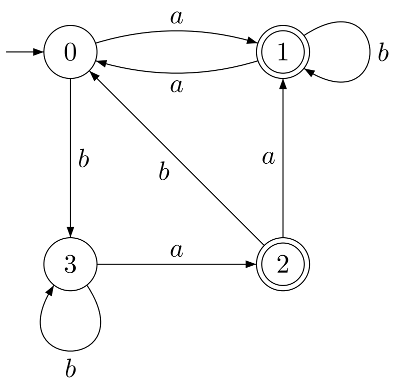
Problemas sobre Autómatas Finitos

Elvira Mayordomo, Jorge Bernad, Universidad de Zaragoza

1. Considerar el ascensor de un edificio de seis plantas y definir el autómata finito asociado a sus acciones.

2. Dado el siguiente AFD M:



   a) Escribir cuatro palabras aceptadas por M y las computaciones que lo demuestran.

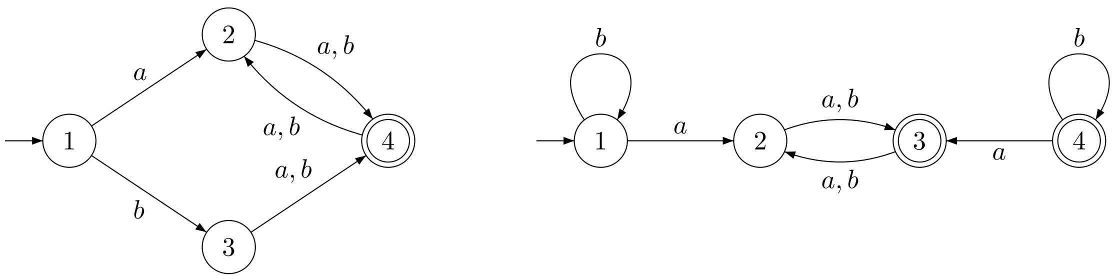
   b) Escribir cuatro palabras rechazadas por M.

3. Representar el autómata $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ dado por $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $F = \{q_0, q_1\}$ y δ dado por la siguiente tabla:

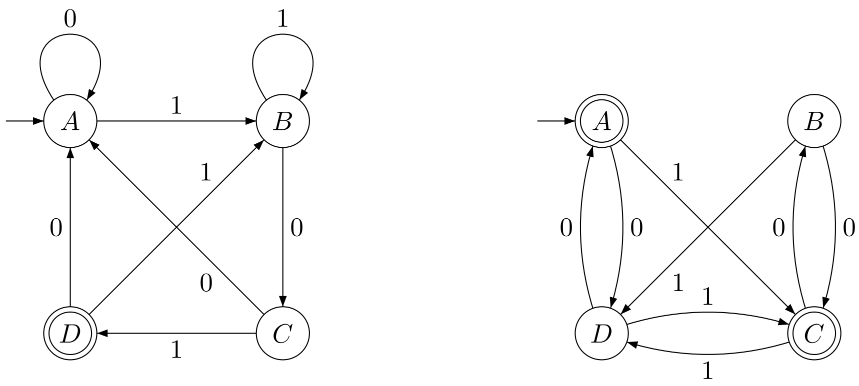
δ	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2

   y decir quién es $L(A)$.

4. ¿Qué lenguajes aceptan los autómatas siguientes?

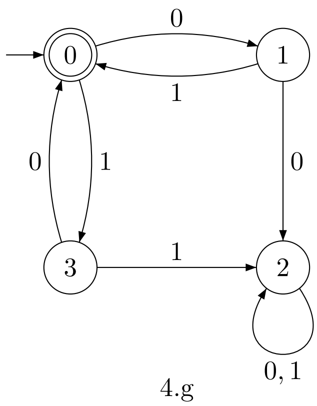


4.a y 4.b



4.c y 4.d

4.e y 4.f



4.g

a) Escribir cuatro palabras aceptadas por M y las computaciones que lo demuestran.

b) Escribir cuatro palabras rechazadas por M.

5. Dar AFD's que acepten los siguientes lenguajes:

a) Las cadenas sobre $\{a, b\}$ que acaban en aa.

b) Las cadenas sobre $\{a, b\}$ con tres as consecutivas.

c) Las cadenas sobre $\{a, b\}$ que no contienen la cadena aaa.

d) Las cadenas sobre $\{0, 1\}$ que representan múltiplos de tres escritos en binario.

e) Las cadenas sobre $\{0, 1\}$ que representan múltiplos de cinco escritos en binario.

f) El conjunto de todas las cadenas sobre $\{a, b\}$ tales que toda subcadena de cinco símbolos contiene como mínimo dos as.

g) El conjunto de todas las cadenas sobre $\{a, b\}$ tales que el quinto símbolo empezando por la derecha es una b.

h) Las cadenas sobre $\{a, b\}$ que tienen algún par de as separadas por una cadena de longitud $4i$, con $i \geq 0$.

i) El conjunto de todas las cadenas sobre $\{a, b\}$ en que todo par de as seguidas aparece delante de algún par de bs seguidas.

j) Las cadenas ϵ, 001 y 000101.

k) Las cadenas sobre $\{0, 1\}$ que empiezan con un 1 y que interpretadas como números en binario son múltiplos de 4.

l) $\{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 2n, n \in \mathbb{N}\}$ ($|w|_a$ es el número de as que contiene la cadena w).

m) $\{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 2n, |w|_b = 2m, \quad n, m \in \mathbb{N}\}$.

n) $\{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 3n, n \in \mathbb{N}$ y w no contiene $aba\}$.

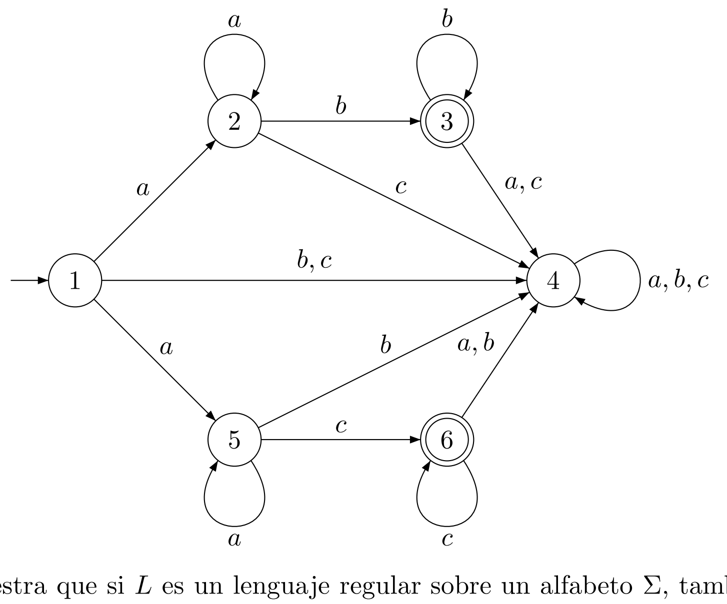
ñ) $\{xwx^R \mid x, w \in \{a, b\}^+\}$, donde para una palabra x, x^R representa la reversa de x.

o) Cadenas sobre $\{0, 1\}$ en que cada símbolo que ocupa una posición múltiplo de 3 es un 1.

p) Cadenas en que cada 1 es inmediatamente precedido y seguido de 0.

6. Demostrar que el siguiente autómata acepta el lenguaje

$$L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 1\} \cup \{a^i c^j \mid i, j \geq 1\}.$$



7. Demuestra que si L es un lenguaje regular sobre un alfabeto Σ, también son regulares los lenguajes:

a) L^2

b) L^k, para cualquier $k \geq 0$

c) $NPR(L) = \{w \in L \mid$ cualquier prefijo propio de w no pertenece a L $\}$, esto es,

$$NPR(L) = \{w \in L \mid \text{si } w = a_1 a_2 \cdots a_n, \forall j < n,\ j > 0,\ x = a_1 \cdots a_j \notin L, a_i \in \Sigma\}$$