ECM253 – Linguagens Formais, Autômatos e Compiladores

Lista de Exercícios

Métodos de prova em lógica proposicional

Marco Furlan

Fevereiro,2021

Alunos:

Rodrigo Machado Pedreira	18.01569-7
Douglas Giacomelli Amaro Filho	19.01091-5
Lucas Pedreira Barreto	17.01106-0

1. Utilizar o **algoritmo** TestarTautologia para provar que as expressões a seguir são tautologias:

   Obs. do aluno: Considerar para todos os itens abaixo que quando um elemento apresentar dois valores verdade diferentes as expressões são tautologias. Já que estamos tentando prova las falsas esse acontecimento é uma inconsistência, não é possível algo ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo em lógica proposicional, portanto é falso que não são tautologias, consequentemente é verdadeiro que elas são tautologias.

   X = Desconhecido

   (a) $[\neg B \wedge (A \rightarrow B)] \rightarrow \neg A$

i	A	B
0	X	X
1	V	F
2	V	V

Assumindo:
$[\neg B \wedge (A \rightarrow B)] = \mathtt{V}$
$(\neg A) = \mathtt{F}$

Então:

1. $B = \mathtt{F}$
   $(A \rightarrow B) = \mathtt{V}$
   $A = \mathtt{V}$
2. $B = \mathtt{V}$

É tautologia!

   (b) $[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$

i	A	B
0	X	F
0	V	F
2	V	V

Assumindo:
$[(A \rightarrow B) \wedge A] = \mathtt{V}$
$B = \mathtt{F}$

Então:

1. $(A \rightarrow B) = \mathtt{V}$
   $A = \mathtt{V}$
2. $B = \mathtt{V}$

É tautologia!

(c) $(A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B$

i	A	B
0	X	F
1	V	F
2	V F	V

Assumindo:
$(A \vee B) \wedge \neg A =$ V
$B =$ F

Então:

1. $(A \vee B) =$ V
   $(\neg A) =$ V
2. $A =$ F
   $A =$ V

É tautologia!

(d) $(A \wedge B) \wedge \neg B \rightarrow A$

i	A	B
0	F	X
1	F	X
2	V	F V

Assumindo:
$(A \wedge B) \wedge \neg B =$ V
$A =$ F

Então:

1. $(A \wedge B) =$ V
   $(\neg B) =$ V
2. $B =$ F
   $A =$ V
   $B =$ V

É tautologia!

2. **Traduzir** em **Lógica Proposicional** os **argumentos** apresentados a **seguir** e, **depois**, **provar** que são **argumentos válidos** utilizando **sequências de prova** com **regras de equivalência** e **regras de inferência** a partir de **hipóteses** (como apresentado em aula). Empregar os símbolos proposicionais indicados.

(a) A colheita é boa, mas não há água suficiente. Se tivesse bastante chuva ou não tivesse bastante sol, então haveria água suficiente. Portanto, a colheita é boa e há bastante sol. (C, A, H, S)

Resposta:

$$[(C \wedge \neg A) \wedge [(H \vee \neg S) \rightarrow A]] \rightarrow (C \wedge S)$$

Prova:

1. $(C \wedge \neg A)$ .... (hip.)
2. $[(H \vee \neg S) \rightarrow A]$ .... (hip.)
3. C .... 1, sim
4. $\neg A$ .... 1, sim
5. $\neg(H \vee \neg S)$ .... 2,4 mt
6. $\neg H \wedge S$ .... 5, dm
7. S .... 6, sim
8. $(C \wedge S)$ $\square$ .... 3,7, con

(b) Rússia tinha um poder superior, e ou a França não era forte ou Napoleão cometeu um erro. Napoleão não cometeu um erro, mas se o exército não tivesse falhado, a França seria forte. Portanto, o exército falhou e a Rússia tinha um poder superior. (R, F, N, E)

Resposta:

$$R \wedge (\neg F \vee N) \wedge [\neg N \wedge (\neg E \rightarrow F)] \rightarrow (E \wedge R)$$

Prova:

1. R .... (hip.)
2. $\neg F \vee N$ .... (hip.)
3. $\neg N \wedge (\neg E \rightarrow F)$ .... (hip.)
4. $\neg N$ .... 3, sim
5. $F \rightarrow N$ .... 2, imp
6. $\neg F$ .... 5,4 mt
7. $\neg E \rightarrow F$ .... 3, sim
8. E .... 7,6, mt
9. $E \wedge R$ $\square$ .... 8,1, con

(c) Não é verdade que se as taxas de eletricidade subirem, o consumo diminuirá, nem é verdade que novas usinas de energia serão construídas ou as contas não serão atrasadas. Portanto o consumo não diminuirá e as contas serão atrasadas. (T, C, U, Co)

Resposta:

$$\neg(T \rightarrow C) \wedge \neg(U \vee \neg Co) \rightarrow (\neg C \wedge Co)$$

Prova: $(\neg C \wedge Co)$

1. $\neg(T \rightarrow C)$ .... (hip.)
2. $\neg(U \vee \neg Co)$ .... (hip.)
3. $\neg U \wedge Co$ .... 2, dm
4. Co .... 3, sim
5. $\neg(\neg T \vee C)$ .... 1, imp
6. $T \wedge \neg C$ .... 5, dm
7. $\neg C$ .... 6, sim
8. $\neg C \wedge Co$ $\square$ .... 7,4, con

(d) Se José pegou as joias ou a Sra. Krasov mentiu, então ocorreu um crime. O sr. Krasov não estava na cidade. Se ocorreu um crime, então o sr. Krasov estava na cidade. Portanto José não pegou as joias. (J, M, C, E).

Resposta:

$$[[(J \vee M) \rightarrow C] \wedge \neg E \wedge (C \rightarrow E)] \rightarrow \neg J$$

Prova:

1. $(J \vee M) \rightarrow C$ .... (hip.)
2. $\neg E$ .... (hip.)
3. $C \rightarrow E$ .... (hip.)
4. $\neg C$ .... 3,2, mt
5. $\neg(J \vee M)$ 1,4,mt
6. $\neg J \wedge \neg M$ .... 5, dm
7. $\neg J$ $\square$ .... 6, sim

3. Estabelecer a validade (válido ou inválido) do argumento por dedução (sequência de prova):

$$((P \to Q) \land (Q \to (R \land S)) \land (\neg R \lor (\neg T \lor U)) \land (P \land T)) \to U$$

1. $P \to Q$ ....(hip.)
2. $Q \to (R \land S)$ ....(hip.)
3. $\neg R \lor (\neg T \lor U)$ ....(hip.)
4. $P \land T$ ....(hip.)
5. P ....4, sim
6. Q ....1, 5, mp
7. $R \land S$ ....2,6, mp
8. $R \to (\neg T \lor U)$ ....3, imp
9. R ....7, sim
10. $\neg T \lor U$ ....8, 9, mp
11. $T \to U$ ....10, imp
12. T ....4, sim
13. U $\square$ ....11, 12, mp