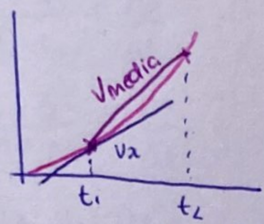
Movimiento rectilíneo

MOVIMIENTO RECTILÍNEO, VELOCIDAD MEDIA E INSTÁNTANEA

$$V_{media} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

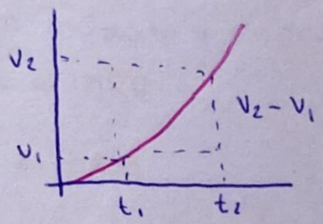
$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$



ACELERACIÓN MEDIA E INSTANTÁNEA

$$a_{media} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$



MOVIMIENTO RECTILÍNEO CON ACELERACIÓN CTE

$$v_x = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

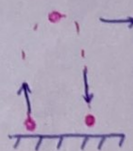
$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right) t$$

MRU: $x = x_0 + vt$
$v = cte$
$a = 0$

MRUA: $x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
$v = v_0 + at$
$a = cte$

CAIDA LIBRE

Aceleración constante $\Rightarrow$ $a_y = -g$



→ En su punto max $v = 0$

ACELERACIÓN VARIABLE

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x \, dt$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x \, dt$$

Movimiento en dos o tres dim

VECTORES DE POSICIÓN, VELOCIDAD, ACELERACIÓN

$\vec{x} = \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$v_m = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}$

$v_x = \dfrac{dx}{dt}, v_y = \dfrac{dy}{dt}, v_z = \dfrac{dz}{dt}$

$\vec{a}_m = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

$\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

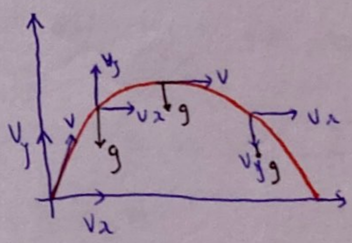
$a_x = \dfrac{dv_x}{dt}, a_y = \dfrac{dv_y}{dt}, a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$

MOVIMIENTO DE PROYECTILES

$a_x = 0$ y $a_y = -g$ (constante en módulo y dirección)

$x = (v_0 \cos\alpha)t$ En x es MRU

$y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ En y es MRUA



Altura máxima: $v_y = 0$

Alcance horizontal: $y = 0$

$v_x = v_0 \cos\alpha$

$v_y = v_0 \sin\alpha$

MRU (x): $x = x_0 + vt$

MRUA (y): $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

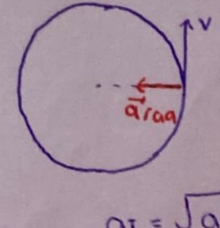
$= y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ ⇒ Si el objeto se encuentra a una altura h ⇒ $y = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME Y NO UNIFORME

MCU: rapidez cte ⇒ $v_T = cte$

Velocidad angular: Media: $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Instántanea: $\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{d\theta}{dt}$



Aceleración: $a_{rad} = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2} = \alpha$ ⇒ $\boxed{\begin{matrix} a_T = \alpha R \\ a_R = \omega^2 R \end{matrix}}$

$a_T = \sqrt{a_T + a_R}$

$s = \theta \cdot R$

$v = \omega R$

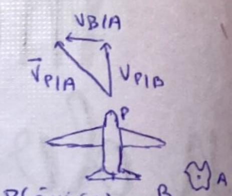
$a = \alpha R$

Unidad: ➜ ω rad/s o rpm ⇒ 1 rpm — $\frac{2\pi}{60}$

➜ α rad/s^2

➜ θ rad

MOVIMIENTO RELATIVO:



P(avión)
B(aire)
A(observador)

Velocidad relativa en una línea: $V_{P/Ax} = V_{P/B-x} + V_{B/A-x}$

3 Velocidad relativa en el espacio: $\vec{V}_{P/A} = \vec{V}_{P/B} + \vec{V}_{B/A}$

Posición: $\vec{x}_{P/A} = \vec{x}_{P/B} + \vec{x}_{B/A}$

Aceleración: $\vec{a}_{P/A} = \vec{a}_{P/B} + \vec{a}_{B/A}$

Si $\vec{x}_{P/A} = V_{B/A} \Rightarrow \vec{v}_{P/B} = 0$, está en reposo

Si $\vec{v}_{P/B} = cte \Rightarrow \vec{a}_{P/A} = \vec{a}_{B/A}$

Leyes de Newton

PRIMERA LEY Cuando un cuerpo está en un marco de referencia inercial, en reposo o movimiento constante ($\vec{v} = cte$), entonces: $\sum \vec{F} = 0$

SEGUNDA LEY $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

TERCERA LEY Las fuerzas de acción-reacción nunca actúan sobre el mismo cuerpo. $F_A = -F_R$

FRICCIÓN Cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie de contacto se denomina: fricción cinética $f_K = \mu_K N$

Si un cuerpo no se desliza con respecto a la superficie, la fuerza se denomina: fricción estática $f_s \leq \mu_s N$

FUERZAS EN MOVIMIENTO CIRCULAR

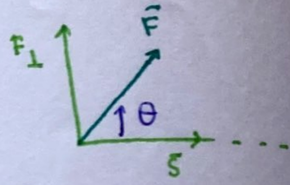
El movimiento se rige por 2da ley: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

con $\vec{a} = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$

Trabajo y energía

TRABAJO EFECTUADO POR UNA FUERZA

Cuando una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que sufre un desplazamiento rectilíneo $\vec{S}$, el trabajo realizado se define:



$$W = \vec{F} \times \vec{S} = \vec{F} . \vec{S} . \cos\theta$$

El trabajo puede ser positivo o negativo. Unidad: J (Joule)

ENERGÍA CINÉTICA

Es la cantidad de trabajo necesario para acelerar una partícula o al detenerse

$k = \frac{1}{2} m v^2$ Unidad: J (Joule) Siempre es positiva o cero

TEOREMA TRABAJO ENERGÍA

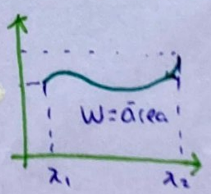
El teorema es válido para fuerzas conservativas y partículas

$$W_{TOT} = k_2 - k_1 = \Delta k$$

TRABAJO DE FUERZA VARIABLE

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx$$

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F \cos\phi \, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \, d\vec{l}$$



POTENCIA

Es la rapidez con la que se efectúa el trabajo

Unidad: Watt = W

$$P_{med} = \frac{W}{\Delta t}$$

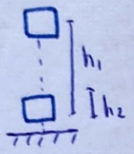
$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{dw}{dt}$$

$$P = \vec{F} . \vec{v}$$

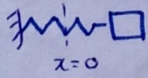
Conservación de la energía

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL Y ELÁSTICA

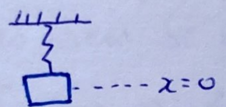
$$W_{grav} = mgh_1 - mgh_2 = mgy_1 - mgy_2 = U_{grav1} - U_{grav2} = -\Delta U_{grav}$$



$$W_{el} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2 = U_{el1} - U_{el2} = -\Delta U_{el}$$



Longitud natural: cuando el resorte no se encuentra ni comprimido ni estirado

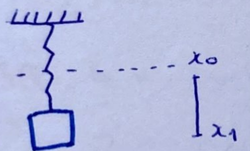


Cuando no hay fuerzas

$F_r = 0$ → constante del resorte

$F_1 = -kx$

Posición de equilibrio:



$$x_{eq} = -\frac{mg}{k}$$

ENERGÍA MECÁNICA

Cuando se conserva: La energía potencial total U es: $U_{Tot} = U_g + U_e$. Si solo estás fuerzas realizan trabajo, entonces se conserva la suma de la energía cinética y potencial

$$E_{mec} = K + U \Rightarrow \Delta(U+K) = 0$$

Además: $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

Cuando no se conserva: cuando otras fuerzas distintas a las anteriores efectúan trabajo: $K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2$

$$E_{mec} = K + U_g + U_e \;/\; K = \frac{mv^2}{2}$$
$$U_g = mgh$$
$$U_e = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Scanned with CamScanner

FUERZAS CONSERVATIVAS, NO CONSERVATIVAS

Conservativa: Es aquella para la cual el TM trabajo-energía es reversible

$$W = 0 = U_i - U_f = -\Delta U$$

no conservativa: $W < 0$ Cambios de energía internos, $W_{FNC} = \Delta E$

ley de conservación: $\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$

Momento lineal y colisiones

MOMENTO LINEAL DE UNA PARTÍCULA

$\vec{p}$: momento lineal o cantidad de movimiento

$\vec{p} = m\vec{v}$ y $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ⇒ si se aplican fuerzas externas el momento lineal ~~cambia~~ varía

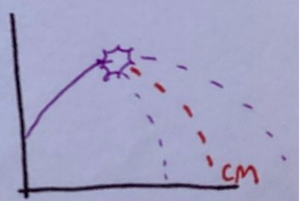
conservación: si el sistema se encuentra aislado, es decir, no actúan fuerzas externas al sistema, entonces el momento lineal se conserva.

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{p} = cte \,, \quad \vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n$$

Centro de masa: Es un punto geométrico ficticio.

$$\vec{x}_{cm} = \frac{m_1\vec{x}_1 + m_2\vec{x}_2 + \dots + m_n\vec{x}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

El centro de masa está más cerca del que tiene mayor masa.



$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \dots + m_n\vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Si $\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow v_{cm} = cte$

$\sum \vec{F}_{ext} \neq 0 \Rightarrow \vec{P}_{Tot} = M_{Tot} \cdot v_{cm}$

$\sum \vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{cm}$

COLISIONES

En todo tipo de choques, el momento lineal total al inicio y al final son iguales. $\ell_i = \ell_f$ $\vec{p}_i = \vec{p}_f$

Choque elástico: $K_i = K_f$ $|V_i| = |V_f|$ velocidades relativas · $E_{mec} = 0$

Choque inelástico: $\Delta K_f < 0$

$K_f < K_i$

$V_{cm}^{i} = V_{cm}^{f}$

Equilibrio estático

CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Para que un cuerpo rígido esté en equilibrio, deben cumplirse dos condiciones:

① $\sum F = 0$, $\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$

② $\sum \tau = 0$ alrededor de cualquier punto

La primera cardinal nos dice que el cuerpo no tiene aceleración
La segunda cardinal nos dice que no tiene tendencia a girar

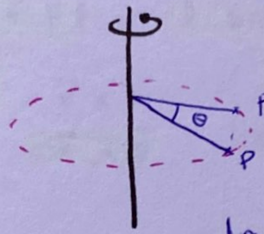
↳ Para ello

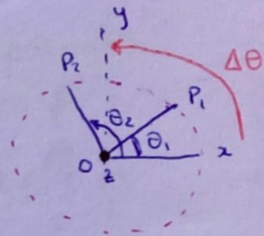
Cinemática de rotación

CINÉTICA DE ROTACIÓN

cuando un cuerpo gira sobre un eje fijo (eje z) su posición está descrita por una coordenada angular θ

$$\theta = \theta_0 + \omega_{0z} t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$





La distancia de cada punto al eje de rotación es constante

Velocidad angular: $\omega_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

$$\text{Si } \alpha = cte \Rightarrow \omega = \omega_{0z} + \alpha_z t$$

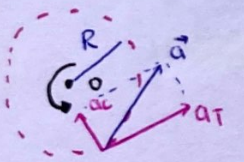
Aceleración angular: $\alpha_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Unidades:

$\omega = rad/s$ o r.p.m

$\alpha = rad/s^2$

$\theta = \pi rad$



$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_T \Rightarrow \|\vec{a}_c\| = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

$$v = r\omega$$

$$\|\vec{a}_T\| = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

r.p.m: revolución por minuto

Vueltas: 1 vuelta — $2\pi rad$
n — θ $\Rightarrow n = \frac{\theta(t)}{2\pi}$ y 1rpm — $\frac{2\pi}{60}$ rads

MOMENTO DE INERCIA Y ENERGÍA DE ROTACIÓN

Cuanto mayor sea el momento de inercia, más difícil será cambiar el estado de rotación

$$I = m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + \dots + m_n x_n^2 = \sum m_i x_i^2$$

Energía de rotación:

$$\left.\begin{aligned} K_{rot} &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots \\ &= \frac{m_1 x_1^2 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 x_2^2 \omega_2^2}{2} + \dots \end{aligned}\right\} \Rightarrow K_{rot} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

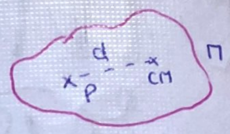
CÁLCULO MOMENTO DE INERCIA

Teorema de los ejes paralelos:

$$I_p = I_{cm} + M d^2$$

I_p ↓ I del eje

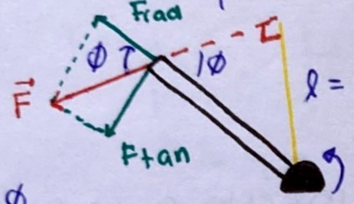
d^2 ↓ distancia entre los ejes



Dinámica de rotación

TORQUE

cuando una fuerza F actúa sobre un cuerpo, el torque de esa fuerza con respecto a un punto O es:



$\tau = F\ell$ — ℓ: brazo de palanca, $\ell = r\,\text{sen}\,\phi$

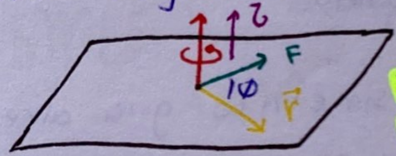
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$= \vec{r} \wedge \vec{F}$ — Unidad: N.m

$F_{rad} = F\cos\phi$

$F_{tan} = F\,\text{sen}\,\phi$

Dirección: $\vec{\tau} \perp \vec{r}$, $\vec{\tau} \perp \vec{F}$, Sentido: Regla de la mano derecha



Voy de r a F por el ángulo más chico

Obs: $W^{neto} = \Delta E$ (Trabajo)

$W^{neto} = \tau\, d\phi$ (Desplazamiento angular)

Si no hay distancia, no hay torque

DINÁMICA DE ROTACIÓN

$\sum \tau^{neto} = I\alpha$, Si $\tau^{neto} = 0 \iff \alpha = 0$ (Equilibrio estático)

TRASLACIÓN Y ROTACIÓN

Si un cuerpo rígido se mueve en el espacio girando, su movimiento puede considerarse como:

$K_{rot} = K_{rot} + K_{tras}$

$K_{rot} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$

Eje rotación: Pasa por cm

Eje traslación: ∥ a sí mismo

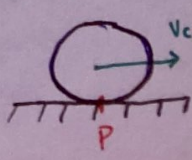
El punto de apoyo de un cuerpo que rota y se traslada sin deslizar con respecto a la superficie cumple:

Si rueda sin deslizar $E_i = E_f$ xq $W_{roz} = 0$

RSD: $V_{cm} = R\omega$

$V_{sup} = 0$ $V_{cm} = 2V_T$

$a_T = R\alpha$



TRABAJO EFECTUADO POR TORQUE

Si un torque actúa sobre un cuerpo rígido que gira, efectúa un trabajo sobre el cuerpo

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta$$

$$W = \tau(\theta_2 - \theta_1) = \tau \Delta\theta \qquad \tau = cte$$

$$W_{Tot} = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2$$

$$P = \tau \omega$$

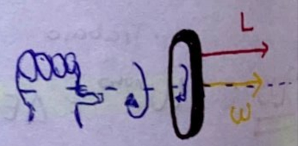
MOMENTO ANGULAR

El momento angular de una partícula con respecto a un punto O

$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$ para una partícula

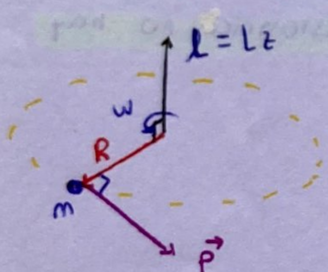
OBS: $\frac{d\bar{L}}{dt} = \vec{\tau}_{neto}$

Si un cuerpo simétrico gira alrededor de un eje de simetría, su momento angular es:



$\vec{L} = I\vec{\omega}$

$P = mV$



$L = L_z = mR^2\omega$

$|\vec{L}| = mR\omega \cdot \frac{R}{\operatorname{sen}\phi}$

Los cuerpos con simetría cumplen $L = L_z$

> Partícula: $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$
> Sistema: $\sum \vec{L}_{sis} = L_{sis}$
> Rígido: $L_z = I\omega$

OBS: $\frac{dL_{sis}}{dt} = \tau_{o\,ext}$

Ley de conservación: Si $\tau_{ext} = 0$

$\Rightarrow \vec{L}_{sis} = cte$

Muchas veces tengo que tomar al origen como punto de aplicación xq $\tau_0^{ext} = 0$ y $\vec{L} = cte$

En mov. circular: $L = mR^2\omega$
$= I\omega$

Ossilaciones

MOVIMIENTO PERIÓDICO

un movimiento periódico se repite en un ciclo definido : se presenta siempre que un cuerpo tiene una posición de equilibrio estable y una fuerza de restitución

Período $T = \frac{1}{f}$ ↳ lo que tarda un ciclo

Frecuencia: $f = \frac{1}{T}$ número de ciclos por t 1 hertz = 1 ciclo/s

Frecuencia angular: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Amplitud: valor máximo de separación respecto al equilibrio

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

Ley de Hooke : $F_x = -kx$

$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$, $\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$, $\boxed{T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$ No dependen de la amplitud

$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{-k}{m}x$, $x = A\cos(\omega t + \phi)$

$\boxed{\phi}$: ángulo de fase

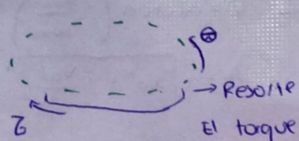
solución general: $x(t) = A_1 \operatorname{sen}(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$

energía: $E = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = cte$ → $v(max, x_x) = 0$

$v_{max} = \omega A$

MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE ANGULAR

$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$ y $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{I}}$



El toque del resorte se opone al desplazamiento angular

PÉNDULO SIMPLE

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{g/L}$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$-mg\,\mathrm{sen}\,\theta = m\ddot{x}$

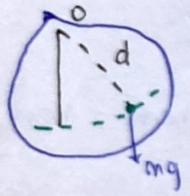
Pequeñas oscilaciones: $-g\theta = \ddot{x}$

$-\frac{g}{L}x = \ddot{x}$

$F_\theta = -mg\,\mathrm{sen}\,\theta$

Fuerza de restitución

PÉNDULO FÍSICO



$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$

$\left.\begin{array}{l} \tau_{0mg} = -mgd\,\mathrm{sen}\,\theta \\ \tau_0 = I_0\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow -mg\,d\,\mathrm{sen}\,\theta = I_0\ddot{\theta}$

$\Rightarrow -mgd\,\theta = \ddot{\theta} I\alpha$

El peso causa torque

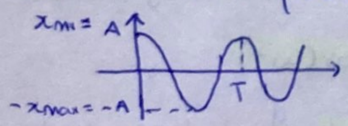
$\tau = -(mg)\,d\,\mathrm{sen}\,\theta$

$= -(mgd)\,\theta$

$\Rightarrow \sum\tau = I\alpha$

$= -\frac{mgd}{I}\theta$

OBS:
- frecuencia $\neq$ frecuencia angular
  - $\frac{1}{T}$ $\neq$ $2\pi f$
  - $\frac{1}{T}$ → cuántos ciclos de oscilación x segundo
  - $2\pi f$ → cuántos radianes por segundo corresponde esto en el círculo de referencia
- En MAS el período y la frecuencia no dependen de la amplitud. Para valores k y m, el tiempo de oscilación es el mismo.
- En MAS, la posición es una función periódica seno



para $x = A\cos(\omega t + \phi)$ en seno: $x\cos\alpha = \mathrm{sen}(\alpha + \frac{\pi}{2})$

- Velocidad y aceleración en MAS

  $v_x = -\omega A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$

  $a_x = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$

- $\phi = \arctan\left(-\frac{v_{0x}}{\omega x_0}\right)$ ángulo de fase

  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_{0x}^2}{\omega^2}}$ amplitud