

# Movimiento y leyes

## Movimiento en una dimensión

$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad a_{media} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

MRU:  $a=0$   
 $v=cte$   
 $x=x_0+vt$

MRUA:  $a=cte$   
 $v=v_0+at$   
 $x=\frac{at^2}{2}+v_0t+x_0$

## Movimiento en dos o más dim

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

Movimiento proyectil: En x: MRU  
En y: MRUA (caída libre)

altura máx:  $v_y=0$

alcance horizontal:  $y=0$

## Movimiento circular

MCU:  $v_t=cte$ , movimiento circular uniforme

velocidad angular:  $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

aceleración:  $a_t = \alpha R$ ,  $a_{to} = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$

$$a_r = \omega^2 R$$

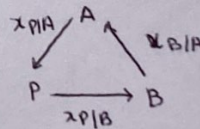
$$x = \theta R, \quad v = \omega R, \quad a = \alpha R \quad 1 \text{ rpm} \rightarrow 2\pi/60$$

## Movimiento relativo

$$x_{P/A} = x_{P/B} + x_{B/A}$$

$$v_{P/A} = v_{P/B} + v_{B/A}$$

$$a_{P/A} = a_{P/B} + a_{B/A}$$



## Leyes de Newton

1era:  $v=cte$ ,  $\Sigma F=0$

2da:  $\Sigma F = m\vec{a}$

3era:  $F_A = -F_B$

Movimiento circular:  $a = \frac{v^2}{R}$



# Curso de Cálculo DIV

## Trabajo y energía

trabajo efectuado  
por una fuerza

$W = F \times S = F \cdot s \cdot \cos \theta$   
El trabajo puede ser positivo y negativo  
Tiene que haber un desplazamiento  
 $W = F \cdot d$  donde  $d$  es el desplazamiento

energías

energía cinética:  $K = \frac{1}{2}mv^2$

energía potencial:  $U = mgh$

energía elástica:  $\Delta E_{el} = \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}kA^2$

teorema

$$W = \Delta E$$

conservación

se conserva: si sólo las fuerzas gravitacionales y elásticas realizan trabajo, por lo tanto:  $\Delta E = 0$

no se conserva: si actúa otra fuerza:  $W_F = \Delta E$ ,  $W < 0$

potencia

$$P_{med} = \frac{W}{\Delta t} \quad , \quad P = F \cdot v$$

Scanned with CamScanner

Hecho para



Aprendé de la mejor manera

Ir al Curso



# Momento y colisiones

## Momento lineal

$p = mv$  si se aplican fuerzas externas el mom. lineal no se cons.  
 $\sum F_{ext} = 0 \Rightarrow p = cte$

## Centro de masa

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_n x_n}{m_1 + \dots + m_n}$$

si  $\sum F_{ext} = 0 \Rightarrow v_{cm} = cte$

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + \dots + m_n v_n}{m_1 + \dots + m_n}$$

$$\sum F_{ext} \neq 0 \Rightarrow p_T = M_{tot} \cdot v_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{m_1 a_1 + \dots + m_n a_n}{m_1 + \dots + m_n}$$

## Colisiones

elástico:  $\Delta E = 0$ ,  $p = cte$ ,  $|v_i| = |v_f|$

inelástico:  $\Delta E < 0$ ,  $K_f < K_i$

# Equilibrio

## Primera cardinal

$$\sum F_{ext} = 0, \quad \begin{matrix} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{el cuerpo no} \\ \text{acelera} \end{matrix}$$

## Segunda cardinal

$$\sum \tau = 0 \quad \begin{matrix} \text{al rededor de cualquier punto} \\ \text{no tiene tendencia a girar} \end{matrix}$$





# LUMETRIO

## Rotación

### Cinética

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

velocidad angular:

$$v = R\omega$$

$$\text{si } \alpha = \text{cte} \Rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t$$

aceleración angular:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

$$a_r = R\alpha$$

$$n = \frac{\theta(t)}{2\pi}, \quad 1 \text{ rpm} \rightarrow \frac{2\pi \text{ rad}}{60}$$

### Momento de inercia

$$I = \sum m_i v_i^2$$

→ I del eje.

$$I_P = I_{cm} + M d^2$$

→ distancia entre los ejes

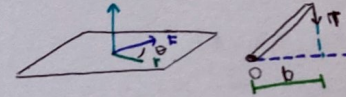
### Energía de rotación

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

### Torque

$$\tau = F b \quad \text{donde } b = \text{brazo de torsión}$$

$$b = R \sin \theta$$



Para calcular el brazo, voy desde el punto de aplicación hasta la fuerza, de manera que formen  $90^\circ$

$$W_{neto} = \Delta E \quad \text{y} \quad W_{neto} = \tau d\theta$$

### Dinámica

$$\sum \tau = I \alpha, \quad \text{si } \sum \tau = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\text{traslación: } K_t = \frac{1}{2} m v_{cm}^2, \quad \text{paralelo}$$

$$\text{rotación: } K_R = \frac{1}{2} I \omega^2, \quad \text{para por cm}$$

$$RSD: \Delta E = 0 \quad \text{y} \quad W = 0$$

$$v_{cm} = R\omega \quad \text{y} \quad a = R\alpha$$

### Trabajo

$$W_t = \Delta K_{rot}, \quad P = \tau \omega$$

### Momento angular

$$\text{partícula: } L = r \wedge p$$

$$\text{sistema: } L = L_{sis}$$

$$\text{rígido: } L = I \omega$$

$$\sum \tau_{ext} = 0 \Rightarrow L_{sis} = \text{cte}$$

Scanned with CamScanner



# Oscilaciones

## armónico simple

$$F_x = -Kx \quad \text{LEY DE HOOKE}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$a_x = -\frac{K}{m}x, \quad x = A \cos(\omega t + \phi)$$

No dependen de la amplitud

T: lo que tarda el ciclo

f: número de ciclos

## solución general

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$$

## energía

$$E = \frac{1}{2} K A^2, \quad v_{\text{max}} = \omega A$$

## armónico simple angular

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{I}}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I}}$$

El torque del resorte se opone al desplazamiento angular

## péndulo simple

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Pequeñas oscilaciones:  $\sin \theta \sim \theta$   
 $\cos \theta \sim 1$

$F = -mg \sin \theta$  Fuerza de restitución

## péndulo físico

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

El peso causa torque

La clave para estos ejercicios es determinar el torque y sabemos que:

$$\text{cte } \theta = I \ddot{\theta} \Rightarrow \omega^2 = \frac{\text{cte}}{I}$$

$$\text{cte } x = m \ddot{x} \Rightarrow \omega^2 = \frac{\text{cte}}{m}$$

