 4
trimestres (siguiente año)
predict.lineal = function(trim){
  5.108 + 0.1474 * trim
}
# Definir índices estacionales
i1=multiplicativo$seasonal[1]
i2=multiplicativo$seasonal[2]
i3=multiplicativo$seasonal[3]
i4=multiplicativo$seasonal[4]
print("Pronósticos de ventas para el siguiente año (4 trimestres):")
## [1] "Pronósticos de ventas para el siguiente año (4 trimestres):"
cat("Trimestre 1 año 5: ", predict.lineal(17) * i1 * 1000, "\n") #
trimestre 1 año 5
## Trimestre 1 año 5: 7085.872
cat("Trimestre 2 año 5: ", predict.lineal(18) * i2 * 1000, "\n") #
trimestre 2 año 5
## Trimestre 2 año 5: 6491.284
cat("Trimestre 3 año 5: ", predict.lineal(19) * i3 * 1000, "\n") #
trimestre 3 año 5
## Trimestre 3 año 5: 8632.585
```

```
cat("Trimestre 4 año 5: ", predict.lineal(20) * i4 * 1000) # trimestre 4
año 5
## Trimestre 4 año 5: 9195.263
# Graficar los nuevos pronósticos junto con los pronósticos previos y las
ventas originales
# Gráfico de ventas originales
plot(trimestre, ventas, col = "red", type = "o", pch = 19, xlab =
"Trimestre",
     ylab = "Ventas", main = "Ventas vs trimestre", xlim = c(1, 20), ylim
= c(4, 10))
# Pronósticos previos realizados con el modelo lineal
lines(trimestre, m.lineal$fitted.values * multiplicativo$seasonal, col =
"purple",
      lty = 5, lwd = 2, type = "o")
# Pronósticos nuevos (correspondientes al siquiente año, es decir al año
5: trimestres
# 17-20)
lines(17:20, c(predict.lineal(17) * i1 , predict.lineal(18) * i2,
               predict.lineal(19) * i3, predict.lineal(20) * i4),
      lty = 5, lwd = 2, type = "o", col = "blue")
# Agregar Leyenda para distinguir datos originales, pronósticos previos y
pronósticos nuevos
legend("topleft",
       legend = c("Ventas originales", "Pronósticos 1-16 (4 primeros
años)",
                  "Pronósticos 17-20 (año 5: siguiente año)"),
col = c("red", "purple", "blue"), lty = 1, pch = 19)
```

Ventas vs trimestre

