

Problemas sobre simplificación de gramáticas

Elvira Mayordomo, Jorge Bernad, Universidad de Zaragoza

1. Dar una gramática en forma normal de Chomsky que genere cada uno de los siguientes lenguajes:
 - 1) $\{a^m b^n \mid m \geq n\}$
 - 2) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tiene exactamente el doble de } as \text{ que de } bs\}$
 - 3) $\{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$
 - 4) $\{a^m b^n c^p d^q \mid m + n \geq p + q\}$
 - 5) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$
 - 6) $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
 - 7) El lenguaje de todas las palabras sobre $\{a, b\}$ tales que cada prefijo tiene al menos tantas a s como b s
 - 8) $\{a^i b^i c^j d^j \mid i, j \geq 1\}$
 - 9) $\{a^i b^j b^i a^j \mid i, j \geq 0\}$
 - 10) $\{0^m 1^n \mid m > n \geq 0\}$
 - 11) $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ó } j \neq k\}$
 - 12) $\{a^k b^r a^m \mid m = k + r\}$
 - 13) $\{a^n b^m \mid 1 \leq n \leq 2m\}$
 - 14) $\{0^i 1^j 2^k \mid i = j \text{ ó } j = k\}$
 - 15) $\{0^n 1^m \mid m = n \text{ ó } m = 2n\}$
 - 16) $\{a^i b^j \mid i \neq j \text{ y } i \neq 2j\}$
 - 17) El conjunto de todas las palabras sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ con igual número de ceros que de unos
 - 18) $(a + b + c)^* - \{a^k b^k c^k \mid k > 0\}$
 - 19) $(a + b)^* - \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
 - 20) El lenguaje de las palabras de $a^+ b^+ a^+ b^+$ con el mismo número de a s que de b s
 - 21) $\{0^i 1^j a 2^i \mid i, j \geq 1\} \cup \{0^i 1^j b 2^j \mid i, j \geq 1\}$
 - 22) $\{a^i b^j c^k a^i \mid i \geq 1, j \geq k \geq 1\}$
 - 23) $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 1\}$
 - 24) $\{a^i b^j c^k d^l \mid i = k \text{ ó } j = l\}$

- 25) $\{a^{i+3}b^{2i+1} \mid i \geq 0\} \cup \{a^{2i+1}b^{3i} \mid i \geq 0\}$
 26) $\{a^i b^j c^k d^r \mid i + j = k + r\}$
 27) $\{a^m b^n \mid m > n\} \cup \{b^m a^n \mid m > n\}$
 28) $\{a^i b^j c^j d^k e^k f^i \mid i, j, k \geq 0\}$
 29) $\{w \mid w \in \{a, b, c\}^*\text{ con }|w|_a = |w|_b \text{ ó }|w|_b = |w|_c\}$
 30) $\{a^n b^m \mid n = 3m\}$

2. Suponer que G es una gramática en forma normal de Chomsky y $w \in L(G)$ con $|w| = l$. ¿Cuántos pasos tiene una derivación de w a partir de G ?
3. (**Examen**) Convertir la siguiente gramática a forma normal de Chomsky

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & STSa \mid \epsilon \\ T & \rightarrow & bT \mid c \end{array}$$

4. (**Examen**) Demostrar que los incontextuales son cerrados por la operación reverso, es decir, que si A es un lenguaje incontextual entonces $A^R = \{w^R \mid w \in A\}$ es un lenguaje incontextual. (Pista: Modificar la gramática que genera A para que genere A^R).