

ECM253 – Linguagens Formais, Autômatos e Compiladores

Lista de Exercícios

Métodos de prova em lógica proposicional

Marco Furlan

Fevereiro, 2021

Alunos:

Rodrigo Machado Pedreira	18.01569-7
Douglas Giacomelli Amaro Filho	19.01091-5
Lucas Pedreira Barreto	17.01106-0

1. Utilizar o **algoritmo** TestarTautologia para provar que as expressões a seguir são tautologias:

Obs. do aluno: Considerar para todos os itens abaixo que quando um elemento apresentar dois valores verdade diferentes as expressões são tautologias. Já que estamos tentando prova las falsas esse acontecimento é uma inconsistência, não é possível algo ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo em lógica proposicional, portanto é falso que não são tautologias, conseqüentemente é verdadeiro que elas são tautologias.

X = Desconhecido

(a) $[\neg B \wedge (A \rightarrow B)] \rightarrow \neg A$

$\begin{array}{c c c} i & A & B \\ \hline 0 & X & X \\ \hline 1 & V & F \\ \hline 2 & V & V \end{array}$	Assumindo: $[\neg B \wedge (A \rightarrow B)] = V$ $(\neg A) = F$	Então: 1. $B = F$ $(A \rightarrow B) = V$ $A = V$	2. $B = V$ É tautologia!
--	--	---	-----------------------------

(b) $[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$

$\begin{array}{c c c} i & A & B \\ \hline 0 & X & F \\ \hline 0 & V & F \\ \hline 2 & V & V \end{array}$	Assumindo: $[(A \rightarrow B) \wedge A] = V$ $B = F$	Então: 1. $(A \rightarrow B) = V$ $A = V$	2. $B = V$ É tautologia!
--	--	--	-----------------------------

(c) $(A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B$

i	A	B	Assumindo:	Então:	2.
0	X	F	$(A \vee B) \wedge \neg A = \text{V}$ $B = \text{F}$	1. $(A \vee B) = \text{V}$ $(\neg A) = \text{V}$	$A = \text{F}$ $A = \text{V}$
1	V	F			
2	V	F			

É tautologia!

(d) $(A \wedge B) \wedge \neg B \rightarrow A$

i	A	B	Assumindo:	Então:	2.
0	F	X	$(A \wedge B) \wedge \neg B = \text{V}$ $A = \text{F}$	1. $(A \wedge B) = \text{V}$ $(\neg B) = \text{V}$	$B = \text{F}$ $A = \text{V}$ $B = \text{V}$
1	F	X			
2	V	F			

É tautologia!

2. Traduzir em **Lógica Proposicional** os **argumentos** apresentados a **seguir** e, **depois**, **provar** que são **argumentos válidos** utilizando **seqüências de prova** com **regras de equivalência** e **regras de inferência** a partir de **hipóteses** (como apresentado em aula). Empregar os símbolos proposicionais indicados.

- (a) A colheita é boa, mas não há água suficiente. Se tivesse bastante chuva ou não tivesse bastante sol, então haveria água suficiente. Portanto, a colheita é boa e há bastante sol. (C, A, H, S)

Resposta:

$$[(C \wedge \neg A) \wedge [(H \vee \neg S) \rightarrow A]] \rightarrow (C \wedge S)$$

Prova:

- | | |
|---|--|
| 1. $(C \wedge \neg A)$ (hip.) | 5. $\neg(H \vee \neg S)$ 2,4 mt |
| 2. $[(H \vee \neg S) \rightarrow A]$ (hip.) | 6. $\neg H \wedge S$ 5, dm |
| 3. C 1, sim | 7. S 6, sim |
| 4. $\neg A$ 1, sim | 8. $(C \wedge S) \square$ 3,7, con |

- (b) Rússia tinha um poder superior, e ou a França não era forte ou Napoleão cometeu um erro. Napoleão não cometeu um erro, mas se o exército não tivesse falhado, a França seria forte. Portanto, o exército falhou e a Rússia tinha um poder superior. (R, F, N, E)

Resposta:

$$R \wedge (\neg F \vee N) \wedge [\neg N \wedge (\neg E \rightarrow F)] \rightarrow (E \wedge R)$$

Prova:

- | | |
|--|--|
| 1. R (hip.) | 5. $F \rightarrow N$ 2, imp |
| 2. $\neg F \vee N$ (hip.) | 6. $\neg F$ 5,4 mt |
| 3. $\neg N \wedge (\neg E \rightarrow F)$ (hip.) | 7. $\neg E \rightarrow F$ 3, sim |
| 4. $\neg N$ 3, sim | 8. E 7,6, mt |
| | 9. $E \wedge R$ \square 8,1, con |

- (c) Não é verdade que se as taxas de eletricidade subirem, o consumo diminuirá, nem é verdade que novas usinas de energia serão construídas ou as contas não serão atrasadas. Portanto o consumo não diminuirá e as contas serão atrasadas. (T, C, U, Co)

Resposta:

$$\neg(T \rightarrow C) \wedge \neg(U \vee \neg Co) \rightarrow (\neg C \wedge Co)$$

Prova: $(\neg C \wedge Co)$

- | | |
|---|--|
| 1. $\neg(T \rightarrow C)$ (hip.) | 5. $\neg(\neg T \vee C)$ 1, imp |
| 2. $\neg(U \vee \neg Co)$ (hip.) | 6. $T \wedge \neg C$ 5, dm |
| 3. $\neg U \wedge Co$ 2, dm | 7. $\neg C$ 6, sim |
| 4. Co 3, sim | 8. $\neg C \wedge Co$ \square 7,4, con |

- (d) Se José pegou as joias ou a Sra. Krasov mentiu, então ocorreu um crime. O sr. Krasov não estava na cidade. Se ocorreu um crime, então o sr. Krasov estava na cidade. Portanto José não pegou as joias. (J, M, C, E).

Resposta:

$$[(J \vee M) \rightarrow C] \wedge \neg E \wedge (C \rightarrow E) \rightarrow \neg J$$

Prova:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1. $(J \vee M) \rightarrow C$ (hip.) | 4. $\neg C$ 3,2, mt |
| 2. $\neg E$ (hip.) | 5. $\neg(J \vee M)$ 1,4,mt |
| 3. $C \rightarrow E$ (hip.) | 6. $\neg J \wedge \neg M$ 5, dm |
| | 7. $\neg J$ \square 6, sim |

3. Estabelecer a validade (válido ou inválido) do argumento por dedução (sequência de prova):

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow (R \wedge S)) \wedge (\neg R \vee (\neg T \vee U)) \wedge (P \wedge T)) \rightarrow U$$

1. $P \rightarrow Q$	(hip.)	7. $R \wedge S$	2,6, mp
2. $Q \rightarrow (R \wedge S)$	(hip.)	8. $R \rightarrow (\neg T \vee U)$	3, imp
3. $\neg R \vee (\neg T \vee U)$	(hip.)	9. R	7, sim
4. $P \wedge T$	(hip.)	10. $\neg T \vee U$	8, 9, mp
5. P	4, sim	11. $T \rightarrow U$	10, imp
6. Q	1, 5, mp	12. T	4, sim
		13. U \square	11, 12, mp