

# Problemas sobre simplificación de gramáticas

Elvira Mayordomo, Jorge Bernad, Universidad de Zaragoza

1. Dar una gramática en forma normal de Chomsky que genere cada uno de los siguientes lenguajes:

- 1)  $\{a^m b^n \mid m \geq n\}$
- 2)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tiene exactamente el doble de } as \text{ que de } bs\}$
- 3)  $\{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$
- 4)  $\{a^m b^n c^p d^q \mid m + n \geq p + q\}$
- 5)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$
- 6)  $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
- 7) El lenguaje de todas las palabras sobre  $\{a, b\}$  tales que cada prefijo tiene al menos tantas *aes* como *bs*
- 8)  $\{a^i b^j c^j d^j \mid i, j \geq 1\}$
- 9)  $\{a^i b^j b^i a^j \mid i, j \geq 0\}$
- 10)  $\{0^m 1^n \mid m > n \geq 0\}$
- 11)  $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ó } j \neq k\}$
- 12)  $\{a^k b^r a^m \mid m = k + r\}$
- 13)  $\{a^n b^m \mid 1 \leq n \leq 2m\}$
- 14)  $\{0^i 1^j 2^k \mid i = j \text{ ó } j = k\}$
- 15)  $\{0^n 1^m \mid m = n \text{ ó } m = 2n\}$
- 16)  $\{a^i b^j \mid i \neq j \text{ y } i \neq 2j\}$
- 17) El conjunto de todas las palabras sobre el alfabeto  $\{0, 1\}$  con igual número de ceros que de unos
- 18)  $(a + b + c)^* - \{a^k b^k c^k \mid k > 0\}$
- 19)  $(a + b)^* - \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- 20) El lenguaje de las palabras de  $a^+ b^+ a^+ b^+$  con el mismo número de *aes* que de *bes*
- 21)  $\{0^i 1^j a 2^i \mid i, j \geq 1\} \cup \{0^i 1^j b 2^j \mid i, j \geq 1\}$
- 22)  $\{a^i b^j c^k a^i \mid i \geq 1, j \geq k \geq 1\}$
- 23)  $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 1\}$
- 24)  $\{a^i b^j c^k d^l \mid i = k \text{ ó } j = l\}$

- 25)  $\{a^{i+3}b^{2i+1} \mid i \geq 0\} \cup \{a^{2i+1}b^{3i} \mid i \geq 0\}$
- 26)  $\{a^ib^jc^kd^r \mid i+j=k+r\}$
- 27)  $\{a^mb^n \mid m > n\} \cup \{b^ma^n \mid m > n\}$
- 28)  $\{a^ib^jc^jd^ke^kf^i \mid i, j, k \geq 0\}$
- 29)  $\{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ con } |w|_a = |w|_b \text{ ó } |w|_b = |w|_c\}$
- 30)  $\{a^nb^m \mid n = 3m\}$
2. Suponer que  $G$  es una gramática en forma normal de Chomsky y  $w \in L(G)$  con  $|w| = l$ . ¿Cuántos pasos tiene una derivación de  $w$  a partir de  $G$ ?
3. **(Examen)** Convertir la siguiente gramática a forma normal de Chomsky
- $$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & STSa \mid \epsilon \\ T & \rightarrow & bT \mid c \end{array}$$
4. **(Examen)** Demostrar que los incontextuales son cerrados por la operación reverso, es decir, que si  $A$  es un lenguaje incontextual entonces  $A^R = \{w^R \mid w \in A\}$  es un lenguaje incontextual. (Pista: Modificar la gramática que genera  $A$  para que genere  $A^R$ ).