

Procesamiento de señales

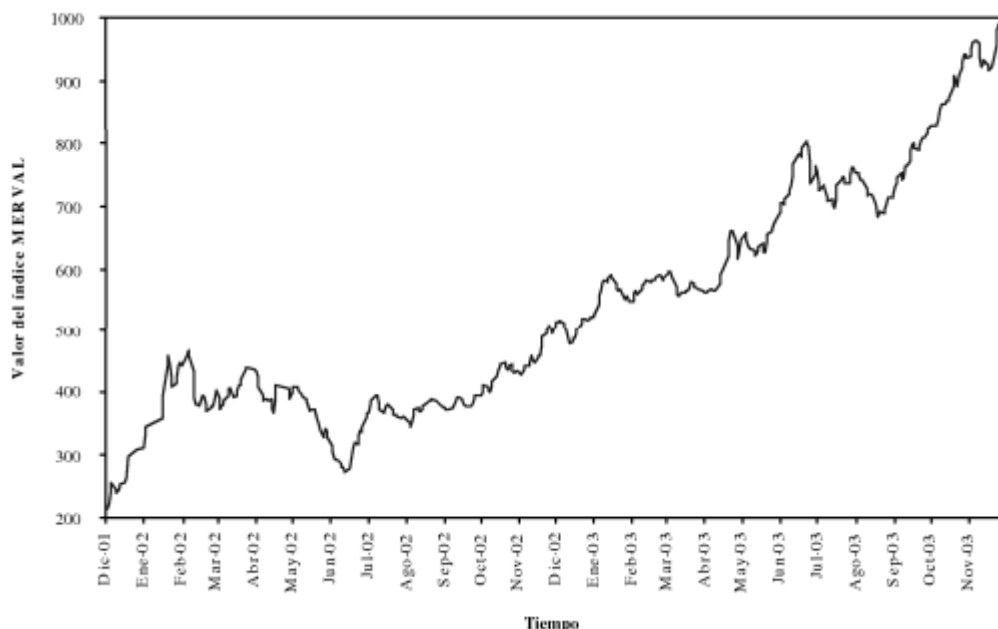
Clase 3: 03-04-2024

La teoría de las comunicaciones ha invadido prácticamente nuestra vida diaria, con aplicaciones tecnológicas en campos tan diversos como el comercio, la medicina, la educación y la política, entre muchos otros. Los conceptos de señal, sistema e información, soportan esta teoría y están íntimamente relacionados. Los mismos poseen un carácter universal que permite describir prácticamente cualquier problema del mundo real en términos de estos conceptos, e inmediatamente tener a mano toda la teoría para intentar resolverlos.

Podemos decir que las señales transportan información acerca del sistema que las produjo, contenida o codificada en un patrón de variaciones de alguna magnitud física. Desde el punto de vista matemático las señales son descritas por medio de funciones, y los sistemas en términos de transformaciones. Estas transformaciones modifican a las denominadas señales de entrada para dar lugar a otras señales de salida del sistema.

La palabra señal proviene del latín **signale**, que significa: *marca que se pone o hay en una cosa para darla a conocer o distinguirla de otras*. Otras acepciones tradicionales pueden ser: *signo, imagen o representación de una cosa*. Como hemos visto, una señal es un fenómeno que representa información. En general se consideran señales eléctricas, pero la teoría de la señal puede ser aplicada a cualquier clase de señal (lumínica, sonora, magnética, etc.), sin importar su naturaleza física. Pueden definirse infinidad de señales en otros campos como el económico, social, biomédico, etc.

En la Figura 1 se muestra la señal de evolución del índice Merval en los años 2002 y 2003. Se puede apreciar una lenta recuperación del mercado argentino luego de la difícil situación económica de fines del año 2001.

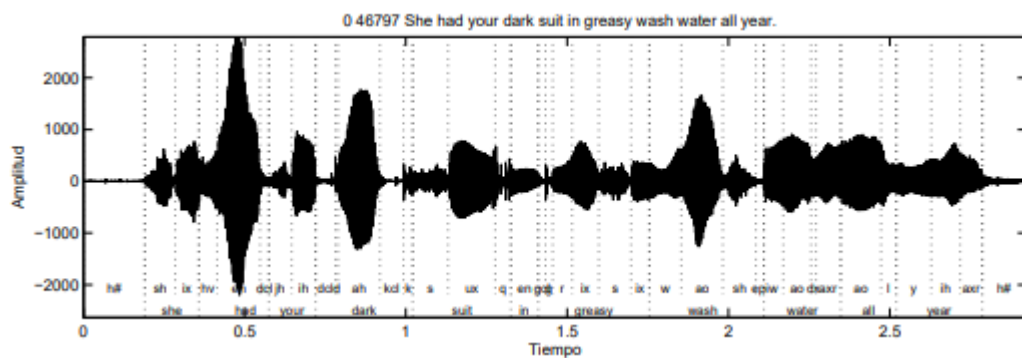


En el ámbito biomédico, las señales provenientes del registro a nivel de la piel de la actividad eléctrica del corazón (ECG), son de uso diario. Estas señales junto con otras como la de presión, constituyen parámetros básicos para análisis y control del estado del sistema

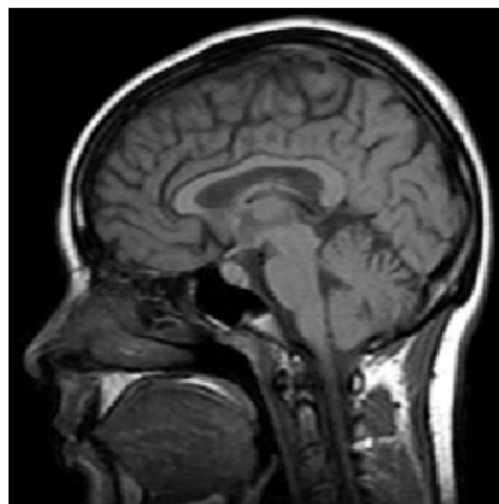
cardiovascular. Por ello están incorporadas en los monitores de cabecera y otros instrumentos médicos.



Otro ejemplo de señal biológica puede ser la señal de voz, que es producida por el aparato fonador humano a través de un complicado mecanismo en el que intervienen varios órganos para modificar las propiedades acústicas del tracto vocal y de los estímulos sonoros implicados. De esta forma se producen los patrones de variación de la presión sonora característicos que constituyen la base de la comunicación humana. En la Figura 3 se puede apreciar el sonograma de una señal de voz proveniente de una frase del idioma inglés.



Generalmente, se toma como variable independiente al tiempo, aunque puede ser también alguna dimensión espacial, como en el caso de las imágenes (que constituyen señales bidimensionales). Un caso de particular interés son las imágenes médicas, en la Figura 4 se puede apreciar una imagen del cerebro producida por medio de la técnica de resonancia magnética.

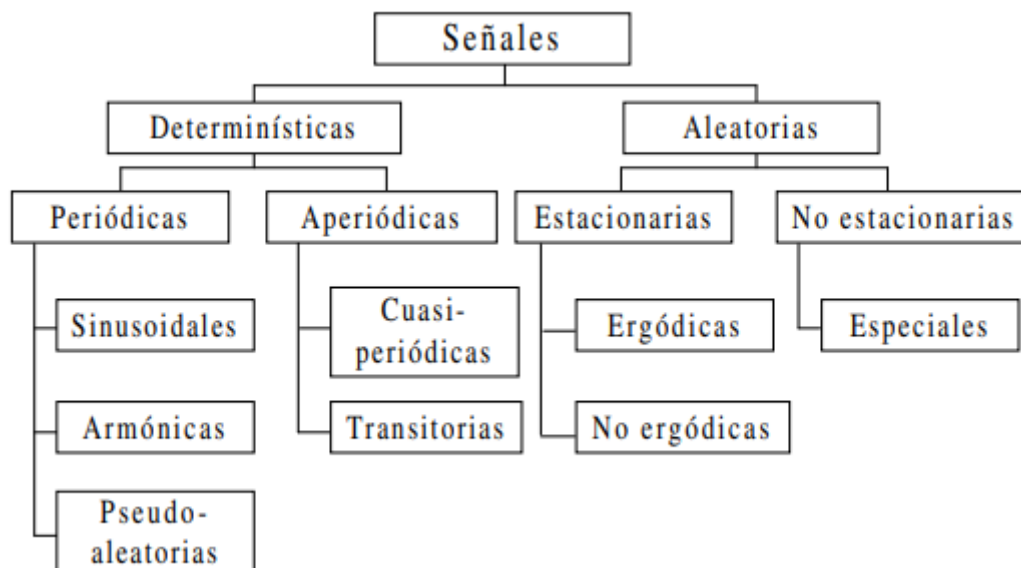


Clasificación de las señales

Las señales se pueden clasificar de acuerdo a los siguientes criterios:

- Dimensional: basado en el número de variables independientes del modelo de la señal.
- Energético: de acuerdo a si poseen o no energía finita
- Espectral: basado en la forma de la distribución de frecuencias del espectro de la señal.
- Fenomenológico: basado en el tipo de evolución de la señal, predefinido o aleatorio.
- Morfológico: basado en el carácter continuo o discreto de la amplitud de la señal o de la variable independiente.

Clasificación fenomenológica



Señales determinísticas

Una señal se puede definir como determinística si sus valores son conocidos de antemano o pueden ser predichos exactamente. Por lo tanto, los próximos valores de una señal pueden ser determinados si son conocidas todas las condiciones anteriores de la señal. Así, ésta puede ser representada completamente por las ecuaciones que la definen.

A su vez, las señales determinísticas se pueden subdividir en periódicas y aperiódicas.

Señales periódicas

Una señal continua es periódica si y sólo si $x(t + T) = x(t)$ **para todo** $t \in (-\infty, \infty)$. El valor positivo más chico de T para el cual se cumple la ecuación anterior se llama **período de la señal**. Además, esta ecuación va a seguir siendo cierta si T es reemplazado por kT .

Señales aperiódicas

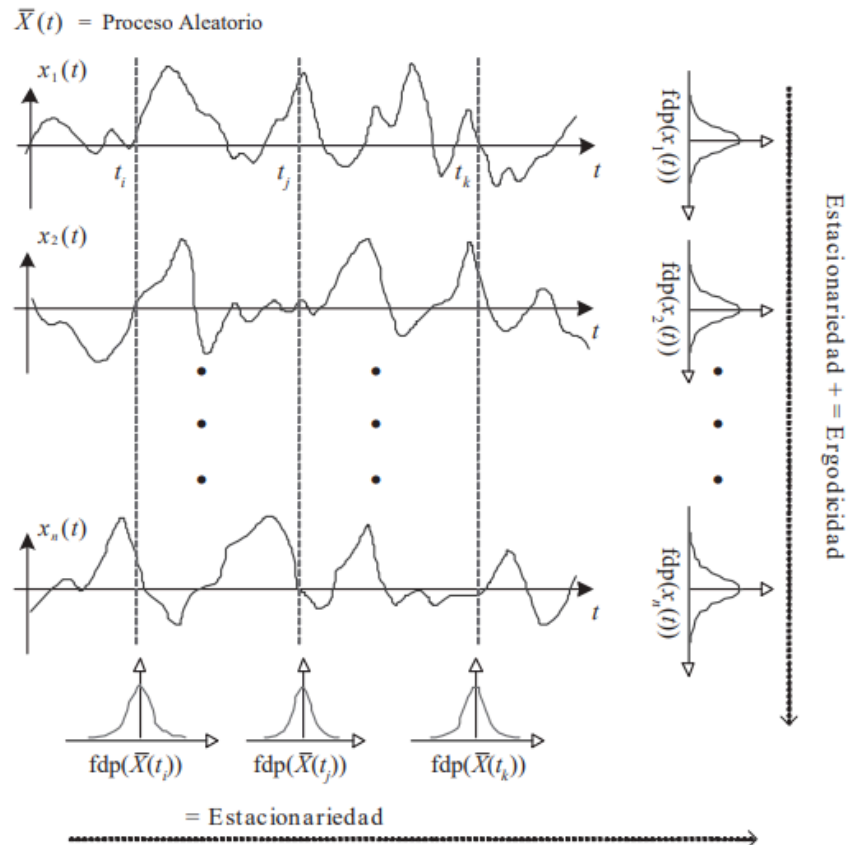
Cualquier señal que no es periódica se dice que es aperiódica. Algunas señales aperiódicas tienen propiedades únicas y son conocidas como funciones singulares, porque poseen derivadas discontinuas o son discontinuas ellas mismas. Entre estas señales se encuentra la tipo escalón, delta de Dirac, etc.

Señales aleatorias o estocásticas

Hay señales en las que existe casi siempre alguna incerteza acerca de los valores que puede tomar en los siguientes instantes. Estas señales son llamadas estocásticas o aleatorias y pueden ser descritas solamente desde un punto de vista estadístico. Por ejemplo, se puede considerar que la señal de tensión del tendido eléctrico es determinística y hasta periódica, pero por otro lado, si se tienen en cuenta las pequeñas perturbaciones electromagnéticas esta misma señal puede ser considerada estocástica.

Un proceso aleatorio $X(t)$ estacionario es aquel en el cual las propiedades estadísticas de la señal no varían con el tiempo. Por ejemplo, para un proceso de este tipo el valor esperado de $X(t_i)$ a lo largo de todas las realizaciones sería igual para cualquier instante t_i . Dentro de este tipo de señales aleatorias se encuentran las de tipo ergódicas: para estas señales, las estadísticas a lo largo de una realización cualquiera son iguales a las estadísticas a lo largo de todas las realizaciones.

La estacionariedad y ergodicidad son propiedades que permiten el uso de métodos de procesamiento prácticos, un proceso que es no estacionario (y por lo tanto no ergódico) es muy difícil de procesar.



Clasificación morfológica

Desde el punto de vista morfológico hay dos tipos básicos de señales: señales continuas y señales discretas.

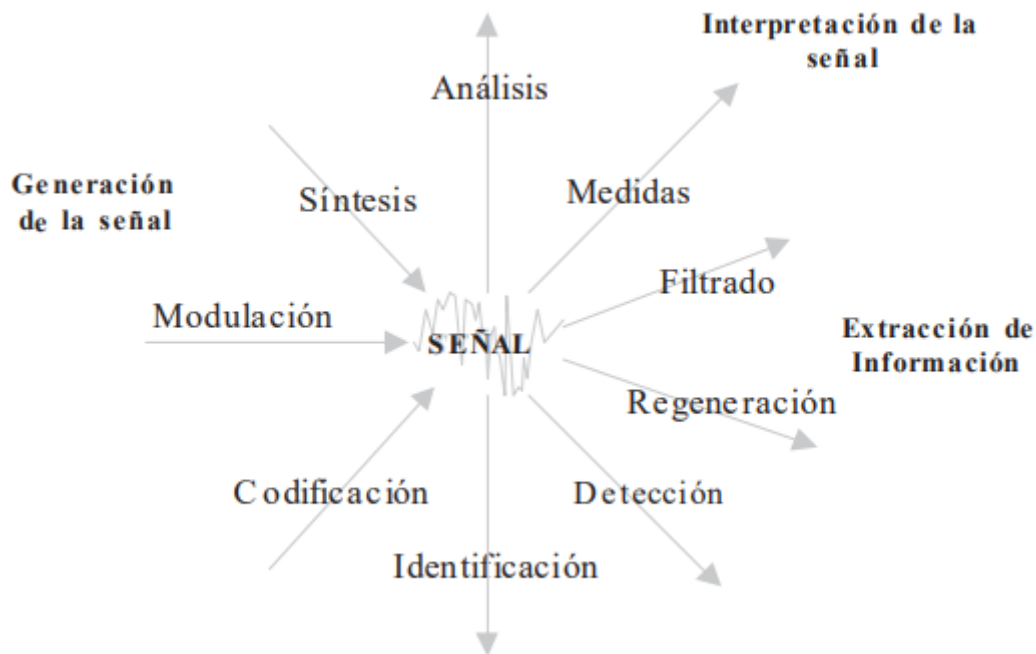
En el caso de una señal continua la variable independiente es continua, por lo tanto estas señales están definidas para un continuo de valores de la variable independiente. Por otro lado, las señales discretas están definidas únicamente para una sucesión discreta de valores y consecuentemente para estas señales la variable independiente toma valores únicamente en el conjunto de los números enteros.

Para distinguir entre señales continuas y discretas normalmente se utiliza el símbolo t para denotar una variable continua y n para una variable discreta. Además, para señales de tiempo continuo se encerrará la variable independiente entre paréntesis (p.e. $y(t) = \sin(\omega t)$), mientras que en el caso de las de tiempo discreto se encerrará entre corchetes (p.e. $y[n] = \sin(nT)$).

En el caso en que la amplitud y la variable independiente sean continuas, entonces la señal es analógica; en cambio si la amplitud es discreta y la variable independiente también, la señal es digital.

PROCESAMIENTO DE SEÑALES

El extraer la información útil que se encuentra en estas señales (mediante análisis, filtrado, regeneración, medición, detección, e identificación) y mostrar los resultados correspondientes en la forma apropiada para el hombre o la máquina es uno de los objetivos principales del procesamiento de señales.



La generación de señales debe ser también considerada, permitiendo el estudio del comportamiento físico del sistema (p. ej., respuesta al impulso), o la transmisión y almacenamiento (síntesis, modulación y traducción a frecuencias, y codificación para reducir el efecto del ruido o la redundancia de información).

Para medir una señal, y especialmente una del tipo aleatorio, se trata de estimar el valor de una variable característica, que está vinculada a la misma con un determinado nivel de confianza. Un ejemplo es la medición de la señal de variación de la temperatura corporal a nivel cutáneo.

El filtrado es una función bien conocida, que consiste en eliminar o disminuir algunas componentes no deseadas de la señal. Un ejemplo típico en el área biomédica es el de la eliminación del ruido de línea de 50 Hz previo a la adquisición del ECG.

La regeneración es la operación mediante la cual tratamos de retornar la señal a su forma inicial, después que ésta haya soportado algún tipo de distorsión. Por ejemplo la deconvolución de una imagen “desenfocada”.

Con un método de detección, tratamos de extraer una señal útil de un ruido de fondo de grandes dimensiones. La obtención de la señal de los denominados Potenciales Evocados podría encuadrarse dentro de este tipo de procesamiento. Algunas veces queremos recuperar la señal, otras simplemente saber si está presente o no en el registro considerado. Las técnicas de correlación pueden emplearse con este fin. Mediante los denominados filtros de correlación es posible detectar eventos de forma óptima, como una patología dentro de un electrocardiograma o la presencia de un eco en la señal del radar o del sonar. Mediante el análisis, se trata de aislar los componentes del sistema que tienen una forma compleja para tratar de entender mejor su naturaleza u origen.

La identificación es frecuentemente un proceso complementario, que permite clasificar la señal observada. Las técnicas de correlación son también frecuentemente usadas con este fin. Podemos comparar el canto de un ruiseñor con el de otro ruiseñor, debido a que la correlación es alta. Sin embargo, éste se correlaciona débilmente con el de una paloma. Para establecer las comparaciones se deben “construir” previamente una serie de plantillas adecuadas.

La síntesis es la operación opuesta al análisis, consiste en crear una señal con una forma apropiada mediante la combinación, por ejemplo, de un número de señales elementales. Este proceso es en general menos complejo que el de análisis, ya que puede verse como el problema directo de armar la señal en base a un conjunto de partes. Desde este punto de vista el análisis de una señal constituye precisamente el problema inverso que suele ser más difícil de resolver. Como ejemplo se podría mencionar la síntesis del habla partiendo de formas de onda sencillas, como senos, cosenos u ondas cuadradas.

El codificar una señal (además de su función de traducir una señal analógica a un lenguaje digital) es frecuentemente usado para minimizar los efectos del ruido, o tratar de conservar el ancho de banda o el volumen de memoria de una computadora, mediante la reducción de redundancia en una señal. Un ejemplo es la compresión del electrocardiograma para su almacenamiento en un dispositivo de registro continuo (Holter).

La modulación y traducción a frecuencias son las formas principales de adaptar una señal a las características de una línea de transmisión, de un filtro analizador, o de un medio de registro. Como ejemplo se pueden mencionar las técnicas clásicas para transmisión de señales de radio por medio de amplitud o frecuencia modulada (AM o FM).

Operaciones elementales con señales

Estas operaciones se pueden clasificar en unarias y binarias. Una operación unaria involucra a una señal única, mientras que las binarias requieren dos señales.

Operaciones unarias

Operaciones de rango

Las operaciones de rango, las cuales modifican el rango de las señales, son definidas como:

$$x_{\text{nuevo}}(t) = \rho(x_{\text{viejo}}(t)) = (\rho \circ x_{\text{viejo}})(t)$$

Entre este tipo de operaciones, se pueden nombrar las operaciones de amplificación, rectificación y cuantización. Un ejemplo es la cuantificación uniforme, la cual se define como:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ H \text{int}(x/H) & 0 \leq x < (N-1)H \\ (N-1)H & x \geq (N-1)H \end{cases}$$

donde $\text{int}(\cdot)$, denota la parte entera del argumento. Otro ejemplo es la rectificación de onda completa, la cual se define como:

$$\rho(x) = |x|$$

Operaciones de dominio

Las operaciones de dominio, que modifican la variable independiente, son definidas como:

$$x_{\text{nuevo}}(t) = x_{\text{viejo}}(\tau^{-1}(t))$$

Entre este tipo de operaciones, se pueden nombrar las operaciones de expansión, compresión, reversión, traslación, las cuales tienen la forma:

$$\tau^{-1}(t) = \alpha t$$

si,

- $\alpha > 1 \Rightarrow$ compresión,
- $0 < \alpha < 1 \Rightarrow$ expansión,
- $\alpha = -1 \Rightarrow$ reversión.

Otro ejemplo de las operaciones de dominio es la traslación, la cual se define como:

$$\tau^{-1}(t) = t + \theta$$

donde θ es una constante real.

Muestreo

Esta operación pasa la variable independiente de un dominio continuo a otro discreto. El muestreo puede ser uniforme (cuando el dominio es discretizado en forma uniforme) o no uniforme.

Interpolación

La interpolación consiste en pasar una señal cuya variable independiente pertenece a un dominio discreto, a una señal cuya variable independiente pertenece a un dominio continuo. Esta puede ser expresada como:

$$x(t) = \sum_n x^*(nT) \text{I} \left(\frac{t - nT}{T} \right)$$

donde I es la función interpolante. Existen varias funciones interpolantes posibles, entre las cuales podemos nombrar:

Función de interpolación escalón:

$$I_{escalon}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Función de interpolación lineal:

$$I_{lineal}(t) = \begin{cases} 1 - |t| & |t| < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Función de interpolación sinc: $I_{sinc}(t) = \text{sinc}(\pi \cdot t)$ donde:

$$\text{sinc}(t) = \begin{cases} \frac{\sin(t)}{t} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

Operaciones binarias

Las operaciones binarias se realizan punto a punto entre dos señales. Entre ellas se puede nombrar a la adición, sustracción, multiplicación y a la división.