APORTES PARA EL DESARROLLO CURRICULAR

Números y operaciones

Matemática

Primer ciclo
Escuela Primaria

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Aportes para el desarrollo curricular : Matemática, números y operaciones. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-434-9

1. Matemática. 2. Currículo de Escuela Primaria. 3. Guía del Docente. I. Título.
CDD 371.1

ISBN: 978-987-673-434-9

Ministerio de Educación e Innovación
Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología
Dirección General de Planeamiento Educativo
Gerencia Operativa de Currículum, 2019

Holmberg 2548/96, 2o piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Correo electrónico: curricula@bue.edu.ar

En este material se evitó el uso explícito del género femenino y masculino en simultáneo y se ha optado por emplear el género masculino, a efectos de facilitar la lectura y evitar las duplicaciones. No obstante, se entiende que todas las menciones en el género masculino representan siempre a varones y mujeres, salvo cuando se especifique lo contrario.

Jefe de Gobierno

Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación e Innovación

María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología

Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo

María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum

Javier Simón

Subsecretario de Ciudad Inteligente y Tecnología Educativa

Santiago Andrés

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa

Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional

Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera
y Administración de Recursos

Sebastián Tomaghelli

Aportes para el desarrollo curricular. Números y operaciones
Matemática. Primer ciclo. Escuela Primaria

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Equipo de generalistas Nivel Primario
Marina Elberger (coordinadora), Marcela Fridman, Patricia Frontini, Silvia Grabina, María Laura Malia

Equipo Matemática
María Emilia Quaranta y Héctor Ponce. Con la colaboración de Daniela Di Marco y Silvana Seoane

Fotografía de tapa: Escuela N.ª 15 “Francisco Narciso Laprida”, D.E. 3

.

Se agradecen las observaciones y los comentarios de los supervisores de escuelas de gestión estatal y privada, representantes de Escuela de Maestros, de la Dirección de Educación Primaria y de sus diversos programas vinculados a la enseñanza de la matemática, de docentes, así como de miembros de la Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa.

Edición y diseño a cargo de la Gerencia Operativa de Currículum
Coordinación editorial: María Laura Cianciolo
Edición: Gabriela Berajá, Andrea Finocchiaro, Marta Lacour y Sebastián Vargas
Diseño gráfico: Silvana Carretero, Alejandra Mosconi y Patricia Peralta
Actualización web: Leticia Lobato

Testeo de enlaces e interactividad: Daniel Wolovelsky

Estimada comunidad educativa:

Nos complace presentar este documento de Aportes para el desarrollo curricular del área de Matemática, en el marco de la actualización del *Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Primer Ciclo.*

Con este material les ofrecemos un conjunto de sugerencias y propuestas que permitan orientar y enriquecer la enseñanza en articulación con los componentes del Diseño Curricular. Su propósito es acompañar la labor profesional cotidiana de los equipos educativos de las escuelas.

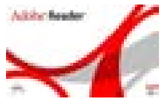
Esperamos que el formato digital en que se presenta facilite la lectura interactiva, y la navegación interna en función de los intereses y necesidades de cada proyecto formativo.

Javier Simón
Gerente Operativo de Currículum

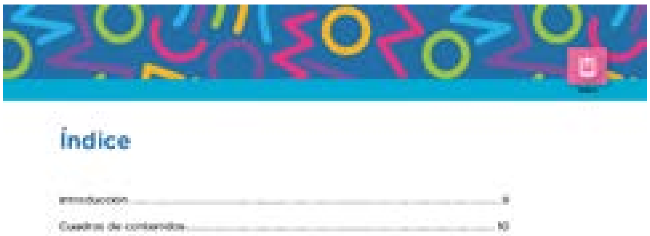
María Constanza Ortiz
Directora General de Planeamiento Educativo

Elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación del documento

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.



Índice interactivo



Enlace a los apartados del documento.

Pie de página

Volver a vista anterior → Este enlace permite regresar a la última página vista.

« 6 » → Flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página siguiente.

Íconos y enlaces

Indice
Enlace al índice general.

Enlace a los audios

Enlace a otros documentos.

Enlace a material complementario recortable.

Enlace que permite acceder a actividades que proponen el uso de la calculadora.

Este símbolo indica una cita o nota aclaratoria. Al hacer clic, se abre una ventana emergente *(pop-up)* con el texto correspondiente.
Los números son las referencias de notas que se presentan al final del documento.

1 Tales como: “Metas de aprendizaje: Niveles Inicial, Primario y Secundario de las escuelas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires” e Buenos Aires”. Ambos publicados desde la Gerencia Operativa de Currículum en el año 2012.

Estos documentos pueden leerse en línea, descargarse en su computadora e imprimirse. Para evitar inconvenientes con la interactividad es necesario descargarlos en una misma carpeta sin modificar los nombres de los archivos.

Índice

Introducción

Aportes para el desarrollo Curricular. Número y operaciones es un material complementario del *Diseño Curricular* para el área de Matemática.

A diferencia de dicho documento, su contenido no es de carácter prescriptivo. Brinda sugerencias de propuestas posibles para orientar y enriquecer el proyecto de enseñanza de los docentes, que se ofrecen como insumos para el trabajo y las decisiones sobre la enseñanza en cada institución escolar.

Los enlaces, que habilitan un ida y vuelta permanente, permiten diferentes recorridos según las necesidades de los lectores en ese momento de la búsqueda y de la dinámica de las instituciones.

El formato digital en el que se presenta este documento curricular posibilita una modalidad de lectura interactiva, que permite tanto su navegación interna como el acceso a otros materiales disponibles. Se incluyen enlaces de diversos tipos como, por ejemplo:

• documentos curriculares elaborados por la Jurisdicción;

• material teórico relacionado con los contenidos y los enfoques de enseñanza;

• secuencias didácticas, propuestas de actividades e intervenciones docentes; etcétera.

A partir de los cuadros de distribución de contenidos, se puede acceder material relacionado con cada aspecto allí explicitado. Las propuestas para la enseñanza se acompañan de "Indicadores de avance" sugeridos para considerar el progreso en los conocimientos de los alumnos en relación con la propuesta desarrollada.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Exploración de los números según diferentes contextos y funciones de uso social.		
Resolución de situaciones que movilicen el recitado y análisis de regularidades de la serie numérica oral.	Resolución de situaciones que propicien un uso cada vez más flexible de la serie numérica hablada en forma ascendente y descendente, pudiendo comenzar desde un número distinto de 1. Análisis de regularidades.	
Resolución de problemas que requieran apelar al conteo donde los números cumplan diferentes funciones: 1 • Comparar dos cantidades o realizar una cantidad igual a otra dada. • Expresar la posición de un elemento en una colección ordenada o comparar posiciones.		
Resolución de problemas que requieran la identificación de cantidades presentadas en configuraciones de uso social… de puntos, dedos, etcétera.		
Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes de 1 en 1, de 10 en 10, de 2 en 2, de 5 en 5 como recurso que economiza el conteo de cantidades más o menos numerosas. Análisis de regularidades 2 de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones.	Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50, de 100 en 100) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones. 3	Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50, de 100 en 100, de 1000 en 1000, de 500 en 500) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones. 4

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Números con diversa cantidad de cifras

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.	Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.	Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.
Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica escrita hasta aproximadamente 100.	Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 1.000.	Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 10.000.
Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.	Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.	Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.
Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, etcétera.	Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, el doble de, la mitad de.	Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, el doble de, la mitad de.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Análisis del valor posicional en la numeración escrita

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Resolución problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional.	Resolución problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional.	Resolución problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Suma y resta. Distintos tipos de problemas

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos (conteo, dibujos, sobreconteo y cálculo).	Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo los cálculos que permiten resolverlos.	Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo y utilizando los cálculos que permiten resolverlos.
	Exploración de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a nuevos significados: (búsqueda del estado inicial, incógnita en la transformación, comparación de dos estados relativos, etc.) por medio de diferentes estrategias y posterior comparación de las mismas.	

Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones.

Números y operaciones Operaciones con números naturales

Suma y resta. Cálculo exacto y aproximado

1° grado	2.° grado	3.° grado

Práctica del cálculo mental 5 para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción.

Matemática. Cálculo mental con números naturales

Utilización de *resultados numéricos conocidos* y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente *cálculos exactos y aproximados*. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas.

Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo con la situación y los números involucrados.

Dominio progresivo de los algoritmos convencionales para la adición y sustracción e investigación de otros algoritmos producidos por los alumnos o propuestos por el docente.

Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.

Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

Matemática. Documento de trabajo N°4

1.° grado

Exploración de problemas que involucren grupos de igual cantidad y repartos mediante diversos procedimientos (dibujos, conteo, sumas o restas reiteradas).

2.° grado

Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación:

- proporcionalidad simple, y
- organizaciones rectangulares,

a través de diversos procedimientos personales (dibujos, conteo, sumas reiteradas, etc.) y avanzando progresivamente en dichas estrategias.

Relación con el uso de la escritura multiplicativa.

Análisis de semejanzas y diferencias entre los problemas de suma y de multiplicación en relación con los sentidos, cálculos y escrituras.

Resolución de problemas de división vinculados a los problemas de proporcionalidad simple trabajados en relación con la multiplicación, mediante diversos procedimientos.

Resolución de algunos problemas de:

- reparto (búsqueda del valor para cada parte), y
- partición (búsqueda de la cantidad de partes)

a través de diferentes procedimientos.

3.° grado

Exploración de problemas sencillos de combinatoria apelando a diferentes procedimientos personales.

Resolución de problemas vinculados a diferentes significados de la división:

- reparto
- partición
- series proporcionales
- organizaciones rectangulares

mediante diversos procedimientos, con un análisis de lo realizado que permita hacer avanzar progresivamente dichas estrategias, vinculándolas con la multiplicación.

Identificación de la división como la operación que permite hallar el factor desconocido de una multiplicación.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

1.° grado	2.° grado	3.° grado
	Cálculo de dobles y mitades. Construcción de tablas proporcionales y análisis de unas primeras relaciones multiplicativas. Elaboración y análisis de escalas ascendentes y descendentes. Vinculación de relaciones multiplicativas con estrategias para completar tablas o resolver cálculos multiplicativos	*Cálculo de dobles y mitades*. *Construcción de tablas proporcionales* y análisis de diferentes relaciones multiplicativas. Vinculación de dichas relaciones con estrategias para completar las tablas o resolver cálculos de multiplicaciones o divisiones.
	Construcción progresiva de estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones y divisiones. • Problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple • Problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares • Problemas vinculados a diferentes significados de la división • Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Algoritmo convencional de la multiplicación Relación entre los procedimientos de sumas reiteradas y la multiplicación. Apelación a las sumas reiteradas para resolver cálculos multiplicativos.	
	Inicio de construcción de un repertorio de cálculos multiplicativos.	Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo incluyendo la construcción, el análisis de las relaciones, una reflexión acerca del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y la posterior memorización de sus resultados. Análisis de las características de las multiplicaciones por 10, 100 y 1.000. Extensión del repertorio multiplicativo a números mayores, por ejemplo para multiplicar por 20, por 500, etc. Uso del repertorio multiplicativo para resolver divisiones.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

1.° grado	2.° grado	3.° grado
		Cálculos que permitan poner en juego y analizar posteriormente las relaciones entre multiplicación y división.
		Relación entre los procedimientos más personales y el algoritmo convencional para la multiplicación. Dominio progresivo del algoritmo convencional para la multiplicación. Dominio progresivo de variados recursos de cálculo que permitan resolver divisiones: sumas o restas sucesivas, aproximaciones mediante productos, uso de resultados multiplicativos en combinación con restas, etcétera.
		Cálculo aproximado Elaboración de estrategias de cálculo aproximado de multiplicaciones para resolver problemas en los cuales no sea necesario un cálculo exacto. Anticipación de la cantidad de cifras de un cociente.

Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.

Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

1.° grado

Exploración de los números según diferentes contextos y funciones de uso social

Tanto en su recorrido por la educación inicial como en la vida extraescolar los niños participan de múltiples y diversas prácticas en las que se utiliza la numeración. En el marco de estas prácticas, los números juegan con diferentes sentidos: por ejemplo, para ubicar una dirección determinada y ubicarla en relación con otras, conocer cuánto cuesta un determinado producto, identificar un colectivo, conocer el contenido de un envase o la información nutricional de ese producto, ubicar una página de un libro, saber cuántos alumnos hay presentes y cuántos ausentes, identificar fechas, conocer calendarios o certificados de vacunas, interpretar la programación de la televisión o de la radio, leer un termómetro, una receta médica, carteles viales, identificar naipes, dados, lugares en un tablero, puntajes en un juego, reconocer el talle de una prenda, etc. En cada oportunidad, los números nos brindan diferentes informaciones "pegadas" a su uso en esos contextos particulares.

Se trata de que los alumnos accedan a algún reconocimiento respecto de dónde se utilizan y qué "nos dicen" los números en las situaciones de uso social de la numeración que se aborden. Estos usos fuertemente contextualizados serán también un punto de apoyo para ir reconociendo de a poco aspectos que refieren a los números en general, por ejemplo, "en el dinero" o "en los colectivos".

Como señalamos, los niños ya han interactuado en situaciones cotidianas o escolares con experiencias en las que se utilizaron los números. Será función de la escuela hacer circular los diversos conocimientos numéricos que encontramos en los alumnos –en este caso, en relación con cierto reconocimiento de un papel jugado en un contexto social– para que todos puedan apropiarse de ellos.

Este contenido, en general, es abordado desde los libros de textos a partir de la lectura de una imagen: se pide a los niños que identifiquen dónde encuentran números y qué nos informan. A veces se incluyen también elementos que permiten apelar a que los alumnos cuenten –por ejemplo, cuántos niños se encuentran en los juegos de la plaza–, se solicitan comparaciones, la lectura de algunos de los números propuestos, etcétera.

Sin discutir el interés del trabajo sobre la interpretación de imágenes, sugerimos ampliar este tratamiento para asegurar que no quede reducido a una actividad y al comienzo del año. Necesitamos salir del texto e incluir portadores reales de números utilizados en diferentes prácticas sociales para proponer a los niños interpretar qué información brindan. A partir de estos materiales, también puede recuperarse una actividad de uso extendido, consistente en identificar preguntas que pueden responderse o no a partir de la información contenida en esos portadores, responder aquellas que resulta posible, formular otras pertenecientes a una u otra categoría.

Por supuesto, esta identificación también se jugará en los problemas aritméticos que refieran a contextos de uso social de los números abordados a lo largo de todo el año.

Se presenta a continuación una lista de ejemplos de contextos que nos pueden ofrecer números para abordar este aspecto de los conocimientos numéricos, brindando la posibilidad de plantear diferentes preguntas relativas a dónde aparecen números, cuál es su significado, qué preguntas permiten responder esos materiales, cuáles no, en cuáles basta con buscar y leer la información, cuáles requieren hacer algo con los números para ser respondidas, etc. Estos portadores numéricos o contextos de uso –que seguramente los docentes podrán ampliar– son una base posible para pensar actividades como las que siguen:

- Catálogo de supermercado o de algún negocio.
- Periódico o revista.
- Libros: numeración de las páginas, capítulos, índice, datos de edición. Control de la biblioteca del aula.
- Álbum de figuritas.
- Entradas a un espectáculo.
- Tarjetas de invitación a cumpleaños u otros eventos.
- Facturas de servicios.
- Documentos de identidad.
- Calendario y certificados de vacunación.
- Consultorio médico.
- Programación de un canal de televisión, radio, cine.
- Información contenida en un celular. Lista de contactos de celular.
- Envases (contenido, información nutricional, fechas de elaboración y de vencimiento).
- Pantallas de televisor, programas de deportes.
- Diferentes números en un colectivo: en su exterior (patente, número de coche, velocidad máxima) y en su interior (tablero, capacidad); en un taxi.
- Pantallas de juegos electrónicos.

Indicadores de avance

Si los alumnos han participado en diferentes intercambios en los cuales se asigna una función a los números que aparecen o se usan en determinados contextos, podremos observar si logran reconocer esos significados al volver a encontrarlos en otras oportunidades. Por ejemplo, si se ha reconocido que el número del colectivo sirve para saber cuál es o si nos lleva a cierto lugar, observaremos si esta función se atribuye frente a otros números de colectivos. Más precisamente, interesa conocer si los alumnos pueden establecer que los números informan acerca de algo y, en algunos contextos muy familiares o trabajados, acerca de qué informan.

Sugerencia de actividad a partir de la programación de un canal de televisión

Se puede iniciar una exploración con todo el grupo acerca de qué programas de televisión ven, si saben en qué canal se dan, a qué hora. Una posibilidad es ir anotando esa información en un afiche para tener disponible y pedir los datos que ellos recuerden o desconozcan para que los traigan anotados desde sus casas, compartir en la clase y completar el afiche. También se puede pedir que averigüen y traigan anotados los programas que ven sus familiares, el canal en que son transmitidos y el horario.

Entre todos, se puede proponer ordenar esa información para encontrarla más rápidamente, por ejemplo según los números de los canales que se miran. Quizás se puede completar la lista con el resto de los números, correspondientes a los canales que no son vistos.

Luego, otro orden posible será según el horario. En ese caso, será necesario intervenir para explicar la relación entre las 13 y la 1, o para explicar la notación de 13:30 para las “y media” apelando también a un reloj analógico, etcétera.

A partir de esta información, se podrá discutir acerca de los canales más vistos, los menos vistos, los canales que no miran en ese grupo, los programas más o menos vistos, los horarios de mayor o menor encendido de la televisión en ese grupo, etcétera.

Se puede consultar la programación de un canal, por ejemplo, la de la TV Pública. Se les puede preguntar qué información aparece allí, dónde dice los programas y dónde los horarios, cómo están ordenados, cómo podríamos saber cuánto dura cada programa, etc. Si se puede abrir la página en una computadora, se puede ver la programación semanal recorriendo los diferentes días de la semana.

Tanto en el caso del afiche con los canales y programas vistos por los niños como en el caso de la programación de un canal, el docente podrá proponer una serie de preguntas para que decidan si se pueden responder o no con la información disponible.

En relación con la programación de la TV Pública, unas preguntas para esa actividad podrían ser, por ejemplo:

- ¿Cuáles son los programas de noticias que se pasan?
- ¿PakaPaka, lo pasan a las seis de la tarde?
- ¿Qué recetas van a preparar en el próximo programa de Cocineros Argentinos?
- ¿Cuál es el primer programa del lunes por la mañana? ¿Y el último programa por la noche?
- ¿Cuáles son los programas del día lunes que duran una hora, menos de una hora y más de una hora?
- ¿Cuántos programas pasan el día lunes? ¿Es la misma cantidad para todos los días de la semana?

El trabajo con estos interrogantes podrá hacerse colectivamente, requerirá seguramente de la mediación del docente aclarando qué se está indagando, retomando diferentes propuestas acerca de dónde puede hallarse esa información, etc. Luego, es posible pedir a los alumnos, en pequeños grupos, que piensen y dicten al docente preguntas que se puedan responder y preguntas que no se puedan responder con la información disponible en esta u otra programación.

La información disponible en los afiches elaborados –acerca de los canales en orden o de las horas en orden que en este contexto nos sirven para saber qué programas encontramos, en qué canales, en qué horarios– también servirá de referencia para saber cosas sobre los números. La lista de canales permitirá averiguar o verificar cómo se anotan o leen ciertos números. También la lista de los horarios podrá cumplir esa función de brindar información sobre la escritura de algunos números. Este recurso a las listas anotadas como fuente de información sobre los números más allá de la programación televisiva quizás tendrá que ser promovida o sugerida por el mismo docente.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

1.° grado

Resolución de situaciones que movilicen el recitado y análisis de regularidades de la serie numérica oral

Cuando se menciona la acción de contar, el lenguaje corriente refiere a dos acciones diferentes:

a) decir o recitar la serie numérica –uno, dos, tres…– fuera de una situación de enumeración de una colección, por ejemplo en el juego de la escondida; y
b) enumerar una colección para determinar “cuántos hay” o el orden de algún elemento.

Como se explicita en el apartado dedicado a los problemas que requieren conteo, la primera de esas acciones es uno de los conocimientos involucrados en la segunda, o sea el conteo de una colección supone, entre otros conocimientos integrados en un procedimiento complejo, el conocimiento de la serie ordenada de los nombres de los números. En efecto, disponer de un conjunto de palabras ordenadas para nombrar a los números es necesario para referir a una cantidad o la posición de un objeto en una serie. Ello no significa que se proponga trabajar primero situaciones de recitado de la serie numérica y recién después situaciones de conteo. Ambas se alimentan recíprocamente: así como el recitado es necesario para el conteo, este último enfrenta a la limitación de la serie conocida y a la necesidad de extenderla.

Si bien son pocas las situaciones en las que se dice la serie numérica sin utilizarla para contar una colección de elementos, abordar situaciones de este tipo es interesante porque libera de la complejidad que supone el conteo y permite ir más allá de la cantidad de elementos para los cuales los niños logran coordinar todas las relaciones que participan de este procedimiento. Por ese motivo se propone que se dedique un tiempo escolar a actividades de recitado de la serie numérica con un análisis de relaciones involucradas en la serie.

Este contenido recupera conocimientos trabajados en la educación inicial. Será necesario conocer hasta qué número pueden decir convencionalmente, qué “errores” producen, para comprender las ideas que van elaborando sobre la serie de números e interactuar con ellos.

Decir la serie de los nombres de los números aparece frente a los adultos como algo trivial, ocultándose así la complejidad y el tiempo que supone aprenderla.

En el proceso de su apropiación, los niños deben llegar a conocer y recordar los nombres de los primeros números y también desentrañar las reglas que permiten formar nuevos números.

En efecto, los niños, a través de su participación en diferentes prácticas en las que se utilizan los números, en interacción con usuarios de la serie numérica hablada –que además en muchas ocasiones buscan intencionalmente que ellos la aprendan–, encuentran que son muchos números para aprender y, al mismo tiempo, que se trata de decirlos en un determinado orden, no de cualquier manera.

Algunos autores (Guinsburg, 1989 [6]; Margolinas y Wozniak, 2012 [7]) afirman que los pequeños aprenden el primer tramo de la serie numérica hablada de manera similar a como aprenden una canción, memorizando partes a partir de ponerla en práctica de manera sostenida. Al mismo tiempo, desarrollan ideas acerca del funcionamiento de esta serie: son palabras especiales, diferentes de otras clases de palabras como las que se utilizan, por ejemplo, para designar colores; no se pueden omitir números, siguen un cierto orden (Saxe, 1988 [8]).

Los niños, en cualquier lengua, deben aprender esa serie de nombres. Si se tratase de una serie sin ninguna regularidad, aprenderla sería una empresa imposible. Su aprendizaje requiere pues el descubrimiento de esa regularidad que permite memorizar la serie y generar números. Sin embargo, los primeros diez números son un conjunto de palabras distintas que solo pueden ser conocidos a partir de la memorización que permite la frecuencia con la que los encuentran y utilizan.

Así, los primeros números solo pueden ser aprendidos como una convención. Sobre los tramos siguientes, los niños deberán ir descubriendo, a partir del uso, por ejemplo, la regularidad del 1 al 9 dentro de cada decena. Es conocida la escena de pequeños consultando acerca de cuál viene después de diecinueve para continuar hasta 29, y así a partir de la información del nombre de los nudos. En estos casos hay que apelar a la relación entre la numeración hablada y escrita como fuente de información para nombrar números, por ejemplo, a partir del uso de soportes numéricos [9] u ofreciéndoles la escritura de algunos de esos números.

Complejidad de la serie

Los nombres para los múltiplos de 10 son nuevas palabras (veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, ..., noventa) que, si bien en su mayoría guardan relación con los números del 1 al 9, también presentan su particularidad. Estos nombres, a su vez, permiten componer los siguientes nueve números (treinta y uno, treinta y dos, etc.). De a poco, los alumnos aprenderán estas palabras especiales y los modos en que se organizan para formar los nombres de los números.

A su vez, la numeración hablada presenta fuertes irregularidades: los números del 11 al 15 recurren a una formación diferente a la del resto de los números de dos dígitos; los nombres para las decenas de los "dieci" y los "veinti" no guardan relación directa con los nombres de los dígitos correspondientes. Estas irregularidades plantean dificultades a los pequeños que están tratando de atrapar la lógica de la organización de la numeración hablada. También deberán aprender que el orden en el que se siguen las decenas sigue la secuencia de los primeros nueve números.

Los errores que frecuentemente se encuentran en los recitados de la serie numérica de los alumnos aportan mucha información acerca de este intento de desentrañar las reglas que gobiernan la formación de los nombres de los números.

Por ejemplo, cuando los niños dicen "dieciuno, diecidós…" apelando a la misma formación que para el resto de las decenas; o "doce, trece, catorce, cinque", reconociendo que tiene que armar un número de esa clase para cinco, comienza como cinco y termina como los anteriores; o "veintidiez, veintionce…", componiendo el número con la nueva palabra y todos los números anteriores; "…veintinueve, cuarenta", identificando que corresponde allí una palabra de una clase particular, las que se utilizan para los comienzos de cada nuevo grupo. Estos y tantos otros errores muestran a niños muy activos buscando el entramado detrás de la numeración. Por supuesto, no se trata de conocimientos explícitos, sino de una apelación a ellos como reglas en la producción de nombres de números.

Esta apropiación progresiva de las reglas que organizan la numeración hablada tiene lugar a través de un largo período que antecede a la escuela primaria y es muy heterogéneo entre los diferentes alumnos. En principio, se evidencia una combinación de cierta memorización con una fuerte búsqueda de sentido en un intento por acceder, debajo de la superficie, a la lógica subyacente. En esta búsqueda, la relación entre la numeración hablada y la numeración escrita constituye un motor para la producción de ideas.

Progresivamente, conforme avanza el dominio de la serie, los niños van pudiendo apelar a ella con mayor flexibilidad, no como una tira rígida que debe comenzarse desde uno sin poder "entrar" desde otro número o recorrerse en sentido inverso o en saltos de a más de un número, etcétera.

Sugerencias de actividades

Como se señala a propósito del aprendizaje de la numeración escrita, las relaciones entre numeración hablada y escrita constituyen un punto de apoyo para producir nuevos conocimientos sobre ambas. La apelación a algún portador que contenga la serie numérica ordenada –por ejemplo, un centímetro de costura– puede aportar al reconocimiento de la denominación de números que siguen a partir de la relación entre los números anteriores que se fueron nombrando, la escritura correspondiente a cada uno de esos números y la información que pudiera aportarle la escritura de los que le siguen.[10]

Actividad 1

Puede entregarse un centímetro de costura a cada niño, darles un tiempo para que lo exploren, comentar si conocen ese objeto, para qué se utiliza, etc. Luego, se puede pedir que busquen hasta cuál de los números que aparecen allí pueden contar, apoyándose en los números del centímetro. También se les puede pedir que nombren los números que siguen a uno dado más cercano o más lejano en la serie, o bien, analizar cómo se puede hacer para saber la denominación de los números siguientes a aquel al cual se llegó contando.

La situación de buscar cómo nombrar los números siguientes a aquellos ya conocidos de manera convencional constituye el principal problema que queremos plantear con esta actividad. Para enfrentarla, será necesario que se explicite –por parte de los mismos alumnos o del docente– y circule información sobre los números que puedan servir de “pistas” que permitan establecer relaciones, para poder decidir acerca del nombre de los números siguientes.

Al mismo tiempo, se podrá entre todos reconocer explícitamente las irregularidades de la denominación de ciertos números.

Esto se puede retomar en diferentes momentos para ir promoviendo y registrando avances en los conocimientos sobre la serie numérica oral de los niños.

Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial. Segunda parte

Actividad 2

Otra actividad posible es analizar con toda la clase grabaciones de recitados numéricos que contengan errores, para discutir entre todos dónde residen, cómo se generan, cómo debería ser, cómo explicarle al niño de la grabación para que pueda no cometer ese error nuevamente, etcétera.

Para ello, se ofrecen a continuación dos grabaciones de recitados numéricos.

El recitado numérico de M llega convencionalmente hasta 17 (o quizás 19... dice algo en voz muy baja) y continúa “trece, catorce” y se detiene. Se puede discutir que repitió números que ya había dicho y cómo saber cuáles son los números que siguen.

En el recitado numérico de C encontramos que, después de diecinueve, sigue con treinta y, después de treinta y nueve, con ochenta. Este recitado permite tematizar con los alumnos el hecho de que después del nueve cambia por una clase de palabras de ese tipo pero no cualquiera, cómo se puede hacer para saber por cuál cambia, etcétera.

El docente podrá utilizar otras grabaciones que contengan errores en el recitado de la serie numérica oral ligados a aspectos que quiera analizar.

Otra posibilidad es que el docente anuncie qué va a contar y pida a los alumnos que estén atentos para ver si se equivoca. Esto permite que los alumnos controlen errores que comete el docente al decir la serie de números y se analice en qué consiste el error y qué es necesario tener en cuenta para decir el número correcto.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de utilizar la serie numérica oral –en situaciones de enumeración 11 o fuera de ellas–, de participar de instancias de reflexión sobre la serie y de identificación de algunas regularidades, al pedirles que “cuenten” hasta donde saben se podrían observar los progresos que ponen de manifiesto al:

- extender el intervalo de la serie que pueden nombrar convencionalmente;
- avanzar en sus posibilidades de contar desde un número distinto de 1;
- poner en práctica un cierto reconocimiento al menos implícito de algunas regularidades de la serie numérica, reconociendo la reiteración de la serie del 1 al 9 en cada decena, pero deteniéndose al llegar a 9 porque no se recuerda el nombre del número redondo siguiente.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

2.° grado Resolución de situaciones que propicien un uso cada vez más flexible de la serie numérica hablada en forma ascendente y descendente, pudiendo comenzar desde un número distinto de 1; análisis de regularidades

No podemos referirnos a la serie numérica hablada en forma totalmente desligada de su escritura, porque apelar a la relación entre numeración hablada y escrita constituye una fuente de producción de conocimientos sobre ambas. [12]

En el apartado dedicado a recitado y análisis de regularidades de la serie numérica, en primer grado, se despliega la complejidad que supone atrapar las reglas de formación de los nombres de los números integrando además las irregularidades que presenta la serie hablada. Se vuelve así necesario realizar un trabajo específico sobre la numeración oral.

Dentro de esas irregularidades, en segundo grado, por el rango de números que los niños enfrentan, deberán abordar, por ejemplo, la particularidad de cien o mil (que no incluyen "uno" en su denominación), a diferencia de doscientos, tres mil, etcétera, que sí lo hacen.

Sugerencias de actividades

Además de revisar los nombres para los primeros cien números (apoyados en la relación con su escritura), se puede avanzar solicitando a los niños que:

- cuenten a partir de un número determinado;
- cuenten en forma descendente desde un número determinado;
- digan los números anterior y posterior a un número dado;
- determinen entre qué números se encuentra un número;
- establezcan a qué número llegan si avanzan o retroceden una cantidad de números desde un número dado;
- determinen cuántos números hay entre dos números dados.

En cada caso, será necesario analizar luego cómo hacen para saber cuáles (o cuántos, según la tarea) son los números solicitados, reflexión que llevará a referir a regularidades de la numeración oral. Por ejemplo, si se trata de decir la serie en forma descendente desde 80, es necesario identificar que, como se trata del primero de ese grupo, los anteriores son los del setenta, y el último de ese grupo setenta y nueve, y luego podremos seguir, setenta y ocho…

Se puede elaborar colectivamente un “diccionario de números” que sirva como apoyo para memorizar el nombre para las diferentes decenas y centenas e ir explicitando cómo se van conformando los nombres de los números a partir de la yuxtaposición de los nombres de unos y otros. Por ejemplo:

- 100 CIEN	- 400 CUATROCIENTOS	- 700 SETECIENTOS
- 200 DOSCIENTOS	- 500 QUINIENTOS	- 800 OCHOCIENTOS
- 300 TRESCIENTOS	- 600 SEISCIENTOS	- 900 NOVECIENTOS

Indicadores de avance

A las condiciones e indicadores propuestos para primer grado se agregan ahora los siguientes:

Si los alumnos han tenido oportunidad de participar en situaciones de uso de la serie dentro o fuera de la enumeración de colecciones o en situaciones de suma o resta, en las que se trate de:

- “contar” hacia atrás;
- recitar escalas variadas, ascendentes o descendentes;
- contar grandes colecciones, para lo cual el agrupamiento de los objetos y el conteo “de a más de uno” resulta una herramienta más ajustada;
- analizar escalas –de 2 en 2; de 10 en 10 o de 5 en 5– apoyándose también en escrituras numéricas y en un análisis de la organización de la numeración escrita;
- utilizar el conteo, sobreconteo o conteo hacia atrás para resolver problemas de suma y resta.

Se podrían observar los progresos en el recurso a la serie numérica oral en las posibilidades de comenzar desde un número cualquiera, de recorrerla en forma ascendente o descendente, de a uno o de a “saltos regulares”, y de poder avanzar o retroceder una cantidad de números determinada.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

1.° grado

Resolución de problemas que requieran apelar al conteo, donde los números cumplan diferentes funciones

Conocer los números remite a diferentes aspectos y a las relaciones que guardan entre sí. Cada uno de ellos y la articulación que requieren involucran un proceso a largo plazo en el cual se van abriendo y retomando permanentemente los conocimientos ligados a esos diversos aspectos. Ya nos referimos al conocimiento de la serie numérica oral. Dijimos también que ese conocimiento es base para el aprendizaje del conteo, procedimiento que pone en correspondencia cada número de la serie con un objeto y permite así determinar el cardinal de una colección no ordenada o la posición de un elemento en una colección ordenada. La serie oral es base y al mismo tiempo avanza y se enriquece con su uso en situaciones que requieren enumerar una colección. 13

Se han escrito numerosos documentos que dan cuenta de la complejidad que supone la puesta en juego del procedimiento de conteo y el proceso que conlleva su apropiación por parte de los niños.

El procedimiento de conteo resulta un recurso de solución frente a diferentes clases de problemas:

- guardar memoria de cuántos elementos contiene una colección,
- guardar memoria del lugar que ocupa un elemento en una serie,
- establecer o guardar memoria de una medida,
- anticipar cuál será el resultado de una transformación operada sobre una cantidad. 14

Desde las propuestas de enseñanza, se tratará de enfrentar a los alumnos a problemas que remitan a las diferentes funciones de los números, sabiendo que cada una de ellas moviliza distintos significados y que el uso del conteo en una no se transfiere automáticamente a otra. En consecuencia, es necesario asumir como objetos de enseñanza el conteo y el papel que juega en diversas situaciones, así como las relaciones que estas situaciones guardan entre sí.

Aquí nos referimos a las dos primeras funciones. Retomaremos la tercera a propósito de la medición y las medidas, y la cuarta a propósito de las operaciones.

Los niños, los maestros y los números

Matemática. Las situaciones numéricas. Propuestas de trabajo para las salas de 4 y 5 años

Comparar dos cantidades o realizar una cantidad igual a otra dada

¿Cómo se obtiene, se conserva o se comunica una información sobre la cantidad de elementos de una colección cuando no es posible tener la colección delante nuestro, cuando se encuentra alejada en el tiempo o en el espacio? Por ejemplo, si es necesario saber cuántos niños estuvieron ausentes para guardarles copias de las actividades realizadas, si es necesario saber si contamos con suficientes hojas para todo el grado, etc. Por supuesto, diferentes representaciones pueden ayudar en estas tareas. Cuando las cantidades son muy pequeñas, es posible recordarlas fácilmente o armar una colección intermediaria, por ejemplo, con los dedos. La escritura puede colaborar con la elaboración de listas que también permitirán retener esa información o con la producción de una colección de marcas en una hoja.

En esas situaciones –como en casos anteriores, en los que hay que armar una colección de la misma cantidad que otra o comparar dos colecciones–, el número –oral o también escrito– ofrecido por la acción de contar constituirá un intermediario que permita reconstruir la misma cantidad que la de la colección inicial.

También es necesario apelar a este intermediario cuando se trata de comparar dos colecciones –por ejemplo, ¿alcanzarán las hojas para darle una a cada alumno del grado?, ¿cuál de los dos equipos logró tirar más bolos o juntar más tapitas?, etc.–. En algunos de estos casos, en los que la respuesta no resulta evidente a simple vista, contar cada una de las colecciones para evaluar si contienen igual, más o menos elementos que la otra es un modo de dar respuesta.

Se presenta, de esta manera, una función del conteo que permite guardar huella o memoria de una cantidad en las situaciones que así lo requieren.

Sugerencias de actividades

El documento *Matemática. Las situaciones numéricas. Propuestas de trabajo para las salas de 4 y 5 años*, perteneciente a la serie Aportes para la enseñanza. Nivel inicial, editado por la jurisdicción, presenta propuestas para trabajar diferentes funciones del conteo junto con un análisis de conocimientos involucrados en su uso en distintas situaciones.

Juego de cartas

Un juego de cartas que supone la comparación de colecciones pequeñas es el de “la guerra”, con cartas comunes hasta el 9, que cuentan con el dibujo de la cantidad indicada por cada carta.

Para jugar de a dos se distribuyen todas las cartas entre los jugadores y cada uno coloca su pilón de cartas boca abajo delante suyo. En cada ronda todos los jugadores dan vuelta la carta de arriba de su pilón. El que tiene el número mayor retira todas las cartas y las coloca boca arriba de su lado. En caso de empate gritan “guerra” y dan vuelta una segunda carta. El que obtiene la mayor retira las cuatro. Así, hasta agotar las cartas distribuidas. Gana el que logró juntar más cartas. Luego se podría extender el juego a más de dos jugadores complejizándose así la tarea de comparación.

El juego requiere la comparación de la cantidad correspondiente a las cartas bajada por los jugadores en cada vuelta que podrá realizarse mediante distintos procedimientos (reconocimiento perceptivo global cuando la diferencia es grande o los números muy pequeños, correspondencia uno a uno, conteo, conocimiento de los números escritos).

Una discusión colectiva, posterior al juego, permitirá analizar los modos mediante los cuales es posible determinar quién gana en cada vuelta.

El maestro puede seleccionar alguna jugada, real o ficticia, para explicitar y reflexionar sobre modos posibles en los que se puede decidir en cuál carta hay más. Por ejemplo, un alumno o alumna va comparando los elementos de dos cartas uno a uno, otro cuenta los elementos, mientras un tercero simplemente se refiera a los números escritos.

En el primer caso, es posible analizar que hasta donde se establece la relación uno y uno ambas cartas tienen igual cantidad y así se determina fácilmente cuál tiene más sin la necesidad de averiguar cuántos elementos tiene cada una. En el segundo de los casos, al contar, también es posible determinar qué cantidad sobrepasa a la otra, usando la serie numérica como intermediario. Finalmente, aquellos que reconocen el número escrito y apela al orden en la serie pueden establecer qué carta es mayor.

Será interesante reflexionar con los niños sobre las relaciones que guardan entre sí estos procedimientos. En el primero se hacen corresponder uno a uno elementos de cada una de las cartas. En el segundo, al contarlos, a cada elemento se hace corresponder un número y después se comparan los números. Cuando se utiliza directamente el número es “como si” se hubiera contado y se apunta a identificar que “dentro” del número está contenida la cantidad contada.

Una vez que los niños hayan jugado varias veces y se encuentren familiarizados con el juego, se les puede plantear problemas que remitan a él. Por ejemplo, dadas dos o más cartas, determinar quién ganó; dibujar una carta que le gane a otra u otras; una carta que pierda frente a otra u otras, etcétera.

Números en juego

Todos pueden aprender. Matemática en primer grado

Expresar la posición de un elemento en una colección ordenada o comparar posiciones

La función del número de permitir guardar memoria de una posición es un conocimiento que también debe ser construido por los alumnos y asumido como objeto de enseñanza desde la escuela. Se trata de poder indicar la posición en una lista utilizando los números.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

El docente podrá disponer de una serie de sobres idénticos (alrededor de 20 o 30) colocados en fila. Se puede pedir a dos alumnos que esperen fuera de la clase o de la vista de los sobres. El docente esconderá una figurita dentro de uno de ellos.

El número de orden del sobre con la figurita juega un papel importante. Se evitarán lugares muy cercanos a los extremos para que los niños no determinen la posición apelando a ese dato.

El resto de la clase, individualmente o de a dos, debe elaborar mensajes que permitan a los alumnos que están fuera encontrar el sobre con la figurita sin otra información que la de ese papel.

Los niños anotan lo que consideran necesario. Luego entran los alumnos que estaban fuera y se les entregan los mensajes.

Por supuesto, será necesario que en este momento los alumnos que estuvieron primero ante los sobres y comunicaron de alguna manera la posición del sobre con las figuritas no den ninguna otra pista ni indicación extra sobre esa ubicación. Los alumnos que reciben los mensajes tendrán que, a partir de ellos, ubicar en un solo intento el sobre buscado.

Un momento posterior al juego podrá dedicarse a discutir colectivamente los modos en que se comunicó la posición del sobre buscado. No se espera que en una primera oportunidad de juego apelen a los números. Pueden aparecer mensajes que no permitan ubicar el sobre, como el dibujo de un solo sobre o de la figurita, de varios sobres sin indicar ninguno, de varios sobres sin indicar correctamente el orden del correspondiente, etcétera.

Algunos procedimientos pertinentes podrán apelar a dibujar la serie de sobres y marcar el correcto, dibujar la serie hasta el que contiene la figurita, dibujar los sobres y enumerarlos marcando el correspondiente, anotar la serie de números marcando el correspondiente, anotar el número de orden del sobre que esconde la figurita...

En el análisis colectivo sobre los mensajes se discutirá acerca de las formas en que se ha representado en cada caso el lugar en el que está escondida la figurita y por qué habilitan o no encontrarla. Se apunta a concluir acerca de los modos que permiten ubicar el sobre con la figurita. Se volverá a jugar otras veces, variando los alumnos que salen del aula.

Una extensión de esta actividad podría consistir en plantear a los alumnos el dibujo de una serie de sobres y uno de ellos abierto y con una figurita en su interior. Se les pedirá que elaboren un mensaje para que otro alumno pueda ubicar con seguridad el sobre con la figurita. O, también, a partir de mensajes que incluyen un número y el dibujo de una serie de sobres, marcar aquel que contiene la figurita.

En esta actividad, la comunicación de la posición de un sobre mediante un número requiere identificar el extremo desde el cual se comienza a contar.

Actividad **2**

Cada alumno dispone de una tira larga de 30 a 40 cuadritos en fila. El docente cuenta con una –o más de una– similar en su escritorio, lejos de la mesa de los chicos. Marca con un punto de color uno de los casilleros alejado de los extremos.

Los alumnos se acercan al escritorio del docente, sin su tira, a observar la ubicación del punto de color. Luego deberán reproducir en sus propias tiras de cuadraditos, la ubicación del punto de color.

Los juegos que apelan a recorridos sobre un tablero numerado conllevan esta referencia a la determinación y comparación de posiciones. También es habitual trabajar este contenido a partir del orden en el que termina o sale un conjunto de jugadores en un determinado juego.

Actividad 3

Describimos a continuación un juego solitario con cartas que permite el conteo y las relaciones entre los números para determinar una posición o la relación entre diferentes posiciones de cada naipe.

Se mezclan y se colocan en fila, boca abajo, las 12 cartas de un mismo palo comenzando desde la izquierda. Se toma una, se da vuelta y se la ubica en el orden correspondiente a su número. Para ello, se debe levantar la carta que se ubica en ese lugar. Se continúa de la misma manera ahora con esta nueva carta levantada. Si se da vuelta la carta que completa el lugar dejado libre por la primera antes de ubicarlas a todas, se pierde.

Luego se podrán plantear problemas escritos que remitan a éste. Dada una carta, determinar o pintar su lugar, decidir si el lugar señalado para una carta es el correcto, etcétera.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de usar los números en múltiples y diversas situaciones en las que el conteo cumpliera distintas funciones y reflexionar sobre el modo en que se utiliza este procedimiento podrán:

- apelar al conteo –de manera convencional o no– para resolver situaciones que lo requieren;
- avanzar hacia el uso convencional del conteo –progresando en el respeto de la correspondencia entre cada elemento y un número, en la identificación de que el último número da cuenta de toda la colección–;
- progresar en las posibilidades de abordar colecciones más complejas (ya sea por su extensión, porque contienen elementos que no se pueden mover al contarlos o están desordenados, etcétera).

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

1.° grado

Resolución de problemas que requieran la identificación de cantidades presentadas en configuraciones de uso social de puntos, dedos, etcétera

Algunas representaciones de cantidades pequeñas apelan a construir una colección intermediaria, como por ejemplo palitos para anotar el puntaje en un juego de cartas, puntos en los dados, dedos de las manos, donde cada marca o dedo representa una unidad, dando cuenta así de la cantidad de aquella colección a la que hacen referencia. Así han sido las primeras escrituras históricas para las cantidades y nuestra cultura guarda formas que apelan a representaciones de las cantidades de esta naturaleza.

Apelar a estas representaciones puede colaborar a que los niños vayan construyendo representaciones internas de las cantidades y que puedan utilizarlas para establecer diferentes relaciones entre los números, tales como “el cinco es como el cuatro con uno más”, “el seis se arma con tres y tres o con dos, dos y dos”, etcétera.

Juegos para comparar colecciones

Sugerencias de actividades

En el siguiente documento se presenta una actividad dirigida al uso de configuraciones de puntos para determinar una cantidad.

Matemática. Las situaciones numéricas. Propuestas de trabajo para las salas de 4 y 5 años. Aportes para la enseñanza. Nivel Inicial. Ministerio de Educación. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Capítulo 2 (pp. 22-25).

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de trabajar con configuraciones de colecciones de marcas o elementos –como las de dedos, puntos en un dado, etc.– que los lleven a explorar las cantidades representadas por cada una de ellas, a familiarizarse con el uso de esta organización de las cantidades, ayudándolos a reconocer de manera inmediata –es decir, sin contar– las cantidades involucradas y resaltando la vinculación entre las relaciones entre cantidades identificadas y los cálculos, podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- identificar configuraciones de pequeñas cantidades;
- establecer relaciones relativas a la composición o descomposición de cantidades, tales como “con cinco y tres, se forma ocho”; “el seis son tres y tres; o dos, dos y dos; o cuatro y dos…”; “si a cinco le sacás uno, es cuatro; si le sacás tres, te queda dos; etcétera”;
- usar esas relaciones en cálculos de suma y resta.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Números con diversa cantidad de cifras

1.°, 2.° y 3.° grado

Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos

1.° grado

Una regularidad del sistema de numeración es una característica que se repite siempre de la misma manera. "Los ochenta comienzan con ocho", "los de cien van con tres cifras" son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se emprende el trabajo de indagar la organización del sistema.

Para poder establecer regularidades es necesario abordar una porción importante de la serie. Identificar, por ejemplo, que entre estos dos números −83 y 38− el treinta y ocho es el primero, porque "comienza" con tres como todos los "treintas", solo es posible si se ha tenido oportunidad de acceder a esa decena completa. Y, a su vez, establecer que esa es una característica que distingue a los "treintas" requiere que se hayan "visitado" también otras porciones de la serie con números que "comienzan" con otras cifras.

Las regularidades son consecuencia de la organización del sistema de numeración. En sistemas no posicionales como el usado por los romanos, por ejemplo, un número con más símbolos que otro no es necesariamente mayor, cuestión que sí ocurre en los sistemas posicionales,dado que más símbolos significan más potencias de la base en juego.

Ahora bien, para quienes se acercan al sistema de numeración, el descubrimiento de regularidades precede a la compresión de las razones que las producen. Establecer estas regularidades, identificarlas, utilizarlas al enfrentarse a números de los que aún no conocen su denominación es una condición necesaria para que los alumnos comiencen a reflexionar sobre ellas. Inicialmente estas reflexiones se apoyan en aspectos más figurativos −es decir en cuestiones vinculadas a los aspectos más visibles de la escritura de los números− para luego avanzar sobre aquello que está más oculto: las razones que explican estas reglas.

Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) señalan que el establecimiento de regularidades cumple con un doble objetivo:

- hace posible plantear problemas dirigidos a explicitar la organización del sistema, y
- permite generar avances en el uso de la numeración escrita.

Estos avances tienen que ver con la posibilidad de que los niños profundicen las relaciones entre la numeración hablada y la escrita (por ejemplo, en las situaciones de conteo) y también con que elaboren mejores recursos para interpretar, producir y comparar números escritos. Las propuestas que siguen remiten a estos últimos aspectos.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Dado un cuadro donde aparecen ordenados todos los números del 1 al 100, como el siguiente:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

“El castillo”, en *Los niños, los maestros y los números*

a) Encontrar todos los números que terminan en “ocho”.

b) Encontrar todos los números que empiezan con “treinta.”

Actividad 2

Dado un cuadro donde aparecen ordenados algunos números, ubicar otros a partir de ciertas informaciones.

Por ejemplo:

a) En el cuadro están anotados todos los números que ya salieron en el juego de la lotería. 15 Ubicá los siguientes números: 8; 88; 40; 48; 83; 36.

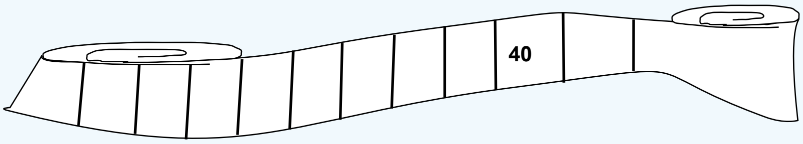
b) Decidí si ya salieron el treinta y nueve y el ochenta y dos.

	1	2	3				7		
10		12			15	16	17		
20			23	24					29
30		32			35		37	38	
					45	46			
50		52	53	54	55	56	57	58	59
60	61			64	65			68	
	71	72		74		76			
80		82			85		87		89
90									

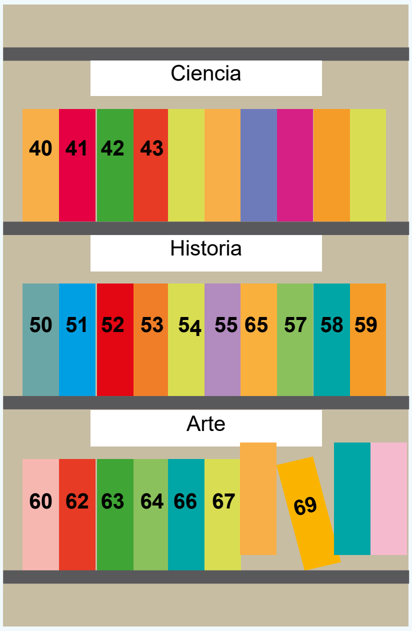
Actividad 3

Completar una serie de números a partir de ciertas informaciones. Por ejemplo:

a) En esta tira están todos los números del 0 al 100. Escribí los que van a aparecer antes del 40.



b) En la biblioteca de la escuela guardan las colecciones de DVD.



- Las películas de Ciencias van a llevar los números del 40 al 49. Escribí los números que faltan en las películas.
- Las películas de Historia van del 50 al 59. Marcá cuál de las películas que están en el estante no es de Historia.
- Las películas de Arte van del 60 al 69. Escribí los números de las películas que faltan.

Actividad 4

Juego “Búsqueda de regularidades en la grilla numérica”

En estas actividades, se trata de que la organización de los portadores numéricos 16 facilite la identificación de regularidades de la serie numérica escrita. En este apartado se está haciendo referencia en particular a la organización de las notaciones, pero las actividades propuestas también apuntan a que los niños establezcan vínculos entre la numeración hablada y la escrita. Saber el nombre de un número permite tener ciertas referencias para abordar la lectura o la escritura de otro con el que comparte ciertas características.

No se espera que los niños puedan leer desde el comienzo todos los números que aparecen en el cuadro o en el resto de los materiales, sino que sea la actividad de establecer relaciones entre unos números y otros lo que permita hacerles avanzar en sus posibilidades de leer, escribir y comparar. En ese sentido, es importante considerar que, en este caso, el objeto de estudio con el que se va a trabajar no es un número determinado (aunque en cada caso puntual se trate de la escritura de cierto número, del nombre de alguno ya escrito o de la comparación entre dos de ellos), sino la identificación de regularidades que permitan avanzar hacia la reflexión sobre el funcionamiento del sistema de numeración.

Si bien la organización de los portadores es un punto de apoyo importante en el que las actividades de enseñanza se asientan, el funcionamiento de estos materiales no resulta evidente para quienes se acercan a la complejidad de los objetos representados. Esta organización se vuelve progresivamente visible *mientras* se develan ciertas características comunes de un fragmento de la serie numérica.

Indicadores de avance

Si los alumnos han enfrentado situaciones en las que trabajaron con un rango amplio de números de dos cifras y han tenido ocasión de identificar ciertas características comunes a esos números, inicialmente apoyados en los aspectos más figurativos de la escritura numérica; si han tenido oportunidad de comenzar a formularse preguntas sobre las razones que explican esas regularidades, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Argumentar para fundamentar o rechazar ciertas escrituras para determinado número, apoyados en la organización regular de la serie numérica.
- Comparar números escritos apelando a las regularidades establecidas y elaborar criterios de comparación.

2.° grado

Una regularidad del sistema de numeración es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Los trescientos comienzan con tres”, “los de cien van con tres cifras” son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se les propone un trabajo sostenido que les permita indagar la organización del sistema.

Las regularidades son consecuencia de la organización del sistema de numeración. En sistemas no posicionales como el utilizado por los romanos, por ejemplo, un número con más símbolos que otro no es necesariamente mayor, cuestión que sí ocurre en los sistemas posicionales, dado que más símbolos significan más potencias de la base en juego.

Para poder establecer regularidades es necesario abordar una porción importante de la serie. Identificar por ejemplo, que entre estos dos números –451 y 541– el primero es el cuatrocientos cincuenta y uno porque “comienza” con cuatro como todos los “cuatrocientos”, solo es posible si se ha tenido oportunidad de acceder a distintas porciones de la serie con números de tres cifras y analizado qué características tienen en común unos números con otros y cuáles permiten distinguirlos entre sí.

Para quienes se acercan al sistema, el descubrimiento de regularidades precede la comprensión de las razones que las producen. Establecer estas regularidades, identificarlas, utilizarlas al enfrentarse a números de los que aún no conocen su denominación es una condición necesaria para que los alumnos comiencen a reflexionar sobre ellas. Como señalamos, inicialmente estas reflexiones se apoyan en aspectos más figurativos –es decir en cuestiones vinculadas a los aspectos más visibles de la escritura de los números– para luego avanzar sobre aquello que está más oculto: las razones que explican estas reglas.

Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) señalan que el establecimiento de regularidades cumple con un doble objetivo:

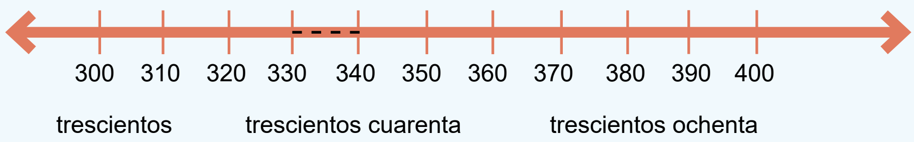
- hace posible plantear problemas dirigidos a explicitar la organización del sistema, y
- permite generar avances en el uso de la numeración escrita.

Estos avances tienen que ver con la posibilidad de que los niños profundicen las complejas relaciones entre la numeración hablada y la escrita y también con que elaboren mejores recursos para interpretar, producir y comparar números escritos. Las propuestas que siguen remiten a estos últimos aspectos.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

En esta recta están ubicados los números ordenados del 300 al 400:



a) ¿Es cierto que en la recta está el trescientos ochenta?

b) Ubicá en la recta dónde irían aproximadamente los números 399; 345; 301 y 311.

c) ¿Cuáles de estos números irían en la parte punteada de la recta: 332; 322; 383; 338; 303?

Actividad 2

En este cuadro se pueden escribir ordenados los números del 100 al 200. Algunos ya están anotados.

100		102	103	104			107		109
110		112		114		116		118	
120		122			125	126			
130		132					137		139
140		142				146	147	148	149
150		152						158	159
160		162					167	168	
170		172		174			177	178	179
180	181	182			185		187		
190		192		194	195			198	199
200									

a) ¿Es cierto que en el cuadro ya está anotado el número ciento ochenta y uno?

b) Ubicá en el cuadro estos números: 141; 143; 191; 119; 157 y 175.

c) Escribí en el cuadro todos los números que terminan en tres.

d) Escribí en el cuadro todos los números que comienzan con ciento treinta.

"El castillo", en Los niños, los maestros y los números

Actividad 3

Abajo se presenta una lista de números ordenada de menor a mayor. ¿Cómo podrían encontrarse rápidamente los siguientes números sin leerlos a todos?

a) Trescientos veinticuatro.

b) Doscientos treinta y cinco.

c) Doscientos noventa y tres.

121 - 132 - 133 - 138 - 140 - 148 - 153 - 154 - 159 - 163 - 170 - 175 - 182 - 184 - 187- 188 - 189 - 191 - 192 - 194 - 196 - 198 - 199 - 200 - 204 - 205 - 207 - 211 - 212 213 - 216 - 121 - 224 - 228 - 229 - 230 - 231 - 232 - 234 - 235 - 238 - 240 - 249 254 - 255 - 257 - 260 - 261 - 263 - 271 - 272 - 274 - 279 - 281 - 282 - 283 - 284 - 285 287 - 290 - 291- 292 - 293 - 294 - 295 - 296 - 297 - 301 - 302 - 303 - 309 - 311- 312 - 313 - 314 - 318 - 319 - 320 - 321 - 322 - 323 - 324 - 325 - 328 - 329 - 330- 331 - 332 - 336 - 338 - 339 - 400.

En estas actividades, se trata de que la organización de los portadores numéricos 17 facilite la identificación de regularidades de la serie numérica escrita. En este apartado se está haciendo referencia en particular a la organización de las notaciones, pero las actividades propuestas también apuntan a que los niños establezcan vínculos entre la numeración hablada y la escrita. Saber el nombre de un número permite tener ciertas referencias para abordar la lectura o la escritura de otro con el que comparte ciertas características.

No se espera que los niños puedan leer desde el comienzo todos los números que aparecen en la recta, en el cuadro o en el resto de los materiales, sino que sea la actividad de establecer relaciones entre unos números y otros lo que permita hacerles avanzar en sus posibilidades de leer, escribir y comparar. En ese sentido, es importante considerar que, en este caso, el objeto de estudio con el que se va a trabajar no es un número determinado (aunque en cada caso puntual se trate de la escritura de cierto número, del nombre de alguno ya escrito o de la comparación entre dos de ellos), sino la identificación de regularidades que permitan avanzar hacia la reflexión sobre el funcionamiento del sistema de numeración.

A su vez, si bien la organización de los portadores es un punto de apoyo importante en el que las actividades de enseñanza se asientan, el funcionamiento de estos materiales no resulta evidente para quienes se acercan a la complejidad de los objetos representados. Esta organización se vuelve progresivamente visible *mientras* se develan ciertas características comunes de un fragmento de la serie numérica.

Indicadores de avance

Si los alumnos han enfrentado situaciones en las que trabajaron con un rango amplio de números de tres cifras y han tenido ocasión de identificar ciertas características comunes a esos números, inicialmente apoyados en los aspectos más figurativos de la escritura numérica; si han tenido oportunidad de comenzar a formularse preguntas sobre las razones que explican esas regularidades, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Argumentar para fundamentar o rechazar ciertas escrituras para determinado número apoyados en la organización regular de la serie numérica.
- Comparar números escritos apelando a las regularidades establecidas y elaborar criterios de comparación.

3.° grado

Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Todos los de tres mil comienzan con tres”, “del mil al nueve mil van con cuatro cifras” son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se emprende el trabajo de indagar la organización del sistema.

Las regularidades son consecuencia de la organización del sistema de numeración. En sistemas no posicionales como el usado por los romanos, por ejemplo, un número con más símbolos que otro no es necesariamente mayor, cuestión que sí ocurre en los sistemas posicionales, dado que más símbolos significan más potencias de la base en juego.

Para poder establecer regularidades es necesario abordar una porción importante de la serie que permita establecer que un conjunto de números tienen cierta característica en común que los distingue del resto. Por ejemplo, la cantidad de cifras.

Para quienes se acercan al sistema, el descubrimiento de regularidades precede la comprensión de las razones que las producen. Establecer estas regularidades, identificarlas, utilizarlas al enfrentarse a números de los que aún no conocen su denominación es una condición necesaria para que los alumnos comiencen a reflexionar sobre ellas. Inicialmente, estas reflexiones se apoyan en aspectos más figurativos –es decir en cuestiones vinculadas a los aspectos más visibles de la escritura de los números– para luego avanzar sobre aquello que está más oculto: las razones que explican estas reglas. Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) señalan que el establecimiento de regularidades cumple con un doble objetivo:

- hace posible plantear problemas dirigidos a explicitar la organización del sistema, y
- permite generar avances en el uso de la numeración escrita.

Estos avances tienen que ver con la posibilidad de que los niños profundicen las relaciones entre la numeración hablada y la escrita y también con que elaboren mejores recursos para interpretar, producir y comparar números escritos. Las propuestas que siguen remiten a estos últimos aspectos.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Ordená los números 3.478; 3.847; 3.408; 3.087 3.487 y 3.807 de menor a mayor.

Actividad 2

Dado un cuadro donde aparecen ordenados algunos números, ubicar otros a partir de ciertas informaciones. Por ejemplo:

Este cuadro tiene ordenados de 10 en 10 algunos números del 2.000 al 3.000. Anotá solo los números que van en los casilleros celestes.

2.000	2.010	2.020	2.030	2.040			2.070		2.090
2.100		2.120		2.140		2.160		2.170	
2.200		2.220	2.230		2.250	2.260		2.280	
2.300	2.310			2.340			2.370		2.390
2.400			2.430	2.440				2.480	
2.500	2.510	2.520			2.550			2.580	2.590
2.600		2.620			2.650		2.670		
2.700	2.710			2.740			2.770		
2.800	2.810		2.830		2.850	2.860			2.890
2.900		2.920	2.930		2.950		2.970		
3.000									

“El castillo”, en Los niños, los maestros y los números

Actividad 3

Dada una recta numérica con algunos números anotados, ubicar otros a partir de las informaciones que se ofrecen. Por ejemplo:

En esta recta están marcados algunos números ordenados del 0 al 10.000:

a) Ubicá en la recta dónde irían aproximadamente los números 1.500; 3.001; 5.999 y 5.250.

b) ¿Entre qué números de los que ya están en la recta iría el 4.731?

c) Escribí tres números que estén entre 8.100 y 9.200.

Actividad 4

Dado un número cuyo nombre se informa, discutir cuál es el nombre de otros números cercanos. Por ejemplo,

Este número es el cuatro mil quinientos: 4.500. ¿Cómo se llamarán estos otros números?

4.800; 4.400; 4.900; 4.501; 4.510

Actividad 5

Dado un número cuyo nombre se informa, discutir cuál es la escritura correcta de otro número cercano. Por ejemplo,

Este número es el tres mil ochocientos: 3.800. ¿Cuál de estos números es el tres mil ochocientos cincuenta y cuatro?

3.854 – 3.80054 – 3.1000854

Comentarios para el docente

En estas actividades, se trata de que la organización de los portadores numéricos [18] facilite la identificación de regularidades de la serie numérica escrita. En este apartado se está haciendo referencia en particular a la organización de las notaciones, pero las actividades propuestas también apuntan a que los niños establezcan vínculos entre la numeración hablada y la escrita. Saber el nombre de un número permite tener ciertas referencias para abordar la lectura o la escritura de otro con el que comparte ciertas características.

No se espera que los niños puedan leer desde el comienzo todos los números que aparecen en la recta, en el cuadro o en el resto de los materiales, sino que sea la actividad de establecer relaciones entre unos números y otros lo que permita hacerles avanzar en sus posibilidades de leer, escribir y comparar. En ese sentido, es importante considerar que, en este caso, el objeto de estudio con el que se va a trabajar no es un número determinado (aunque en cada caso puntual se trate de la escritura de cierto número, del nombre de alguno ya escrito o de la comparación entre dos de ellos), sino la identificación de regularidades que permitan avanzar hacia la reflexión sobre el funcionamiento del sistema de numeración.

A su vez, si bien la organización de los portadores es un punto de apoyo importante en el que las actividades de enseñanza se asientan, el funcionamiento de estos materiales no resulta evidente para quienes se acercan a la complejidad de los objetos representados. Esta organización se vuelve progresivamente visible *mientras* se develan ciertas características comunes de un fragmento de la serie numérica.

Indicadores de avance

Si los alumnos han enfrentado situaciones en las que trabajaron con un rango amplio de números de cuatro cifras y han tenido ocasión de identificar ciertas características comunes a esos números, inicialmente apoyados en los aspectos más figurativos de la escritura numérica; si han tenido oportunidad de comenzar a formularse preguntas sobre las razones que explican esas regularidades, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Argumentar para fundamentar o rechazar ciertas escrituras para determinado número apoyados en la organización regular de la serie numérica.
- Comparar números escritos apelando a las regularidades establecidas y elaborar criterios de comparación.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Números con diversa cantidad de cifras

1.° grado Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica escrita hasta aproximadamente 100

Al llegar a primer grado los niños han tenido oportunidad de interactuar con números en algunas situaciones de su vida cotidiana y seguramente también de construir algunos conocimientos sobre ellos. Es muy probable que puedan leer y anotar determinados números, recitar la serie numérica hasta cierto punto, establecer –para algunos casos– que un número es mayor que otro, etcétera.

Estas ideas, aproximadas, incompletas, en algunos casos incluso erróneas, son muy diversas no solo entre los niños en el aula, sino también en un mismo alumno frente a distintos números en juego o incluso frente a diferentes tareas a resolver.

Se trata, sin embargo, de que las situaciones de enseñanza que se propongan les permitan apoyarse en ellas para poder reorganizarlas, a veces rechazarlas, elaborar otras nuevas y avanzar en la comprensión del funcionamiento del sistema de numeración. Es decir, se trata de recuperar en la escuela lo que los niños han tenido oportunidad de construir sobre los números fuera de ella e impulsar el aprendizaje desde allí.

Los números admiten la posibilidad de ser designados tanto de manera oral como con una escritura en cifras. El trabajo en la escuela debe proponer instancias que permitan a los niños elaborar conocimientos sobre estas dos formas de designación, así como también sobre las complejas relaciones entre ellas.

Para que esto sea posible es necesario que estén en contacto con una porción de números lo suficientemente amplia como para permitirles realizar un análisis de la serie y establecer ciertas regularidades. Como se ha señalado, establecer regularidades no implica acceder a las razones que les dan origen; pero para quienes intentan aprender cómo funciona este sistema de representación, las regularidades están en el inicio, se apoyan originalmente sobre aspectos figurativos de las escrituras numéricas y permiten desplegar cierto trabajo de reflexión sobre el funcionamiento del sistema.

Si bien se apunta a que los alumnos aborden una parte importante de la serie, es posible que el trabajo de sistematización esté centrado en porciones que se van ampliando a lo largo del año. Inicialmente podría tratarse de los números hasta el treinta y luego ampliar este rango hasta llegar aproximadamente a 100. No se espera que los niños conozcan y puedan interpretar y producir todos y cada uno de los números de un intervalo para extenderlo a otro, sino que se trata de que el trabajo de análisis de cierta porción permita tanto reflexionar sobre esos números en juego, como también elaborar criterios para abordar otros números más grandes que aún no se dominan.

La apropiación de la escritura convencional de los números no parece seguir el orden de la serie numérica. Los niños manejan primero algunos números redondos que constituyen puntos de apoyo y que les permiten controlar la producción de otras notaciones.

En su intento por desentrañar cómo se escriben los números, ellos elaboran conceptualizaciones acerca de su escritura a partir de ciertas informaciones que extraen de la numeración hablada y de sus conocimientos sobre estos números redondos. Al escribir números cuya escritura aún no conocen, usualmente yuxtaponen algunos dígitos o grupos de dígitos de manera que se correspondan con ciertos fragmentos de la designación oral en el orden en el que se mencionan al decir ese número. Este intento de correspondencia con la numeración hablada lleva a los niños a producir escrituras no convencionales.

El funcionamiento de ambas formas de designación es distinto, las relaciones entre ellas son complejas [19] y requieren de parte de los niños un verdadero esfuerzo para determinar en cada caso qué elementos de una deben retenerse y cuáles desecharse para producir la otra. Solo para dar un ejemplo de este vínculo complejo es posible señalar que, mientras al leer el número 84 se dice la palabra “ochenta”, en la escritura en cifras solo se escribe un 8 en una posición específica. Y, a la inversa, al escribir por ejemplo el número 304 se debe anotar el cero para señalar una posición vacía, pero al leerlo no se menciona esa cifra.

El trabajo en torno a la lectura, escritura y orden de la serie numérica también se enmarca en la resolución y análisis de diversos problemas y en la reflexión sobre los procedimientos de resolución empleados. Se trata ahora de usar números para resolver problemas que permiten producir conocimientos sobre los números.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Resolver problemas diversos vinculados al orden de la serie numérica. Por ejemplo:

a) ¿Cuáles de los siguientes números son mayores que 30?

28 - 13 - 23 - 85 - 31

b) Escribí dos números mayores que cuarenta y tres.

c) Ordená estos números de menor a mayor: 84 - 31 - 90 - 45

d) ¿Es cierto que todos estos números están entre 40 y 50?

41 - 54 - 74 - 43 - 52

Actividad 2

Resolver problemas diversos vinculados al orden de la serie numérica. Por ejemplo:

a) Decidí cuáles de estas etiquetas indica treinta y cinco: **305** **35** **53**

b) ¿Cómo se llama este número? **84**

Actividad 3

Utilizar un cuadro ordenado con números del 1 al 100 para analizar regularidades del sistema. Por ejemplo:

	1	2		4	5		7	8	
10		12			15		17		19
20			23	24	25	26	27	28	29
30		32	33	34		36		38	39
40	41				45	46	47	48	
		52		54	55				59
	61		63		65	66	67	68	
70	71	72		74		76	77	78	79
	81		83			86			89
90	91	92		94	95		97	98	
100									

a) Escribí los números que corresponden a los casilleros pintados.

b) ¿Es cierto que en el cuadro está escrito el número ochenta y cuatro?

Comentarios para el docente

En los ejemplos presentados, vinculados a las situaciones de orden, se apunta a que los niños puedan reflexionar sobre algunas regularidades de la serie escrita. Por ejemplo, en el punto d) de la actividad 1, se trata de que puedan analizar y apoyarse en que los números que están entre 40 y 50 comienzan con 4.

Los problemas donde se ponen en juego las relaciones entre el nombre de un número y su escritura en cifras (35 y 84) permiten analizar que, para el 84, un punto de apoyo o número conocido que dé pistas para saber de qué número se trata, puede ser el 80. Algo similar ocurre con el 35. Si 30 se escribe con dos cifras, entonces 35 también llevará dos cifras porque todos los "treinta y..." se escriben con dos cifras.

En la situación vinculada al cuadro numérico, se trata de que la organización de ese portador 20 facilite la identificación de regularidades de la serie numérica en el rango con el que se está trabajando.

No se espera que los niños puedan, desde el inicio de la tarea, leer todos los números que aparecen en el cuadro, sino que sea el establecimiento de relaciones entre unos números y otros lo que permita hacerles avanzar en sus posibilidades de interpretar, escribir y comparar.

A su vez, si bien la organización de los portadores es un punto de apoyo importante en el que las actividades de enseñanza se asientan, el funcionamiento de estos materiales no resulta evidente para quienes se acercan a la complejidad de los objetos representados. Esta organización se vuelve progresivamente visible mientras se develan ciertas características comunes de un fragmento de la serie numérica.

Como puede verse, el propósito de las actividades sobrepasa la idea de ordenar o de determinar cuál es la escritura correcta en cifras de un número a partir de su nombre. Estas cuestiones son muy importantes y los niños deben aprenderlas, pero la intención de proponerlas tiene que ver con la posibilidad de pensar en las reglas que rigen el sistema. Se trata entonces de tener en el horizonte la idea de que se está haciendo referencia a unos números determinados en una actividad específica para elaborar criterios generales que sirvan para estos números y también para muchos otros.

Indicadores de avance

Si los alumnos han enfrentado situaciones en las que trabajaron con un rango amplio de números de dos cifras y han tenido ocasión de establecer relaciones entre los nombres de los números y su escritura; si han podido identificar regularidades tanto en la serie oral como escrita, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Leer, escribir y ordenar números hasta aproximadamente el 100.
- Utilizar la información que brinda el nombre y la escritura en cifras de un número conocido para averiguar el nombre de otro número o tener indicios sobre su expresión escrita.
- Ordenar números de dos cifras.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Números con diversa cantidad de cifras

2.° grado

Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 1.000

Para abordar la lectura, la escritura y el orden de la serie numérica en segundo grado, es importante recuperar los conocimientos que los niños hayan elaborado previamente. El nombre y la escritura de algunos números de dos cifras, el análisis de la información que brinda la designación de un número o la escritura y lectura de ciertos números redondos, el análisis de ciertas regularidades del sistema de numeración, constituyen elementos que pueden formar parte de esta revisión.

Una cuestión importante en el avance de los conocimientos que los niños puedan construir es la ampliación del rango numérico en juego. En efecto, se trata ahora de que puedan interpretar, producir y ordenar correctamente números de tres cifras.

Este aumento en el tamaño de los números representa un desafío para ellos, ya que los conocimientos producidos a propósito de aquellos que tienen dos cifras no son directamente generalizables a otros más grandes. Es decir, aun cuando los niños tienen cierto dominio sobre los números de dos dígitos en relación con sus posibilidades de leerlos y anotarlos, esta extensión los enfrenta (nuevamente) al problema de establecer relaciones entre el nombre y la notación. Por esa razón, es posible encontrar escrituras yuxtapuestas que se corresponden con fragmentos de la designación oral cuando intentan escribir números de los que aún no conocen su expresión escrita. Por ejemplo: 31000 para 3000; 1000300 para 1300, etcétera.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Ordenar un conjunto de números de tres cifras de menor a mayor. Por ejemplo:

a) Ordená estos números de menor a mayor: 234 - 802 - 308 - 189

b) Estos números están ordenados de menor a mayor. ¿Dónde debería ubicarse el 348 para que se mantenga el orden?

125 - 215 - 289 - 305 - 398

c) ¿Es cierto que todos estos números están entre 400 y 500?

478 - 405 - 784 - 499 - 504

Actividad 2

Establecer la escritura correcta en cifras de un número, dado su nombre. Por ejemplo:

¿Cuál de estos números es el cuatrocientos ocho?: 4108 - 804 - 4008 - 408.

Actividad 3

Identificar un número a partir de informaciones que se dan sobre él: está entre 300 y 400, es mayor que 350, viene antes que el 360, termina en 8.

Actividad 4

Utilizar un cuadro de números entre 200 y 300 para analizar regularidades del sistema. Por ejemplo:

200	201	202		204	205			208	209
210		212			215		217		
220			223	224					229
		232			235		237	238	
240		242				246	237		
		252		254	255	256		258	259
260	261			264	265			268	
270				274		276			
		282			285		287		289
290			293		295		297		299
300									

a) Ubicá en el cuadro los siguientes números: 222; 257; 239.

b) ¿Es cierto que en el cuadro está escrito el número doscientos treinta y uno?

c) Anotá en el cuadro todos los números que terminen en ocho.

En los ejemplos presentados, vinculados a las situaciones de orden, se apunta a que los niños puedan reflexionar sobre algunas regularidades de la serie escrita. Por ejemplo, en el problema c) de la actividad 1, se trata de que puedan analizar y apoyarse en que los números que están entre 400 y 500 comienzan con 4.

El problema donde debe determinarse cuál de los números es el cuatrocientos ocho permite analizar que, como ese número es un cuatrocientos, su escritura debe tener tres cifras como todos los cienes (por lo que todas las expresiones con otra cantidad de dígitos quedan descartadas). Pero además brinda la posibilidad de discutir –como los números más pequeños también– que no todo lo que se dice de un número debe anotarse. En este caso se menciona el cien, pero no debe aparecer ningún 100 en la escritura.

En la situación vinculada al cuadro numérico, se trata de que la organización de ese portador 21 facilite la identificación de regularidades de la serie numérica en el rango con el que se está trabajando.

No se espera que los niños puedan, desde el inicio de la tarea, leer todos los números que aparecen en el cuadro, sino que sea el establecimiento de relaciones entre unos números y otros lo que permita hacerles avanzar en sus posibilidades de interpretar, escribir y comparar.

Si bien la organización de los portadores es un punto de apoyo importante en el que las actividades de enseñanza se asienta, el funcionamiento de estos materiales no resulta evidente para quienes se acercan a la complejidad de los objetos representados. Esta organización se vuelve progresivamente visible mientras se develan ciertas características comunes de un fragmento de la serie numérica.

Como puede verse, el propósito de las actividades sobrepasa la idea de ordenar o de determinar cuál es la escritura correcta en cifras de un número a partir de su nombre. Estas cuestiones son muy importantes y los niños deben aprenderlas, pero la intención de proponerlas tiene que ver con la posibilidad de pensar en las reglas que rigen el sistema. Se trata entonces de tener en el horizonte la idea de que se está haciendo referencia a unos números determinados en una actividad específica para elaborar criterios generales que sirvan para estos números y también para muchos otros.

Indicadores de avance

Si los alumnos han enfrentado situaciones en las que trabajaron con un rango amplio de números de tres cifras y han tenido ocasión de establecer relaciones entre los nombres de los números y su escritura; si han podido identificar regularidades tanto en la serie oral como escrita, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Leer, escribir y ordenar números hasta aproximadamente el 1.000.
- Utilizar la información que brindan el nombre y la escritura en cifras de un número conocido para averiguar el nombre de otro número o tener indicios sobre su expresión escrita.
- Ordenar números de tres cifras.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Números con diversa cantidad de cifras

3.° grado

Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 10.000

Una parte del trabajo con los números que se propone para el aula apunta a que los niños puedan explorar notaciones de distinta cantidad de cifras a lo largo del año y que estudien de modo sistemático un rango numérico específico. En el caso de tercer grado se trata de que los niños puedan leer, escribir y ordenar números hasta aproximadamente 10.000.

Para abordar la lectura, la escritura y el orden de la serie numérica en este grado, es importante recuperar los conocimientos que los niños hayan elaborado en segundo grado. El nombre y la escritura de algunos números de tres cifras, el análisis de la información que brinda la designación de un número o la escritura y lectura de ciertos números redondos constituyen elementos que pueden formar parte de esta revisión.

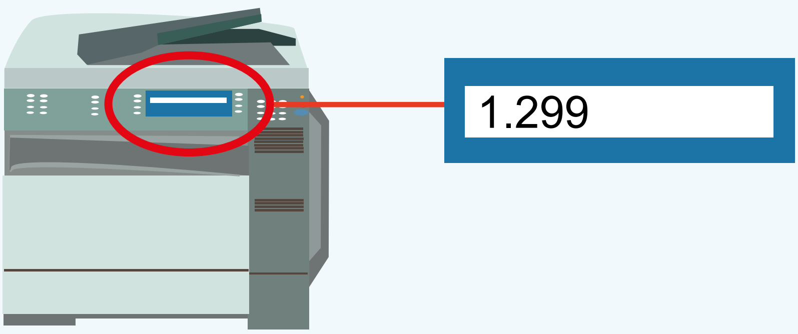
Se trata ahora de profundizar estas propuestas ampliando el rango numérico y proponiéndoles problemas a los niños que les permitan explicitar relaciones entre la serie escrita y oral, recurrir a números redondos y analizar ciertas regularidades del sistema de numeración. Es decir, se trata de usar números para resolver problemas que permiten producir conocimientos sobre los números.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Ordenar un conjunto de números de cuatro cifras de menor a mayor. Por ejemplo:

a) En esta impresora queda registrada la cantidad de copias que se realizan:



- ¿Cuál fue el número que se leía en el contador de la impresora antes de sacar la última copia?
- Escribí qué números van a aparecer si se sacan tres copias más.

b) Estos números están ordenados de menor a mayor. ¿Dónde debería ubicarse el 5.031 para que se mantenga el orden?

4.531 - 5.001 - 5.013 - 5.108 - 5.301

c) ¿Es cierto que todos estos números están entre 4.000 y 5.000?

4.321 - 4.034 - 1.792 - 2.999 - 4.504

Actividad 2

Establecer la escritura correcta en cifras de un número, dado su nombre. Por ejemplo: ¿Cuál de estos números es el tres mil ocho?:

3.1008 - 3.0008 - 3.108 - 3.008

Actividad 3

Escribir un número en letras o en cifras a partir de tener la información de su nombre o de su escritura usando dígitos. Por ejemplo: en el banco se firman recibos cuando se retira dinero por la ventanilla. Las cantidades se escriben en letras y números. Completá este recibo:


RECIBO Nº

de

Recibí de

La cantidad de

en concepto de

ORIGINAL

Son $5380

Firma y Aclaración

Material para trabajar en el aula

Actividad 4

Utilizar un cuadro de números ordenados de 10 en 10 para analizar regularidades del sistema. Por ejemplo:

7.000	7.010	7.020	7.030	7.040				7.080	7.090
7.100		7.120			7.150	7.160		7.180	
		7.220	7.230	7.240	7.250	7.260		7.280	7.290
7.300					7.350		7.370		
7.400		7.420		7.440		7.460		7.480	
			7.530				7.570	7.580	7.590
	7.610		7.630	7.640	7.650			7.680	
7.700				7.740				7.780	
				7.840	7.850		7.870	7.880	7.890
7.900	7.910			7.940				7.890	7.990
8.000									

a) Escribí los números que van en los casilleros pintados.

Comentarios para el docente

En los ejemplos presentados, vinculados a las situaciones de orden, se apunta a que los niños puedan reflexionar sobre algunas regularidades de la serie escrita. Por ejemplo, en el problema c) de la actividad 1 se trata de que puedan analizar y apoyarse en que los números que están entre 4.000 y 5.000 comienzan con 4.

El problema donde debe determinarse cuál de los números es el tres mil ocho permite analizar que como ese número es un tres mil, su escritura debe tener cuatro cifras como todos los números entre mil y nueve mil (por lo que todas las expresiones con otra cantidad de dígitos quedan descartadas). Pero además la posibilidad de discutir, incluso en números más pequeños, que no todo lo que se dice al nombrar un número debe anotarse cuando se lo escribe.

En la situación vinculada al cuadro numérico, se trata de que la organización de ese portador [22] facilite la identificación de regularidades de la serie numérica en el rango con el que se está trabajando.

No se espera que los niños puedan, desde el inicio de la tarea, leer todos los números que aparecen en el cuadro, sino que sea el establecimiento de relaciones entre unos números y otros lo que permita hacerles avanzar en sus posibilidades de interpretar, escribir y comparar.

A su vez, si bien la organización de los portadores es un punto de apoyo importante en el que las actividades de enseñanza se asientan, el funcionamiento de estos materiales no resulta evidente para quienes se acercan a la complejidad de los objetos representados. Esta organización se vuelve progresivamente visible mientras se develan ciertas características comunes de un fragmento de la serie numérica.

Como puede verse, el propósito de las actividades sobrepasa la idea de ordenar o de determinar cuál es la escritura correcta en cifras de un número a partir de su nombre. Estas cuestiones son muy importantes y los niños deben aprenderlas, pero la intención de proponerlas tiene que ver con la posibilidad de pensar en las reglas que rigen el sistema. Se trata entonces de tener en el horizonte la idea de que se está haciendo referencia a unos números determinados en una actividad específica para elaborar criterios generales que sirvan para estos números y también para muchos otros.

Indicadores de avance

Si los alumnos han enfrentado situaciones en las que trabajaron con un rango amplio de números de cuatro cifras y han tenido ocasión de establecer relaciones entre los nombres de los números y su escritura; si han podido identificar regularidades tanto en la serie oral como escrita, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Leer, escribir y ordenar números hasta aproximadamente el 10.000.
- Utilizar la información que brinda el nombre y la escritura en cifras de un número conocido para averiguar el nombre de otro número o tener indicios sobre su expresión escrita.
- Ordenar números de cuatro cifras.

Números y operaciones **Números naturales y sistema de numeración**

Números con diversa cantidad de cifras

1.°, 2.° y 3.° grado

Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio

1.° grado

A lo largo de las actividades que se sugieren para abordar con los niños, el tamaño de los números es una característica de los problemas que puede modificarse según el propósito de enseñanza.

Así, por ejemplo, si el trabajo está centrado en la resolución y el análisis de problemas vinculados a la utilización del conteo para resolver unos primeros problemas aditivos [23], es conveniente proponer números relativamente pequeños para que sea posible (y a la vez algo complejo) determinar contando el total de la colección en juego.

Si el objetivo es, en cambio, identificar regularidades en la serie numérica para interpretar, producir o comparar números escritos, es necesario abordar una parte importante de la serie –incluso con números cuya denominación los niños aún no conocen–. En ese caso se trata de que los alumnos enfrenten un estudio más sistemático que les permita establecer progresivamente cierto dominio sobre ese conjunto de números.

En otras ocasiones, el trabajo puede orientarse a investigar regularidades en la serie escrita y oral sin limitar el tamaño de los números. Se trata de una tarea exploratoria que permita a los niños extender sus reflexiones iniciales, asomarse a problemas nuevos y también profundizar los conocimientos sobre el rango numérico que deben dominar; es decir, de abordar unos números de los que inicialmente no se sabe su nombre para ampliar el conjunto de los que ya son "conocidos" y también para que ese estudio impacte sobre el rango que los niños progresivamente deben dominar. En efecto, considerar la cantidad de cifras en la escritura, identificar que las posiciones tienen relevancia o buscar relaciones entre la escritura de un número y su designación oral son cuestiones que se actualizan al abordar nuevos números, tanto porque permiten elaborar conocimientos sobre ellos como también porque al hacerlo se jerarquizan como aspectos a considerar cuando estos objetos se estudian. A su vez, asomarse a nuevos problemas [24] significa que algunas cuestiones específicas surgen de la ampliación del rango numérico. Por ejemplo, el empleo de números de cuatro o más cifras conlleva la utilización del punto para separar grupos de cifras y plantea

Propuestas de actividades para el logro de los objetivos de aprendizaje. Matemática. Primer ciclo

la irregularidad en la denominación de las potencias de diez más allá de 10 [25], cuestiones que no podrían abordarse al trabajar con un recorte de cifras menor.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

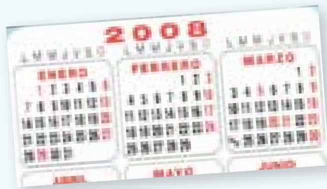
Dado un conjunto de almanaques (que los niños tienen disponibles) analizar colectivamente las referencias a los años que allí se indican. [*]

Por ejemplo:

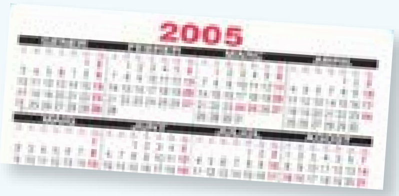
a) ¿Cuál de estos almanaques es de este año?

b) Escriban el número que indica el año en un almanaque del año pasado.

c) Este es el almanaque que indica el año en el que nació Nicolás:



Este es el almanaque que indica el año en el que nació Ana:



¿Quién de los dos nació primero?

Actividad 2

Dado un conjunto de monedas del mismo valor y de distintos años de emisión que los niños tienen disponibles, analizar colectivamente las referencias a los números que allí figuran. Por ejemplo:





Material para trabajar en el aula

a) Analizar colectivamente la información referida a los años de emisión numérica que portan las monedas. Por ejemplo:
   - Indagar qué significa cada uno de los números que aparecen.
   - Encontrar la moneda más nueva y la más vieja.
   - Buscar si alguna de ellas fue fabricada el año pasado.
   - Escribir el número que tendría una moneda fabricada el año próximo.

b) Dados dos o más números cuyo nombre se desconoce, y tienen igual o distinta cantidad de cifras, determinar cuál es el mayor u ordenarlos a partir de analizar los dígitos que lo componen.

c) ¿Cuál de estos dos números es más grande: 1.002 o 999? ¿Cómo te das cuenta?

d) Ordená estos números de menor a mayor:

21 - 102 - 99 - 300 - 1.200

Este tipo de propuestas, donde se trata de explorar ciertos números, apunta a que los niños tengan oportunidad de conjeturar y debatir sobre sus nombres y las escrituras involucradas. Se trata entonces de situaciones cuya gestión es mayoritariamente grupal o colectiva y donde se apunta a establecer criterios y regularidades que pueden quedar registradas en el aula como material de consulta sin pretender que los alumnos aprendan a leer o a escribir números de esta cantidad de cifras.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de explorar números que superan el rango que habitualmente abordan; si han participado de situaciones en las que debían elaborar conjeturas sobre la lectura y escritura de números "grandes"; si han podido indagar algunas regularidades vinculadas a la cantidad de cifras o a las relaciones entre la designación de un número y su escritura y han establecido algunas conclusiones sobre estas cuestiones, los niños podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Interpretar y producir algunos números de un rango mayor al que abordan sistemáticamente, sin alcanzar convencionalidad de manera estable con escrituras de esa cantidad de cifras.
- Utilizar la información que brindan el nombre y la escritura en cifras de un número conocido para averiguar el nombre de otro número o tener indicios sobre su expresión escrita.
- Considerar la cantidad de cifras de una escritura numérica como una característica que permite tener algún indicio sobre el rango de un número.

2° grado

El trabajo con números que tienen una cantidad de cifras que supera el intervalo de dominio apunta a que los alumnos puedan investigar regularidades en la serie escrita y oral sin limitar su tamaño. Se trata, en ese caso, de una tarea exploratoria que permita a los niños extender sus reflexiones iniciales, asomarse a nuevos problemas y también profundizar los conocimientos sobre el rango numérico que deben dominar; es decir, de abordar unos números de los que inicialmente no se sabe su nombre para ampliar el conjunto de los que ya son "conocidos" y también para que ese estudio impacte sobre el rango que los niños progresivamente deben dominar. En efecto, considerar la cantidad de cifras en la escritura, identificar que las posiciones tienen relevancia o buscar relaciones entre la escritura de un número y su designación oral son cuestiones que se actualizan al abordar nuevos números, tanto porque permiten elaborar conocimientos sobre ellos como también porque al hacerlo se jerarquizan como aspectos a considerar cuando estos objetos se estudian. A su vez, asomarse a nuevos problemas [26] significa que algunas cuestiones específicas surgen de la ampliación del rango numérico. Por ejemplo, el empleo de números de cuatro o más cifras conlleva la utilización del punto para separar grupos de cifras y plantea la irregularidad en la denominación de las potencias de diez más allá de 10 [27], cuestiones que no podrían abordarse al trabajar con un recorte de cifras menor.

El tamaño de los números es una característica de los problemas, que puede modificarse según el propósito de enseñanza. Así, por ejemplo, si se trata de centrar la tarea en la resolución de distintos problemas vinculados a la suma y a la resta donde el trabajo con las producciones se focaliza en el análisis de los cálculos que permiten hallar la solución, los números deben ser relativamente bajos para que los niños puedan operar con ellos.

Si el objetivo es, en cambio, identificar regularidades en la serie numérica para interpretar, producir o comparar números escritos, es necesario abordar una parte importante de la serie con números de tres cifras –aun cuando los niños no conozcan su denominación–. En ese caso se trata de que los alumnos enfrenten un estudio más sistemático que les permita establecer progresivamente cierto dominio sobre ese conjunto.

Números "distintos" (en su magnitud) permiten, entonces, abordar propuestas con objetivos diferentes. Entre las múltiples direcciones en las que el trabajo con el sistema de numeración se despliega en el primer ciclo, el análisis de ciertos números "grandes" es un recurso que permite profundizar las reflexiones de los niños sobre el sistema, aun cuando se trate de números que no utilicen para operar o que no lean o escriban usualmente.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Dados varios números grandes escritos e información acerca de su nombre, discutir el nombre y la escritura de otros números cercanos. Por ejemplo:

a) Si 10.000 es diez mil. ¿Cómo se llamarán estos?: 20.000 - 30.000 - 40.000

b) Si este número es *un millón*: 1.000.000. ¿Cuál de estos números será el dos millones?:

2.000 - 2.000.000 - 2.1.000.000

c) Consultá la información de la tabla para saber cómo se llaman los siguientes números:

Información	**¿Cómo se llaman estos números?**
1.000 mil 10.000 diez mil 100.000 cien mil 1.000.000 un millón 10.000.000 diez millones	a) 50.000 b) 100.100 c) 250.000 d) 1.000.001

d) Si este número es el trescientos mil, 300.000. ¿Cómo se escribirá el trescientos mil cuarenta?

Actividad 2

Dados dos o más números que tienen igual o distinta cantidad de cifras y algunos de cuyos nombres no se saben, determinar cuál es el mayor u ordenarlos a partir de analizar los dígitos que lo componen. Por ejemplo:

a) ¿Cuál de estos dos números es más grande: 80.999 o 89.000? ¿Cómo te das cuenta?

b) ¿Cuál de estos números es más grande?

382 - 3.590 - 38 - 8.000.000 - 2016 - 1.999 - 999

Comentarios para el docente

Este tipo de propuestas, donde se trata de explorar ciertos números, apunta a que los niños tengan oportunidad de conjeturar y debatir sobre sus nombres y las escrituras involucradas. Se trata, entonces, de situaciones cuya gestión es mayoritariamente grupal o colectiva y donde se apunta a establecer criterios y regularidades que pueden quedar registradas en el aula como material de consulta sin pretender que los alumnos aprendan a leer o a escribir números de esta cantidad de cifras.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de explorar números que superan el rango que habitualmente abordan; si han participado de situaciones en las que debían elaborar conjeturas sobre la lectura y escritura de números “grandes”; si han podido indagar algunas regularidades vinculadas a la cantidad de cifras o a las relaciones entre la designación de un número y su escritura y han establecido algunas conclusiones sobre estas cuestiones, los niños podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Interpretar y producir algunos números de un rango mayor al que abordan sistemáticamente, sin alcanzar convencionalidad de manera estable con escrituras de esa cantidad de cifras.
- Utilizar la información que brinda el nombre y la escritura en cifras de un número conocido, para averiguar el nombre de otro número o tener indicios sobre su expresión escrita.
- Considerar la cantidad de cifras de una escritura numérica como una característica que permite tener indicios sobre el rango de un número.

3.° grado

El trabajo con números que tienen una cantidad de cifras que supera el intervalo de dominio apunta a que los alumnos puedan investigar regularidades en la serie escrita y oral sin limitar su tamaño. Se trata, en ese caso, de una tarea exploratoria que permita a los niños extender sus reflexiones iniciales, asomarse a nuevos problemas y también profundizar los conocimientos sobre el rango numérico que deben dominar; es decir, de abordar unos números de los que inicialmente no se sabe su nombre para ampliar el conjunto de los que ya son “conocidos” y también para que ese estudio impacte sobre el rango que progresivamente deben dominar. En efecto, considerar la cantidad de cifras en la escritura, identificar que las posiciones tienen relevancia o buscar relaciones entre la escritura de un número y su designación oral son cuestiones que se actualizan al abordar nuevos números, tanto porque permiten elaborar conocimientos sobre ellos como también porque al hacerlo se jerarquizan como aspectos a considerar cuando estos objetos se estudian. A su vez, asomarse a nuevos problemas [28] significa que algunas cuestiones específicas surgen de la ampliación del rango numérico. Por ejemplo, el empleo de números de cuatro o más cifras conlleva la utilización del punto para separar grupos de cifras y plantea la irregularidad en la denominación de las potencias de diez más allá de 10 [29], cuestiones que no podrían abordarse al trabajar con un recorte de cifras menor.

El tamaño de los números es una característica de los problemas que puede modificarse según el propósito de enseñanza. Así, por ejemplo, si se trata de centrar la tarea en la resolución de distintos problemas vinculados a la suma y a la resta donde el trabajo con las producciones se focaliza en el análisis de los cálculos que permiten hallar la solución, los números deben ser relativamente bajos para que los niños puedan operar con ellos.

Si el objetivo es, en cambio, identificar regularidades en la serie numérica para interpretar, producir o comparar números escritos, es necesario abordar una parte importante de la serie con números de cuatro cifras –aun cuando los niños no conozcan su denominación–. En ese caso se trata de que los alumnos enfrenten un estudio más sistemático que les permita establecer progresivamente cierto dominio sobre ese conjunto.

Números “distintos” en su magnitud permiten, entonces, abordar propuestas con objetivos diferentes. Entre las múltiples direcciones en las que el trabajo con el sistema de numeración se despliega en el primer ciclo, el análisis de ciertos números “grandes” es un recurso que permite profundizar las reflexiones de los niños sobre el sistema, aun cuando se trate de números que no utilicen para operar o que no lean o escriban usualmente.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Dados varios números grandes escritos e información acerca de su nombre, discutir el nombre y la escritura de otros números cercanos. Por ejemplo:

a) La siguiente es la cantidad aproximada de habitantes en algunas provincias de la República Argentina según el censo del año 2010.

Provincia	Cantidad aproximada de habitantes
Chaco	
Salta	1.215.000
Entre Ríos	1.235.000
Tierra del Fuego	127.000
Santa Fe	3.194.000

Para consultar
1.000 mil
10.000 diez mil
100.000 cien mil
1.000.000 un millón
10.000.000 diez millones

- ¿En qué provincia hay alrededor de un millón doscientos treinta y cinco mil habitantes?
- En la provincia del Chaco hay cerca de un millón quinientos mil habitantes. ¿Cómo escribirías ese número en el cuadro?
- ¿Qué cantidad aproximada de habitantes hay en la provincia de Santa Fe?

b) Si este número es un millón: 1.000.000, ¿cuál de estos números será el tres millones?

3.000.000 - 3.1.000.000 - 3.000

Actividad 2

Dados dos o más números que tienen igual o distinta cantidad de cifras y algunos de cuyos nombres no se saben, determinar cuál es el mayor u ordenarlos a partir de analizar los dígitos que lo componen. Por ejemplo:

a) ¿Cuál de estos dos números es más grande: 340.999 o 349.000? ¿Cómo te das cuenta?

b) Ordená estos números de menor a mayor:

4.890 - 30.205 - 7.999.9999 - 24.999 - 8.000.000

Este tipo de propuestas, donde se trata de explorar ciertos números, apunta a que los niños tengan oportunidad de conjeturar y debatir sobre sus nombres y las escrituras involucradas. Se trata, entonces, de situaciones cuya gestión es mayoritariamente grupal o colectiva y donde se apunta a establecer criterios y regularidades que pueden quedar registradas en el aula como material de consulta, sin pretender que los alumnos aprendan a leer o a escribir números de esta cantidad de cifras.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de explorar números que superan el rango que habitualmente abordan; si han participado de situaciones en las que debían elaborar conjeturas sobre la lectura y escritura de números "grandes"; si han podido indagar algunas regularidades vinculadas a la cantidad de cifras o a las relaciones entre la designación de un número y su escritura y han establecido algunas conclusiones sobre estas cuestiones, los niños podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Interpretar y producir algunos números de un rango mayor al que abordan sistemáticamente, sin alcanzar convencionalidad de manera estable con escrituras de esa cantidad de cifras.
- Utilizar la información que brindan el nombre y la escritura en cifras de un número conocido para averiguar el nombre de otro número o tener indicios sobre su expresión escrita.
- Considerar la cantidad de cifras de una escritura numérica como una característica que permite tener algún indicio sobre el rango de un número.

Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio

Establecer relaciones entre números y asociarlas a ciertas características del sistema de numeración o de la serie numérica suele ser una tarea compleja para los niños. Así, por ejemplo, suele resultar novedoso, para los alumnos de primer grado, determinar que un número más que uno ya dado implica encontrar el siguiente en la serie numérica.

Números y operaciones | Números naturales y sistema de numeración

Análisis del valor posicional en la numeración escrita

1.°, 2.° y 3.° grado

Resolución de problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional

1.° grado

Una vez que los niños tienen cierto dominio de la lectura, la escritura y el orden de un fragmento de la serie numérica, es necesario avanzar sobre la comprensión de las operaciones que subyacen a la organización de los números escritos. Dos contextos posibles para abordar las operaciones ligadas a las composiciones o descomposiciones de los números pueden ser el del dinero [30] y el del uso de la calculadora.

Son solo ejemplos de contextos posibles, los docentes seguramente apelarán también a otros, como el de puntajes en un juego. Estos recursos –a propósito del trabajo con las operaciones– [31] pueden constituir importantes puntos de apoyo para analizar el valor de las cifras que componen un número según el lugar que ocupan [32].

“Matemática”, en Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo, 2012

Sugerencias de actividades

Actividades Primer grado

Actividad 1

Determinar qué cantidad de dinero se forma a partir de un conjunto dado de billetes de $10 y monedas de $1 (que aparecen dibujados o que se tienen efectivamente).

Actividad 2

Formar una cantidad determinada de dinero utilizando solo billetes de $10 y monedas de $1. Por ejemplo: $34; $83; $44.

Actividad 3

Componer una cantidad determinada de dinero de dos maneras distintas usando solo billetes de $10 y monedas de $1.

Actividad 4

Explorar composiciones en las que debe utilizarse una cantidad mayor que 10 monedas de $1. Por ejemplo: establecer si es posible reunir $25 si no se tienen billetes de $10.

Actividad 5

A cada elemento de una lista de precios dada se le realiza un aumento de $10. Armar la nueva lista de precios. Comparar los resultados y procedimientos analizados.

Actividad 6

Establecer si una cantidad de dinero determinada (utilizando billetes de $10 y monedas de $1 o a partir de un dibujo) resulta suficiente para comprar un producto del cual se informa el precio. Por ejemplo: Ana tiene estos billetes y monedas (se ven o se tienen 2 billetes de $10 y 4 monedas de $1), ¿le alcanza para comprar una lapicera que cuesta $42?

Comentarios para el docente

Remitir al contexto del dinero implica la posibilidad de relacionar el trabajo que se intenta iniciar en la escuela con los conocimientos extraescolares que posiblemente los alumnos hayan elaborado. La intención es que esos conocimientos sean un punto de apoyo para anticipar y controlar los procedimientos que usan y los argumentos que irán construyendo.

Al haber elaborado cierto dominio de la lectura, la escritura y el orden para un rango de números, los niños están en condiciones de abordar situaciones donde deben realizar composiciones y descomposiciones de tipo aditivo. El análisis de los números en juego, en términos de cuántos dieces y cuántos unos componen esa cantidad, permite pensar ese número en términos de las sumas que lo constituyen y también apoyarse en la designación oral de ese número (por ejemplo, decir treinta y ocho da indicios de la suma subyacente de 30 + 8). Si bien la numeración hablada es irregular en sus designaciones (por ejemplo, once, trece o veinticuatro no dan pistas en sus nombres de las composiciones en términos de dieces y unos) y, entonces, estas relaciones no son aplicables a todos los números de la misma manera, establecer que el nombre de un número puede ayudar a pensar cómo escribirlo y, a su vez, que la escritura de un número ofrece algunas pistas para considerar cómo podría leerse, son puntos de apoyo importantes a los que el trabajo con estas situaciones puede apuntar.

Indicadores de avance

Si han tenido oportunidades, de manera sostenida, de producir e interpretar descomposiciones aditivas de números en el contexto del dinero; si las actividades han permitido que en la clase se recuperen los conocimientos extraescolares que ellos hayan podido elaborar sobre el sistema monetario vigente y si se han analizado los números en juego considerando cuántos dieces y unos los componen, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Componer y descomponer un número en términos de dieces y unos, utilizando inicialmente billetes y monedas o representaciones como dibujos o esquemas, e independizándose progresivamente de ese contexto para apelar a la información que portan las cifras en las escrituras numéricas.

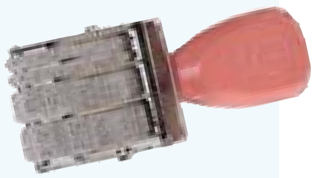
Otras actividades para primer grado [33]

En relación con el avance en el análisis del valor posicional de la numeración escrita, se proponen actividades relativas a este último uso.

Actividad 1

Materiales

- Registradores de números (sellos como el de la imagen)
- Calculadoras
- Caja
- Tapitas (aproximadamente 50 o más)



La clase se organiza en parejas. Se distribuye a cada pareja un registrador o una calculadora. Entonces quedarán algunas parejas con un instrumento y otras con el otro.

Primera versión

El docente comunica a la clase que va a ir colocando tapitas de a una en la caja y que ellos deberán ir anotando cada vez en sus instrumentos la cantidad de tapitas que contiene la caja sin borrar el número anterior.

Comienza colocando una tapita y espera a que todos anoten. Agrega una tapita y vuelve a esperar a que todos anoten y así sucesivamente. Después de 4 o 5 tapitas, es posible detenerse a analizar cómo logran anotar la cantidad cuando se agrega uno. Se trata de identificar que, mientras que en el contador es posible hacerlo avanzando un número (corriéndolo), en la calculadora se hace necesario sumar uno. La idea es ayudar al grupo a reconocer la relación entre avanzar uno en la serie y sumar uno.

Al llegar a 10 tapitas, es posible detenerse a analizar que en el contador fue necesario también mover los “dieces”.

La maestra puede continuar agregando una tapita o más de una y los chicos ir transformando el número para obtener la nueva cantidad de tapitas contenida en la caja.

Extensión

Se les puede pedir a los niños que anoten la serie de números que puedan escribir para ver hasta qué número pueden llegar. Se les comunica que, cuando no saben o recuerdan cómo anotar el número que sigue, pueden recurrir a la calculadora.

Se trata de reutilizar la relación entre decir el siguiente de un número y sumarle uno.

Segunda versión

Más adelante, el docente podrá colocar, alternadamente, de a una tapita o de a grupitos o bolsitas de 10 tapitas y los alumnos deberán ir registrando en sus instrumentos la cantidad contenida. Se podrá analizar después de algunas vueltas cómo se anota cuando se agrega una o cuando se agregan 10 en cada uno de los instrumentos: mientras que en uno se suma 10, en el otro es necesario mover la tira de los dieces. Es frecuente que los alumnos, en este caso, apelen a agregar de a uno contando 10 veces y, para ello, muevan la tira de las unidades hasta dar toda la vuelta. A veces, advierten que tienen que mover los dieces y otras no, y queda anotado el mismo número. Será una ocasión para analizar con toda la clase qué sucede al agregar 10 a un número, cómo se pasa a los dieces siguientes.

Tercera versión

En otro momento, el docente podrá alternar entre agregar o sacar tapitas de a una o de a 10. Será necesario detener la actividad en algunos momentos para analizar cómo se pasa de un número al otro en cada uno de los instrumentos, cómo se transforman los números en cada caso y por qué.

Actividad 2

Se puede mostrar a los alumnos que si sumamos 2 + 2 = y seguimos apretando la tecla = (en algunas calculadoras esto sucede cuando se continúa apretando la tecla +), la máquina continúa sumando 2 cada vez.

Entonces, se les pide que anoten en sus cuadernos qué números creen que aparecerán en el visor de la calculadora si sumamos 10 + 10 =… y seguimos apretando la tecla =.

(Se puede optar por dejarles disponible una grilla de 100 números o un centímetro, para que puedan apoyarse en ellos si los necesitan.)

Se pueden recuperar las diferentes propuestas de los alumnos, retomando cómo las produjeron. Es esperable que la mayoría recurra al conteo [34] de uno en uno y también que esta estrategia genere algunos errores por perder el control de un conteo que se extiende tanto.

Hacerlo efectivamente en la calculadora y anotar la serie de resultados obtenidos permitirá sentar bases para una discusión acerca de qué sucede al avanzar de 10 en 10 por la serie de números desde 0. Se trata de identificar con toda la clase –la grilla de 100 números ordenados de 10 en 10 puede servir como apoyo para esta relación– que, al sumar 10, se recorren todos los números de esa fila o de ese grupo: si llegamos a 30 y avanzamos 10, recorremos todos los 30 de un salto y llegamos al 40 que son los dieces siguientes.

Actividad 3

A partir de esta identificación se puede proponer a los alumnos anticipar cuántas veces hay que repetir 10 en una suma para obtener 30, 50, 80, etc., para luego verificarlo con la calculadora.

Actividad 4

Se tratará de reconocer con toda la clase que ahora pueden "sumar un número de los que terminan en 0 más 10" sin ir contando uno por uno... Se les pueden proponer algunos cálculos para que resuelvan y verifiquen luego con la calculadora. Por ejemplo,

20 + 10 =

60 + 10 =

10 + 40 [35] =

Luego, se les puede pedir que ellos mismos sugieran cálculos qué intercambiarán con sus compañeros.

Actividad 5

Este problema extiende la relación construida en los problemas anteriores –qué le sucede a un número cuando se le suma 10– a cualquier número de dos dígitos al que se le suma 10.

Si anotamos en la calculadora	Qué cálculo hacer	Para obtener como resultado
24		34
32		42
50		60
41		51
66		76

Comentarios para el docente

Esta actividad podrá plantearse una vez que los alumnos hayan construido un sentido para la suma y conozcan la escritura aritmética para dicha operación.

Se les pedirá que, antes de hacerlo en la calculadora, anticipen qué cálculo les permite convertir al primer número en el segundo o pasar de una cantidad a la otra. Luego, con la calculadora, se verificará si los cálculos propuestos funcionaron.

Los alumnos pueden averiguar la cantidad a agregar contando de uno en uno a partir del primer número. Esto puede generar algunos errores por equivocaciones en el conteo. En una puesta en común se podrán compartir los cálculos sugeridos por cada uno y las verificaciones y modificaciones surgidas a partir de los resultados en la calculadora.

Es posible dirigirse, entonces, al análisis del núcleo en cuestión y realizar al grupo preguntas del estilo: “Si en todos los casos se sumó diez, ¿cuál es el número que cambia siempre?¿Por qué creen que pasa esto?”.

Esta identificación también se podrá poner en relación con el recorrido de una fila completa en la grilla –si se hubiera trabajado con la suma en este contexto–, por qué sumar 10 me conduce directamente al número de abajo y qué características tiene ese número. Es necesario establecer la relación de contar uno por uno los 10 números siguientes a dar un salto de 10 números.

El dinero –siempre en caso de que se haya trabajado– brinda otro contexto con el cual poner en relación la suma de dieces: por ejemplo, para 24, si tenía dos billetes de $10 y cuatro monedas de $1, qué sucede si agrego un billete de $10.

Se podrá preguntar a los alumnos si eso que les pasa a estos números le pasará a cualquier número y pedirles que lo exploren en sus calculadoras (anotando previamente los cálculos que harán en la hoja). Ellos podrán introducirse así en una exploración sobre varios ejemplos, desde donde pueda surgir la idea de que al agregar 10 aumenta 1 el número de los dieces. Se tratará de introducir una discusión que permita construir argumentos acerca de por qué sucede esto. A partir de estas identificaciones se trata de hacerles reconocer que ellos saben ahora sumar 10 a un número sin necesidad de contar uno por uno.

Se les puede pedir que inventen ahora cálculos que ya pueden resolver a partir de lo que saben sobre sumar 10.

Actividad 6

Retomando los problemas anteriores se puede pedir a los alumnos que anticipen –y anoten en sus cuadernos– los números que aparecerán sucesivamente si anotamos en la calculadora cálculos como el siguiente y continuamos apretando la tecla = o la tecla +, según la calculadora:

5 + 10 = …

8 + 10 = …

Después de verificar los resultados anticipados en la calculadora, se podrá analizar entre todos cómo se va avanzando a través de los distintos “dieces”, cómo los números terminan igual porque se recorrió todo el grupo de 10 hasta llegar a la misma “altura” de los dieces siguientes.

Indicadores de avance

Si enfrentaron situaciones en las que han podido sumar 10 a un número que termina en cero y luego a cualquier número de dos cifras y han analizado las relaciones y diferencias entre sumar de 10 en 10 y contar de 1 en 1; si han reflexionado acerca de qué cifras se modifican en la escritura de un número al sumar 1 o 10, asociando esas modificaciones a los conocimientos elaborados sobre valor posicional, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Anticipar resultados al sumar 10 a un número redondo y, luego, a un número cualquiera.
- Explicar las transformaciones que se producen en la escritura de un número de dos cifras al sumarle 1 o 10.

2.° grado

El contexto del dinero 36 y la utilización de la calculadora en el trabajo con las operaciones son puntos de apoyo para analizar el valor de las cifras que componen un número según el lugar que ocupan 37.

Actividades
Segundo grado

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Comparar dos cantidades de dinero (ya sea que se tienen disponibles los billetes y monedas de $100, $10 y $1 o bien que aparecen dibujados).

Actividad 2

Analizar la relación entre la menor cantidad de billetes de $100; de $10 y monedas de $1 necesarios para formar una cantidad de dinero y las cifras que componen esa cantidad.

Actividad 3

Estos son los ahorros de Ana:

Material
para trabajar
en el aula

¿Qué cantidad de dinero reunió?

Material para trabajar en el aula

Actividad 4

Realizar sumas o restas a partir de componer y descomponer cantidades de dinero. Por ejemplo:

a) Tomás guardó $34 en su alcancía y luego, $28. ¿Qué cantidad de dinero guardó en sus ahorros?

b) Nicolás tiene este dinero:

¿Cuánto le quedará si compra unas galletitas que cuestan $23? ¿Y si, en cambio, compra otras galletitas que cuestan $27?

Comentarios para el docente

Proponer a los niños que resuelvan problemas aditivos en el contexto del dinero apunta a que tengan la oportunidad de apoyarse en el agrupamiento de billetes y monedas para enfrentar aspectos recursivos del sistema de numeración. Los conocimientos que los niños movilizan en la resolución de estos cálculos posibilitarían una aproximación a esta característica del sistema y a las descomposiciones que se realizan en el desarrollo de los algoritmos de suma y resta.

Una variable a tener en cuenta es la forma en que los datos son presentados. Si las dos cantidades involucradas aparecen dibujadas, la operación puede realizarse sobre esa representación, tachando o agrupando billetes y monedas. En cambio, una versión más compleja es aquella en la que una de las cantidades aparece representada solo por números.

La intención es que el punto de apoyo que constituye el contexto del dinero permita no solo resolver cálculos, sino también reflexionar sobre los aspectos señalados, al tiempo que es retirado progresivamente para trabajar en el marco de mayores descontextualizaciones.

Indicadores de avance

Si han enfrentado de manera continua situaciones de producción e interpretación de descomposiciones aditivas de números en el contexto del dinero en términos de cienes, dieces y unos, apoyándose en el agrupamiento de billetes y monedas para enfrentar aspectos recursivos del sistema de numeración, reflexionando sobre la información que brindan las cifras que componen su escritura, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Interpretar la información contenida en la escritura de un número, identificando los aspectos aditivos del número. Por ejemplo, estableciendo –a partir de analizar las cifras que componen la notación– que si se utiliza la menor cantidad posible de billetes de $100, $10 y monedas de $1, para componer $436 van a ser necesarios 4 billetes de $100; 3 de $10 y 6 monedas de $1.
- Analizar las descomposiciones de un número en términos de sumas. Por ejemplo, determinando qué cantidad de dinero se obtiene a partir de los siguientes cálculos: a) 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; b) 1 + 1 + 1 + 10 + 100 + 1 + 10 + 100 + 10.
- Comprender que con 10 unidades de un mismo valor se forma una unidad en la posición contigua mayor; por ejemplo, decidiendo si es cierto que con 12 billetes de $10 (que aparecen dibujados) y con 4 monedas de $1 se forman $124.
- Operar apelando inicialmente al contexto del dinero, para avanzar hacia recursos de cálculo que se van independizando de esa referencia.

Otras actividades para segundo grado

Se trata de retomar las actividades propuestas para primer grado y extender las relaciones allí construidas.

Actividad 1

Por ejemplo, se puede retomar la Actividad 2 extendiendo la relación a la resta:

Si anotamos en la calculadora...	Qué cálculo hacer	Para obtener como resultado
74		84
92		82
140		130
73		63
123		133

La idea es retomar los análisis propuestos y extender esa relación analizando cómo interviene en el caso de la resta y con números de tres dígitos.

Actividad 2

De la misma manera, se puede pedir que anticipen:

- qué sucede al continuar sumando 10 a partir de un número dado y extender progresivamente el número al cual pueden llegar,
- qué ocurre si hacemos, por ejemplo, 99 - 10 = y continuamos apretando la tecla =.

Se trata de identificar qué sucede cuando vamos recorriendo la serie numérica “saltando” de 10 en 10 en forma ascendente o descendente. Será necesario prestar especial atención a los cálculos que involucran un cambio de orden, por ejemplo: 92 + 10 o 104 - 10, para los cuales suele resultarles más difícil reconocer los dieces siguientes o anteriores.

Actividad 3

Asimismo, se podrá extender esta relación a sumar o restar 100 a un número:

Si anotamos en la calculadora	Qué cálculo hacer	Para obtener como resultado
56		156
239		139
241		341
345		335
4		104

Comentarios para el docente

En una reflexión posterior se tratará de identificar qué ocurre al sumar o restar 100 a un número y por qué; qué números encontramos al recorrerlos de 100 en 100 –en forma ascendente o descendente– desde un número dado; como dentro de cada uno de los “cienes” se vuelve a repetir lo mismo que sucede del 1 al 99, entonces al avanzar o retroceder 100 nos encontramos a la misma “altura” de los “cienes” siguientes o anteriores, etcétera.

De la misma manera que en primer grado, se trata de reconocer que ahora pueden resolver directamente cálculos que involucran sumar o restar 100. Pueden ensayarlo resolviendo cálculos y verificándolo con la calculadora o también proponiendo cálculos que ellos pueden resolver apoyándose en esta relación.

Las relaciones identificadas en las primeras tres actividades pueden reutilizarse en el siguiente problema:

Actividad 4

Completen la siguiente tabla y después verifíquen con la calculadora:

Qué número hay que anotar en la calculadora…	…para que al hacer	se obtenga como resultado…
	+ 10	69
	+ 100	275
	+ 200	341
	- 10	335
	- 100	809
	- 40	650
	- 300	500

Es posible que hayan encontrado el número apelando a diferentes procedimientos; por ejemplo, para 800 - 300 = 500:

- Ir probando 400 - 300, 500 - 300, 600 - 300, etcétera.
- Apoyarse en el resultado de 8 - 3.
- Agregar a 500 los 300 que se restaron y reencontrar así la cantidad inicial.

En una discusión colectiva posterior será necesario analizar los diferentes procedimientos con toda la clase para asegurar la validez y entender el funcionamiento de cada uno de ellos.

Actividad 5

Hacer que aparezca un número en el visor de la calculadora, por ejemplo 74, utilizando solamente las siguientes teclas: 1, 0, +, =.

Si los alumnos no encontraran cómo empezar a buscar maneras posibles de formarlo, una ayuda puede consistir en preguntarles qué números se pueden armar con unos y ceros, qué números se pueden formar sumando esos números…

Como siempre, se les pedirá que primero anticipen y anoten los cálculos para después verificarlo con la calculadora.

En una discusión posterior, se tratará de identificar cuántos dieces y unos es necesario sumar para formar el número 74. Es posible que lleguen a saberlo a partir de ir sumando o que lleguen a reconocerlo al leer el número. Se tratará de socializar este reconocimiento para ir logrando que esté disponible para toda la clase: algunos dicen que es posible saberlo mirando el número, ¿es así?,

¿cómo?, ¿qué del número me dice cuántos dieces y cuántos unos tengo que sumar?

Se podrá probar con nuevos números, incluyendo también números de tres dígitos.

Otra versión de la misma actividad apela a la resta. A partir de un número dado, se trata de lograr que quede 0 en el visor de la calculadora, usando solamente las teclas 1, 0, -, =.

Actividad 6

Extendiendo estas relaciones respecto de la suma o resta de 10 para múltiplos de 10 con dos –y luego tres cifras–, se puede pedir que anticipen cálculos que permitan pasar del primer número al segundo:

Si anotamos en la calculadora	Qué cálculo hacer	Para obtener como resultado
23		43
61		101
95		25
56		6
101		81

Después de verificar los cálculos previstos con la calculadora, será necesario organizar una discusión con toda la clase. Se trata de analizar qué parte del número se transforma, cómo y por qué. Si estamos sumando 20, hacemos dos veces 10, por eso aumenta 2 el número de los dieces… O, si de 60 a 100, pasaron 40 números, de 61 a 101 también, hay que avanzar 4 veces 10…

La identificación de esta relación es una base para reconocer, con ayuda docente, los cálculos que ahora pueden resolver solamente “mirando” [38] los números. Se puede poner a prueba esta nueva posibilidad con cálculos para resolver y verificar, como por ejemplo:

54 - 30 =	42 + 50 =	19 + 70 =	70 + 40 =	96 - 20 =
40 + 27 =	61 - 40 =	20 + 57 =	85 - 60 =	135 - 20 =

O, luego, como se hizo en otras oportunidades, proponiendo ellos mismos cálculos que estas nuevas relaciones les permiten resolver.

Indicadores de avance

Si han tenido oportunidades, de manera sostenida, de analizar cómo se modifica la escritura de un número de tres cifras al sumar o restar 10 o 100 inicialmente y luego cualquier número redondo de dos o tres cifras, y si han podido reflexionar sobre el hecho de que estos conocimientos les permiten resolver directamente cálculos que involucran sumas o restas en las que intervienen esos números terminados en cero, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Anticipar resultados al sumar o restar 10 a un número redondo y, luego, a un número cualquiera de dos o tres cifras;
- Anticipar resultados 39 al sumar o restar 100 a un número redondo y, luego, a cualquier número de dos o tres cifras.
- Anticipar resultados al sumar o restar múltiplos de 10 –de dos dígitos– a un número.
- Anticipar resultados al sumar o restar múltiplos de 100 –de tres dígitos– a un número.
- Explicar las transformaciones que se producen en la escritura de un número de tres cifras al sumarle o restarle 10 o 100.

3.° grado

El contexto del dinero 40 y la utilización de la calculadora en el trabajo con las operaciones son puntos de apoyo para analizar el valor de las cifras que componen un número según el lugar que ocupan. 41

Actividades
Tercer grado

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Determinar qué cantidad de dinero se forma a partir de un conjunto dado de billetes de $1.000; $100 y $10 y monedas de $1 (que aparecen dibujados o que se tienen efectivamente).

Actividad 2

Explorar qué cantidad de dinero se forma en algunos casos donde alguna de las cantidades de billetes o monedas es mayor que diez y/o no hay billetes de una de las cantidades. Por ejemplo: 4 billetes de $1.000; 13 billetes de $10 y 8 monedas de $1.

Actividad 3

Establecer cuánto dinero se forma a partir de conocer algunas cantidades. Por ejemplo con: A) 2 billetes de $10; 3 billetes de letes de $1.000 y 5 monedas de $1. B) 2 monedas de $1; 4 billetes de $1.000 y 6 billetes de $10. C) 12 billetes de $100 y 13 monedas de $1.

Actividad 4

Analizar las descomposiciones de un número en términos de multiplicaciones y sumas. Por ejemplo: determinar si es posible saber qué cantidad de dinero se formó a partir de los siguientes cálculos: 3 x $1.000; 8 x $100, 4 x $10 y 5 x $1.

"Sistema de numeración", en *Matemática. Cálculo mental con números naturales*

Comentarios para el docente

Que los niños avancen en la comprensión del sistema de numeración decimal no significa solamente que estén en condiciones de abordar un rango mayor de la serie numérica, sino también que puedan profundizar en el análisis de las relaciones aritméticas que están involucradas en esas notaciones. Se trata de ofrecerles oportunidades de conceptualizar el sistema comprendiendo la organización recursiva de los agrupamientos, el rol de la base y el valor de posición.

Se espera que, en forma progresiva, los alumnos puedan identificar en las escrituras numéricas ciertas informaciones que están veladas para quien no tiene disponible las relaciones en juego. Por ejemplo, se apunta a que los alumnos avancen en sus posibilidades de identificar que en las descomposiciones de un número intervienen sumas y multiplicaciones y que es posible "leer" en el número cuántos miles, dieces y unos componen esa cantidad.

El contexto del dinero es muy favorable ya que suele ser conocido por los niños; sin embargo, es importante tener en cuenta que se apunta a una paulatina descontextualización de las relaciones que se movilizan. Ese es también un sentido del avance: apoyarse al comienzo en un contexto que permite cierto control –que tal vez no hubiera sido posible solo desde las operaciones involucradas– para gradualmente trabajar solo con las relaciones aritméticas que se ponen en juego.

Indicadores de avance

Si han tenido oportunidades, de manera sostenida, de producir e interpretar descomposiciones aditivas de números en el contexto del dinero en términos de cuántos miles, cienes y unos los componen; si las actividades les han permitido profundizar en el análisis de las relaciones multiplicativas y aditivas que están involucradas en esas notaciones, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Interpretar la información contenida en la escritura de un número. Por ejemplo, estableciendo –a partir de analizar las cifras que componen la notación– que si se utiliza la menor cantidad posible de billetes de $1.000, $100, $10 y monedas de $1, para componer $2.583 van a ser necesarios 2 billetes de $1.000; 5 de $100; 8 de $10 y 3 monedas de $1.
- Identificar y recurrir a los aspectos multiplicativos involucrados en una escritura numérica. Por ejemplo, produciendo e interpretando descomposiciones del tipo: 4 x $1.000 + 3 x $100 + 2 x $10 + 5 x 1 para $4.325.
- Comprender que con 10 unidades de un mismo valor se forma una unidad en la posición contigua mayor; por ejemplo, identificando qué cantidad de dinero se pagó si se usaron exactamente 13 billetes de $100, 5 de $10 y 8 monedas de $1.

Otras actividades para tercer grado

A partir de una serie de números, anticipar qué cálculos permitirían pasar de un número a otro (sin borrar).

Actividad 1

Después de cada número, anotá qué operación hay que hacer para obtener el siguiente de esta serie:

345		355		455		450		250		290		190		210		810

Esta tarea es diferente de la que vienen haciendo y puede resultar difícil de comprender para los niños. Es necesario detenerse, explicársela y asegurarse de que la comprendan.

Después de verificar las anticipaciones con la calculadora, se podrá discutir entre todos cómo encontraron cada uno de los cálculos, poniéndolos en relación con las transformaciones operadas sobre los números escritos. Por ejemplo, si de 210 a 810 la cifra de los cienes aumenta 6, es porque aumentaron 600 números, incluso se puede apelar a contar de 100 en 100 –y anotarlo– desde 210 hasta 810.

Actividad 2

Una extensión de estas relaciones a números mayores podría realizarse, entre otras actividades, a partir de la siguiente serie:

345 2.345 2.305 2.805 3.005 5.005 4.995 1.995 2.005

Recordamos la necesidad de detenerse a analizar en particular aquellas sumas o restas de números "redondos" con una sola cifra distinta de cero (10, 500, 2.000, etcétera) que modifican más de una cifra porque suponen un cambio de orden.

Actividad 3

Retomando la actividad propuesta para segundo grado, se pueden extender los análisis allí realizados a números de tres o más cifras.

Anotar un número dado –por ejemplo 6283– usando solamente las teclas 1, 0, + =. Anotar en el cuaderno, primero, qué cálculos se podrían hacer en la calculadora y, luego, verificarlo en la máquina.

Otra versión posible de esta actividad propone, a partir de un número dado, sin borrarlo, llegar a 0 en el visor a través de diferentes cálculos usando solo las teclas 1, +, -, = .

Análisis análogos a los propuestos para la actividad de segundo grado pueden desplegarse a propósito de números de tres y cuatro dígitos.

"Adición y sustracción", en Matemática. Cálculo mental con números naturales

Actividad 4

Proponer un cálculo que permita, con la calculadora, transformar el primer número en el segundo. Anotarlo primero y luego verificarlo con la máquina.

¿Cómo es posible pasar de este número...	...a este número?	Cálculo propuesto
3	30	
8	80	
10	100	
12	120	
2	200	
4	4000	
11	1100	
25	250	

Comentarios para el docente

En una discusión posterior se trata de analizar qué produce la multiplicación por 10, por 100 y por 1.000 en un número.

Cada unidad, al multiplicarla por 10, se transforma en una decena; cada decena en una centena, y cada centena en mil. De la misma manera se trata de identificar qué sucede con cada cifra de un número según su posición al multiplicarla por 100 y por 1.000.

Se trata de reconocer con toda la clase que, por ejemplo, para 25 x 10 = 250, el 2 significa dos veces 100 o veinte veces 10; y el 5 de 50 significa cinco veces 10.

Indicadores de avance

Si han tenido oportunidades, de manera sostenida, de analizar cómo se modifica la escritura de un número de tres cifras al sumar o restar 10 o 100 al comienzo y luego cualquier número redondo de dos o tres cifras, y si han podido reflexionar sobre el hecho de que estos conocimientos les permiten resolver directamente cálculos que involucran sumas o restas en las que intervienen esos números terminados en cero, los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Reconocer composiciones aditivas de los números y usarlas para facilitar cálculos de sumas y restas.
- Identificar la transformación que opera la multiplicación por 10 o 100 a un número y utilizar esta relación para facilitar cálculos.

Actividades para segundo grado y tercer grado

Juego de cartas

Material (un juego completo para toda la clase)

Tres tipos de cartas, según contengan:

- 1 caramelo (100 cartas)
- 10 caramelos (en una fila de 10) (100 cartas)
- 100 caramelos (en diez filas de 10) (100 cartas)

Se propone a la clase armar unas cantidades de caramelos. Con el tiempo y el dominio de la actividad, se pedirá que lo realicen utilizando la menor cantidad de cartas posible.

Al principio, será necesario dejar un tiempo de exploración del material. Se pueden tomar algunas cartas (8 de 1 caramelo; 2 de 10 caramelos y 5 de 100 caramelos, etc.) y preguntar cuántos caramelos tenemos. Si podemos saber cuántos hay en las cartas que tienen más caramelos, si es posible saberlo sin contar uno por uno.

Luego el material queda a disposición del maestro.

Primer momento

El docente les comunica una cantidad de caramelos que quiere tener y los alumnos deben decidir qué cartas deben tomar. Para ello, después de comunicarles una cantidad y anotarla en el pizarrón, los alumnos –de a dos– buscarán modos posibles de obtener esa cantidad con las cartas.

¿Cuántas cartas hay que tomar para tener exactamente ... caramelos?

Por ejemplo, para 32, 57, 84, 106, 300, 509, 421, etc. Estas cantidades se proponen para considerarse en diferentes pasadas del juego; no están pensadas para abordarse en una misma clase.

Si bien se está solicitando que anticipen las cartas necesarias y, por eso, los alumnos no disponen de las tarjetas en sus bancos sino que se encuentran en poder del docente, el material puede constituir un apoyo para algunos alumnos que no puedan iniciar el trabajo sin apelar a contar cada uno de los caramelos o que les esté costando mucho representarse la tarea. Se tratará de que vayan identificando que están agregando cantidades de a 1, de a 10, etc., hasta formar la cantidad deseada de modo tal que puedan poco a poco independizarse del material.

En una puesta en común, se podrá:

- Inventariar las diferentes respuestas obtenidas.
- Compartir explicaciones acerca de cómo hicieron para hallarlas y cómo podemos hacer para saber si son correctas o no.

Es interesante que este análisis de validez no vuelva a calcular el total para cada propuesta, sino que se detenga a analizar las relaciones entre las diferentes composiciones que aparecen. En cada uno de los casos será necesario encontrar 32 caramelos o 3 grupos de 10 caramelos y 2 caramelos.

El análisis de la validez incluirá analizar la equivalencia de soluciones que apelen a distintas composiciones; por ejemplo, es posible formar 32 caramelos con:

- 32 cartas de 1
- 3 cartas de 10 y 2 de 1
- 2 de 10 y 12 de 1
- 1 de 10 y 22 de 1

Será necesario identificar en todas estas descomposiciones cómo están presentes los 32 caramelos o los 3 grupos de 10 caramelos y los 2 caramelos restantes. Si hay más o menos, no tenemos justo los 32 que se querían.

Cuando se trate de cantidades mayores, por ejemplo para 106 o 300, también es una ocasión para identificar –o retomar– la equivalencia entre 10 cartas de 10 caramelos y una de 100.

El análisis de validez también supondrá identificar que no importa el orden en el que se presenten mientras se encuentren las cartas necesarias para formarlo.

Estas composiciones podrán vincularse a las escrituras aritméticas correspondientes –ya sea que algunas sean utilizadas por los alumnos o propuestas por el docente–, analizándolas en términos de los caramelos de las cartas y de los números en general:

- 10 + 10 + 10 + 2
- 10 + 10 + 10 + 1 + 1
- 20 + 10 + 2
- 20 + 12
- 10 + 22
- 3 x 10 + 2
- 2 x 10 + 12
- ...

De la misma manera que se hizo con las diferentes composiciones de cartas, se puede analizar las equivalencias entre estas escrituras, cómo encontramos el 32 o los 3 grupos de 10 y otros 2 caramelos en cada una de ellas.

Después de analizar varias jugadas, se puede concluir con los alumnos:

- qué sucede a medida que se van agregando cartas de 10 caramelos o a medida que se agregan cartas de 100 caramelos,
- cómo podemos saber qué cartas y cuántas de cada una se necesitan para tener un número dado de caramelos,
- cómo nos podemos ayudar pensando en las cartas con caramelos para saber qué ocurre cuando se suma una cantidad de veces 10 o 100, o cómo armar un número con sumas –o multiplicaciones– de 10, 100 o 1.

Segundo momento

Esta vez se pide que elijan la menor cantidad de cartas posibles para tener exactamente la cantidad de caramelos solicitada.

Se les puede pedir que establezcan cuáles cartas y cuántas de cada tipo son necesarias para obtener justo cantidades de caramelos como: 59, 150, 284, 626.

Esta actividad ya en el primer momento ponía en juego el pedido de armar una cantidad con dos restricciones: armarlo justo y usando 1, 10 o 100. Se agrega ahora una tercera restricción, la de utilizar la menor cantidad de cartas posibles. Es una condición exigente y es muy probable que los niños no puedan considerarla de entrada. Una puesta en común posterior será una oportunidad para analizar las diferentes soluciones y analizar las relaciones entre ellas.

Por ejemplo, si para 282, se propusieron 28 de 10 y 2 de 1, es posible vincular esta descomposición con 2 de 100, 8 de 10 y 2 de 1, volviendo sobre la relación de que cada 10 cartas de 10 caramelos tenemos una de 100. También tendremos la posibilidad de analizar la escritura del número y poder explicitar que la escritura del número me ofrece esta información, que cada posición me dice cuánto vale el número que se ubica allí.

En líneas generales, reuniendo los análisis realizados a propósito de las diferentes cantidades con las que trabajaron los alumnos, se podría concluir con todos que, en la escritura de un número, cada cifra nos dice cuántos grupos de 100, cuántos grupos de 10 o cuántas unidades lo forman. Si el docente considera útil informar sobre los términos unidades, decenas, centenas para señalar esas diferentes posiciones, puede ser una ocasión para hacerlo.

Tercer momento

Se puede proponer a los alumnos problemas que refieran al juego desarrollado para resolver en sus cuadernos.

Por ejemplo:

a) Cada uno de estos chicos quiso juntar una cantidad de caramelos reuniendo las siguientes cartas. ¿Cuántos caramelos tiene cada chico?

Inés 28	Juan 230	Joaquín 408
Ana 156	Clara 347	

b) Anotá qué cartas de 1, 10 y 100 caramelos hay que tomar para obtener justo la siguiente cantidad de caramelos, usando la menor cantidad de cartas posible:

80 caramelos

600 caramelos

809 caramelos

273 caramelos

380 caramelos

415 caramelos

c) Los caramelos se venden sueltos, en paquetes de 10 o en cajas de 100.

- Nico se lleva una caja de 100 y 5 paquetes de 10, ¿cuántos caramelos compró?
- Isabel lleva dos cajas de 100 y le regalan 2 caramelos sueltos, ¿cuántos caramelos se lleva?
- Antonia lleva 1 caja de 100, 8 paquetes de 10 y también le regalan 2 caramelos, ¿cuántos caramelos se llevó?
- Dante ya tenía 427 caramelos y compró una caja de 100 más, ¿cuántos caramelos tiene entonces?
- Maia tenía 86 caramelos y repartió 10 entre sus amigos, ¿cuántos le quedaron?
- Martina tenía 53 caramelos y repartió 20 entre sus amigos, ¿cuántos le quedaron?
- Luca tenía 356 caramelos y repartió una caja de 100 y 1 paquete de 10 por su cumpleaños. ¿Cuántos caramelos le quedaron?

El docente deberá recuperar con los alumnos la relación entre estos problemas y la situación de las cartas porque hay un “salto” entre las actividades anteriores y estos enunciados. Es necesario ayudarlos a reconocer o reutilizar las relaciones a propósito de sumar 10, 100, 1 a un número que aquí se extienden, además, a la resta.

Se trata de reconocer y retomar que un número puede descomponerse de distintas maneras y que esas diferentes descomposiciones pueden expresarse con escritura aditivas (o multiplicativas).

Indicadores de avance

Si a lo largo de algunas partidas del juego se han enfrentado con diversas posibilidades de armar determinada cantidad de caramelos y de interpretar y producir composiciones equivalentes; si han podido reflexionar sobre las relaciones posibles a establecer entre la cantidad de cartas de cada valor que se necesitan para formar un número y las cifras que componen ese número; si han tenido oportunidades de reconocer que las descomposiciones pueden expresarse con escrituras aditivas (y multiplicativas para tercer grado), los niños podrían mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Utilizar cálculos aditivos (o contar) de 10 en 10 o de 100 en 100 en la composición de la cantidad de caramelos.
- Anticipar la cantidad de cienes, dieces y unos con los que se puede formar un número a partir del análisis de su escritura.

Actividades para tercer grado

En las actividades que se mencionan a continuación y en otras que aparecen en el mismo documento, se proponen situaciones que involucran la apelación a la organización en agrupamientos de a 10, 100, 1000 etc, de nuestro sistema de numeración escrita.

Actividad 1

Consultar Actividades 2 y 3 “Juego de dados mágicos”, del apartado “La organización posicional decimal del sistema de numeración, en documento *Grado de Aceleración 4º / 5º. Matemática. Primer bimestre* y “Problemas para revisar lo que hicimos” en pp. 18 a 23 de ese documento. 42

Actividad 2

Consultar documento *Grado de Aceleración 4º / 5º. Matemática. Primer bimestre*, “Problemas para revisar lo que hicimos” (pp. 30-31). 43

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Suma y resta. Distintos tipos de problemas

1.°, 2.° y 3.° grado

Exploración y resolución de problemas de adición y sustracción

Plantear a lo largo del primer ciclo una variedad de problemas que están asociados a una operación tiene el propósito de que los niños puedan enriquecer su significado, extendiendo su alcance. Así, por ejemplo, en primer grado, las primeras situaciones vinculadas a la suma y la resta tendrán un carácter exploratorio en el que se alentará la elaboración de diversas estrategias de resolución apoyadas en el conteo y progresivamente se abordarán en segundo y tercer grado nuevos sentidos más complejos, que requerirán recursos de cálculo más potentes.

Si bien estas dos cuestiones –los diversos significados que los problemas de suma y resta pueden ofrecer y las herramientas disponibles para calcular– se plantean separadas para su presentación, el tipo de trabajo propuesto se orienta a que los niños puedan articularlas en el largo plazo.

Una opción didáctica presente en el Diseño Curricular es la de proponer a los alumnos problemas asociados a la suma y a la resta antes de que sean introducidos los signos de estas operaciones. Se espera entonces que, al comienzo, los niños resuelvan sin apelar a los cálculos y que, progresivamente, el trabajo en el aula favorezca el análisis y la modificación de esos procedimientos.

El pasaje del conteo al cálculo es un proceso arduo para los niños ya que requiere la progresiva construcción de un conjunto de conocimientos. Abandonar el recurso de contar para averiguar la cantidad de elementos que componen una colección es posible solo si se dispone de otras estrategias más potentes que permitan encontrar la solución al problema planteado. Esto representa también un desafío para la enseñanza.

En efecto, promover que los niños se instalen en el terreno del cálculo –de eso se trata– implica ayudarlos a elaborar un repertorio memorizado de resultados de sumas y restas, alentarlos a identificar y utilizar relaciones entre cálculos distintos (por ejemplo para 5 + 6, la suma 5 + 5 puede ser un punto de apoyo), sostenerlos en el empleo de la escritura de la operación en juego –que incluye el uso de los signos + y –, pero no se agota en esa sola cuestión, orientarlos en el análisis de qué recurso de cálculo (mentalmente o con calculadora) resulta más adecuado según los números involucrados, entre otras cuestiones.

Como puede verse, se trata de la enseñanza y la adquisición de una variedad de recursos en el plano del cálculo que requiere una perspectiva de largo plazo no solo por la complejidad de las cuestiones implicadas, sino también por la diversidad de aspectos que deben atenderse.

De la misma manera, el abordaje de los problemas que remiten a distintos significados supone un trabajo intenso y prolongado. Frente a determinados problemas, los niños encuentran dificultades para reconocer a la suma y a la resta como herramientas de resolución. Será necesario, entonces, plantearlos para que sean objeto de exploración en el aula. En algunos casos, estos sentidos más complejos pueden ofrecerse al comienzo con números pequeños o "redondos", de modo tal que faciliten la utilización de dibujos o marcas gráficas que permitan representar la situación y apelar a procedimientos más artesanales pero más controlables por el momento (contar las marcas, agruparlas, tachar elementos en el dibujo, etcétera). El análisis de esos procedimientos y la identificación de sus relaciones con la suma y la resta, la modificación de los números en juego y la posibilidad de reinvertir los conocimientos elaborados en nuevas instancias de resolución son recursos que –desde la enseñanza– pueden favorecer que los alumnos avancen desde sus posibilidades iniciales hacia el reconocimiento de las operaciones involucradas.

Sugerencias de actividades

Actividades para primer grado

Resolver problemas que apelan a diversos sentidos de la suma y de la resta. Por ejemplo:

Actividad 1

Martín tiene estas figuritas para pegar en su álbum. Hoy consiguió 5 más para pegar. ¿Cuántas tiene para pegar ahora?

Actividad 2

En este tablero estoy en el casillero 31 y tengo que retroceder 5, ¿a qué casillero voy a llegar?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Material para trabajar en el aula

Actividad 3

En la caja de objetos perdidos había 12 útiles. Sus dueños encontraron 3 útiles y se los llevaron. ¿Cuántos quedaron en la caja?

Actividades para segundo grado

Actividad 1

Para armar un collar, Anabella usa 24 mostacillas verdes, 12 blancas y 9 rojas. ¿Cuántas mostacillas necesita para armar el collar?

Actividad 2

Paola colecciona sobres. Ya tiene 13, ¿cuántos le faltan para tener 25? 44

Actividad 3

Marisa estaba en el casillero 32. Al tirar los dados llegó al 41. ¿Cuántos casilleros avanzó?

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

Actividad 4

Andrés tiene 17 años y su papá 53. ¿Cuántos años le lleva el papá a Andrés?

Actividad 5

Laura gastó $45 en su compra y al regresar tenía $12 en la billetera. [45]¿Con cuánto dinero salió a comprar?

Actividades para tercer grado

Actividad 1

Juan y Augusto tienen una colección de 154 autitos de carrera. Si 87 son de Augusto, ¿cuántos son de Juan?

Actividad 2

Nicolás perdió 20 figuritas en el primer recreo y ganó 14 en el segundo. ¿Ese día perdió o ganó figuritas? ¿Cuántas?

Actividad 3

¿A qué distancia está Córdoba de Rosario?

Los niños pueden usar la calculadora y resolver colectivamente

Intencionalmente en los ejemplos de segundo grado y de tercer grado se han seleccionado situaciones que corresponden a sentidos más complejos de la suma y la resta. Se espera que propuestas de este tipo resulten trabajosas para los niños, tanto para representarse qué es lo que deben averiguar como también para encontrar una manera de hacerlo. En estos casos, la calculadora puede constituir una herramienta de ayuda importante para que los alumnos puedan centrarse en qué cálculos realizar y no tanto en cómo llevarlos a cabo. La resolución colectiva de los problemas más difíciles puede colaborar en la reflexión sobre la pertinencia de usar la suma o la resta para encontrar la respuesta, así como también la posibilidad de resolver posteriormente otras situaciones similares puede favorecer que los niños reinviertan los conocimientos que hayan puesto en juego en los problemas iniciales.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de explorar problemas diversos vinculados a la suma y la resta; si han participado de situaciones en las que analizaron diversos procedimientos de resolución estableciendo –con ayuda del docente– relaciones con la adición y la sustracción; si han establecido algunas conclusiones sobre estas cuestiones y han tenido oportunidad de reinvertir en nuevas situaciones los conocimientos elaborados, los niños podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- resolver problemas diversos vinculados a la suma y la resta, inicialmente a través de procedimientos más artesanales y luego apelando a cálculos donde se utilizan estas operaciones.

Números y operaciones Operaciones con números naturales

Suma y resta. Distintos tipos de problemas

1.°, 2.° y 3.° grado

Resolución de problemas presentados en soportes diversos

Si bien es complejo graduar el abordaje de este contenido a lo largo del primer ciclo, dado que depende en gran medida de la experiencia que cada grupo escolar tenga con este tipo de actividades, hay algunos aspectos que deben considerarse al diseñar o seleccionar las situaciones que los alumnos van a enfrentar que las hacen más sencillas o más difíciles de resolver. Por ejemplo, el rango numérico en juego, las operaciones involucradas o los recursos de cálculo que tengan disponibles.

El trabajo con problemas de suma y resta que presentan la información en diversos soportes (imágenes, cuadros, tablas, listas) permite ampliar el rango de decisiones que los niños deben tomar para resolverlas, a la vez que brinda la posibilidad de que reflexionen sobre las características que conforman un problema.

Aquí también se ponen en relación 46 las posibilidades de resolución que el problema habilita y los recursos de cálculo a los que los niños pueden apelar. El análisis del siguiente problema puede aclarar esta idea:

¿Cuántas monedas más hay en el pilón de la derecha que en el de la izquierda?

Material para trabajar en el aula

Se trata de un problema en el que debe averiguarse la diferencia entre dos números. Si las cantidades fueran menores (por ejemplo, 13 y 35) y estuvieran efectivamente representadas en el dibujo, la respuesta podría alcanzarse a través del conteo ya que es posible contar en el pilón más alto desde 13 hasta 35.

Si los números fueran igualmente pequeños, pero estuvieran más distanciados entre sí (por ejemplo 13 y 75) el conteo es posible pero como la cantidad a contar es mayor existen, por lo tanto, más posibilidades de equivocarse al intentar establecer la cantidad buscada.

En la versión de la imagen, el conteo ya no es posible. No solo por el tamaño de los números, sino porque la ilustración no contiene efectivamente la cantidad de monedas representadas.

Incluso aún cuando la resta no sea reconocida como la operación que permite encontrar la respuesta, tener disponible cierto repertorio de sumas puede ayudar en la resolución. Por ejemplo: saber que 150 + 150 = 300 es un conocimiento que brinda la posibilidad de ubicar la resolución en el terreno del cálculo porque es una cuenta que sirve como punto de apoyo para resolver 154 + 150 = 304.

Es claro que las características de los números en juego facilitan el establecimiento de la relación con unos números que no son los del problema. Apelar a una cuenta conocida para resolver otra supone, para quien debe resolver la situación, no solo apoyarse en una relación, sino identificar cuál es el vínculo que debe establecerse. Un tipo de práctica que no es un hecho espontáneo, sino un aprendizaje que debe construirse a partir de la enseñanza.

Si, por el contrario, los números no habilitaran una estrategia de cálculo mental como el anterior porque, por ejemplo, no son redondos, o se analizara que el número que informa la respuesta queda “dentro” de la cuenta y, por lo tanto, ese no puede ser el cálculo que representa el problema, entonces, sería necesario establecer que restar la cantidad menor a la mayor permite encontrar la solución con una sola operación.

Enfrentar problemas más difíciles es una oportunidad de “convocar” cálculos más potentes; a la vez, tener disponibles mejores recursos de cálculo permite resolver problemas más complejos. Se trata de avanzar en ambos planos simultáneamente.

Números y operaciones | **Operaciones con números naturales**

Suma y resta. Cálculo exacto y aproximado

1.°, 2.° y 3.° grado Práctica de cálculo mental

Un aspecto importante del trabajo en torno al cálculo a lo largo de la escuela primaria es la apropiación progresiva por parte de los alumnos de una colección de resultados de cálculos. Esta decisión didáctica tiene un doble propósito. Por un lado, apunta a que frente a ciertas situaciones donde intervienen esos cálculos, los niños puedan efectivamente tenerlos disponibles sin necesidad de reconstruirlos utilizando un fatigoso proceso artesanal de operaciones parciales. Pero, a la vez, apunta a que –también en el terreno del cálculo– tengan oportunidad de usar y establecer relaciones entre aquello que saben y lo que deben averiguar. Esa es, justamente, la idea que sostiene la práctica de usar un cálculo para resolver otro.

Matemática. Cálculo mental con números naturales

En efecto, para quien se acerca a los quehaceres del cálculo, puede resultar muy extraña la idea de que para resolver una cuenta (por ejemplo 7 + 6) sea útil, incluso imprescindible, resolver otra cuenta (por ejemplo, 6 + 6 o 7 + 7) que no está escrita entre las informaciones que la situación original ofrece.

El desafío para quien debe encontrar el resultado es exigente porque demanda no solo identificar cuál es el cálculo que puede funcionar como punto de apoyo, sino también establecer cuál es la relación que puede entablarse entre ambos.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de resolver y analizar cálculos de suma y resta, sistematizando los que inicialmente les resultan fáciles de recordar para luego proponer nuevas reflexiones sobre algunas reglas más generales que les permitan ampliar ese repertorio; si han participado de situaciones en las que –con ayuda del docente– han explorado que algunos cálculos ya conocidos permiten encontrar el resultado de otros, los niños podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Resolver cálculos para los que inicialmente recurrían al conteo.
- Apelar a nuevos cálculos disponibles en su memoria.
- Establecer relaciones entre los cálculos que deben resolver y los que tienen memorizados.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Suma y resta. Cálculo exacto y aproximado

1.°, 2.° y 3.° grado Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados

El tipo de trabajo que se propone en torno al cálculo se orienta a que los niños puedan establecer relaciones entre las estrategias que utilizan, las propiedades de los números y el sistema de numeración. Por ejemplo, para 35 + 27 es posible pensar las siguientes estrategias:

35 + 27 35 + 20 = 55 55 + 5 = 60 60 + 2 = 62	35 + 27 3 + 27 = 30 32 + 30 = 62	35 + 27 30 + 20 = 50 5 + 7 = 12 50 + 12 = 62

En los tres casos, la descomposición aditiva de 35 y 27 se apoya en la propiedad asociativa y, en las sumas parciales donde se consideran si se trata de dieces o de unos, se evidencia el rol del valor de posición.

El cálculo mental, por su condición de cálculo reflexionado, es una buena herramienta para hacer “funcionar” las propiedades de las operaciones, para identificarlas y para analizar su dominio de validez. Por ejemplo, una discusión que puede ser interesante con los alumnos cuando ya tienen cierta experiencia en el terreno del cálculo es explorar (apelando a cálculos particulares y sin plantear que se está haciendo referencia a la propiedad conmutativa) si dada una suma de la que se conoce el resultado, al cambiar el orden de los sumandos se va a obtener nuevamente el mismo resultado. Esta exploración guiada por el docente puede extenderse a la resta para analizar que en ese caso no es posible realizar la misma modificación.

Sugerencias de actividades

Actividades para primer grado

Actividad 1

Dado un conjunto de cálculos y sus resultados, utilizarlos para resolver otros cálculos.

a) Anotá el resultado de estos cálculos y marcá los que ya sabés de memoria.

1 + 1 =		4 + 4 =		7 + 7 =
2 + 2 =		5 + 5 =		8 + 8 =
3 + 3 =		6 + 6 =		9 + 9 =

b) Resolvé los cálculos de la columna A. Luego usalos para averiguar los resultados de la columna B.

A	B
10 + 1=	11 - 1 =
10 + 2 =	12 - 2 =
10 + 3 =	13 - 3 =
10 + 4 =	14 - 4 =
10 + 5 =	15 - 5 =
10 + 6 =	16 - 6 =
10 + 7 =	17 - 7 =
10 + 8 =	18 - 8 =
10 + 9 =	19 - 9 =

c) ¿Cuáles de los siguientes cálculos te sirven para completar este cuadro?

3 + 7 = 10	4 + 6 = 10	6 + 4 = 10	5 + 5 = 10	8 + 2 = 10

Cálculo	**Resultado**	**Cálculo que sirve**
6 + 5 =		
4 + 7 =		
3 + 8 =		

d) Resolvé estos cálculos:

Cálculo	Resultado
3 - 1 =	
5 - 4 =	
6 - 3 =	
10 - 5 =	

Cálculo	Resultado
30 - 10 =	
50 - 40 =	
60 - 30 =	
100 - 50 =	

Actividad 2

Dado un conjunto de cálculos, estimar el rango en el que va a estar el resultado.

a) Sin hacer la cuenta, marcá cuáles de estas sumas van a dar un resultado mayor que 100.

92 + 38 =
24 + 31 =
62 + 75 =
84 + 87 =

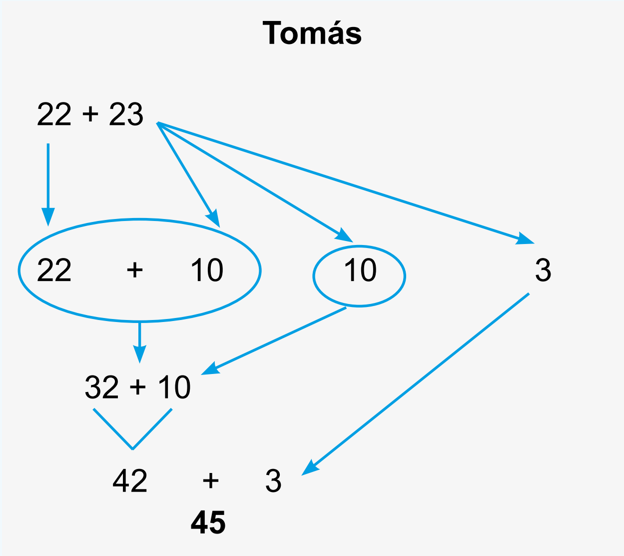
b) Sin hacer las cuentas, marcá con una cruz si cada afirmación es verdadera o falsa. Después, comprobá con la calculadora.

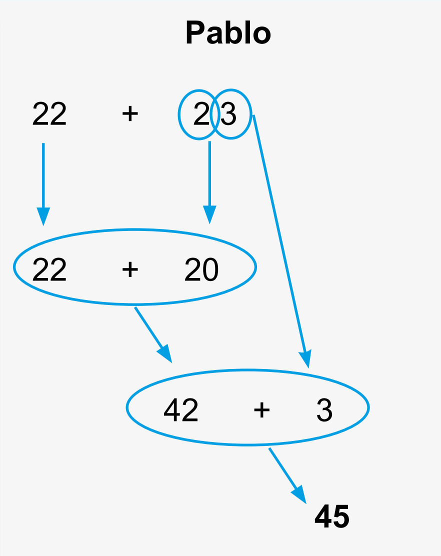
	Verdadero	Falso
23 + 9 va a dar un resultado mayor que 50		
38 - 3 va a dar un resultado menor que 30		
73 - 19 va a dar un resultado menor que 70		
17 + 38 va a dar un resultado mayor que 40		

Actividad 3

Resolver y analizar distintas maneras de realizar un cálculo estableciendo relaciones entre los procedimientos empleados.

Estas son dos formas distintas de resolver 22 + 23:





a) Si el cálculo es 22 + 23, ¿por qué Pablo suma 22 + 20?

b) ¿Dónde está el 20 de la cuenta de Pablo en la cuenta de Tomás?

Actividades para segundo grado

Actividad 1

Dado un conjunto de cálculos y sus resultados, utilizarlos para resolver otros cálculos.

¿Cuáles de los siguientes cálculos te sirven para resolver 65 + 28?

5 + 8 = 13	40 + 30 = 70	6 + 7 = 13	65 + 20 = 85	60 + 20 = 80

Actividad 2

Dado un conjunto de cálculos estimar el rango en el que va a estar el resultado.

a) Sin hacer cada cálculo, marcá: ¿cuáles creés que van a dar más que 100?

93 + 34	48 + 29	72 + 51	64 + 19	82 + 24

b) Sin hacer la cuenta, marcá si te parece que el resultado puede ser correcto o no. Comprobá después con tu calculadora.

Cálculo	Creo que es correcto	
	Sí	No
124 + 143 = 487		
329 + 89 = 418		
173 - 84 = 89		
375 - 42 = 133		

c) Escribí un número en cada cálculo para que el resultado esté cerca de 400.

153 + ……..　　　　892 - ……..

Actividad 3

Resolver y analizar distintas maneras de realizar un cálculo estableciendo relaciones entre los procedimientos empleados.

a) Resuelvan el siguiente cálculo:

32 + 16 = ...

¿Cuál de las siguientes formas de resolver el cálculo se parece a la que utilizaron?:

Lorena

32 + 10 = **42**

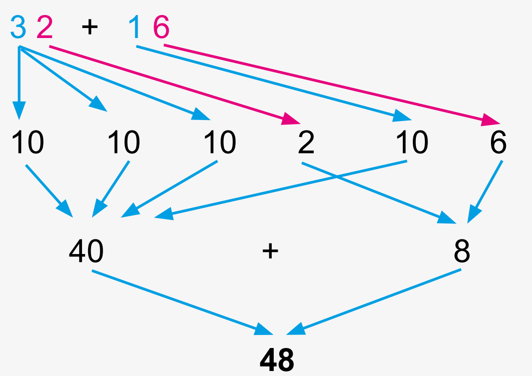
42 + 6 = **48**

Delia

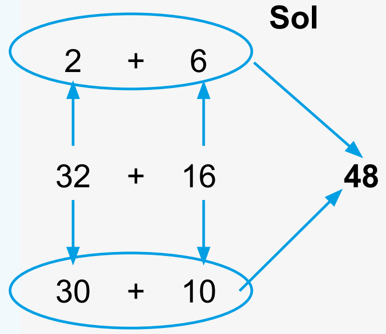
32 + 6 = **38**

38 + 10 = **48**

Maxi



Sol



b) Estas son tres formas correctas de calcular 48 - 25:

Damián

48 - 10 = **38**
38 - 10 = **28**
28 - 5 = **23**

Anabella

48 - 5 = **43**

43 - 20 = **23**

Lucas

48 - 25

~~10~~ ~~10~~ 10 10 ~~8~~ 3

¿Dónde puede leerse el resultado en el cálculo de Lucas?

¿Dónde está desarmado el 25 en el cálculo de Damián?

¿Por qué Anabella escribe 43 - 20, si la cuenta es 48 - 25?

Actividades para tercer grado

Actividad 1

Dado un conjunto de cálculos y sus resultados, usarlo para resolver otros cálculos.

a) Usá los cálculos de la columna de la izquierda para resolver mentalmente los cálculos de la columna de la derecha.

140 + 260 = 400	400 - 260 =
	400 - 140 =
270 + 530 = 800	800 - 530 =
	800 - 270 =

b) Marcá de esta lista los cálculos que te sirven para resolver 540 + 270:

500 + 200 = 700	40 + 70 = 110	400 + 300 = 700	60 + 70 = 130	540 + 200 = 740

Actividad 2

Resolver y analizar distintas maneras de realizar un cálculo estableciendo relaciones entre los procedimientos empleados.

a) Buscá dos maneras de encontrar el resultado de 900 + 800.

b) ¿Es correcto el siguiente procedimiento para averiguar el resultado de 835 - 137?

835 - 137

835 - 100 = **735**

735 - 35 = **700**

700 - 2 = **698**

Actividad 3

Dado un conjunto de cálculos, estimar el rango en el que va a estar el resultado.

Sin resolver los cálculos, marcá entre qué números creés que va a estar el resultado. Podés comprobar con la calculadora.

	Entre…				
	0 y 200	**200 y 400**	**400 y 600**	**600 y 800**	**800 y 1.000**
139 +125 =					
458 + 201 =					
840 - 730 =					
658 - 102 =					

Comentarios para el docente

El trabajo en torno a las actividades de cálculo mental supone un tipo de actividad similar al previsto para las propuestas donde los niños se enfrentan a la resolución de problemas: exploraciones, análisis de procedimientos, discusión sobre la validez de ciertas formas de resolución e identificación de nuevos conocimientos para que estén al servicio de próximas situaciones.

Es importante, entonces, que para la organización de la clase estén previstos momentos de actividad colectiva, ya sea tanto en pequeños grupos, como de trabajo entre todos los alumnos a partir de cierta gestión del docente. En efecto, colaborar con los alumnos para que puedan explicitar los procedimientos empleados, organizar los intercambios para que puedan comparar sus resoluciones, ayudarlos a identificar los conocimientos en juego y señalar qué cuestiones deben retenerse son algunas de las tareas ineludibles del maestro al abordar con sus alumnos esta “zona” del cálculo. A su vez, el tipo de actividad prevista es una tarea ardua también para los alumnos y, en muchos casos, el trabajo en parejas o pequeños grupos puede ser no solo una oportunidad de intercambio, sino también una ayuda inicial frente a algunas tareas, para dar paso luego a momentos más personales de resolución.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de analizar, construir y utilizar estrategias de cálculo mental para resolver sumas y restas; si han realizado actividades en las que establecieron relaciones entre cálculos que les permitieron usar resultados memorizados para resolver otros nuevos; si han participado de situaciones en las que –con ayuda del docente– compararon distintas maneras de resolver un mismo cálculo; si abordaron propuestas en las que debían encuadrar o encontrar el resultado aproximado de una suma o una resta y reflexionaron sobre los procedimientos empleados, los niños podrán mostrar progresos en sus posibilidades de:

- Apelar a resultados numéricos conocidos, identificando cuáles pueden ser puntos de apoyo para resolver nuevos cálculos.
- Realizar cálculos mentales utilizando variadas estrategias en función de los conocimientos disponibles y de los números involucrados.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Suma y resta. Cálculo exacto y aproximado

1.°, 2.° y 3.° grado Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo con la situación y los números involucrados

El tipo de trabajo previsto para el cálculo no solo incluye que los alumnos elaboren, empleen y analicen diversas estrategias de cálculo mental, exploren el funcionamiento de diversos algoritmos de suma y resta y dominen progresivamente los más usuales, sino también que puedan tomar decisiones respecto de qué tipo de recurso de cálculo resulta más adecuado teniendo en cuenta la situación y los números en juego.

Matemática. Cálculo mental con números naturales

Así, en algunos casos será suficiente con un cálculo aproximado, mientras que en otros deberán realizar un cálculo exacto (mental o algorítmico, cuando estuviera ya disponible) o también recurrir a la calculadora.

Por ejemplo, en la siguiente actividad los niños deben decidir en qué casos resulta conveniente usar la calculadora. Se apunta a un tipo de análisis en el que puedan reflexionar sobre la eficacia de este instrumento, pero también sobre la potencia de los conocimientos relativos al cálculo mental que han construido. En ciertos casos, por ejemplo cuando se trata de un cálculo cuyo resultado los alumnos ya tienen memorizado, los números son redondos o resulta sencillo apelar al resultado de una suma o de una resta conocida para resolver mentalmente la que se propone, la calculadora resulta ineficiente frente al cálculo mental. Se trata de que las propuestas de enseñanza les permitan, entonces, elaborar criterios para elegir entre distintos recursos.

¿Cuáles de los cálculos de la columna de la izquierda harías mentalmente y cuáles con calculadora?

Cálculo	Resolvería mentalmente	Utilizaría la calculadora
300 + 20		
79 + 87		
200 + 200		
174 - 39		
180 - 70		
150 + 100		
189 + 175		

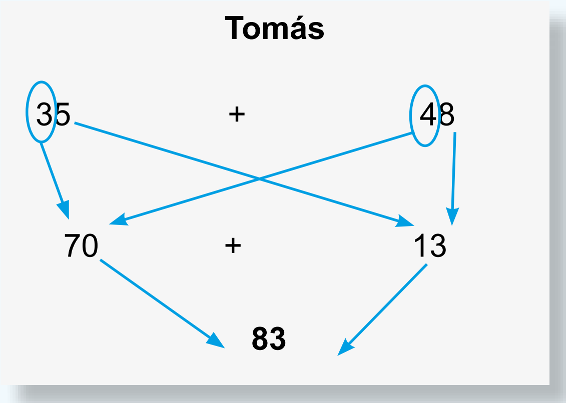
Números y operaciones | **Operaciones con números naturales**

Suma y resta. Cálculo exacto y aproximado

2.° grado

Dominio progresivo de los algoritmos convencionales para la adición y la sustracción

El trabajo en torno al cálculo mental es un punto de apoyo para la construcción y el uso progresivo de los algoritmos convencionales. En efecto, algunos de los procedimientos más personales elaborados y utilizados por los niños pueden ser reordenados en términos de la organización y el funcionamiento de los algoritmos de suma y resta. Por ejemplo, a partir de un procedimiento como el siguiente:



su escritura puede reorganizarse acercándose al ordenamiento algorítmico.

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\ 48 \\ \hline 70 \\ +\ 13 \\ \hline 83 \end{array}$$

El hecho de que sean las escrituras que los mismos alumnos producen y circulan en el aula las que se reescriban para abordar el trabajo con los algoritmos genera mejores condiciones para que accedan a las razones que sostienen su funcionamiento.

Ese punto de apoyo que representa el cálculo mental respecto de la construcción de los algoritmos no solo tiene que ver con la posibilidad de comprender el mecanismo que estos entrañan, sino también con la de controlar los resultados obtenidos.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

1.° grado

Exploración de problemas que involucren grupos de igual cantidad y repartos mediante diversos procedimientos

En primer grado se abre la posibilidad de proponer algunos problemas multiplicativos con datos numéricos simples como una oportunidad de enfrentar a los alumnos a situaciones para las cuales no tienen un procedimiento ya elaborado y que puedan explorar y construir modos posibles para abordarlas. O sea, no se espera en absoluto identificar las operaciones “expertas” ligadas a estos problemas, sino que los niños puedan hacer intentos, explorar diferentes vías que imaginen –mediante dibujos, marcas, números y conteo; hacer sumas o restas reiteradas–; justificar sus estrategias, cuestionar lo realizado y ajustarlo.

El desarrollo de estrategias de búsqueda de soluciones es un propósito de todo el trabajo matemático escolar. Los momentos en que se enfrentan problemas que aún no han sido objeto de trabajo sistemático brindan ocasiones para avanzar en ese sentido: utilizar la información disponible, explorar pistas posibles para resolverlos, analizar a dónde conduce el camino elegido, ayudarse con ciertas representaciones, explicar o discutir una resolución, etcétera.

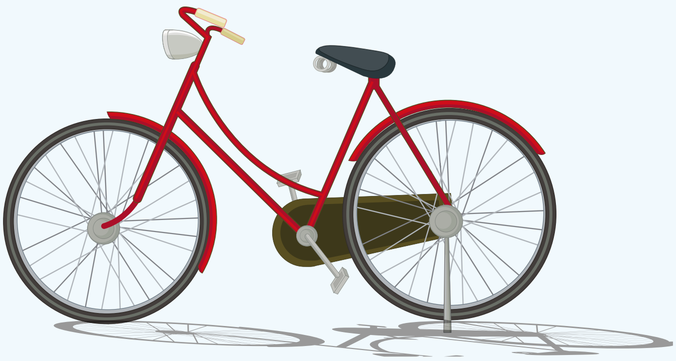
El hecho de tratarse de situaciones nuevas para las cuales todavía no se han elaborado o difundido procedimientos, o no se ha confluido hacia algunos en particular, constituye además una condición para propiciar la emergencia de una diversidad de estrategias de resolución dando lugar a un trabajo posterior de puesta en relación de las diferentes soluciones. Como siempre, el trabajo sobre las soluciones de los alumnos y el análisis que pueda realizarse sobre ellas son un medio para hacerlas progresar.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

a) El carpintero tiene que pegar las patas de 5 sillas como la de la imagen. ¿Cuántas patas tiene que pegar?

b) El bicicletero tiene que cambiar las gomas de 4 bicicletas. ¿Cuántas gomas nuevas tiene que preparar?



c) Para hacer 3 sacos como este modelo, ¿cuántos botones se necesitan?

Se proponen a continuación algunas actividades que requieren que se haya trabajado previamente con diferentes problemas aditivos en el contexto del dinero.

Actividad 2

a) Joaquín quiere comprar 4 chicles. ¿Cuánto gastará?

b) ¿Cuántos chicles se pueden comprar con $10?

c) ¿Cuánto se gasta en 6 turrones?

d) ¿Y en 3 alfajores?

e) ¿Cuántos paquetes de galletitas se pueden comprar con $30?

Comentarios para el docente

Es posible conversar con los alumnos acerca de cada uno de estos problemas antes de resolverlos será una condición para asegurarnos de que están entendiendo las situaciones que son diferentes de las que han resuelto hasta el momento en su trabajo con las operaciones. Se trata de que puedan representarse la idea de que, por ejemplo, por cada turrón se pagan $4, entonces si se compran 6 será necesario hacer 6 veces esos $4. La necesidad de controlar la cantidad de veces que se agrega –contando, sumando– el valor de cada golosina es una novedad que estos problemas están introduciendo y que los niños aprenderán de a poco, a medida que avanzan en el dominio de las operaciones multiplicativas en los años siguientes.

Actividad 3

Los chicos vendieron unas pulseras que hicieron. Cuando terminaron, para contar cuánto dinero juntaron, ordenaron los billetes por valor y cada uno contó los de un mismo valor:

a) Clara contó los billetes de $5. Juntaron 6 billetes de $5. ¿Cuánto dinero es?

b) Isabel contó 8 billetes de $2, ¿cuánto dinero es?

c) Nico contó 4 billetes de $10, ¿cuánto dinero es?

d) Ana contó 2 billetes de $20, ¿cuánto dinero es?

Actividad 4

Inés tiene que pagar una birome de $20 y solo tiene monedas de $2, ¿cuántos tiene que entregar para pagarla?

¿Cuántos billetes de $10 se necesitan para pagar un cuaderno que cuesta $60?

¿Cuántos billetes de $5 se necesitan para pagar un lápiz que cuesta $25?

Actividad 5

a) Juan y Antonia quieren compartir estos caramelos. Cada uno debe tener la misma cantidad. Encerrá la cantidad de caramelos que corresponde a cada uno.

b) Dante y Maia se reparten los caramelos que tiene este paquete en partes iguales. ¿Cuántos caramelos le corresponderán a cada uno?

c) Lucas, Lucía y Martina se reparten 15 caramelos en partes iguales. ¿Cuántos le tocan a cada uno?

d) Los chicos armaron una página con 4 filas de fotos. Cada fila tiene 5 fotos. ¿Cuántas fotos tiene la página que armaron?

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

2.° y 3.° grado Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple

Diferentes clases de problemas constituyen los sentidos de la multiplicación –y de la división–. A su vez, dentro de cada uno de ellos, podemos seguir haciendo diferenciaciones según el conjunto numérico que interviene, según los números que se dan como referencia, según el contexto en el que se plantean, según la tarea solicitada, según el modo de presentación, etcétera. Así, podemos pensar en un universo de problemas y relaciones por recorrer a lo largo de toda la escuela primaria y sobre el cual seguir avanzando en la escuela secundaria.

Los primeros problemas que se abordan en el trabajo con la multiplicación son los problemas de proporcionalidad simple. Una relación de proporcionalidad simple y directa se define por una relación entre dos variables; por ejemplo, entre la cantidad de paquetes y la cantidad de figuritas o entre la cantidad de objetos comprados y el precio a pagar, etcétera. Pueden proponerse problemas muy diversos que ponen en juego una relación de proporcionalidad simple y que presentan a los alumnos dificultades muy diferentes, por lo cual no son todos abordables en el primer ciclo.

Dentro de esta clase de problemas, se encuentran aquellos en los cuales se define una relación entre un elemento de una de las variables y varios elementos de la otra. Esta relación establece así un agrupamiento; por ejemplo: 1 paquete - 5 figuritas; 2 paquetes - 10 figuritas; 3 paquetes - 15 figuritas; etcétera.

Estos agrupamientos definen una nueva unidad: el 5 de la lista anterior es a la vez 5 figuritas y 1 paquete. Tenemos pues una doble unidad: las figuritas y los paquetes. Esta unidad multiplicativa constituye una relación nueva, de la que participan dos universos de medidas diferentes –aquí, figuritas y paquetes–, con la cual deberán lidiar los niños al enfrentarse con estos problemas. A la complejidad que supone aprender a tratar estas relaciones entre universos de medida diferentes, novedosa respecto de los problemas aditivos, se puede atribuir muchas de las dificultades que frecuentemente se manifiestan en las aulas; por ejemplo, cuando al agregar un paquete, agregan una figurita. Es necesario analizar la colección como armada a partir de la reunión de varias subcolecciones iguales –aquí, el total de figuritas compuesto a partir de los grupos de figuritas constituidos por cada paquete– y, desde el punto de vista de los cálculos, es necesario controlar la cantidad de repeticiones. Son dificultades nuevas que enfrentan los alumnos en los problemas multiplicativos, respecto de las relaciones que utilizaron en los problemas aditivos. 47

Sugerencias de actividades

El juego de las tarjetas

Materiales

- 20 tarjetas con el número 2
- 20 tarjetas con el número 3
- 20 tarjetas con el número 4
- 20 tarjetas con el número 5
  (Estas tarjetas se disponen en pilas boca arriba en la mesa del docente.)
- 2 tarjetas de color (el mismo para las ocho tarjetas) con cada uno de los siguientes números: 2, 3, 4, 5.
  (Estas tarjetas se disponen boca abajo en la mesa del docente.)

Objetivo

El juego consiste en obtener una cantidad de tarjetas del mismo valor y conseguir así un puntaje a partir del total de tarjetas. Para los alumnos, el problema matemático principal que plantea el juego reside en el cálculo de puntaje.

El juego

ACTIVIDAD **1**

Se puede organizar la clase en equipos formados por pequeños grupos. Cada equipo pasa por turnos y toma dos tarjetas de color. Los números obtenidos (por ejemplo, 4 y 5) indican de cuál pila tomarán tarjetas y qué cantidad. El equipo decidirá cuál de los números indica cada una de esas cosas (en el ejemplo, al sacar 4 y 5, podrán tomar 4 tarjetas de 5 o 5 tarjetas de 4). Se llevan las tarjetas y calculan el puntaje obtenido. En cada turno, se puede compartir, en el pizarrón o en un afiche, las tarjetas levantadas por cada equipo, para que todos calculen el puntaje. Para ello, los alumnos podrían disponer de una tabla como la siguiente:

Equipo	Tarjetas levantadas	Cálculo del puntaje	Puntaje
1			
2			
3			
4			
5			

Comentarios para el docente

Los alumnos recurrirán a diferentes procedimientos para calcular los puntajes. Se mencionan algunas posibilidades 48 para el ejemplo de 4 tarjetas de 5 puntos:

- Contando de uno en uno: 49
  - a través del dibujo de las tarjetas;
  - con marcas como puntos, palitos, etcétera;
  - recurriendo a un portador numérico o anotando la serie, controlando recorrer 4 veces 5: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 / 6 - 7 - 8 - 9 - 10 / 11 - 12 - 13 - 14 - 15 / 16 - 17 - 18 - 19 - 20;
  - anotando las 4 veces 5, pero averiguando el total contando; etcétera.
- Sumando
  - 5 + 5 + 5 + 5;
  - 5, 10, 15, 20;
  - 10 + 10;
  - etcétera.
- Apelando a una multiplicación, si hubieran trabajado antes con esta operación.

En un espacio de discusión colectiva posterior, podrán comparar los resultados hallados y, sobre todo, detenerse a analizar diferentes modos de calcular los puntajes empleados. En esos diferentes modos será necesario identificar cómo se encuentra en ellos la cantidad de tarjetas levantadas en esa jugada, los puntos de cada tarjeta y el total de puntos. Así, podrán confrontarse las maneras en que estos elementos de la situación son tratados por cada procedimiento. Resulta de interés detenerse en aquellas sumas que acumulan varias tarjetas como, en el ejemplo planteado, 10 + 10: de qué manera contiene a la suma de 5 + 5 + 5 + 5. Esto presenta espacios especiales para reflexionar sobre la cantidad de veces que se repite el 5, identificando que cada 10 corresponde a dos veces. En el momento en que el docente lo crea oportuno, podrá vincularse la repetición de 4 veces 5 con la escritura de 4 × 5 o 5 × 4.

En esta situación, y dado que los alumnos, al principio, disponen de las tarjetas como referencia, es menos probable que aparezca un error muy frecuente para los problemas multiplicativos, por la dificultad que supone tratar con dos universos de medida diferentes, que consiste en sumar los dos factores: en nuestro ejemplo, 4 + 5. Sin embargo, sí puede ponerse de manifiesto cuando las tarjetas ya no estén disponibles y será interesante que así suceda –si no, puede plantearlo el docente como asunto de reflexión, como ocasión para analizar con toda la clase qué podría representar esa suma para este juego y por qué no correspondería al cálculo del puntaje, por qué ese cálculo supone la repetición de 5 puntos 4 veces, etcétera–. Se podrá identificar que es posible resolver esta situación apelando a sumas, pero no a esa suma. Este análisis con todos será una oportunidad –entre muchas otras– en las cuales será necesario asumirlo para abordar explícitamente las relaciones y diferencias entre los problemas de suma y de multiplicación.

Otra cuestión que se podrá retomar en estas primeras jugadas o posteriormente es la elección de cuál de los números obtenidos indicará la cantidad de tarjetas y cuál el puntaje de la tarjeta. Se puede pedir a los grupos que compartan cómo lo deciden; es posible que pronto empiece a circular que obtienen el mismo resultado con ambas opciones. Después de haber jugado varias partidas y una vez que esta conjetura vaya tomando fuerza a partir de que se multiplican los ejemplos que van encontrando, se puede intervenir con una explicación que colabore en la construcción de un argumento para esa equivalencia.

Una explicación posible del docente acerca del funcionamiento de la conmutatividad en la multiplicación. Estamos contando de diferentes maneras una misma colección de puntos: 4 x 5 como 4 veces 5 o 5 veces 4, considerando dos formas de contarlos.

Así, si se cuentan los puntos de 4 tarjetas de 5:

• • • • •

• • • • •

• • • • •

• • • • •

Contando (o sumando) toda una fila, luego la segunda, así hasta terminar; hicimos 4 veces 5.

Pero también se puede contar el primer punto de todas las filas, luego el segundo punto de todas las filas, luego el tercero, luego el cuarto y luego el quinto; de esta manera, se hizo 5 veces 4.

Se trata siempre del mismo conjunto de puntos, solo cambia el orden en el que se los cuenta. Cualquiera de los dos factores podría jugar el papel de la cantidad de repeticiones siendo el otro el valor a repetir.

En el mismo movimiento, la multiplicación 4 × 5 puede representar tanto a las 4 tarjetas de 5 puntos como a las 5 tarjetas de 4 puntos, porque se reencuentran los mismos modos posibles de contar los puntos obtenidos.

Se podrá ir analizando esta explicación de manera general; cualesquiera sean la tarjeta elegida y la cantidad; es posible imaginar así la equivalencia de ambas maneras de contar los puntos correspondientes.

Esta primera explicación de la conmutatividad se puede vincular luego a una explicación de esta relación en el contexto de problemas de organizaciones rectangulares.

Actividad 2

Luego se pueden jugar varias vueltas para calcular el puntaje obtenido al finalizarlas. Se presentan ejemplos de tablas posibles para que los alumnos lleven allí el cálculo y el control de los puntajes.

Actividad 3

Se puede jugar las veces que el docente lo considere. En algún momento, se podrá retirar la disponibilidad de las tarjetas que se llevan, debiendo dejarlas en la mesa del docente o simplemente evocarlas para calcular el puntaje. Podrán habilitarse en aquellos casos para los cuales la situación plantee mucha dificultad.

Actividad 4

El juego podrá ampliarse extendiendo los números que se incluyen en las tarjetas, incluyendo, por ejemplo, 6, 7, 8, 9, 10. En este caso, los alumnos podrían disponer de calculadoras. Al analizar los modos posibles de calcular el puntaje, se podrá focalizar en la escritura multiplicativa 50; por ejemplo, 6 × 8 u 8 × 6, que permite hallar rápidamente el resultado en la calculadora.

Actividad 5

En algunas de las instancias de reflexión, se puede proponer a los alumnos elaborar tablas que relacionen la cantidad de tarjetas de un determinado valor con el puntaje obtenido.

Análisis posteriores podrán ir retomando colectivamente y en diferentes oportunidades las diferentes relaciones que pueden relevarse a partir de las tablas:

- Si se multiplica por un número la cantidad de tarjetas, se puede conocer el puntaje multiplicando por el mismo número esa cantidad de tarjetas: al doble de tarjetas del mismo valor le corresponde el doble de puntaje; al triple, el triple; etcétera.
- Si se divide por un número la cantidad de tarjetas, se puede conocer el puntaje dividiendo por el mismo número esa cantidad de tarjetas: a la mitad de tarjetas de un mismo valor le corresponde la mitad de puntaje; a la quinta parte de

tarjetas le corresponde la quinta parte del puntaje de esas tarjetas, etcétera.

- Se puede conocer el puntaje de la suma de dos cantidades de tarjetas sumando los puntajes correspondientes a cada una de esas cantidades: por ejemplo, podemos conocer el puntaje de 7 tarjetas de 4 puntos al sumar los puntajes correspondientes a 4 tarjetas y a 3 tarjetas, o a 5 tarjetas y 2 tarjetas, o a 6 tarjetas y 1 tarjeta, etcétera.
- Es posible hallar el puntaje repitiendo el valor de una tarjeta la cantidad de veces indicada por la cantidad de tarjetas.

Estas relaciones se irán identificando, así como también se discutirá entre todos de qué manera pueden utilizarse para completar las tablas.

Actividad 6

A medida que se familiarizan con la situación del juego y dominan su dinámica, se puede proponer que se arme un juego en cada mesa y los alumnos jueguen individualmente.

Actividad 7

Problemas que remiten al juego

En diferentes oportunidades a lo largo de una secuencia de trabajo con este juego, es posible plantear a los alumnos problemas que remitan a esta situación.

Se proponen solo algunos ejemplos. En ellos varía la cantidad de tarjetas, el valor de cada una, el lugar de la incógnita, el tipo de tarea (calcular un puntaje, controlar un puntaje ya calculado, comparar puntajes), la cantidad de vueltas jugadas, la forma de presentación. Los docentes podrán ampliar esta colección modificando los números en juego u otras características de los problemas.

- Malena sacó 5 tarjetas de 7 puntos. ¿Cuántos puntos obtuvo?
- ¿Cuántos puntos obtuvo Joaquín, que sacó 6 tarjetas de 3 puntos?
- Nicolás hizo 28 puntos con tarjetas de 4 puntos. ¿Cuántas tarjetas sacó?
- Luciana hizo 30 puntos con 5 tarjetas iguales. ¿De cuántos puntos eran las tarjetas?
- Francisco sacó 5 tarjetas de 3 puntos y Candela sacó 3 tarjetas de 7 puntos. ¿Quién ganó?
- Sofía sacó 6 tarjetas de 7 puntos y Facundo 7 tarjetas de 6 puntos. ¿Quién ganó?
- Inés sacó 9 tarjetas de 3 puntos y Juan sacó 3 tarjetas de 10 puntos. ¿Quién ganó?
- Daniel sacó 6 tarjetas de 9 puntos y dice que son 46 puntos, porque 5 tarjetas

de 9 son 45 puntos, entonces 6 tarjetas es uno más. Sus compañeros le dijeron que estaba mal. ¿Qué pensás sobre lo que dice Daniel?

- En una vuelta, María hizo 20 puntos. ¿Con cuáles y cuántas tarjetas los puede haber obtenido?
- El equipo de Ana, en un juego de 3 vueltas, sacó: 4 tarjetas de 8 puntos, 6 tarjetas de 10 puntos, 3 tarjetas de 9. ¿Cuántos puntos hicieron en todo el partido?
- En el equipo de Tomás jugaron un partido de tres vueltas y obtuvieron 37 puntos. En la primera vuelta sacaron 4 tarjetas de 3 puntos, en la segunda 5 de 2 puntos. ¿Cuántos puntos hicieron en la tercera vuelta?
- Completá la siguiente tabla:
- Completar una tabla de puntajes para un valor de tarjeta; por ejemplo 51 :

Equipo	Tarjetas levantadas	Cálculo del puntaje	Puntaje
1	5 tarjetas de 8 puntos		
2	10 tarjetas de 5 puntos		
3	9 tarjetas de 4 puntos		
4	4 tarjetas de … puntos		36
5	… tarjetas de 8 puntos		24

- En el siguiente ejemplo, los alumnos deben hallar los puntajes:

Actividad 8

Cantidad de tarjetas de 6 puntos	1	3	4	5	8		12	15	
Puntaje						60			96

Cantidad de tarjetas de 6 puntos	1	2	3	4	5		12	14	20
Puntaje		24	32			40			

Al sostener este juego en el tiempo, los alumnos van conociendo ciertos resultados de memoria a partir del uso frecuente con el que se les aparecen en los puntajes que obtienen. A partir de este hecho, se puede recurrir a esta situación como base para construir un primer repertorio multiplicativo.

a) Retomando la versión 4 del juego en forma individual es posible luego explicitar y analizar modos de calcular los puntajes. En el pizarrón o en algún afiche se podrá hacer un inventario de los procedimientos utilizados y de los resultados hallados, agrupando los que son parecidos. Por ejemplo, los que apelan a dibujar y a contar, a anotar la serie de números, a contar de a …; a sumas reiteradas del puntaje de cada tarjeta, a sumas agrupando de a varias tarjetas, a escrituras multiplicativas.

Luego de haber agrupado los procedimientos similares es posible buscar los que correspondan a un mismo tipo de extracción; por ejemplo, dos o más maneras diferentes de buscar el resultado para 4 tarjetas de 6 puntos. En estos casos, es importante detenerse en cómo pasar de uno a otro, cómo se representan y tratan en cada uno de ellos las cantidades involucradas en el problema. Por el momento, hasta que no se avance en la construcción de un repertorio multiplicativo, las escrituras multiplicativas para este cálculo, 4 × 6 o 6 × 4, requieren, para hallar el resultado, apelar a un cálculo aditivo, al conteo o al uso de la calculadora.

Este análisis da lugar a un segundo inventario, esta vez según el resultado buscado. Por ejemplo:

4 × 6 = 24 1 2 3 4 5 6 - 7 8 9 10 11 12 - 13 14 15 16 17 18 - 19 20 21 22 23 24 52

1 2 3 4 - 5 6 7 8 - 9 10 11 12 - 13 14 15 16 - 17 18 19 20 - 21 22 23 24 53

6 - 12 - 18 - 24

6 + 6 + 6 + 6   12 + 12

5 × 8 = 40   8 - 16 - 24 - 32 - 40   8 + 8 + 8 + 8 + 8   16 + 16 + 8

3 × 4 = 12   1 2 3 4 - 5 6 7 8 - 9 10 11 12   4 - 8 - 12   4 + 4 + 4

8 + 4

Y así, para los diferentes resultados

En esta discusión podrán surgir, o el docente podrá recordar, relaciones que ya han circulado, por ejemplo:

- Si sabemos cuántos puntos son 6 tarjetas de 3, 7 tarjetas de 3 son 3 puntos más…
- Es el mismo puntaje si tenemos 9 tarjetas de 4 o 4 tarjetas de 9 porque…
- Al doble de tarjetas de un valor le corresponde el doble de puntaje.
- Si ya sabemos cuántos puntos hacen 3 tarjetas de 7 y 2 tarjetas de 7, se puede saber cuántos hacen 5 tarjetas de 7.
- Ese puntaje se puede hacer en la calculadora con los cálculos 9 × 4 (o 4 × 9), que significa 9 veces 4 o 4 veces 9.
- Etcétera.

b) Sin calculadoras, se les propone a los alumnos jugar, disponiendo esta vez del inventario de resultados elaborado. Después de jugar algunas veces, apelando al inventario de resultados disponible, es posible proponer una manera de ordenarlo para poder encontrar el cálculo buscado más rápidamente. Así, se podrán ordenar los cálculos para tarjetas de 2 puntos, de 3 puntos, de 4 puntos, etcétera. A su vez, dentro de cada uno de esos grupos, es posible ordenar los cálculos según la cantidad de tarjetas de ese puntaje. Por ejemplo, para la tarjeta de 6 puntos, puede resultar:

3 × 6

4 × 6

5 × 6

7 × 6

10 × 6

Se podrá proponer completar esas listas antes o después del juego. Estas listas se pueden vincular a las tablas de proporcionalidad completadas y analizadas por la clase en la actividad 5. La disposición de las diferentes listas permitirá analizar relaciones entre las distintas listas o tablas, como entre las de 3 y 6 puntos, etcétera.

Los alumnos podrán jugar nuevas partidas con las listas de cálculos disponibles. Es posible ir recuperando cuáles de esos resultados conocen ya de memoria o pueden averiguar muy rápidamente sin consultar en las listas.

Otras sugerencias de actividades

Consultar Actividades 1, 2 y 3 del apartado “Primeras interacciones con la multiplicación”, del documento *Grado de Aceleración 4º / 5º. Matemática. Primer bimestre. Material para el alumno.* [54]

Actividades para segundo y tercer grado

Facturas de compras [55]

Actividad 1

Los chicos compraron algunas cosas en el cotillón para un festejo en su grado:

Clara compró 10 globos.

Dante, 4 banderines.

Ana, 3 potes de masa.

¿Quién gastó más?

Comentarios para el docente

El precio de cada objeto y la cantidad de objetos comprada –es decir, el número a iterar y el número de iteraciones– son variables cuyos valores serán por supuesto decididos por el docente cada vez. Se incluyen algunos solo a modo de sugerencia.

Es necesario asegurarse de que los alumnos pueden construirse una representación de la situación en la cual se enmarca el problema: qué se vende en una casa de cotillón, que cada uno de los niños compra varios de un mismo objeto y que la información que se ofrece es el precio por cada uno y qué es lo que se pide que averigüen. Mientras resuelven, el docente podrá ir chequeando esta comprensión e interviniendo con aquellos que se encuentren más trabados. Luego de la resolución, individual o de a dos, será interesante analizar algunos de los procedimientos desplegados en la clase.

A continuación, se enumeran algunas posibilidades de resolución. En la clase podrían aparecer otras. El docente seleccionará cuáles pueden llevar a un debate colectivo en la clase de acuerdo con aquellos aspectos que quiera analizar y relevar con todo el grupo.

- Apelar a los billetes y armar el total a pagar:

  2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2

  10 - 10 - 10 - 10

  10 - 2 - 10 - 2 - 10 - 2

- Sumar:

  2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

  10 + 10 + 10 + 10

  12 + 12 + 12

- También puede apelarse a sumas intermedias agrupando el precio por varias unidades, por ejemplo:

  4 + 4 + 4 + 4 + 4

  20 + 20

En los procedimientos que se elijan, será interesante reflexionar acerca de cómo se representa en cada uno lo que cuesta cada objeto y la cantidad de esos objetos comprada. Por ejemplo, en la suma reiterada de 2, determinar dónde están los 10 globos comprados. También es fundamental analizar la cantidad de “veces” en las sumas que agrupan, como la de 4 + 4 + 4 + 4 + 4: cómo aparecen allí los 10 globos, ya que cada 4 representa 2 globos. Otro aspecto importante consistirá en vincular entre sí los diversos procedimientos: el armado con billetes en relación con las diferentes sumas reiteradas. Se podrá también relacionar estos procedimientos con la escritura multiplicativa 10 × 2 o 2 × 10. Aunque los alumnos no están aún en condiciones de resolverlo apelando a cálculos multiplicativos, podrán comenzar a establecer lazos entre sus procedimientos y las escrituras multiplicativas.

Actividad 2

Los padres de Isabel van al cotillón a comprar algunas cosas para el festejo de su cumpleaños. Completen la factura de lo que compraron:


C FACTURA

Cotillón

IVA RESPONSABLE MONOTRIBUTO

Fecha

CUIT: 27-29682366-5
Ing. Brutos Nº: 27-29682366-5
Inicio de Actividades: 01-08-2010

Señor (es):
Domicilio:
Localidad:

IVA: Resp. Insc. / Exento / Cons. Final / Resp. Monotrib.
CUIT Nº
Condiciones de venta: Contado / Cta. Corriente / Tarj.
Remito Nº

Cant.	Descripción	P. Unit.	Importe
4	Bolsa de papel picado		
8	gorro		

Orientación al consumidor Pcia. de Buenos Aires: 0800-222-9042
Original Blanco - Duplicado Color
TOTAL $

Imprenta de Zuñiga Adrian Roberto, CUIT 20-18223662-5
Habilitación Municipal: 4091-8104-Z-2000 - Tel.: 4387-0029
Fecha de impresión: 11-2010
Nº 0001 - 00000001 al Nº 0001 - 00000250

Comentarios para el docente

La presentación del problema en forma de factura quizás introduce una novedad para los alumnos que probablemente haya que desplegar con todo el grupo, analizando qué información contiene y cómo se representa esa información en los diferentes lugares de la tabla. Posiblemente sea necesario que antes del desarrollo de la actividad, se trabaje con los alumnos sobre el uso de las facturas, ya que es probable que desconozcan este portador de información.

A partir de las diferentes resoluciones, el docente podrá introducirlos en un análisis de los procedimientos que retome o profundice los aspectos mencionados, a propósito del problema anterior o de otros que tenga intención de trabajar.

Actividad 3

Otros ejemplos de facturas posibles:

Se puede también ofrecer algunas facturas en blanco para que completen con una compra. Un alumno o un par de alumnos pueden completar con lo que desean comprar e intercambiarlo con otros para que calculen el precio a pagar.

FACTURA

IVA RESPONSABLE MONOTRIBUTO

Fecha

CUIT:
Ing. Brutos Nº:
Inicio de Actividades

Señor (es):
Domicilio:
Localidad:

IVA: Resp. Insc. / Exento / Cons. Final / Resp. Monotrib.

CUIT Nº

Condiciones de venta: Contado / Cta. Corriente / Tarj.

Remito Nº

Cant.	Descripción	P. Unit.	Importe

Sugerencias de actividades

Actividades para tercer grado

Juego de saltos regulares

Otro contexto para trabajar la multiplicación es el de situaciones de "saltos regulares". Proponemos el siguiente juego como un ejemplo de situación posible que permite hacer funcionar la multiplicación en un contexto ordinal: los productos obtenidos van permitiendo avanzar a lo largo de la serie numérica.

Materiales

- Tablero 56 (con un recorrido numerado de 1 a 100 y con un casillero antes de 1 que diga Salida. El que tiene el número 100 será la Llegada)
- Dos dados.
- Fichas de diferentes colores para cada jugador.

El juego

El juego consiste en desplazarse desde la salida hasta la llegada mediante "pasos regulares", es decir que siempre abarcan la misma cantidad de casilleros.

Actividad 1

Se puede jugar primero colectivamente para ir conociendo el juego. Se divide la clase en dos equipos. Cada equipo tira inicialmente un dado que le indicará la cantidad de casilleros del "paso" que dará en el juego. Por ejemplo, si el equipo A sacó 4, su paso será de 4 casilleros; si el equipo B sacó 3, el paso de ellos será de 3 casilleros.

Comienza el juego. Los equipos, por turnos, tiran los dos dados. El número obtenido indica la cantidad de pasos que ese equipo avanza. Por ejemplo, si el equipo A obtiene 5, deberá dar 5 saltos de 4 casilleros; si el equipo B obtiene 8, deberá dar 8 saltos de 3 casilleros.

Antes de hacer avanzar las fichas, es conveniente pedir a los alumnos que anticipen en qué casillero caerán. Más allá de la primera jugada, esta anticipación requiere calcular cuántos casilleros se avanza y sumarlo al casillero en el cual se encuentran.

Para calcular cuántos casilleros se avanza, los alumnos podrían: contar, anotar los números uno por uno, sumar 5 veces 4, etcétera. Es posible comenzar a sumar desde el número en el que se encontraban o sumarlo después. Cuando se analizan, a posteriori, los procedimientos, se puede identificar que el cálculo de saltos puede pensarse o anotarse como una multiplicación; en este ejemplo, 5 × 4 o 4 × 5, dado que se repite 5 veces el número 4 o un grupo de 4 casilleros.

Actividad 2

La clase podrá organizarse en pequeños grupos jugando, en alternancia con instancias de análisis de los modos de resolución. En esta instancia se puede incluir como regla que deban anticipar la cantidad de casilleros avanzados y el punto de llegada. Luego pueden verificarlo desplazando efectivamente la ficha. Si aciertan, pueden avanzar un paso más (4 casilleros para el equipo A). Si no, retroceden un paso. Para esas anticipaciones, es posible ofrecerles una tabla como la siguiente:

Cantidad de saltos de a ….	Cantidad de casilleros que avanzo	Casillero al que llego

Actividad 3

Se podría tirar dos dados al comienzo del juego para determinar el "paso" de cada jugador.

Actividad 4

Se proponen algunos ejemplos de problemas que remiten al juego, para plantear después de haber jugado varias partidas.

a) Con los saltos que le salían en cada jugada, los chicos fueron completando las siguientes tablas que relacionan la cantidad de saltos con los casilleros que avanzan, para no tener que calcularlos cada vez. Se borraron algunos números, ¿podés volverlos a anotar?

Cantidad de saltos de a 3	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de casilleros que avanza									

Cantidad de saltos de a 4	2	3	5	8	10	12	15	20	25
Cantidad de casilleros que avanza									

Cantidad de saltos de a 5	2	3			7	9		13	19
Cantidad de casilleros que avanza			20	30			50		

Cantidad de saltos de a 6		4	5	6	7		11	12	15	
Cantidad de casilleros que avanza	18	24				60				

Cantidad de saltos de a …	2	3	5		8	10	11
Cantidad de casilleros que avanza	18	27		63			

Cantidad de saltos de a …	2	3	4	5	
Cantidad de casilleros que avanza		36			84

Comentarios para el docente

En momentos posteriores a la resolución, es necesario identificar las diferentes relaciones presentes entre los valores de la tabla. Si ya se hubieran trabajado en otro contexto, por ejemplo, en el juego de las tarjetas, será enriquecedor ayudar a los niños a reconocer la semejanza entre ambas situaciones, ya que esta relación no es evidente para ellos: una situación remite a calcular un puntaje y la otra a anticipar los casilleros que se avanza. Identificar que estos cálculos tienen en común la repetición de una cantidad –puntos de cada tarjeta o casilleros que se avanzan por cada salto– constituirá un avance en la generalización de estas relaciones.

Para las dos últimas tablas no está dada la cantidad de casilleros del "paso"; deben determinar el valor unitario.

b) Controlá si las siguientes tablas han sido completadas correctamente. Si no, corregilas.

Cantidad de saltos de a 7	2	3	4	5	7	8	10	12	13	
Cantidad de casilleros que avanza	14	24	28	35	42	56	70	77	84	

Cantidad de saltos de a 11		4	5	6	7		11	12	15	
Cantidad de casilleros que avanza	18	24				60				

En una discusión posterior se pondrán en común los errores encontrados. Esto involucrará la explicitación de las razones por las cuales constituye un error así como también las razones por las cuales podemos estar seguros de que los otros pares de valores son correctos. Ahora bien, la corrección no necesariamente es única. Por ejemplo para la tabla de saltos de a 7, para el 12, podrían reemplazar el 77 por 84 o, también, el 12 por 11.

a) Agustín avanza con pasos de a 8 y esta vuelta sacó 12 en el dado. ¿Cuántos casilleros avanzó?

b) En una jugada, Clara avanza con pasos de a 5 y sacó 6 en el dado; Inés avanza con pasos de a 6 y sacó 5 en el dado. ¿Cuál de las dos avanzó más?

c) En otra jugada, Luca avanza de a 11 y sacó 4; Martina avanza de a 6 y sacó 8. ¿Quién avanzó más en esta vuelta? 57

d) Magalí avanzó 36 casilleros con pasos de a 4. ¿Cuántos saltos dio?

e) Matías avanza con pasos de a 7 y esta vuelta avanzó 42 casilleros. ¿Cuántos pasos dio?

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de abordar situaciones multiplicativas en las cuales una cantidad se repite, de participar de instancias de análisis de los procedimientos de resolución desplegados en las cuales se vayan identificando diferentes relaciones, se podrían observar los progresos que ponen de manifiesto al:

- intentar construir caminos de resolución a los problemas planteados;
- apropiarse de nuevos procedimientos de resolución;
- controlar la cantidad de "veces" que se repite la unidad multiplicativa de la situación planteada;
- "maniobrar" con la relación entre los diferentes universos de medida involucrados (por ejemplo, por cada paquete de figuritas que se agrega son 5 figuritas que se agregan; por cada cuaderno que se saca, son $12 menos, etcétera);
- identificar algunas relaciones que intervienen en los problemas de proporcionalidad simple (por ejemplo, al doble de paquetes de figuritas le corresponderá el doble de figuritas; si quiero saber el precio de 5 cuadernos, lo puedo saber sumando el precio de 2 cuadernos y el de 3 cuadernos, etcétera);
- relacionar las sumas reiteradas con escrituras multiplicativas.

2.° y 3.° grado

Relación con el uso de la escritura multiplicativa

Como puede observarse, la introducción del signo de multiplicación se realiza a partir de la resolución de diversos problemas multiplicativos, del análisis de los procedimientos utilizados por los alumnos y su puesta en relación con la escritura a x b = c 58 . El recorrido propuesto parte de construir un significado para esta escritura –antes de proponer una formalización prematura– en relación con los problemas en los cuales se usa y los cálculos que permiten hallar su resultado.

Sugerencias de actividades

A continuación se propone una serie de problemas que los alumnos podrán resolver para luego analizar los cálculos utilizados e identificar el uso de la escritura multiplicativa. 59

Actividad 1
Eduardo está pegando las nuevas figuritas de animales que compró. Ya pegó 5 figuritas de perros, 4 de pájaros, 1 de iguana, 2 de peces y 3 de gatos. ¿Cuántas figuritas pegó?

Actividad 2
En su álbum de figuritas, Tamara pegó 8 estampillas en cada una de sus páginas y completó 4 páginas. ¿Cuántas figuritas pegó?

Actividad 3
La mamá de Juli arma centros de mesa poniendo 4 flores y muchas hojas. Tiene que completar 7 centros de mesa. ¿Cuántas flores necesita?

Actividad 4
La bibliotecaria pidió a los alumnos que no se olviden de devolver los libros que ya leyeron. Los chicos de primer grado devolvieron 6 libros; los de segundo, 3; los de tercero, 6 y los de cuarto, 5. ¿Cuántos libros devolvieron en total?

Actividad 5
Los tomates de la huerta del abuelo Enrique ya maduraron. A la mañana recogió 7 y a la tarde 8. ¿Cuántos tomates recogió hoy el abuelo Enrique?

Comentarios para el docente
En un análisis colectivo posterior podrán retomarse las resoluciones y el docente podrá llevar a los alumnos a reconocer que hay sumas en las que se repite el mismo número y otras en las que no. Al identificar las primeras, se podrá vincularlas con la escritura multiplicativa, por ejemplo, para la actividad 2: 4 × 8 = 32.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

2.° y 3.° grado

Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares

En estos problemas, como en los ejemplos que aparecen debajo 60, se trata de enumerar objetos dispuestos según una configuración rectangular, es decir, ubicados en filas y columnas:

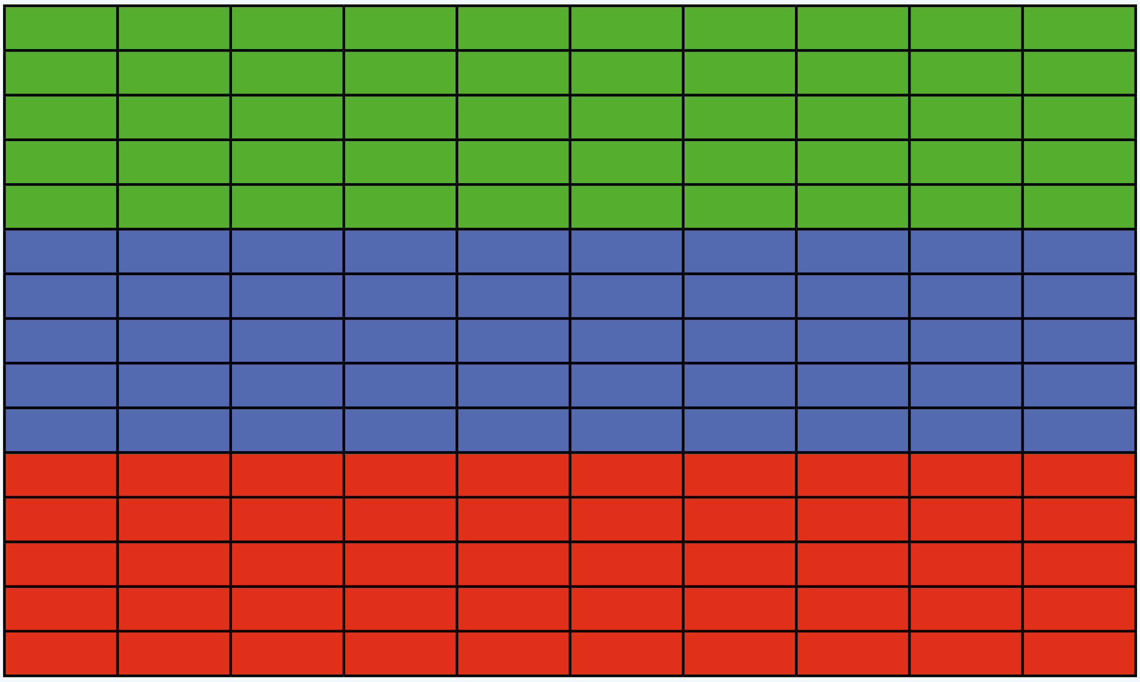
- ¿Cuántos casilleros hay en un tablero cuadrado de 8 casillas de lado?
- ¿Cuántos cuadritos hay en un rectángulo de papel cuadriculado de 4 cuadritos de un lado y 5 cuadritos del otro?
- ¿Cuántas celdas hay en un recorte de planilla de Excel de 10 columnas y 15 filas?
- ¿Cuántos lugares para asistir a un acto sentado hay en un patio con 12 filas de 20 sillas?

Son problemas nuevos que presentan también distinta dificultad según el campo numérico, el tamaño de los números, el contexto, la presentación del problema, el tipo de tarea, etcétera. Abordaremos algunos de ellos en el primer ciclo. Al enfrentarlos, no se espera que los niños los vinculen a la multiplicación de entrada dado que, aunque se haya trabajado intensamente con la multiplicación a propósito de problemas de proporcionalidad simple, enfrentan aquí un nuevo sentido; son problemas diferentes, que habrá que relacionar de a poco con lo que ya saben sobre esta operación.

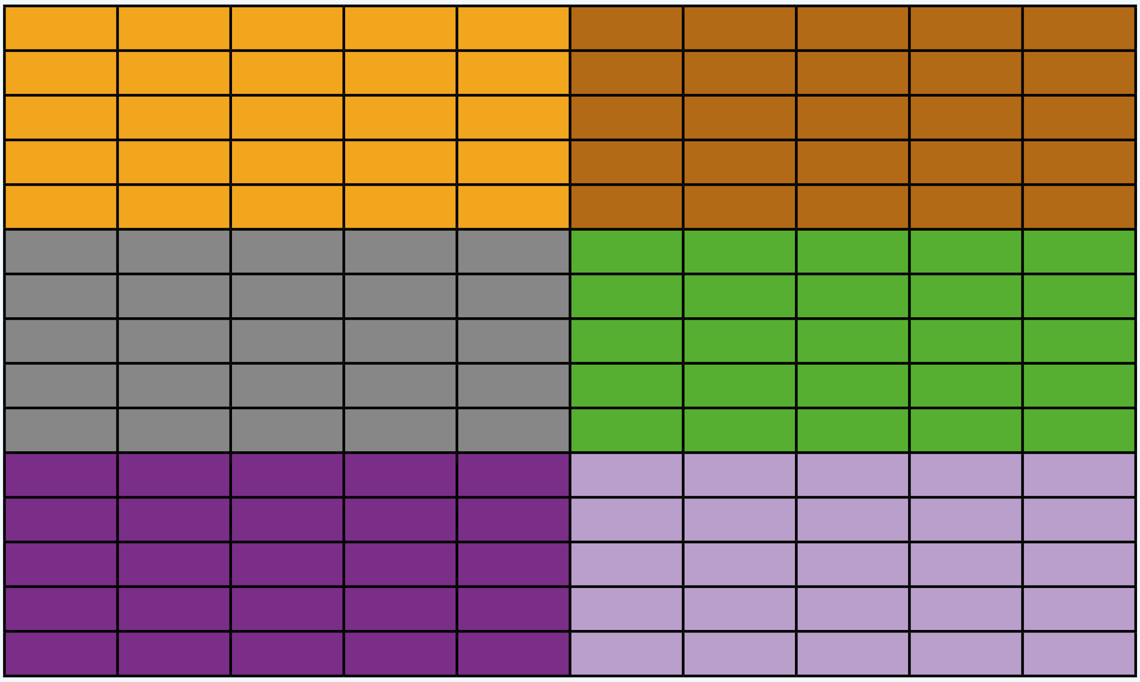
En las primeras resoluciones, los niños apelan a procedimientos disponibles, como el conteo o la suma, que posteriormente se irá relacionando con la multiplicación, en un análisis que permita comprender por qué esta operación permite contar la cantidad de elementos de colecciones –más adelante, serán también medidas– dispuestas en filas y columnas.

Para resolverlo también es posible analizar cómo están distribuidos los elementos; pueden aplicarse razonamientos análogos a las dos dimensiones. Por ejemplo, en una planilla de Excel de 10 columnas por 15 filas, es posible ir calculando la cantidad de celdas de manera parcial, y luego sumando los totales parciales así obtenidos.

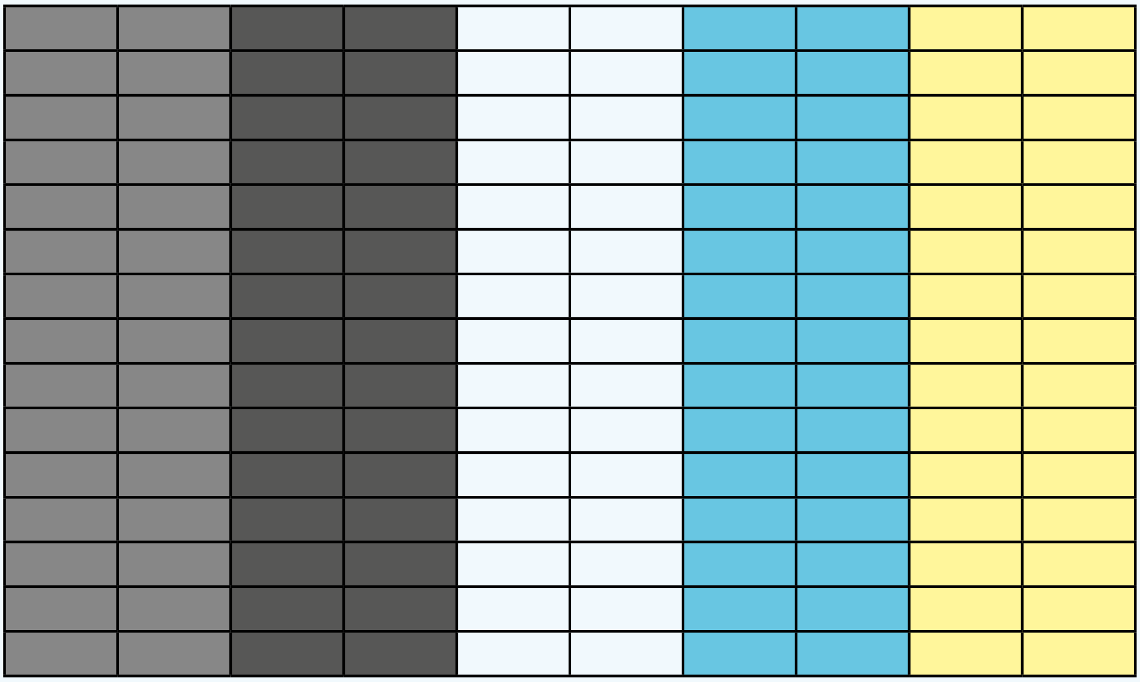
Por ejemplo:



Se puede calcular apelando a diferentes distribuciones; en tercer grado y más adelante, es interesante que los niños exploren esta posibilidad y se analicen las equivalencias al contar los elementos de las maneras propuestas:



O también:



A estos problemas de multiplicación podemos asociar un problema de división consistente en averiguar una de las dimensiones, conociendo el total de elementos dispuestos rectangularmente –es decir, en filas y columnas– y la otra de las dimensiones. Por ejemplo:

- ¿Cuántas filas de una tira de 8 columnas de papel cuadriculado hay que cortar para tener justo 96 cuadritos?
- ¿Cuántas sillas por fila hay que colocar para el acto, si se van a armar 10 filas y quieren que haya 150 asientos?

En el primero se trata de buscar qué número multiplicado por 8 da 96. Es decir, puede pensarse como la búsqueda de un factor faltante en una multiplicación: 8 × … = 96; o bien … × 8 = 96. Insistimos en que no estamos pensando que los niños establezcan esta relación en un primer momento. Antes bien, podrán apelar a sumas o restas de a 8 para calcular la cantidad de filas. Cuando se haya establecido una relación entre estos problemas y la multiplicación a partir del trabajo con esta clase de situaciones y un análisis sobre lo realizado, los alumnos podrán hallar el factor buscado a partir de tanteos.

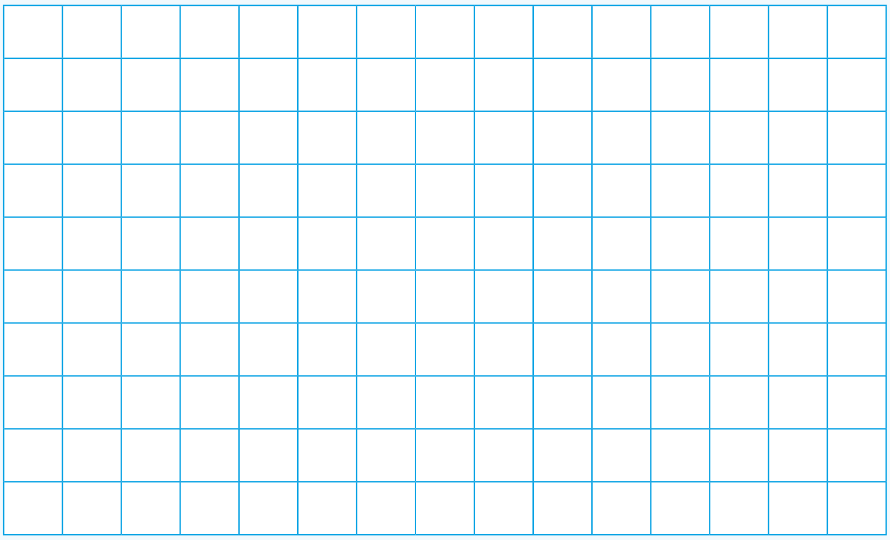
Sugerencias de actividades

Actividad 1

Juego de los cuadritos pintados 61

Materiales

Una tira de papel cuadriculado largo de aproximadamente 15 cuadritos de ancho y un dado por grupo de alumnos.



El juego consiste en llegar a pintar 60 cuadritos. En pequeños grupos, por turnos, cada alumno tira el dado, anota el número obtenido y pinta o realiza una marca en los cuadritos de tantas filas de 5 cuadritos como indica el dado. El que llega a pintar 60 cuadritos o más gana.

Después de jugar una o más partidas, se puede discutir entre todos cómo hacen para darse cuenta de si ya han llegado a pintar 60 cuadritos o más. Ni bien creen que llegaron a completarlos, tienen que decir "¡Basta!". Si lo dicen y no lo tienen, pierden; si lo dicen y pueden comprobar que los tienen, ganan. Puede continuarse hasta que llegue el segundo, y así hasta terminar.

Comentarios para el docente

Durante el juego, quizás resulte necesario ir aclarando que los puntos del dado indican la cantidad de filas.

La instancia colectiva permitirá poner en común y analizar diferentes procedimientos: contar de uno en uno, de cinco en cinco, sumas reiteradas de 5 o de múltiplos de 5. En cada uno de ellos, se podrá focalizar en cómo se representan el total de cuadritos pintados, los cuadritos de cada fila, la cantidad de filas. Será una ocasión para reconocer que se está repitiendo una cantidad de veces 5, y que eso puede ser anotado como una multiplicación. Por ejemplo, si llegaron a pintar 12 filas, 12 × 5 = 60. También es posible identificar entre todos que con 10 filas se completan 50, porque son 10 veces 5, 10 × 5, etcétera.

Si algún alumno pinta columnas de 5 cuadritos, será interesante analizar cómo puede establecerse si se han alcanzado los 60 cuadritos: ya sea sumando 5 veces la cantidad de cuadritos por fila, o viceversa. Si no apareciera esta orientación para cubrir la cuadrícula, podría proponerla el docente, para someterla al análisis conjunto. Se podrá reflexionar sobre la equivalencia entre ambas formas de pintar la cuadrícula. También es una ocasión para analizar la relación entre la escritura multiplicativa y ambas formas de pintar la cuadrícula.

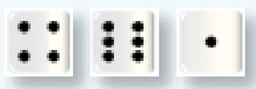
Otra posibilidad es que los alumnos pinten filas de 5 y nuevas filas de 5 formando filas de 10. Si se puede retomar esta forma de organizar la cuadrícula pintada, se puede reflexionar sobre la relación entre 12 × 5 y 6 × 10. Como las filas ahora tienen el doble de cuadritos, se necesita la mitad para tener los 60.

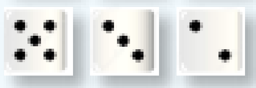
Si se ha trabajado con escrituras multiplicativas en otros contextos, como en el juego de las tarjetas, en facturas de compras, en el juego de saltos regulares, etcétera, será interesante poner en relación el funcionamiento de esta notación en estas diferentes situaciones: todas tienen en común la presencia de una cantidad que se repite.

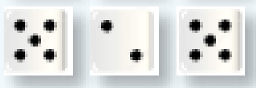
Actividad 2

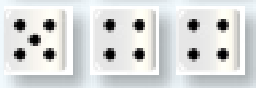
Problemas que remiten al juego (Actividad 1)

a) Jugando tres vueltas a este juego, estos son los dados que obtuvieron los chicos. Para cada uno de ellos, anotá cuántos cuadritos pintó:

María: 4, 6, 1 

Juan: 5, 3, 2 

Violeta: 5, 2, 5 

Lautaro: 5, 4, 4 

b) Tirá tres veces el dado y anotá qué números sacaste. Si estuvieras jugando a los cuadritos pintados, y fueran tres vueltas del juego, ¿hubieras ganado?

c) ¿Qué números me tendrían que salir en el dado para ganar en solo 2 vueltas?

d) Joaquín sacó en las dos primeras vueltas 4 y 3, en el dado. ¿Qué se tendría que sacar en la tercera para ganar?

e) Los chicos de un grupo calcularon los cuadritos que llevaban pintados. ¿Cuántas filas de 5 cuadritos pintó cada uno?

Sofía anotó: 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5.

Florencia anotó: 10 + 10 + 10 + 10 + 5.

Claudio anotó: 20 + 20 + 20.

Ignacio anotó: 7 × 5.

f) Si se jugara hasta llegar a los 120 cuadritos pintados, ¿cuántas filas de 5 se deberían pintar? ¿Y si se jugara hasta llegar a 90?

Actividad 3

El mismo juego se puede retomar cambiando la cantidad de cuadritos por fila. Por ejemplo, con filas de 4 cuadritos. Al trabajar con filas con mayor cantidad de cuadritos, se podría aumentar también el total de cuadritos pintados a alcanzar.

De manera análoga a lo realizado para el juego con filas de 5 cuadritos, se podrán plantear otros problemas que remitan al juego.

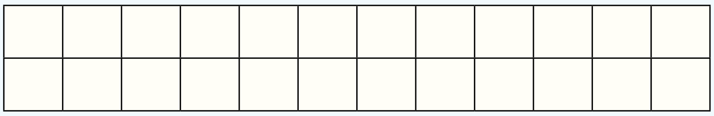
Cantidad de filas de 6 cuadritos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de cuadritos										

Actividad 4

El docente entrega una cantidad de cuadraditos de papel sueltos a los alumnos. De a dos o en pequeños grupos deberán tratar de encontrar todas las maneras posibles de ordenar esos cuadraditos formando un rectángulo. Realizarán esta búsqueda para diferentes cantidades de cuadraditos: 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 20, 24. El rectángulo no deberá tener “agujeros”. Deberán ir anotando los diferentes rectángulos hallados.

Materiales

24 cuadraditos de papel de 2 cm × 2 cm aproximadamente, por grupo de alumnos.



Una vez que encuentran una disposición posible, se los alentará a buscar otras y a que anoten las formas encontradas para cada cantidad de cuadraditos.

Se comparten a continuación algunos análisis posibles de las configuraciones encontradas tomando como referencia los rectángulos para 24 cuadraditos. En un análisis posterior a la búsqueda, se podrá retomar con toda la clase las formas halladas, cómo es posible asegurarse de que se ordenan así los 24 cuadraditos y los diferentes modos de anotarlo.

Así, en una distribución de 4 filas de 6 cuadraditos, será interesante abrir el análisis de cómo es posible estar seguros de que allí se ubican las 24 piezas. Este análisis puede llevar a registrarlo, por ejemplo:

6 + 6 + 6 + 6 o 12 + 12

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 o 8 + 8 + 8

De esas escrituras quizás pueda relacionarse la disposición de las fichas con las multiplicaciones 4 × 6 o 6 × 4, en el contexto de estas disposiciones rectangulares. Recuperando lo trabajado sobre la multiplicación en el contexto de la proporcionalidad simple, se podría identificar esas escrituras con el hecho de que aparecen una cantidad fija de cuadraditos por fila o por columna; entonces, se trata de repetir esa cantidad por la cantidad de filas o de columnas respectivamente. En ese contexto, es preciso identificar con los alumnos que los números que me están definiendo el rectángulo, por ejemplo 4 y 6, no se refieren solamente a la cantidad de cuadraditos en cada lado del “borde”, sino que esas cantidades se repiten de manera regular en el rectángulo: si tomamos 4 como la cantidad de cuadraditos por columna, se repite 6 veces, porque los cuadraditos por fila corresponden a la cantidad de columnas; de la misma manera, si tomamos 6 como la cantidad de cuadraditos por fila, los 4 cuadraditos por cada columna nos indican que hay 4 filas iguales. Se podrá hacer lo mismo con las otras disposiciones posibles:

2 × 12

3 × 8

1 × 24

Será una oportunidad para analizar la conmutatividad en este contexto: las distribuciones 4 × 6 y 6 × 4 corresponden al mismo rectángulo (ambas figuras se pueden superponer) en diferente posición.

También se podría abrir a analizar cómo se convierte una disposición en otra: por ejemplo, con una mitad del rectángulo de 2 × 12 puedo armar dos rectángulos de 2 × 6 y reunirlos en uno de 4 × 6. Si al rectángulo de 3 × 8 le cortamos un rectángulo de 3 × 2, nos queda un rectángulo de 3 × 6, al que le podemos agregar los 6 que cortamos, quedándonos 4 × 6; etcétera.

Actividad 5

Con una hoja de papel cuadriculado, se puede pedir a los alumnos que busquen todas las maneras posibles de formar rectángulos de 36 o 48 cuadraditos y que anoten los diferentes rectángulos encontrados.

Actividad 6

Se puede proponer a los alumnos enunciados como los de los ejemplos para que completen y anotar un cálculo que permita estar seguro de que la afirmación es verdadera:

a) Con 24 cuadraditos puedo armar un rectángulo de 4 filas y … columnas.

b) Con 24 cuadraditos puedo armar un rectángulo de … filas y 12 columnas.

c) Con 24 cuadraditos puedo armar un rectángulo de 1 fila y … columnas.

d) Con … cuadraditos puedo armar un rectángulo de 6 filas y 7 columnas.

e) ...

Comentarios para el docente

Si algún alumno lo necesitara, se podría entregar papel cuadriculado para resolver. Se trata de identificar que la multiplicación de los cuadraditos de cada uno de sus lados permite conocer el total de cuadraditos del rectángulo. Por ejemplo, para el problema a, se trata de la multiplicación 4 × 6 o 6 × 4. Algunos alumnos habrán recurrido al conteo de a uno de los cuadraditos, a las sumas reiteradas 6 + 6 + 6 + 6 o 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4, o a sumas que agrupen varios de esos sumandos. Estos procedimientos se volverán a relacionar con la distribución en el rectángulo de cuadraditos y con la multiplicación.

Después de identificar distintos rectángulos posibles con una misma cantidad de cuadraditos, se podrá concluir que la multiplicación define al rectángulo, en tanto indica la medida de sus lados.

Así, los diferentes rectángulos para 24 cuadraditos son: 1 × 24; 2 × 12; 3 × 8 y 4 × 6. A la vez que nos ayuda a llevarlos a reconocer que son los mismos rectángulos (porque se pueden superponer exactamente), en distinta posición, respectivamente, que para: 24 × 1; 12 × 2; 8 × 3 y 6 × 4.

Actividad 7

En pequeños grupos, se entrega a cada equipo tiras de papel cuadriculado largas de 10 cuadritos de ancho.

Se comunica a los grupos que deberán cortar la tira en un lugar que les permita formar un rectángulo que tenga 10 cuadraditos de un lado y la cantidad total de cuadraditos que se le solicite a cada equipo.

Se les podrá solicitar que corten rectángulos con cantidades de cuadraditos que sean múltiplos de 10 –como 50, 70, 90, 120– y otras que no lo sean –como 72, 98, etcétera.

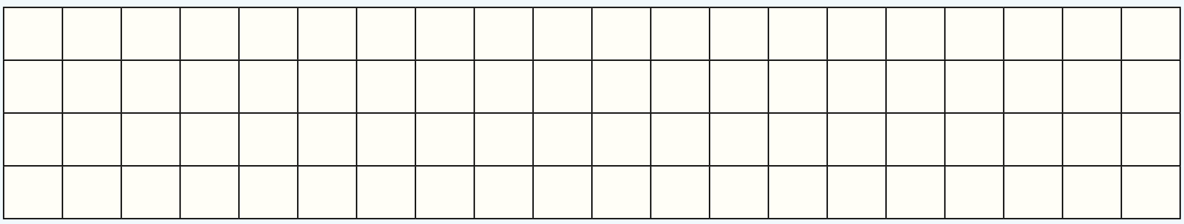
Una vez que los alumnos proponen por dónde recortar la tira, deberán explicar al resto cómo es posible saber que el rectángulo producido tiene efectivamente la cantidad de cuadraditos correspondientes. Se analizarán también las diferentes escrituras que ofrezcan: 10 + 10 + 10 + 10 + …, o … × 10, o 10 × …

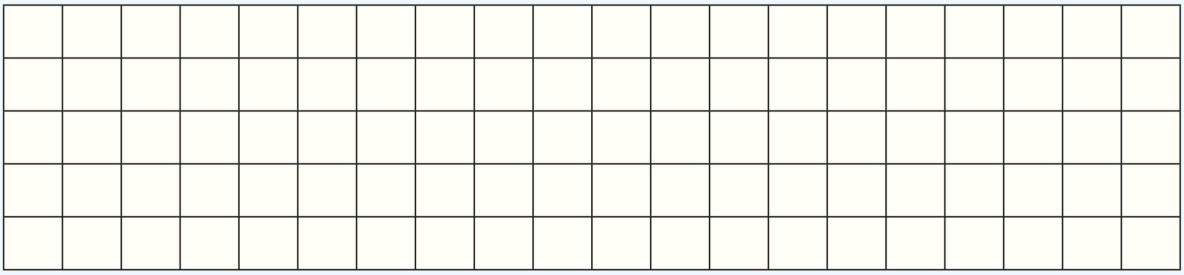
Al mismo tiempo, se podrá analizar que no es posible obtener un rectángulo con 10 cuadraditos en uno de sus lados y 72 cuadraditos en total, porque no se puede formar 72 repitiendo el número 10, es decir, no se puede obtener con una multiplicación por 10, etcétera.

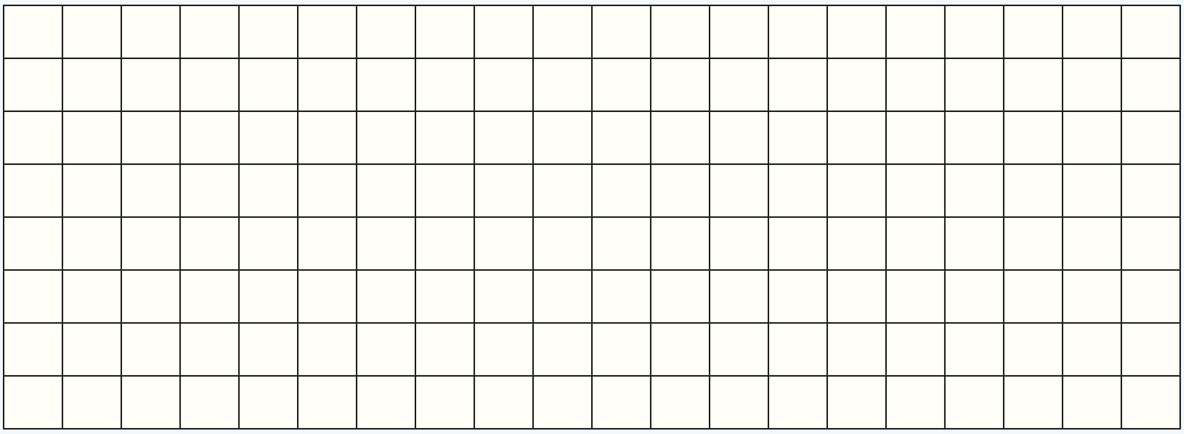
Otra posibilidad es solicitar a los alumnos que anoten cantidades de cuadraditos que podrían obtenerse con filas de 10 cuadraditos. Una puesta en común posterior permitirá hacer un listado de los números propuestos y analizar si efectivamente corresponden a rectángulos de 10 cuadraditos por fila.

Actividad 8

Se puede retomar la actividad anterior con tiras largas de 4, 5, 8, cuadraditos de ancho, solicitándoles a los grupos cortar un rectángulo de una cantidad de cuadraditos que sea múltiplo de esos números.



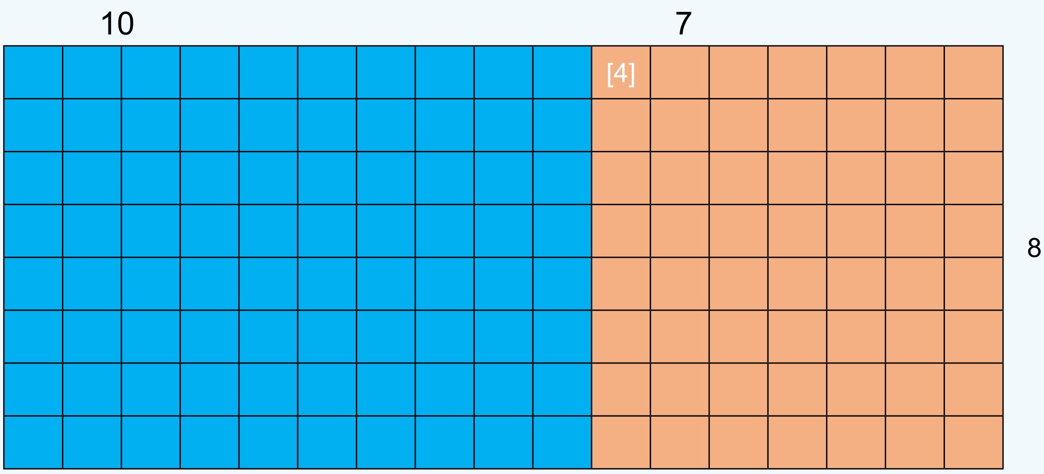




Actividad 9

La siguiente situación aborda el recorte de la distribución rectangular en rectángulos de menor tamaño con la descomposición de los números asociada a dicho recorte, dirigida a facilitar el cálculo del total de cuadraditos.

a) Se puede presentar a los alumnos una manera posible de contar el total de cuadraditos, por ejemplo, para un rectángulo de 17 × 8.



De esta manera, es posible calcular el total de cuadraditos sumando los dos cálculos parciales: 8 × 10 + 8 × 7.

Alentar a los alumnos a proponer otras distribuciones posibles de los cuadraditos ofrecerá una base para analizar los diferentes recortes y composiciones de los números, buscando validar la suma de esos cálculos parciales para hallar el resultado de 10 × 7. Por ejemplo:

- 4 × 17 + 4 × 17, o 4 × 17 × 2
- 2 × 17 + 2 × 17 + 2 × 17 + 2 × 17
- 8 × 9 + 8 × 8
- 5 × 17 + 3 × 17
- 3 × 17 + 3 × 17 + 2 × 17

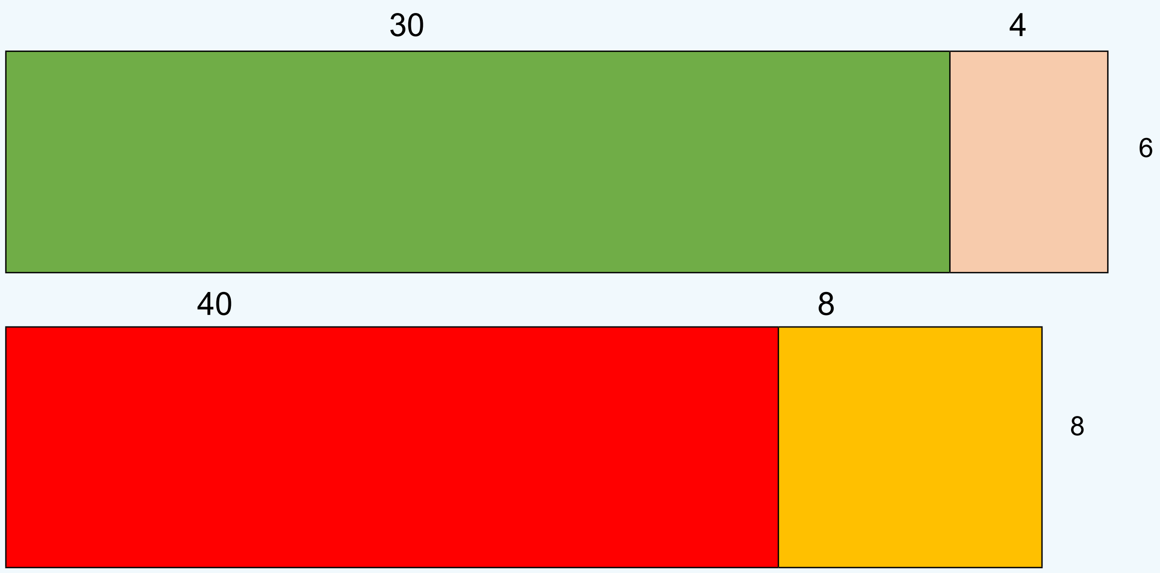
En cada caso, será necesario explicar cómo la distribución elegida permite calcular 8 × 17.

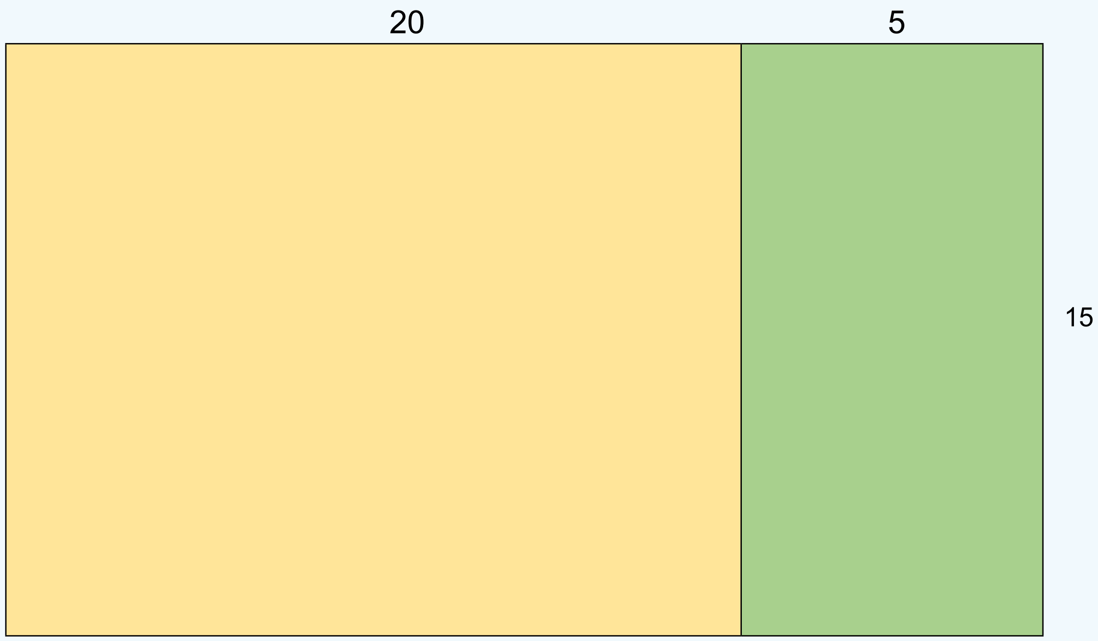
b) Los alumnos buscarán recortes posibles para calcular la cantidad de cuadraditos de rectángulos representados por las siguientes multiplicaciones, indicando la cantidad de filas y columnas de cada uno.

15 × 7   23 × 6   31 × 12

Se analizarán los diferentes recortes propuestos para cada rectángulo y se apunta a relacionar estas distribuciones con modos posibles de calcular los productos representados por las multiplicaciones planteadas.

c) A continuación se proponen ejemplos de esquemas de distribuciones para que los alumnos calculen el total de cuadraditos que contendría el rectángulo. También se les puede pedir que anoten la multiplicación que caracterizaría al total de cuadraditos del rectángulo mayor. El docente deberá comunicar que los números indican la cantidad de cuadritos por columna o por fila para cada sector.





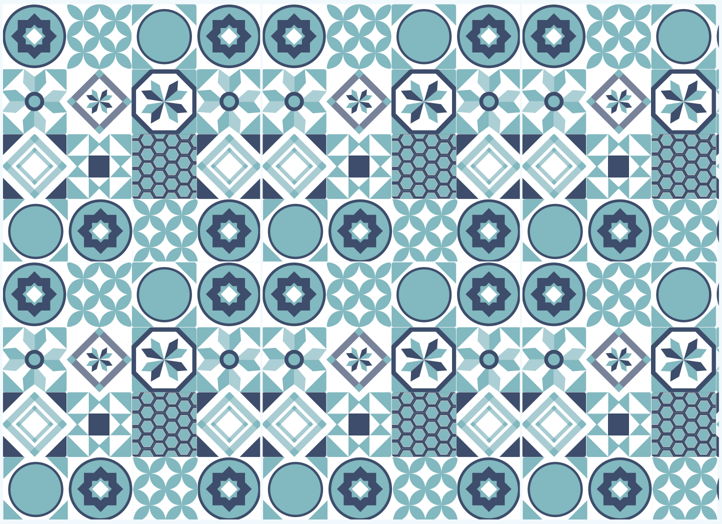
Actividad 10

A continuación, se presentan algunos problemas para reutilizar la multiplicación en contextos de organizaciones rectangulares de elementos, una vez que esta relación ya ha sido construida en situaciones como las anteriores.

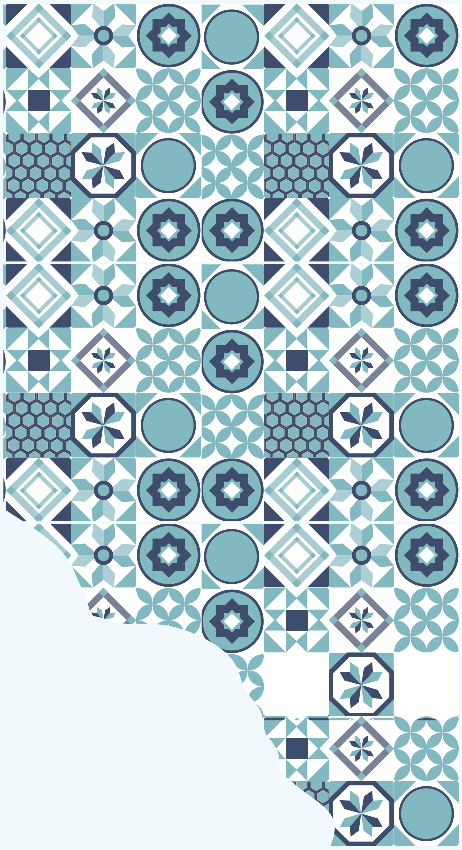
a) ¿De qué manera es posible calcular rápidamente la cantidad de estampillas de esta plancha?

Material para trabajar en el aula

b) Es necesario cambiar todo este piso por cerámicas de la misma medida. ¿Cuántas cerámicas se requerirán?



c) Es necesario cambiar este piso. ¿Cuántas cerámicas se requerirán?



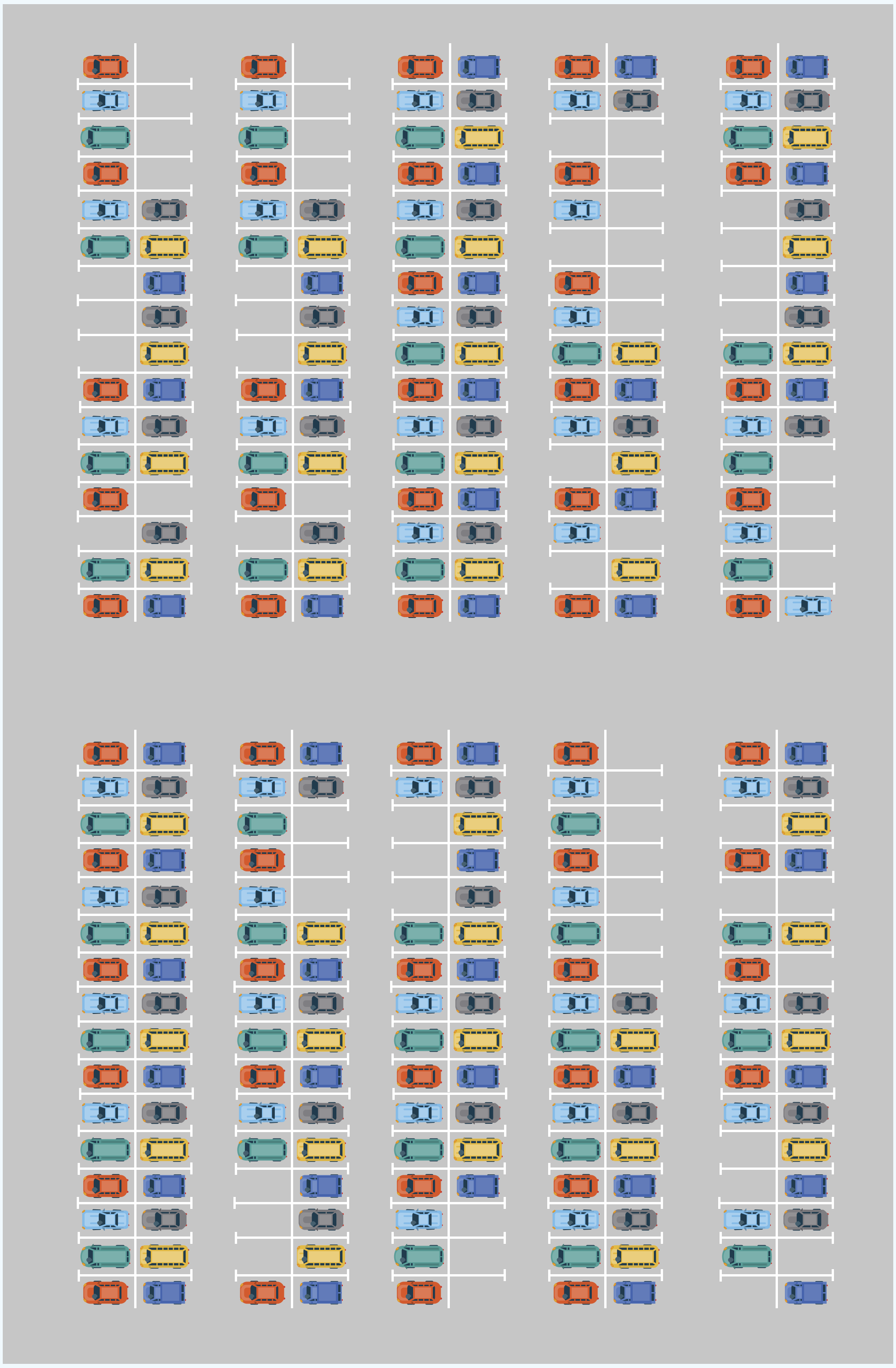
Material para trabajar en el aula

Material para trabajar en el aula

d)¿Cuántos departamentos tiene este edificio? Podés calcularlo observando el portero eléctrico.

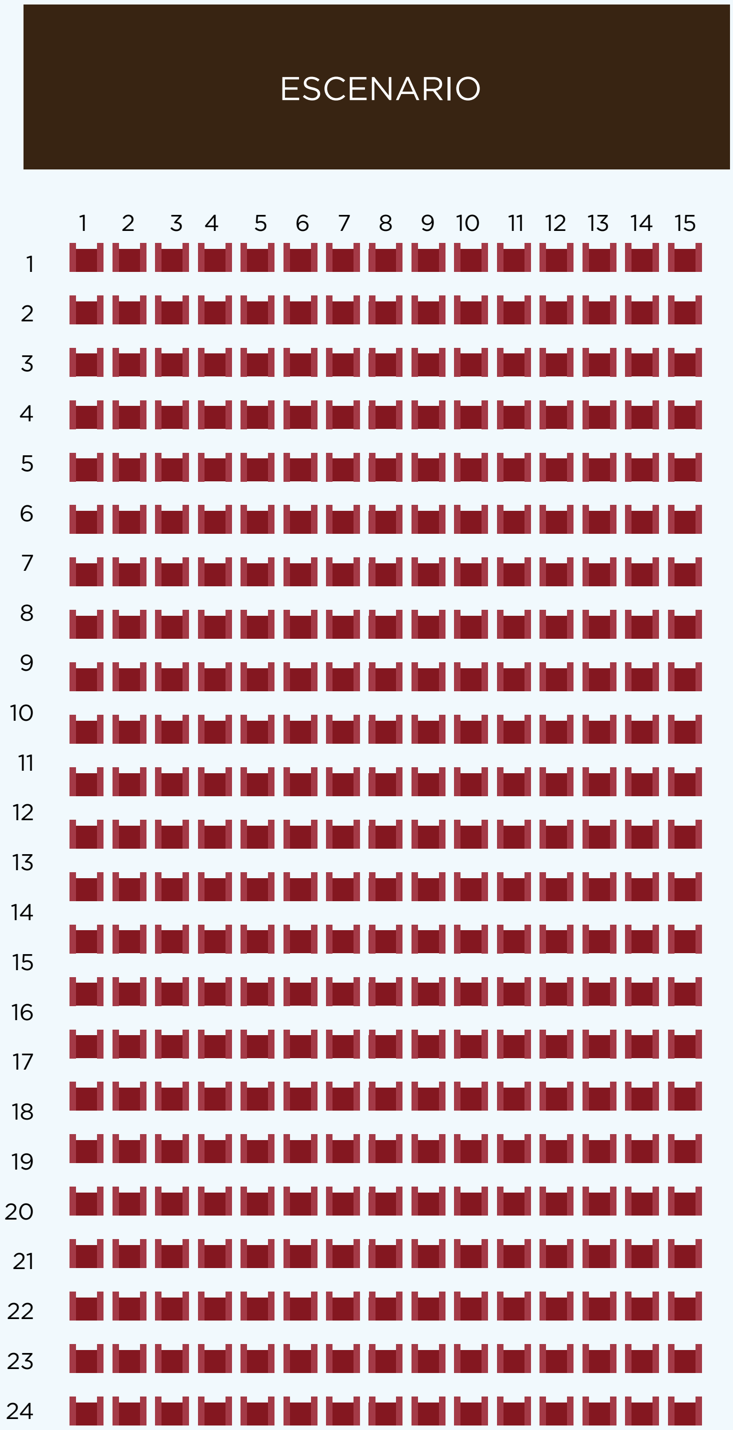
Material para trabajar en el aula

e) ¿Cuántos lugares tiene este estacionamiento en total?



Material para trabajar en el aula

f) ¿Cuántas localidades tiene esta sala?



Material para trabajar en el aula

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de abordar situaciones referidas a una distribución rectangular de una colección de elementos y de participar de instancias de análisis de los procedimientos de resolución desplegados, se podrían observar sus progresos al:

- intentar construir caminos de resolución a los problemas planteados,
- avanzar paulatinamente en los procedimientos utilizados;
- reconocer la relación entre estos problemas y la multiplicación.

2.° y 3.° grado

Análisis de semejanzas y diferencias entre los problemas de suma y de multiplicación en relación con los sentidos, cálculos y escrituras

Al iniciar el trabajo con problemas y cálculos de multiplicación, los alumnos apelan a los recursos disponibles en relación con el conteo y las sumas. Mencionamos en otras oportunidades que, independientemente del procedimiento utilizado, están lidiando con la complejidad de la unidad multiplicativa. En “5 figuritas por paquete”, el 5 representa dos tipos de unidades al mismo tiempo: 5 figuritas y 1 paquete. Cada número porta el significado de esta doble unidad: 20 figuritas son a la vez 4 paquetes. Aun cuando los niños resuelvan contando de 1 en 1 el cálculo de la cantidad de figuritas en 3 paquetes, y apuntemos a que estos procedimientos avancen, están desplegando un procedimiento que es multiplicativo, en el sentido de este control de las “veces” que involucran las dos variables intervinientes.

Un aspecto del trabajo con la multiplicación se dirige a analizar con los alumnos las relaciones entre la suma y la multiplicación. Asumir estas relaciones supone identificar semejanzas y diferencias en los problemas, en los cálculos y en la notación aritmética.

Estas relaciones podrán considerarse a lo largo de todo el trabajo con la multiplicación, recuperando los procedimientos y escrituras aditivas que los alumnos ponen en juego para identificar qué diferencias guardan con aquellos que usan para resolver problemas de suma. El docente podrá recuperar problemas de suma y de multiplicación que se hayan trabajado previamente, ofreciéndolos en una lista para tratar de comparar qué tienen de parecido o de diferente estos problemas y los modos que emplean para resolverlos. Se podrá identificar entre todos para cuáles de esos problemas –o cálculos, si no hubieran apelado a la multiplicación– es posible utilizar multiplicaciones.

A propósito del juego de las tarjetas, cuando se juegan varias vueltas y los equipos deben calcular el puntaje acumulado, es posible contrastar el cálculo del puntaje en una vuelta con el cálculo del puntaje total a partir de los puntajes parciales de cada vuelta. El primero, el puntaje obtenido a partir de varias tarjetas del mismo valor, se refiere a una cantidad que se repite, y por lo tanto, puede anotarse como una multiplicación; el segundo, referido al cálculo del puntaje total a partir de los parciales de cada vuelta, no permite apelar a la multiplicación, en tanto no se trata de la repetición de un mismo valor.

Sugerencias de actividades

Además de los análisis posibles en diferentes situaciones dirigidas al trabajo con la multiplicación, ofrecemos más ejemplos donde involucrar la relación entre la suma y la multiplicación:

Actividad 1

Un grupo de chicos prepara un festejo y hace una compra en el supermercado para ese día.

Esta es la lista de lo que compraron:

5 packs de jugos de fruta
4 gaseosas de naranja grandes
2 gaseosas de lima-limón grandes
1 agua con gas grande
3 docenas de sándwiches de miga
3 paquetes de magdalenas
1 caja grande de alfajorcitos

- ¿Cuántos jugos de fruta tendrán para el festejo?
- ¿Cuántas gaseosas?
- ¿Cuántos sándwiches de miga?
- ¿Cuántas magdalenas?
- ¿Cuántos alfajorcitos?

Una vez que hayan respondido las preguntas, es posible analizar entre todos cómo lo averiguaron.

Para los jugos de fruta, hay una parte de la información –la cantidad de juguitos por pack– que se obtiene de la imagen. De diferente manera habrán calculado 5 veces los 6 juguitos por caja:

- Contando 5 veces sobre los jugos de la imagen, sobre dibujos o marcas, o anotándolo:

  1 2 3 4 5 6 - 7 8 9 10 11 12 - 13 14 15 16 17 18 - 19 20 21 22 23 24 - 25 26 27 28 29 30

- Sumando 5 veces 6:

  6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30

- Agrupando de a más de una caja:

  12 + 12 + 6 = 30

- Con una multiplicación:

  5 × 6 = 30

También habrán puesto en relación los procedimientos que se analizan: cómo aparecen en cada uno de ellos el total de juguitos, cada caja, los juguitos en una caja o en una cantidad de cajas. Si no se hubiera apelado a una escritura multiplicativa, el docente podrá proponerla. Se podrá observar con todo el grupo que en la escritura 5 × 6 el 6 aparece solo una vez, a diferencia de la suma reiterada, porque la repetición la está indicando el otro factor.

Esta situación contrasta con el cálculo de gaseosas, que incluye distintas cantidades; son tres grupos, pero de diferente cantidad, con lo cual no habilita una multiplicación.

El cálculo de magdalenas también necesitará completar la información de la cantidad por paquete apelando a la imagen. Para el cálculo de sándwiches, deberemos asegurarnos de que los alumnos saben o tienen presente a qué cantidad refiere *una docena*.

Podrá reconocerse que para responder a la cantidad de alfajorcitos es necesario buscar esa información en la imagen, no se requiere de ningún cálculo.

En síntesis, esta situación podría permitir que, a partir de su resolución, se analice para cuáles de las preguntas basta con mirar la imagen y para cuáles se necesitan cálculos. Dentro de estas últimas, para cuáles se podría utilizar una multiplicación, para cuáles no y por qué.

Actividad 2

Se puede proponer a los alumnos formular preguntas que se respondan mirando la imagen, con una suma o con una multiplicación. Se analizará luego cómo se responden esas preguntas.

Estos problemas se pueden resolver con sumas. Algunos de ellos se pueden resolver con suma pero también con una multiplicación; otros, no. Indicá cuáles pueden ser resueltos solo por una suma y cuáles pueden ser resueltos por una suma o una multiplicación:

a) Jorge lleva en el carro del supermercado 2 leches, 3 yogures, 4 paquetes de galletitas. ¿Puede pasar por la caja rápida que solo permite un máximo de 10 productos?

b) Un quiosquero compró en el mayorista 4 cajas de barritas de cereal que traen 12 barritas cada una. ¿Cuántas barritas de cereal llevó?

c) En un salón de fiestas, adornarán las mesas con ramitos de 4 jazmines cada uno. ¿Cuántos jazmines necesitan para 8 mesas?

d) Clara invitó a su cumpleaños a sus 21 compañeros de la escuela, a 5 amigos del barrio, a 4 primos y a 6 amigos del club. ¿Cuántos son los chicos invitados?

Después de resolverlos, individualmente o en parejas, se podrá discutir entre todos en cuál de los dos grupos ubicarían cada uno de los problemas. Esta discusión nos permite introducirnos en las semejanzas y diferencias entre los problemas de suma y los de multiplicación.

Actividad 3

En una panadería, Clara compra 7 medialunas a \$4 cada una; Joaquín compra 6 bollitos de leche a \$5 cada uno y una porción de lemon pie a \$19; Inés compra 3 porciones de chocotorta a \$25 cada una y una baguette a \$6. ¿Cuánto gastó cada uno?

Comentarios para el docente

Problemas como el de la actividad 3 permiten poner en juego varios cálculos y distinguir cuáles de esos cálculos pueden vincularse a una multiplicación y cuáles corresponden a una suma. Así, por ejemplo, el cálculo del gasto de Joaquín puede pensarse como $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 19$, o $6 \times 5 + 19$.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

3.º grado

Exploración de problemas sencillos de combinatoria apelando a diferentes procedimientos personales

Problemas tales como, por ejemplo, “¿Cuántos conjuntos de camisa y pantalón diferentes se pueden armar con 3 pantalones y 4 camisas?”, requieren la enumeración de los elementos de un conjunto que tiene la estructura de un producto cartesiano.[62]

	Camisa 1	Camisa 2	Camisa 3	Camisa 4	Camisa 5
Pantalón 1					
Pantalón 2					
Pantalón 3					

Material para trabajar en el aula

Este tipo de problemas es nuevo para los alumnos. El proceso de resolución requiere, por parte de los niños, concebir qué es una combinación de pantalón y camisa y que es posible combinar cada pantalón con todas las camisas y cada camisa con todos los pantalones. Las combinación de esos dos conjuntos forma un nuevo conjunto cuyos elementos están constituidos ahora por los pares pantalón-camisa. En las primeras resoluciones, es frecuente que los niños piensen que, una vez que usaron un pantalón con una de las camisas, no lo pueden volver a usar con otra, o que piensen en algunas combinaciones posibles pero no se preocupen aún o no encuentren el modo de “barrer” sistemáticamente todas las combinaciones posibles. Si bien el problema pregunta cuántas son esas posibilidades, para poder concebirlas, los alumnos necesitarán pensar en cuáles son. Resolver este problema requiere estructurar el conjunto de todas las posibilidades.

Introducirnos en la resolución de estos problemas tiene como propósito enfrentar a los alumnos a nuevas situaciones para los cuales no tienen una solución unificada o sistematizada; esto permite abrir un trabajo más de búsqueda y dar lugar al surgimiento de una mayor diversidad de resoluciones. Si bien es una clase de problemas que se resolverían canónicamente con una multiplicación, no se apunta necesariamente a identificar esta relación, en primer ciclo. Se apunta, en cambio, a que los alumnos avancen en poder concebir a qué refiere el problema y encontrar modos posibles de abordarlo.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Ana tiene 3 polleras y 4 remeras nuevas que combinan entre sí. ¿Cuántos conjuntos diferentes puede armar con estas prendas?

Actividad 2

Ana también tiene 2 pantalones que van con esas remeras. ¿Cuántos conjuntos de pantalón y remera puede formar?

Actividad 3

Para el menú del almuerzo, se debe elegir un plato y una bebida. El comedor ofrece estas posibilidades:

¿Cuántos menús pueden formarse?

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

2.° grado

Resolución de problemas de división vinculados a los problemas de proporcionalidad simple trabajados en relación con la multiplicación, mediante diversos procedimientos

Sugerencias de actividades

Con los problemas de proporcionalidad simple que se presentan a los alumnos, frecuentemente bajo el formato de tablas (Ver "Problemas que remiten al juego"), es interesante plantear situaciones donde deban buscarse el valor unitario y algunos valores del conjunto de partida. Estas situaciones permiten focalizar en las relaciones entre multiplicación y división, pues la apelación a las mismas relaciones permite completar o dar cuenta de valores de los diferentes lugares de la tabla. Proponemos otro ejemplo posible:

Actividad 1

Joaquín juega a un videojuego: un auto de carrera recorre varias vueltas en una pista y obtiene una cantidad de puntos por cada vuelta.

Según el nivel del juego, la cantidad de puntos por vuelta es diferente. Completá las siguientes tablas, que relacionan la cantidad de vueltas y el puntaje obtenido en cada uno de los niveles.

Nivel fácil

Cantidad de vueltas	1	2			7		11
Puntos obtenidos	2		8	10		20	

Nivel intermedio

Cantidad de vueltas	1	2		5		9	
Puntos obtenidos		6	12		18		30

Nivel avanzado

Cantidad de vueltas	1	3	4			10		
Puntos obtenidos		12		20	24		44	52

Comentarios para el docente

Es necesario recordar a los alumnos que en la fila de la cantidad de vueltas no están todos los valores consecutivos. Después de la resolución de cada tabla, se podrán retomar las relaciones identificadas a propósito de la multiplicación, en problemas de proporcionalidad simple. Por ejemplo, para la tabla de nivel intermedio, será posible hallar el puntaje por cada vuelta a partir del puntaje para 2 vueltas: 1 vuelta corresponde a la mitad. La cantidad de vueltas para 12 puntos puede pensarse a partir de que 12 es el doble de 6: si se obtiene el doble de puntos, se dieron el doble de vueltas… Para 18 puntos, es posible pensar que a 15 puntos (por 5 vueltas) se agregaron 3 puntos, es decir, una vuelta más; etcétera.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

3.° grado Resolución de problemas vinculados a diferentes significados de la división

Sugerencias de actividades

Se propone a continuación un conjunto de problemas de reparto para que el docente tenga a disposición. No constituyen una secuencia ni están ordenados por dificultad. Son simplemente algunos ejemplos cuyos números se podrán modificar.

- La abuela de Isabel quiere acomodar 30 portarretratos en 6 estantes poniendo la misma cantidad en cada uno. ¿Cuántos portarretratos pondrá en cada estante?
- Si se envasan ... huevos en cajas de 6, ¿cuántas cajas se completan? ¿Cuántos huevos se necesitan para completar una caja más? (se indican diferentes cantidades posibles de objetos a repartir 25, 48, 60, 72, 126, 150, 160, etcétera).
- Juan, Inés, Dante y Maia cosecharon … naranjas. Deciden repartírselas en partes iguales. Si sobran, las sortearán luego. ¿Cuántas naranjas le tocarán a cada uno en el primer reparto? Si se sortearon naranjas, indicá cuántas (24, 42, 50, etc.). Se puede pedir a los alumnos que completen un texto como el siguiente, en el cual les ofrecemos como datos el total de cubos y los cubos por torre o la cantidad de torres y ellos deben averiguar el dato faltante. Los pares podrán elegirse según la complejidad que el/la docente desee trabajar.
- Para una maqueta, con … cubos idénticos se arman … torres iguales de ... cubos cada una (40 y 5; 54 y 6; 45 y 9; 66 y 6; 84 y 7; etcétera).
- A un campamento van 142 chicos. Se acomodarán 6 chicos por cada carpa. ¿Cuántas carpas se necesitarán?
- Unos fascículos de deportes cuestan $15 cada uno. Los chicos quieren comprar algunos para la biblioteca del aula y juntaron para eso $90. ¿Cuántos fascículos pueden comprar con ese dinero?
- En la heladería del barrio de Maia necesitan encargar 80 kilos de helado a la fábrica. Si lo entregan en baldes de 5 kilos cada uno, ¿cuántos baldes recibirán? ¿Y si hubiera baldes de 8 kilos cada uno?

- Una persona compró ... cuadernos iguales (sin ninguna oferta) y pagó $ … por todos. ¿Cuál es el precio de cada cuaderno? (8 y 72; 5 y 60; 12 y 120; etcétera).
- En un juego de cartas juegan … chicos. Se reparten un mazo de … cartas en partes iguales. ¿Cuántas cartas recibe cada uno? (5 y 35; 4 y 40; 8 y 40; 6 y 50; etc.).
- Un chico tiene … cartas y las acomoda en filas de … cartas cada una. ¿Cuántas filas arma? Las que no le alcanzan para una fila entera, las deja aparte. Si le quedan cartas aparte, decí cuántas (42 y 6; 30 y 8; 80 y 10; 60 y 9; etcétera).
- Un chico tiene ... cartas y las acomoda en ... filas iguales. ¿Cuántas cartas tiene cada fila? Las que no le alcanzan para una fila entera, las deja aparte. Si le quedan cartas aparte, decí cuántas (20 y 6; 35 y 7; 30 y 3; 48 y 4; 40 y 9; etcétera).
- Entre … amigos compraron un regalo para otro amigo. Gastaron $ … y lo pagaron en partes iguales. ¿Cuánto dinero tuvo que poner cada uno? (4 y 96; 4 y 220; 4 y 480; 5 y 560; 5 y 1000; etcétera).
- Un metro de cable cuesta $3. ¿Cuántos metros se compraron si se gastaron $27?
- Otro cable más grueso cuesta $4 por metro. ¿Cuántos metros se compraron con $32?
- Un metro de cable de 4 mm cuesta $3. ¿Cuántos metros se pidieron para una obra si se pagaron $360?
- En una librería, tienen una pila de 12 ejemplares del mismo libro. La pila mide 36 cm de alto. ¿Cuál es el espesor de cada libro?
- Para hacer unos moños, Isabel recorta un rollo de cinta en tiritas de 6 cm de largo. El rollo mide 32 cm.

a) ¿Cuántas tiritas puede hacer? Si sobra cinta, indicá cuánto.

b) ¿Y cuántas tiritas puede hacer con un rollo de 67 cm? (148; 84; 200; etcétera).

c) Isabel cortó un rollo de cinta en 9 tiritas de 6 cm y le sobraron 2 cm. ¿Cuánto medía el rollo?

d) Si se recortan tiritas de 12 cm de largo, ¿cuántas se obtienen de un rollo de 60 cm? (52, 96, 185, 250, 500, etcétera).

e) Daniel recortó un rollo de cinta en 13 tiritas de 15 cm y le sobraron 5 cm. ¿Cuánto medía el rollo?

f) ¿Cuántas tiritas de 25 cm pueden recortarse de un rollo de 250 cm? (290, 500, 615, etcétera).

- La vuelta de la pista de autos de Nicolás mide 4 metros. ¿Cuántas vueltas tiene que dar para recorrer 36 metros?
- ... personas cosecharon ... naranjas. Las repartieron en partes iguales. Las que sobraron las sortearon luego. ¿Cuántas naranjas le tocaron a cada uno? Si se sortearon naranjas, indicá cuántas. (6 y 124; 8 y 100; 5 y 612; 10 y 953; 12 y 1200; 12 y 1500; etcétera).
- Para excursiones, una empresa alquila unas camionetas 4 × 4 en las que entran 8 pasajeros. ¿Cuántas camionetas necesita un grupo de 30 personas? ¿Y un grupo de 54?
- Para una coreografía, la profesora les pidió a los ... alumnos que participarían que formaran filas de a ... Los alumnos que no llegaran a formar una fila completa bailarían en el frente. ¿Cuántas filas se formaron? Si quedaron alumnos para bailar en el frente, indicá cuántos. (Ejemplos de pares de números posibles para este problema: 24 y 8; 30 y 7; 20 y 6; 36 y 5; 40 y 9; etcétera).[63]
- Los 60 alumnos de primer ciclo organizan 8 (6) equipos con la misma cantidad de chicos para jugar al quemado en una jornada de recreación que organiza la escuela. Si quedan chicos fuera de los equipos, serán árbitros en el primer partido y cambian con otros para el segundo partido. ¿Cuántos jugadores van a cada equipo? Si quedan chicos para hacer de árbitros, decí cuántos.
- A la tarde, esos 60 chicos arman grupos de 8 (5, 4, 6, 10, 12) para otro juego. Nuevamente, si quedan chicos afuera ayudarán a coordinar el juego en la primera parte, luego cambian con otros compañeros. ¿Cuántos grupos se forman? Si quedan chicos para ayudar a coordinar, indicá cuántos.

Comentarios para el docente

Este listado incluye dos clases de problemas de reparto: a) algunos donde se trata de buscar el valor para cada parte (o valor a iterar), como en el ejemplo 1, y b) otros en los que se trata de averiguar la cantidad de partes (o número de iteraciones), como en el ejemplo 2.

Se trata de abordar estos u otros problemas para desplegar los procedimientos que los alumnos elaboren y analizarlos para promover el avance de esas estrategias. Como se muestra en el documento [linkear el doc que se citó arriba], los alumnos recurren inicialmente a gráficos, al conteo, a sumas o a restas para resolver estos problemas. Las reflexiones que puedan hacerse sobre estos procedimientos, vinculándolos con el problema que buscan resolver y confrontándolos con otros procedimientos para el mismo problema, reconociendo también los inconvenientes y ventajas que presentan unos y otros para quienes los utilizan, abonarán el desarrollo de las estrategias.

A su vez, será necesario ir vinculando esos procedimientos con la multiplicación.

Así, por ejemplo, para el primer problema, en el que se distribuyen 30 portarretratos en 6 estantes: que hayan distribuido de 1 en 1, o a partir de diferentes sumas:

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24

5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30

El análisis de los procedimientos podría permitir identificar que estamos buscando un número que, repetido 6 veces, dé o se acerque lo más posible a 30.

6 x … = 30

En la suma anterior se fue tanteando un número posible, como si fuera un cociente hipotético: comienza por 2, busca verificarlo y advierte que son más portarretratos por estante; prueba con 4 y, finalmente, 5. Este tanteo es orientado por los resultados que le va dando la verificación. El docente podría ayudar a reconocer allí que se está buscando un número (cantidad de portarretratos por estantes) a repetir 6 veces y llegar lo más cerca posible de 30.

Otros procedimientos aditivos van “armando” el cociente a través de cocientes parciales. Por ejemplo,

2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1

Así, llega a componer el “cociente” a partir de las distribuciones parciales. Aquí también es posible identificar que estamos buscando una cantidad que repetida 6 veces nos acerque lo más posible al total de portarretratos a distribuir.

En los problemas como el del ejemplo 2) 64 , de búsqueda del número de partes (o de cantidad de iteraciones), la cantidad a repetir ya está dada. Razón por la cual los tanteos del tipo descripto no aparecen porque la clase de problema no los requiere. En cambio, estos problemas llevan más a utilizar sumas reiteradas del valor de cada parte dado. En este caso, se podrá relacionar los procedimientos con la búsqueda de cuántas veces es necesario repetir el 6 para acercarse lo más posible a 25 o la cantidad de huevos seleccionada.

A lo largo de las diferentes resoluciones, además de vincular los procedimientos de los alumnos con la búsqueda de uno de los factores de una multiplicación, será necesario poner en relación ambas clases de problemas de repartos: en una se busca la cantidad que le toca a cada parte y en otra las veces que se puede repetir la cantidad dada para una parte. Si bien ambos pueden expresarse con una multiplicación donde desconocemos un factor, el significado atribuido a ese factor faltante es distinto. Por esta razón, estos problemas no son similares para los alumnos y es necesario llevar adelante todo un análisis para vincularlos. Al mismo tiempo, este análisis hace posible identificar a la división como la operación (nueva para ellos) que me permite resolver estos problemas.

Otras sugerencias de actividades

Con los problemas de proporcionalidad simple que se presentan a los alumnos, frencuentemente bajo el formato de tablas, es interesante plantear situaciones donde deban buscarse el valor unitario y algunos valores del conjunto de partida. Estas situaciones permiten focalizar en las relaciones entre multiplicación y división, siendo que la apelación a las mismas relaciones permite completar o dar cuenta de valores de los diferentes lugares de la tabla. Se propone otro ejemplo, retomando y complejizando el de segundo grado:

Actividad

Nico y Joaquín juegan a un videojuego: un auto de carrera recorre varias vueltas en una pista y obtiene una cantidad de puntos por cada vuelta.

Según el nivel del juego, la cantidad de puntos por vuelta es distinta. Completá las siguientes tablas que relacionan la cantidad de vueltas y el puntaje obtenido en cada uno de los niveles.

Nivel fácil

Cantidad de vueltas	1	2			7	10		15
Puntos obtenidos	3	6	12	18	21		33	45

Nivel intermedio

Cantidad de vueltas	1	3	4			10		15
Puntos obtenidos		12		20	28		48	

Nivel avanzado

Cantidad de vueltas	1	3	4			10	15	
Puntos obtenidos		15		30	35			80

Comentarios para el docente

Es necesario recordar a los alumnos que en la fila de la cantidad de vueltas no están todos los valores consecutivos. Después de la resolución de cada tabla, se podrán retomar las relaciones identificadas a propósito de la multiplicación en problemas de proporcionalidad simple. Por ejemplo, para la tabla del nivel fácil, es posible saber que 12 puntos corresponden a 4 vueltas, dado que 12 puntos es el doble de 6 puntos, que corresponden a 2 vueltas. Para 18 puntos, se sabe que se han agregado 6 puntos a los 12 que corresponden a 4 vueltas; 6 puntos son dos vueltas más. También es posible pensar que 18 puntos es el triple de 6 puntos, que corresponden a 2 vueltas; entonces, se puede hacer 3 veces 2 vueltas, o pensar que los 3 puntos que se obtienen por cada vuelta entran 6 veces en 18.

Sugerencias de actividades

A partir de la situación de las facturas de compras planteada en el apartado “Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple”, se podrán plantear situaciones similares donde, variando el lugar de la incógnita, se trate de averiguar el precio unitario o la cantidad comprada.

A continuación, se presentan otros ejemplos de facturas, además de las que pueden elaborarse a partir de la situación del cotillón referida.

Actividad 1

Los profesores de Educación Física preparan el presupuesto de la comida que llevarán para un día de campamento con todo un grado. Completen la tabla que armaron:

Cantidad que hace falta	**Artículo**	**Precio por unidad**	**Total**
3	Paquete de arroz	$25	
…	Paquete de salchichas	$12	$72
8	Bidón de agua	$…	$160
2	Bolsa de caramelos	$…	$110
…	Caja de alfajores	$60	$240
			Total:

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

2.° grado Vinculación de relaciones multiplicativas con estrategias para completar tablas o resolver cálculos multiplicativos

Sugerencias de actividades

Actividad 1

El juego de la generala

Este juego puede habilitar unas primeras aproximaciones a un cálculo donde un mismo número se repite y enfrentar a los alumnos al control de las veces que se ha repetido. Proponemos jugar incluyendo solo los números del 1 al 6. En este juego, recordamos, se trata de obtener la mayor cantidad posible de dados de un mismo valor. Por turnos, cada jugador tira los 5 dados. En un mismo turno puede volver a tirar dos veces para obtener la mayor cantidad de dados del mismo número. Para ello, elige cuáles de los dados volverá a tirar (puede volver a tirar todos si ninguno le conviene). Al cabo de las tres tiradas habilitadas en el turno, calcula y anota su puntaje. A continuación, ofrecemos una tabla posible donde cada jugador puede llevar el registro de sus jugadas y su puntaje.

Un valor de dado que ya ha sido completado no puede ser vuelto a completar en la partida. Es decir, en una misma partida, deberá apuntar a completar una vez cada uno de los valores de los dados. Si en alguna vuelta –esto suele suceder cuando la partida avanza y ya son pocos los valores de dados que quedan a completar– no se puede completar alguna fila, deberá anotarse “0” en alguno de los valores disponibles.

Jugador:			
Dado	**Cantidad de dados**	**Puntaje**	**Total**
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Total de la partida:			

Material para trabajar en el aula

Comentarios para el docente

La presencia de los dados sobre la mesa acerca mucho esta propuesta a una situación de conteo o aditiva, donde los alumnos no se ven muy desafiados a llevar el control del valor que agregan cada vez así como tampoco de la cantidad de veces, porque está dado por el material. Este límite del juego para tratar los problemas cognitivos que plantea una situación multiplicativa lleva a proponerla muy en el inicio del trabajo con la multiplicación, de modo de poder utilizarla luego como referencia para plantear problemas que requieran mayor anticipación y la elaboración de representaciones que permitan abordar el tratamiento de la cantidad a repetir y del número de representaciones.

Esta situación tiene también el límite de los valores presentes en los dados: esas cantidades –el número a iterar o el número de iteraciones– se restringen a 6.

Algunas discusiones colectivas posteriores a las partidas podrían habilitar análisis de los procedimientos de cálculo de puntaje, hacer circular aquellos que permiten desprenderse del conteo de todos los puntos del dado apelando a sumas reiteradas del valor del dado, o sumas que agrupen por ejemplos de a dos dados, o incluso a puntajes que ya recuerdan de memoria: ya sabemos que 4 dados de 6 son 24 puntos.

Será también una oportunidad para vincular –o, retomar si se ha hecho en otra situación– esos diversos procedimientos con la escritura multiplicativa $4 \times 6 = 24$ o $6 \times 4 = 24$.

Si la multiplicación se ha trabajado ya en otro contexto o más, será interesante analizar qué semejanzas y diferencias guardan ese contexto o esos contextos con este juego y por qué en todos ellos funciona la multiplicación.

El reconocimiento, a partir de la repetición del juego, de que aparecen los mismos puntajes para 2 dados de 5 y 5 dados de 2, 3 dados de 4 y 4 dados de 3, etcétera, habilitará abrir un análisis de por qué sucede esto. En el apartado “Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple” se ofrece una explicación posible para traer a esta escena, así como también para poner en relación las diferentes situaciones en las que se ha analizado esta relación.

Se presentan las siguientes tablas a modo de ejemplo de problemas que remiten al juego, para plantear al grado tras haber jugado en numerosas ocasiones y haber reflexionado sobre los procedimientos de cálculo del puntaje.

Jugador:			
Dado	**Cantidad de dados**	**Espacio para calcular el puntaje**	**Total**
1	1		
2	3		
3	4		
4	2		
5	5		
6	3		
		Total de la partida:	

Jugador:			
Dado	**Cantidad de dados**	**Espacio para calcular el puntaje**	**Total**
1	4		
2			8
3			15
4	5		
5	3		
6			12
		Total de la partida:	

Actividad 2

Habilitando el uso de la calculadora, se puede pedir a los alumnos que busquen una manera rápida de hallar el resultado de un conjunto de sumas reiteradas; por ejemplo:

a) 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =

b) 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 =

c) 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4=

d) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 =

e) 18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18 =

Comentarios para el docente

Se puede dejar unos breves minutos para que resuelvan. Se apunta a analizar, en un espacio colectivo, que al tratarse de sumas de un mismo número que se repite pueden anotarse como una multiplicación y que la introducción del cálculo multiplicativo en la calculadora –15 × 6 o 6 × 15, para b) por ejemplo– puede ser una manera veloz de obtener el resultado si ellos aún no lo disponen en la memoria. Así, si algunos alumnos realizaron las sumas en la calculadora, se puede establecer la equivalencia entre ambos cálculos y la conveniencia o economía de hacer una multiplicación en la calculadora. Para algunos números, como 5, puede resultar más rápido el cálculo mental, por ejemplo contando de a 10, que apelar a la máquina.

Actividad 3

En una propuesta similar, para hacer

"7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = ...",

estas son las teclas que unos chicos apretaron en la calculadora. Indicá quién o quiénes pudieron hallar el resultado buscado con el cálculo que hicieron.

Sergio hizo:

7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 =

Silvia:

7 + 16 =

Viviana:

16 × 7 =

Guillermo:

7 × 16 =

Ana:

8 × 14 =

Comentarios para el docente

Retomando la relación entre la suma reiterada y la multiplicación, se trata de identificar entre todos la relación entre esa suma reiterada y el cálculo de 16 × 7 o 7 × 16. Al mismo tiempo, se trata de diferenciarlo de la suma 7 + 16, que no representa la repetición de 7 expresada en el cálculo. La multiplicación de 8 × 14 o 14 × 8 puede llevar a analizar que se están agrupando de a dos 7 y que hay 8 grupos de dos 7 en el cálculo propuesto inicialmente. En esa multiplicación, se podrá llevar a los niños a reconocer que si uno de los números es el doble, hay que repetirlo la mitad de veces para tener el mismo resultado.

Actividad 4
Sin calculadora, explicá cómo podés averiguar el resultado de las siguientes multiplicaciones:

6 × 8

11 × 9

15 × 6

3 × 19

Comentarios para el docente

Se trata de identificar diferentes modos posibles de resolver cada cálculo y, en ese despliegue, retomar la relación entre la multiplicación y la suma reiterada de un mismo número así como otras relaciones multiplicativas abordadas a propósito de los problemas de proporcionalidad simple.

Así, por ejemplo, es posible reconocer con el grupo que el cálculo 6 × 8 puede resolverse a partir de:

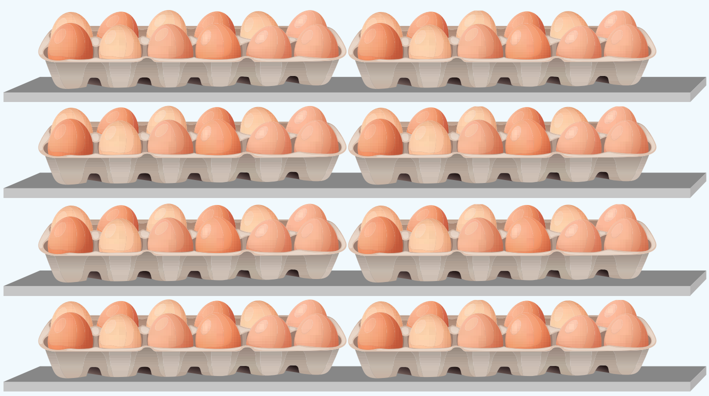
8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8

6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 [65]

16 + 16 + 16 o cualquier otra suma que agrupe los 8 o 6.

Alguna multiplicación conocida como 3 x 8, 6 x 4, 5 x 8, 6 x 10, etcétera.

Actividad 5
Marcar la cantidad de cajas necesaria para comprar 8 × 6 huevos.
¿Cuántos huevos son?



Material para trabajar en el aula

Actividad 6

Marcar, lo más rápidamente posible, el resultado de los cálculos de la primera columna. Pueden utilizar la calculadora:

Cálculo	¿Cuál de estas opciones es el resultado?		
36 + 36 + 36 + 36 + 36 + 36	186	256	216
57 + 57 + 57 + 57	228	214	207
28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28	148	210	196
18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18	180	144	164
176 + 176 + 176 + 176 + 176	576	880	756

Comentarios para el docente

Como se trata de decir lo más rápido posible cuál es el resultado del cálculo propuesto, la idea es llegar a reconocer a partir de la resolución o del análisis conjunto posterior que una multiplicación en la calculadora puede resultar la manera más veloz de realizarlo. Será una nueva oportunidad para analizar la relación entre la suma reiterada y la multiplicación.

Si algunos alumnos apelan para algunos números a un cálculo mental más rápidamente que a la calculadora, se podrán retomar las relaciones entre ese cálculo y la multiplicación. Por ejemplo, para 4 x 57, pensarlo como 4 x 50 + 4 x 7 puede llevar a desestimar rápidamente los dos últimos resultados: es 200 más “algo”; ese “algo” no puede ser 7 ni 14, porque equivalen a 1 vez 7 y 2 veces 7 respectivamente, etcétera.

Otros podrían abreviar las sumas, por ejemplo 36 + 36 + 36 + 36 para el cuarto cálculo, o hacer 4 x 36 en la calculadora. Será una ocasión propicia para analizar la equivalencia entre hacer 4 veces 36 y 8 veces 18.

Actividad 7

Problemas dictados

Estos problemas sencillos se proponen después de que los alumnos han trabajado con numerosas situaciones de multiplicación en las cuales una cantidad se repite, elaborando estrategias, vinculando tales problemas con sumas reiteradas o con la multiplicación. Se proponen ahora estos enunciados apuntando a que los alumnos reconozcan un modo de poder resolverlos rápidamente.

Una dinámica posible consiste en que el docente lea en voz alta el enunciado y los niños anoten en su cuaderno la respuesta y lo que necesiten para hallarla. Luego, se podrán confrontar las respuestas encontradas y los recursos utilizados. Se trata de una situación para volver a utilizar y sistematizar procedimientos y relaciones que han sido elaboradas y analizadas en otras oportunidades. Algunos ejemplos de enunciados:

a) Tengo 3 pilas de 5 libros cada una. ¿Cuántos libros hay en total?

b) ¿Cuántas hojas hay en 4 sobres con 8 hojas cada uno?

c) En 6 sobres de papel glasé que trae 10 papeles cada uno, ¿cuántos papeles glasé hay?

d) ¿Cuántas flores hay en 8 ramos de 3 flores cada uno?

e) Tenemos 12 hojas para armar sobres con 3 hojas. ¿Cuántos sobres podemos armar?

f) Hay 15 porciones de tarta para acomodar en 3 platos en partes iguales. ¿Cuántas porciones hay que ubicar en cada plato?

Será necesario interactuar con los niños para asegurarse de que han comprendido el enunciado y qué se espera de ellos en esta situación, que es diferente a aquellas en las que habitualmente se resuelven problemas, se exploran y construyen estrategias con un tiempo largo para esta búsqueda. En la discusión posterior, se trata de relacionar lo que los alumnos han hecho (quizás ligado a conteo, a sumas, a restas, etcétera) con multiplicaciones. Por ejemplo, para el enunciado a), con 3 × 5 o 5 × 3; para el enunciado f), 3 × … = 15 o … × 3 = 15.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de trabajar a lo largo de segundo y de tercer grado con situaciones que involucran una cantidad que se repite, si han podido elaborar estrategias para resolverlas, analizando colectivamente, con la colaboración del docente, la relación entre dichas estrategias y la situación así como las relaciones de las estrategias entre sí, con una particular atención al control de los diferentes componentes de la situación multiplicativa –la cantidad a repetir, el número de repeticiones y la cantidad total–, se podrá observar si los niños muestran progresos en:

- Las estrategias utilizadas para resolver la situación, basadas en el conteo, en sumas reiteradas, en sumas que agrupan varios sumandos, apelando a un primer repertorio multiplicativo.
- La vinculación entre la situación, las sumas reiteradas y la escritura multiplicativa a × b = c . 66
- La identificación de los problemas que involucran una cantidad que se repite como problemas que se pueden resolver con una multiplicación.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

3.° grado

Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización)

La memorización de las tablas suele ser un tema de discusión entre los docentes y también entre los padres. ¿Es necesario aprenderlas de memoria? Si es posible reconstruirlas de muchas maneras, ¿por qué habría que automatizarlas? Memorizarlas, ¿no atenta contra una enseñanza basada en la comprensión y en la fundamentación?

En principio, se insiste en la necesidad de trabajar intensamente en la construcción de un sentido para la multiplicación –y la división–, reconociendo progresivamente los nuevos problemas que esta operación permite resolver, apoyándose en los conocimientos disponibles hasta el momento. En este proceso, primero centrado en reconocer frente a qué situaciones funciona la multiplicación, las relaciones entre la escritura multiplicativa y las sumas reiteradas, que aborda y analiza numerosas y diversas situaciones en las cuales la multiplicación se pone en funcionamiento, los niños van identificando poco a poco que, para algunas multiplicaciones, recuerdan el producto sin necesidad de calcularlo.

La idea es, siempre después de una sólida base de construcción de sentido y de estrategias de cálculo –no como punto de partida–, comenzar a identificar los productos que se conocen. A partir de los que se conocen, se buscará poder determinar otros. Las relaciones dentro de cada tabla o entre las tablas permitirán hallar nuevos productos y podrán facilitar su memorización.

Ahora bien, el trabajo de las relaciones internas y entre tablas no interesa solamente para que memoricen las tablas, sino también porque constituye una oportunidad para el análisis de propiedades involucradas en la multiplicación y el reconocimiento de la posibilidad de apelar a ellas como recursos para hallar nuevos productos.

Volviendo a los interrogantes que se planteaban al inicio, la automatización de un conjunto de productos básicos parece necesaria para aliviar la atención para el abordaje de situaciones y cálculos más complejos y también para disponer de unas referencias básicas que permitan anticipar, estimar, controlar… Esto está pensado como una construcción posterior a la de la adquisición de unos primeros sentidos para la multiplicación y la división que recoja muchas de las relaciones establecidas en ese proceso. Al mismo tiempo, se concibe como un asunto de enseñanza que debe ser exigido a los alumnos pero a la vez acompañado. Por tal motivo, se propone un abanico amplio de situaciones posibles para abordar esta sistematización del repertorio multiplicativo. En ese sentido, y bajo ciertas condiciones, memoria y comprensión no se oponen; por el contrario, se potencian, siempre que el aspecto comprensivo no se subordine a un aprendizaje de reglas mecanizadas.

Sugerencias de actividades

Se propone a los alumnos que construyan y estudien progresivamente la tabla pitagórica. Se señala la necesidad de disponer automatizados –o muy fácilmente recuperables– los resultados de las multiplicaciones de los números del 0 al 10 entre sí, porque de este modo se facilitan muchos cálculos y es posible resolver problemas más complejos.

Se puede retomar el repertorio multiplicativo elaborado a propósito de otras situaciones (Ver: Juego de las tarjetas; Elaboración y análisis de escalas ascendentes y descendentes).

Actividad 1

Se puede reproducir en el pizarrón o en un afiche una tabla pitagórica vacía. Cada alumno podrá disponer, a su vez, de una tabla:

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Material para trabajar en el aula

Comentarios para el docente

Se podrá comentar entre todos que este cuadro permite organizar los resultados de las multiplicaciones que se encuentran al cruzar filas y columnas. ¿Cuáles de esos resultados conocen de memoria y podrían completar?

Se puede pedir completar algún casillero en particular; por ejemplo, 4 × 3. Se podrá retomar las discusiones sobre la conmutatividad para reconocer que el primer factor puede ser considerado el de la fila o el de la columna indistintamente. El reconocimiento de esta relación es muy importante, porque permite reconocer que ese resultado puede ubicarse tanto en 4 × 3 como en 3 × 4.

Los alumnos podrán completar aquellos resultados que conocen de memoria. Luego, analizando entre todos las relaciones entre las diferentes tablas o las relaciones internas dentro de una misma tabla, se podrán ir completando los restantes. Estas relaciones que son punto de apoyo para obtener los resultados, y que recuperan el trabajo realizado a lo largo de todo el aprendizaje de la multiplicación, podrán ser inventariadas para que los alumnos recurran a ellas al estudiar las tablas.

El avance dentro de la tabla se podrá poner en relación con el trabajo de escalas si se hubiera realizado, como un recurso más para producir o controlar resultados fácilmente.

Muchas veces, los niños identifican que hay valores de la tabla que se reiteran. Es posible llevarlos a analizar que una de las diagonales de la tabla pitagórica la divide en dos partes iguales, reflexionando por qué sucede esto: si se mira el casillero de 5 × 5, a su alrededor se encuentran, por ejemplo, 4 × 5 y 5 × 4; 6 × 5 y 5 × 6; 4 × 6 y 6 × 4, etcétera. Las filas y columnas permiten armar las mismas multiplicaciones cambiando el orden de los factores.

Se indica a los alumnos que, para ir memorizando poco a poco esas tablas, deberán estudiarlas y podrán ayudarse con las diferentes relaciones identificadas y anotadas en clase. Por ejemplo, contando de … en … hacia adelante o hacia atrás, con la apelación a la conmutatividad, a partir de relaciones –dentro de una misma fila o columna o entre diferentes filas o columnas– del tipo “al doble, le corresponde el doble; a la mitad, la mitad; a la suma le corresponde la suma; a la resta le corresponde la resta”, etcétera.

El análisis de los resultados de la fila y columna del 10 permitirá retomar los análisis realizados a propósito del sistema de numeración. Se puede proponer a los niños reflexionar sobre la regularidad que ellos generalmente advierten en estos productos en términos de “terminan en cero” o “se le agrega un cero al número”, tratando de que busquen una explicación a por qué sucede esto y si seguirá sucediendo más allá de los valores que aparecen en la tabla pitagórica. La idea es reconocer que, como nuestros números se agrupan de a 10, al tener una multiplicación por 10 se está proponiendo una cantidad de veces el 10; por ejemplo: para 7 × 10 o 10 × 7, cada una de las unidades que conforman el 7 se convierten en 10 o una decena, por eso el resultado da 70 (o 7 decenas); si fuera 12 × 10, tenemos 10 × 10 + 2 × 10; cada decena se transforma en centena al hacerla 10 veces, cada unidad en decena. Como la multiplicación por 10 supone una cantidad de decenas, no es posible que haya unidades que no se pueden agrupar en decenas, por eso estos productos terminan todos en 0. Se trata de concluir o identificar la regla que frecuentemente se utiliza para multiplicar por 10 un número entero, en términos de agregarle un 0 a la escritura del número pero con una explicación que permita dar cuenta de por qué esa regla funciona.

Actividad 2

Se presentan partes de tablas para que los alumnos completen. Luego, se podrá discutir acerca de las relaciones utilizadas para hacerlo.

Completá las siguientes tablas:

×	1	2	4	6
3				
4				
6				
8				

×	3	6	9	10
0				
6				
7				
9				

Material para trabajar en el aula

Actividad 3

¿Cuáles de los siguientes números se encuentran en la tabla del 4? 67

16	18	26	28	30	32	34
38	40	48	50	60	72	80

Comentarios para el docente

Además de discutir cómo se puede advertir si un número se encuentra en la tabla, será necesario reconocer con los alumnos que las tablas continúan más allá del 10 y que se pueden utilizar los resultados conocidos o disponibles para hallar otros. Por ejemplo, 72 puede reconocerse como perteneciente a la tabla del 4, porque 40 es 4 × 10, si se hacen 8 veces 4 más (4 × 8 = 32), se avanzan 32 números: 40 + 32. Es decir, podemos encontrar el 72 avanzando de 4 en 4. Entonces, está en la tabla del 4; haciendo 18 veces 4 (lo pensamos haciendo 10 veces 4 más 8 veces 4) se llega a 72.

Actividad 4

Anotá números que se encuentren entre 40 y 70 que estén en la tabla del 3. En una puesta en común, se podrá retomar cómo es posible verificar rápidamente si los números anotados por los alumnos se encuentran en dicha tabla.

Actividad 5

Hay números que se encuentran al mismo tiempo en varias de las tablas incluidas en la tabla pitagórica. Encontralos y anotá a qué diferentes multiplicaciones responden.

Actividad 6

a) Los caramelos vienen en paquetes como el de la imagen. El quiosquero elaboró la siguiente tabla en la que se relaciona la cantidad de paquetes vendidos con la cantidad de caramelos. Complétenla:

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Cantidad de paquetes de caramelos	8	9	6	10	15	18	15
Cantidad de caramelos							

b) ¿Cuántos caramelos se vendieron los días que se vendieron 26 paquetes de caramelos?

¿Y cuando se vendieron 33 paquetes?

¿Y 45 paquetes?

¿Y 79 paquetes?

¿Y 82 paquetes?

¿Y 100 paquetes?

¿Y 115 paquetes?

¿Y 130 paquetes?

c) ¿Cuántos paquetes de caramelos se vendieron los días que se vendieron 50 caramelos?

¿Y cuando se vendieron 70 caramelos?

¿Y 160 caramelos?

¿Y 200 caramelos?

¿Y 850 caramelos?

¿Y 1.000 caramelos?

¿Y 2.340 caramelos?

¿Y 5.000 caramelos?

Comentarios para el docente

Un análisis colectivo posterior a completar la tabla puede permitir retomar la regularidad trabajada a propósito de la multiplicación por 10. Esa relación se está extendiendo ahora a cantidades mayores. Es posible que los niños no reconozcan de entrada cómo apoyarse en los resultados conocidos para buscar otros. El análisis conjunto de procedimientos puede llevar a abrir diferentes modos de hacerlo.

Por otro lado, mientras en b) se trata de repetir 10 la cantidad de veces que indican los paquetes, en c) se trata de la operación inversa: buscar cuántas veces repetir 10 para alcanzar ese total de caramelos, además de recuperar y analizar los procedimientos utilizados para resolverlo: conteo de 10 en 10 o sumas reiteradas de 10, o la relación entre las cantidades de dieces del número, o con una multiplicación.

Se trata de identificar que hacer una cantidad de veces 10 –o una multiplicación por 10– equivale a buscar el número formado por esa cantidad de decenas.

En los problemas en los cuales se trata de hallar el total de caramelos para una cantidad de paquetes es posible identificar fácilmente que se trata de multiplicar la cantidad de paquetes por 10; los paquetes indican la cantidad de veces que se repiten los 10 caramelos.

En aquellos problemas en los que se trata de averiguar la cantidad de paquetes a partir del total de caramelos, como en c), se tratará de identificar que se busca la cantidad de veces a repetir 10; por ejemplo: para 850 caramelos: …. × 10 = 850; o 10 × …. = 850; u 850 : 10. A partir de estas relaciones, es posible que se identifique la regla de "sacar" el cero final al dividir un número "redondo" por 10. Se puede vincular esta relación con la multiplicación que se busca completar o con la identificación de cuántas decenas o grupos de 10 están contenidos en 850.

De manera análoga, en otra oportunidad el docente podrá organizar reflexiones en torno a la multiplicación por 100 o por 1. 000, buscando identificar la regla de agregar ceros al final de la escritura pero ligada a la construcción de una explicación para dicha regla.

Actividad 7

Se trata de extender este repertorio a multiplicaciones por un número que contiene un solo dígito diferente de 0. Por ejemplo, para multiplicar por 20, 30, 50, 80, etcétera. Luego, se generalizará a multiplicaciones por 200, 400, 3.000, 9.000, etcétera.

a) Se puede pedir a los alumnos que, a partir de las multiplicaciones que conocen, busquen la manera de resolver los siguientes cálculos:

5 × 20 =	4 × 30 =	7 × 60 =
8 × 20 =	6 × 50 =	8 × 70 =
16 × 20 =	11 × 40 =	3 × 90 =

En una puesta en común posterior, se podrán inventariar modos en los que se han resuelto las multiplicaciones por 20; incluso, es posible disponer diferentes pares de valores en una tabla de proporcionalidad; por ejemplo:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16
× 20										

Al completarla, es posible advertir que los productos obtenidos al multiplicar por 20 se relacionan con los productos de la tabla del 2, o que son el doble del producto de esos números por 10. Se trata de identificar que, al multiplicar por 20, estamos multiplicando por 2 × 10. Por eso, es posible apoyarse en lo que se conoce de la multiplicación por 2 para multiplicar por 20.

Un análisis análogo puede llevarse adelante para las otras multiplicaciones: 3 × 90 = 3 × 9 × 10. Estas relaciones se recuperarán en el ítem b).

b) Completen los siguientes cálculos:

3 × 30 = …..	7 × 60 = …..	…. × 20 = 140
6 × ….. = 60	90 × ….. = 360	…. × 40 = 200
12 × 30 = ….	….. × 10 = 100	….. × 19 = 190
4 × …… = 280		

c) El docente puede proponer un conjunto de cálculos similares que involucren multiplicaciones por centenas “redondas”, apuntando a construir una explicación que fundamente el recurso a las tablas conocidas. Así, por ejemplo, 8 × 500 equivale a hacer 8 × 5 × 100. Se trata de identificar las multiplicaciones conocidas dentro de los cálculos a resolver.

Otras sugerencias de actividades

Problemas dictados

Estos problemas se propondrán después de haber trabajado durante un tiempo prolongado con la multiplicación en diversas situaciones, elaborando estrategias, vinculándolas entre sí y con la situación planteada. Se trata ahora de reconocer rápidamente la relación que guardan con la multiplicación y disponer de modos rápidos de calcular. Con el tiempo, también se espera que puedan apelar a productos ya conocidos para poder responder de manera inmediata.

Actividad 1

El docente puede proponer un dictado de problemas multiplicativos sencillos, como los que se ejemplifican abajo, en una dinámica donde él lea el problema y los alumnos deban anotar rápidamente la respuesta en sus cuadernos y lo que necesiten para averiguarlo. Por ejemplo:

a) ¿Cuántos lápices hay en 3 paquetes de 6 lápices?

b) ¿Cuántos lápices hay en 7 paquetes de 10 lápices?

c) En 8 sobres de 5 hojas, ¿cuántas hojas hay?

d) Los sobres de papel glasé traen 10 papeles. ¿Cuántos papeles hay en 6 sobres?

e) Un lápiz cuesta $… ¿Cuánto cuestan … lápices iguales? (6 y 8; 4 y 9; 4 y 12; 7 y 4; etcétera).

f) Un florista vende jazmines en ramitos. En cada ramito, acomodó … jazmines. Si alguien compra … ramitos, ¿cuántos jazmines tiene? (3 y 5; 4 y 6; 6 y 4; 10 y 8; 12 y 3; etcétera).

g) Si el florista tiene … jazmines y arma ramitos de ... puede armar … ramitos (se completan dos de estos números y los alumnos buscarán el tercero).

h) ¿Cuánto da … multiplicado por …? (5 y 6; 9 y 8; 5 y 7; 11 y 4; etcétera).

i) El número … repetido … veces da … (se completan dos de estos números y los alumnos buscarán el tercero).

j) Cada hebilla para el cabello cuesta $... ¿Para cuántas alcanza con $…? (6 y 30; 4 y 32; 8 y 42; 8 y 88; 9 y 10; etcétera).

k) Se quieren juntar $... en billetes de ... ¿Cuántos billetes se necesitan? (20 y 2; 20 y 5; 55 y 5; 60 y 5; 300 y 50; 450 y 50; etcétera).

l) Un libro cuesta $... ¿Cuánto cuestan ... libros iguales? (50 y 6; 80 y 3; 100 y 9; etcétera).

m) Se dibuja en el pizarrón una caja con 6 lápices, anotando 6 en el envase: 68

a. Maia recibió … cajas como esta. ¿Cuántos lápices recibió? (2, 4, 11, etcétera).

b. En la dirección hay 30 lápices en cajas como esta. ¿Cuántas cajas son?

n) El docente puede proponer a un niño que levante 3 dedos de una mano y proponer al grupo: “Si les pido esto a … chicos, ¿cuántos dedos levantados habrá?” 69

o) ¿Cuántos cuadraditos tiene un rectángulo de papel cuadriculado de 4 filas y 7 columnas? 70

p) Anotá la cantidad de filas y columnas para un rectángulo con 24 cuadraditos. 71

Comentarios para el docente

Se sugiere una discusión posterior al problema o los problemas planteados en la que se verifiquen los resultados, pero sobre todo se identifiquen modos de calcularlos y las relaciones entre estos cálculos y los problemas planteados. En esos casos, se retomarán las relaciones entre diferentes multiplicaciones: por ejemplo, para conocer la cantidad de lápices en 4 cajas, es posible pensar en el doble de lápices en 2 cajas; para calcular la cantidad de lápices en 11 cajas de 6, es posible apoyarse en 10 × 6 y agregar otros 6 lápices; etcétera.

Se trata de que identifiquen rápidamente por qué estos problemas corresponden a una multiplicación, y que puedan reconocerse las semejanzas y relaciones entre ellos.

Actividad 2

De manera similar, el docente puede disponer de una serie de tarjetas con cálculos que levanta y lee; los alumnos anotan rápidamente los resultados que luego se verifican y analizan entre todos. Las tarjetas o cálculos dictados pueden tener la forma:

a) ... veces ... (3 y 6; 5 y 8; etcétera).

b) ¿Cuántas veces puede repetirse ... en ...? (2 en 8; 3 en 12; 5 en 30; 10 en 90; etcétera).

c) ¿Qué número hay que repetir … veces para llegar a …? (7 y 35; 8 y 72; 4 y 32, etcétera).

d) Se anota el siguiente cálculo en el pizarrón, pidiendo a los chicos que rápidamente anoten el número que falta: ... × 7 = 56 (4 × ... = 36; ... × 6 = 42; etcétera).

En los análisis colectivos posteriores puede recuperarse la relación de las veces con la multiplicación, la apelación a los resultados memorizados o a las relaciones que permiten calcularlos rápidamente. Será importante identificar que los problemas de tipo b) “cuántas veces cabe un número en otro”, por ejemplo 2 en 8, pueden plantearse como … × 2 = 8; o bien 2 × … = 8, y la equivalencia entre estas multiplicaciones en las que buscamos un factor desconocido con la notación para la división 8 : 2 = … . En otros términos, se apunta también a reconocer que, al dividir, estamos buscando la cantidad de veces que el divisor “entra” en el dividendo.

También será necesario analizar lo que tienen en común los enunciados de diferente tipo. En la relación entre repetir un número una cantidad de veces para alcanzar otro número, podemos estar preguntando por el número a repetir, por la cantidad de repeticiones o por el número alcanzado. Cuando se busca el número a repetir o el número de repeticiones, puede pensarse como una división o la búsqueda de un factor desconocido de una multiplicación.

Actividad 3

Las siguientes adivinanzas o problemas apuntan a utilizar el repertorio multiplicativo para resolver divisiones.

a) Con una pila de 20 hojas se arman sobres de 5 hojas. ¿Cuántos sobres se arman?

b) Pienso un número, lo multiplico por 10 y me da 80. ¿Qué número pensé?

Una discusión posterior verificando las respuestas y, sobre todo, analizando cómo es posible conocer el resultado, permitirá recurrir al repertorio multiplicativo y resaltar las relaciones entre multiplicación y división.

En este caso, se buscará identificar que el número que se busca puede hallarse a través de pensar: … × 10 = 80 o 10 × … = 80 y relacionar esta búsqueda de un factor desconocido de una multiplicación con la división, en este caso 80 : 10.

c) ¿Cuántas veces hay que sumar … para alcanzar el número …? (6 y 24; 7 y 70; 8 y 56; etcétera).

d) ¿Cuántas veces hay que sumar … para acercarse lo más posible a … sin pasarlo? (5 y 32; 3 y 28; 10 y 75; 8 y 50; etcétera).

e) Desde …, ¿cuántas veces se puede restar …? (20 y 6; 30 y 4; 45 y 5; 56 y 5; etcétera).

Comentarios para el docente

En relación con los problemas c), d) y e), será necesario reflexionar con todo el grupo para identificar la relación entre estos problemas y la multiplicación o división. En c) y d) se trata de buscar la cantidad de veces que se repite un número dado para alcanzar otro. En e) se pregunta cuántas veces se puede restar un número de otro. Será necesario relacionar con los alumnos que buscar la cantidad de veces que se puede restar es lo mismo que buscar la cantidad de veces que lo contiene o se puede sumar. Es decir, se van estableciendo relaciones entre expresiones diferentes tales como:

- cuántas veces se puede sumar un número para alcanzar otro número…;
- cuántas veces se puede restar un número de un número dado;

- cuántas veces entra un número en otro;
- cuántos saltos de a ... son necesarios para alcanzar o acercarse lo más posible sin pasarlo a un número dado;
- etcétera.

En todos los casos, podemos buscar las veces que se repite, el número a repetir, el número a alcanzar, si se alcanza justo o faltan algunos números para llegar, etcétera.

Actividad **4**

Juego con tarjetas

Material para cada alumno

- Un juego con tarjetas con todas las multiplicaciones de la tabla pitagórica.
- Dos sobres con las siguientes indicaciones: “Multiplicaciones que sé de memoria”; “Para seguir estudiando”.

Material para trabajar en el aula

Desarrollo

De a dos, cada alumno dispone de todas sus tarjetas y de ambos sobres en una pila boca abajo.

Cada alumno da vuelta una tarjeta y, si puede decir rápidamente su resultado, la coloca en el sobre “Multiplicaciones que sé de memoria”; si no, en el otro sobre.

Así, al terminar, ambos alumnos tendrán sus tarjetas divididas en dos partes: aquellas cuyos resultados ya conocen de memoria y las que tienen que seguir estudiando.

Luego, se puede pedir que saquen las que tienen en el sobre “Para seguir estudiando” y que cada uno agrupe las que se parecen o son cercanas.

Se puede realizar una instancia de trabajo colectivo en la que se anoten las multiplicaciones que los diferentes alumnos deben seguir estudiando. Se les puede pedir que propongan maneras de ordenarlas y, luego, comenzar a proponer y analizar relaciones entre los diferentes productos que permitan apoyarse en resultados conocidos para saber otros. Se podrá elaborar una lista con relaciones a tener en cuenta para saber o recordar resultados de las tablas de multiplicación. Se remitirá nuevamente a los alumnos al estudio de las multiplicaciones que les quedaron en el segundo sobre, teniendo en cuenta lo establecido en esta instancia de análisis.

Si se hubiera desarrollado el juego "Multiplicaciones cercanas", se pueden traer las estrategias desplegadas allí para el cálculo de algunos de estos productos.

Nuevamente de a dos, tomarán ahora solo las cartas del sobre correspondiente a aquellas que debían seguir estudiando. Esta vez pasarán estas cartas y separarán aquellas que ya conocen de memoria, agregándolas al primer sobre y reteniendo en el segundo las que aún no pueden responder rápidamente.

Se puede volver a organizar una instancia reflexiva como la anterior sobre los cálculos que permanecen en el sobre de los que aún tienen que estudiar. Y así… hasta que dominen todos los cálculos.

Actividad **5**

Guerra con multiplicaciones 72

Con un mazo de cartas españolas, de a dos, los alumnos se distribuyen todas las cartas y las colocan delante de sí en una pila boca abajo.

Ambos jugadores dan vuelta una carta al mismo tiempo. El primero que da el producto de la multiplicación de los números de las dos cartas, se queda con ambas cartas, que acumula a un costado.

Si lo consideran empate, las dejan en el centro y dan vuelta unas nuevas, así hasta obtener un ganador de la vuelta que levanta todas las cartas de la mesa.

Continúan jugando hasta agotar la pila de cartas con las que comenzaron. Gana el que ha recolectado más cartas.

Comentarios para el docente

Una partida de este juego no lleva mucho tiempo de la clase y se puede retomar en muchas clases a lo largo del año. Será necesario organizar algunas instancias de análisis que permitan identificar cuáles de esas multiplicaciones les resultan sencillas, cuáles conocidas y cuáles deben calcular. Se podrá abrir un análisis de diferentes estrategias posibles para hacerlo. Se identificarán las posibilidades más difíciles, por ejemplo:

Cuando una o ambas cartas contiene 11 o 12, en particular: 11 × 11, 11 × 12, 12 × 12, se podrá analizar cómo es posible apoyarse en la multiplicación por 10 para resolverlos, o si están en condiciones de agregar esos resultados al repertorio memorizado de multiplicaciones.

Actividad 6

Uso del repertorio multiplicativo en situaciones que involucran la división entera

Se puede proponer a los alumnos tablas como las siguientes para completar:

Cantidad de flores	Cantidad de ramos de 4 flores que se pueden armar	Flores sobrantes
34		
26		
21		
40		
50		
60		
65		

Cantidad de botellas de gaseosa	Cantidad de packs de 6 botellas que se pueden armar	Botellas sobrantes
20		
35		
42		
60		
75		
85		
90		

Comentarios para el docente

Esta situación requiere que los alumnos hayan trabajado intensamente con situaciones de reparto y ya se haya establecido la vinculación entre la multiplicación y dichas situaciones. Aquí vamos a apelar a la idea de división como la búsqueda de un factor desconocido en una multiplicación –por 4 o por 6, respectivamente, en estos casos– que se acerque lo más posible sin pasarse al total a distribuir.

Se puede pedir al grupo que respondan las dos primeras líneas para luego discutirlas.

En la primera tabla se trata de buscar cuántos ramos de 4 se pueden armar con 34 flores. Se están buscando dos números, la cantidad de veces que se puede repetir o "entra" 4 en 34 y lo que "sobra", es decir …. × 4 + … = 34. Así, entre todos, se podrá identificar que el factor que se busca es el que, en la tabla del 4, más permite aproximarse a 34. Al mismo tiempo, se puede reconocer que el "sobrante" tiene que ser menor que 4, porque si no sería posible armar otro grupo más. Identificando en este cálculo una división, el docente puede introducir los términos de dividendo, divisor, cociente y resto. Incluso es posible ofrecer, como forma de notación, la disposición:

$$\begin{array}{r|l} 34 & 4 \\ \cline{2-2} 2 & 8 \end{array}$$

No se está introduciendo esta notación como una forma de cálculo sino como una disposición de los números encontrados.

Se apunta a reconocer la apelación al repertorio multiplicativo para resolver estos cálculos.

Actividad 7

Completá la siguiente tabla:

	Veces que entra	A cuántos números queda
¿Cuántas veces entra 5 en 26?		
¿Cuántas veces entra 5 en 49?		
¿Cuántas veces entra 6 en 48?		
¿Cuántas veces entra 7 en 25?		
¿Cuántas veces entra 10 en 59?		

Comentarios para el docente

Si bien esta situación es similar a la anterior, puede no resultarlo para los alumnos. Reconocer lo que tienen en común buscar cuántos ramos de la misma cantidad de flores se pueden armar con un total de flores (o de packs de gaseosas…) y pensar cuántas veces entra un número en otro será objeto de enseñanza. Es necesario ayudar a los niños a identificar la similitud entre estas situaciones en apariencia diferentes, similitud que lleva a que pueda pensar ambas como divisiones.

En la primera línea de esta tabla estamos buscando los números que cumplan esta condición: … × 5 + … = 26, sabiendo que lo que se suma debe ser inferior a 5.

También es necesario vincular las flores que sobran en el armado de ramos con los números que faltan a 5 × 5 para alcanzar el 26.

Actividad 8

Recuperando ambas actividades, es necesario identificar cómo es posible apelar a los productos conocidos o de la tabla pitagórica para resolver divisiones, para calcular cocientes y restos.

a) Se puede ensayar, entre todos, proponer divisiones y dar el cociente y el resto a partir de las multiplicaciones conocidas.

Por ejemplo: 73

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
17	3		
21	4		
38	9		
56	7		
29	4		
45	4		
58	6		

Comentarios para el docente

En el análisis conjunto con todo el grado se buscará reconocer cómo puede apelarse a las tablas para resolver y por qué. En el último caso, por ejemplo, se trata de encontrar un número que multiplicado por 6 se acerque lo más posible a 58.

Actividad 9

Se puede señalar un producto en la tabla pitagórica, por ejemplo 6 × 8 = 48, y que propongan divisiones que ese producto permitiría conocer, armando un cuadro como el anterior.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto

Se apunta a que los alumnos identifiquen que, al saber una multiplicación, saben por lo menos dos divisiones. En una puesta en común, se podrían inventariar divisiones conocidas a partir de la multiplicación dada, por ejemplo para el caso anterior:

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
48	6		
48	8		
49	6		
49	8		
50	6		
50	8		
51	6		
51	8		
52	6		
52	8		
53	6		
53	8		
54	8		
55	8		

La enseñanza de la división en 3.° grado

Será necesario retomar esta actividad con otros productos.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de participar de situaciones en las cuales se analicen las diferentes relaciones entre diferentes cálculos multiplicativos que les permitan recurrir a cálculos conocidos para averiguar otros, y se ha identificado, con ayuda del docente, el papel de recurso de estas relaciones para resolver y controlar cálculos, se podrá observar si los niños muestran progresos en:

- La identificación de relaciones propias de la multiplicación; por ejemplo:
  - los productos de una tabla se pueden encontrar haciendo la escala correspondiente;
  - si 6 × 8 es 48, para 7 × 8 se agrega una vez 8; o, para 9 × 8, se saca una vez 8 a 80;
  - los productos de la tabla del 8 son el doble de los de la tabla del 4;
  - los productos de la tabla del 5 son el doble de los de la tabla del 10;
  - los productos de la tabla del 7 pueden armarse sumando los productos correspondientes de las tablas del 4 y del 3; o del 5 y del 2; etcétera; o restando los productos de la tabla del 10 y del 3 correspondientes, etcétera.
- El uso de estas relaciones o algunas de ellas, como recursos para apoyarse en productos conocidos para resolver otros.
- La memorización de las multiplicaciones contenidas en la tabla pitagórica o la reconstrucción veloz de sus productos.
- El uso del repertorio multiplicativo para resolver divisiones vinculadas a esas multiplicaciones.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

3.° grado

Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Algoritmo convencional de la multiplicación

Sugerencias de actividades

Juego multiplicaciones cercanas 74

Este juego retoma las relaciones entre productos cercanos, como 5 × 12 y 6 × 12, etcétera.

Materiales

- Un tablero como el siguiente:

6 × 12	6 × 13	6 × 14	6 × 15	6 × 16	6 × 17
7 × 12	7 × 13	7 × 14	7 × 15	7 × 16	7 × 17
8 × 12	8 × 13	8 × 14	8 × 15	8 × 16	8 × 17
9 × 12	9 × 13	9 × 14	9 × 15	9 × 16	9 × 17
10 × 12	10 × 13	10 × 14	10 × 15	10 × 16	10 × 17
11 × 12	11 × 13	11 × 14	11 × 15	11 × 16	11 × 17

- 36 cartas, cada una conteniendo en el anverso las multiplicaciones del tablero y en el reverso su resultado.
- 36 fichas, 9 fichas de cada color (o identificadas por una forma geométrica o ícono diferente).

Desarrollo

En grupos de cuatro jugadores, se distribuyen las 36 cartas entre todos los participantes. También se distribuyen las fichas entre los jugadores, un color o ícono por jugador. A un costado, las cartas con el anverso a la vista.

Por turnos, cada jugador deberá elegir una multiplicación apoyando una ficha sobre ella y dar el resultado. Se verifica buscando la carta correspondiente a esa multiplicación cuyo reverso contiene el resultado. Si es correcto, se guarda la ficha que se colocó sobre el tablero; si no, la ficha queda a un costado. La carta, después de la jugada, queda sobre el casillero correspondiente del tablero, con el resultado a la vista. De la misma manera, continúa el siguiente jugador y así sucesivamente. Al cubrir todas las multiplicaciones del tablero gana el jugador que haya acumulado más fichas.

Para que los alumnos puedan apropiarse de las reglas del juego, se puede jugar una partida –o varias– entre todos.

A lo largo de varias partidas en los grupos, se espera que los niños vayan advirtiendo de a poco que, al conocer el resultado de alguna/s de las multiplicaciones, es posible conocer fácilmente los resultados de otras cercanas. Por ejemplo, si se conoce el resultado de 8 × 16, es posible calcular 8 × 15 y 8 × 17 restando o sumando respectivamente 8 a 128; también es posible saber que, para 9 × 16, se trata de agregar una vez 16 a 128 o restar una vez 16 al producto de 10 × 16, etcétera. Será necesario hacer circular y reconocer con los alumnos estrategias para sumar o restar fácilmente números del 6 al 17 a un número.

En puestas en común que se organicen tras las partidas, se podrán compartir modos de averiguar productos cercanos a aquellos cuyos resultados se conocen, porque pueden calcularse más fácilmente, como puede suceder con 6 × 12 o los que incluyen una multiplicación por 10, o porque ya se han jugado y el resultado se encuentra sobre el tablero.

El juego requiere sostenerlo y jugarlo en muchas oportunidades. En algunas de las oportunidades en las que se retome el juego se podrá hacer formular a los alumnos maneras de calcular un producto cercano a alguno ya conocido.

Luego, se pueden proponer cálculos o problemas que remitan a las relaciones trabajadas en el juego:

Actividad 1

Resolvé los siguientes cálculos:

a) 32 × 10 =	b) 32 × 11 =
c) 32 × 12 =	d) 32 × 9 =
e) 32 × 8 =	f) 32 × 7 =
g) 32 × 13 =	h) 32 × 14 =
i) 32 × 20 =	j) 32 × 20 =

Actividad 2

Resolvé los siguientes cálculos:

a) 45 × 20 =	b) 45 × 12 =
c) 45 × 14 =	d) 45 × 18 =
e) 45 × 16 =	f) 45 × 21 =
g) 45 × 13 =	h) 45 × 19 =

En este caso, muchos de los cálculos se relacionan por representar 2 veces 45 más o menos que en un resultado conocido; por lo tanto, muchos resultados se pueden averiguar sumando o restando 90 a dichos resultados.

Actividad 3

A partir del resultado dado, completá los demás cálculos:

11 × 49 =	11 × 50 =	11 × 51 =
12 × 49 =	12 × 50 = 600	12 × 51 =
13 × 49 =	13 × 50 =	13 × 51 =

Actividad 4

A partir del resultado dado, completá los demás cálculos:

7 × 24 =	7 × 25 =	7 × 26 =
8 × 24 =	8 × 25 = 200	8 × 26 =
9 × 24 =	9 × 25 =	9 × 26 =

Actividad 5

Dante sabe que 6 × 150 = 900. ¿Cómo puede averiguar los resultados del resto de las multiplicaciones?

4 × 150 =	3 × 151 =	6 × 152 =	5 × 149 =
5 × 151 =	3 × 149 =	3 × 150 =	5 × 152 =
6 × 149 =	5 × 150 =	3 × 152 =	4 × 151 =
4 × 149 =	6 × 151 =	4 × 152 =	

Actividad 6

Se presenta aquí una lista de multiplicaciones. Resolvé primero las que te resultan más fáciles y luego pensá en relaciones que te permitan resolver las demás:

16 × 10 = 4 × 16 = 16 × 5 =

16 × 2 = 11 × 16 = 9 × 16 =

16 × 8 = 16 × 3 = 6 × 16 = 20 × 16 =

Actividad 7

A partir del siguiente conjunto de resultados, resolvé los cálculos que figuran debajo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
17	34	51	68	85	102	119	136	153

12 × 17 = 17 × 30 = 17 × 81 = 25 × 17 = 18 × 17=

Actividad 8

Conociendo los siguientes resultados, sin necesidad de hacer toda la cuenta, resolvé los cálculos a continuación:

28 × 5 = 140 28 × 8 = 224

28 × 6 = 28 × 58 =

28 × 50 = 28 × 85 =

28 × 800 = 28 × 51 =

28 × 400 = 14 × 8 =

Actividad 9

Se trata de utilizar el repertorio de multiplicaciones establecido o memorizado para producir otros resultados, como por ejemplo:

43 × 6 = … 326 × 4 = …

Comentarios para el docente

Antes de la resolución de las multiplicaciones, se puede insistir a los alumnos que anticipen de manera aproximada el producto que deben buscar. Para ello, se podrán apoyar en la multiplicación de números redondos, 40 × 6, 300 × 4…

Se los alentará a buscar productos conocidos que podrían ayudarlos a resolver los propuestos. Por ejemplo: para 43 × 6, es posible apoyarse en:

10 × 6 + 10 × 6 + 10 × 6 + 10 × 6 + 3 × 6 = 4 × 10 × 6 + 3 × 6 = 4 x 6 x 10 + 3 x 6

ó 20 × 6 + 20 × 6 + 3 × 6

ó 40 × 6 + 3 × 6

(Etcétera.)

En todos los casos, será necesario controlar que se estén haciendo las 43 veces el 6 o 6 veces el 43. Se está proponiendo "armarse" o "pensar" el 43 de alguna manera en que resulte posible o cómodo multiplicarlo por 6.

Para 326 × 4, es posible ayudarse con 100 × 4; 10 × 4 y 6 × 4, y repetir esos productos parciales las veces que lo indican los dígitos correspondientes o pensarlo directamente como 300 × 4 + 20 × 4 + 6 × 4.

Después de que los alumnos hayan resuelto distintos cálculos apelando a descomposiciones que les permitan resolverlos, se podrá ligar estos procedimientos con la descomposición utilizada en la técnica convencional para la multiplicación. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r l} 326 & \\ \times\ 4 & \\ \hline 1200 & 300 \times 4 \\ 80 & 20 \times 4 \\ 24 & 6 \times 4 \\ \hline 1304 & 326 \times 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1\,2} \\ 326 \\ \times\ 4 \\ \hline 1304 \end{array}$$

En realidad, la disposición presentada arriba es solo una posibilidad de mostrar los cálculos parciales a los que pueden apelar los alumnos. Se puede invitarlos a buscar o explicarles que esos cálculos parciales se encuentran "escondidos" dentro de la cuenta convencional. En este último caso, se comienza desde las unidades para ir sumando los dígitos que se reagrupan en el mismo paso y no sumarlos al final. Cuando se calcula, por ejemplo, 4 × 20, se hace 4 × 2, 8, porque el número se anotará ya en el lugar de las decenas; entonces, ya está supuesta o asegurada la multiplicación por 10; lo mismo sucede aquí al hacer 4 × 300, donde se calcula 4 × 3, sabiendo que la posición en la cual se anotará involucra la multiplicación de ese producto parcial por 100.

Un error frecuente de los niños consiste en sumar el dígito "que se llevan" con el dígito a multiplicar y después multiplicarlos. La reflexión conjunta acerca de qué parte del 326 ya está multiplicada por 4 y cuál falta multiplicar colaborará a controlar estos pasos.

Se tendrá que insistir en que una estimación inicial permite orientar y controlar la resolución: para este cálculo, como 300 × 4 = 1.200 y 400 × 4 es 1.600, pueden anticipar que el producto se encontrará entre 1.200 y 1.600 y estará más cerca del primero, porque 326 está más cerca de 300 que de 400.

Será interesante relacionar esta distribución de uno de los factores con la subdivisión de un rectángulo cuadriculado para facilitar el cálculo del total de cuadraditos a partir de multiplicaciones parciales más sencillas.

El dominio de este algoritmo requerirá que los alumnos realicen cierta práctica que les permita automatizarlo. A su vez, será necesario reconocer frente a qué números puede resultar una estrategia valiosa, en el sentido en que puede aportar economía y un procedimiento general, sin perder por ello la disponibilidad de una diversidad de recursos de cálculo mental que resultan más adaptados y económicos para ciertos números y permiten además una fundamentación para el funcionamiento de la técnica convencional.

Otras sugerencias de actividades

Actividad 1

Se podrá explicar a los alumnos que a veces, para resolver divisiones, sobre todo si el dividendo es grande, puede resultar útil descomponer el dividendo de una manera que resulte "cómodo" dividir cada una de esas partes. Por ejemplo, para dividir 195 : 3, es posible pensar al 195 como 180 + 15, o 150 + 45, o 150 + 30 + 15; etcétera. Esas partes del número son fácilmente divisibles por 3. De esa manera, resolviendo esas divisiones parciales y sumando sus cocientes puede resolverse el cálculo inicial:

180 : 3 + 15 : 3 = 60 + 5

ó 150 : 3 + 30 : 3 + 15 : 3 = 50 + 10 + 5 (Etcétera.)

Todas las veces que sea necesario, se podrá apelar a un contexto para interpretar lo que estamos haciendo. Por ejemplo: “Es como si se quisieran repartir 195 figuritas entre 3 chicos. Se van repartiendo por partes. Primero podemos repartir 180 entre los 3, luego 15. Primero les dimos 60 a cada uno y después 5 más a cada uno”. O también pensar que son 195 flores para armar ramos de 3 flores. Primero armamos ramos con 180 flores y luego con las 15 restantes, etcétera.

Se pueden proponer divisiones para que los alumnos intenten apelar a descomposiciones del dividendo que faciliten el cálculo. Por ejemplo:

256 : 4

Será interesante recuperar en una puesta en común las posibles descomposiciones que los alumnos hayan utilizado y solicitarles que expliquen cómo podemos estar seguros de que se tiene 256.

Por ejemplo:

240 + 16

40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 16

80 + 80 + 80 + 16

(Etcétera.)

Actividad 2

Pensá maneras de descomponer los dividendos que te faciliten el cálculo de estas divisiones:

a) 75 : 5

b) 84 : 7

c) 150 : 6

d) 147 : 7

e) 192 : 6

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de trabajar con situaciones que involucran multiplicaciones y divisiones; si han elaborado y analizado estrategias; si se han reutilizado en numerosas y diversas situaciones de modo tal que las estrategias más avanzadas logren estabilizarse, se podrá observar si muestran progresos en:

- las estrategias utilizadas para resolver cálculos de multiplicaciones y divisiones;
- la posibilidad de estimar productos;
- la posibilidad de estimar cocientes;
- la apelación a procedimientos que faciliten el cálculo de multiplicaciones con números mayores;
- la apelación a procedimientos que faciliten el cálculo de divisiones con dividendos mayores;
- el dominio paulatino del algoritmo convencional para la multiplicación.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

3.° grado

Cálculo aproximado

La multiplicación por 10, 100, 1.000, etcétera, puede permitir una primera aproximación del cociente, estimando la cantidad de cifras que contiene. Entonces, disponer de estos productos dentro del repertorio multiplicativo de los alumnos es una condición necesaria para el avance en los procedimientos que permiten calcular divisiones con dividendos mayores. Ahora bien, disponer de este conocimiento es necesario pero no suficiente. Su papel como recurso para resolver divisiones deberá ser objeto de enseñanza para que los niños puedan apropiárselo.

Sugerencias de actividades

Actividad 1

Así, frente a un reparto, por ejemplo: 4 amigos gastaron $920 en un regalo y se repartieron el gasto en partes iguales; ¿cuánto deberá pagar cada uno?

Se trata de pedir a los niños que, antes de resolverlo, decidan si cada amigo deberá poner más o menos de $100. En general, los alumnos no saben cómo anticipar esto. Una intervención posible consiste en pedirles que imaginen, si todos ponen $100, cuánto dinero se junta. Eso permite saber que esa cantidad será mayor que $100. Como sabemos también que será menor que $1.000, podemos saber que el cociente tendrá tres dígitos.

Es necesario insistir sobre la necesidad de anticipar el cociente, ya que los niños suelen zambullirse en la resolución del cálculo sin detenerse en una estimación que suelen no valorar. Además, como se mencionó, es necesario acompañar esta anticipación enseñando modos posibles de hacerlo.

Actividad 2

Después de que los niños dominen estas aproximaciones, será posible pedirles y enseñarles a “afinar” más esa estimación inicial. Por ejemplo, para el problema anterior, sabemos que el cociente estará entre 100 y 1.000... ¿más cerca de 100 o de 1.000?

920 se puede pensar como 800 + 120. Eso nos permite saber que con $200 cada uno ya se acercan a ese número, porque 4 × 200 = 800, y que la cantidad a poner estará entre $200 y $300.

Actividad 3

¿Cuánto deberían poner aproximadamente si el gasto a distribuir entre los 4 amigos fuera de $3.820?

Podemos saber que cada uno deberá poner cerca de $1.000, porque 4 × 1.000 = 4.000.

La apelación al repertorio multiplicativo permite también anticipar que, como 4 × 9 = 36, entonces 4 × 900 = 3.600. Así, nos acercamos más a lo que deberá pagar cada uno.

Estas anticipaciones podrán proponerse y acompañarse en diferentes oportunidades en las que tengan que resolver divisiones.

Indicadores de avance

Si los alumnos cuentan con un repertorio de multiplicaciones por 10, 100 y 1000 han avanzado en la apropiación de algunos sentidos de las divisiones y en las relaciones entre la multiplicación y la división, y han tenido oportunidad en sus clases de participar de la elaboración, difusión y análisis de estrategias de anticipación de cocientes de divisiones, se podrá observar si progresan en:

- el uso de la multiplicación por 10, 100 y 1000 para anticipar la cantidad de cifras del cociente de una división;
- sus posibilidades de ubicar aproximadamente dentro del intervalo establecido (más cerca de un extremo o del otro) al cociente que se busca.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

3.° grado

Uso de la calculadora

Sugerencias de actividades

ACTIVIDAD 1

Anotá multiplicaciones que puedas hacer en la calculadora que den por resultado el número que aparece en la columna de la derecha. Si encontrás más de una multiplicación posible, también anotala en la columna de la izquierda. Luego, verificalo con la calculadora:

Si anotamos en la calculadora	Aparece como resultado
….. × …… =	27
….. × …… =	40
….. × …… =	21
….. × …… =	18
….. × …… =	45
….. × …… =	32
….. × …… =	16

ACTIVIDAD 2

Si en la calculadora anoto 5 × … ¿Qué número tengo que anotar para que después del = aparezca como resultado … ?:

35

50

60

100

Comentarios para el docente

La actividad 2 se propondrá una vez que los alumnos hayan sistematizado el repertorio multiplicativo. Se trata de que anoten sus anticipaciones antes de hacerlo en la calculadora. La máquina les permitirá luego verificar las anticipaciones realizadas. En discusiones posteriores se podrá identificar de qué manera pueden recurrir al repertorio multiplicativo para resolverlo. Una especial atención deberán recibir aquellos productos que exceden el 50. Será interesante discutir cómo llegaron a establecer el número por el cual multiplicar 5. Por ejemplo: para 100 es posible apoyarse en que es el doble de 50, o sea que hay que multiplicarlo por el doble de 10. Para 60, es posible pensar que a 50 se le agregaron dos veces 5 y, como para llegar a 50 hay que multiplicar 5 por 10, para llegar a 60 será necesario multiplicarlo por 12.

Con el mismo esquema, el docente podrá proponer actividades similares que involucren otros factores y otros productos.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

2.° y 3.° grado

Cálculo de dobles y mitades

La posibilidad de calcular dobles y mitades constituye un punto de apoyo necesario para el cálculo mental. Por un lado, será necesario retomar en diferentes oportunidades el significado de “doble” y de “mitad”, dado que para algunos alumnos puede resultar difícil apropiárselos; es frecuente que los niños confundan estas relaciones entre sí. Por otro lado, disponer de estrategias –lo cual supone identificar las relaciones aritméticas que en ellas se juegan– que permitan obtener dobles y mitades será objeto de trabajo en segundo grado y tercer grado.

Sugerencias de actividades. Segundo y tercer grado

El docente puede proponer a los alumnos revisar entre todos cuáles son los números para los cuales conocer su doble. Esto supondrá también analizar con ellos qué significa el doble de una cantidad de ciertos objetos –por ejemplo, de 4 caramelos, de 6 figuritas, de $10, etcétera– y, de manera general, el doble de un número.

A partir de los que sí conocen, se pueden discutir modos posibles de calcular otros dobles. Por ejemplo:

- el doble de 15, a partir del doble de 10 más el doble de 5;
- el doble de 38, a partir del doble de 30 más el doble de 8;
- el doble de 30 más el doble de 5 más el doble de 3, a partir del doble de 40 menos el doble de 2; etcétera.

Se trata de identificar con los alumnos diferentes maneras de “pensar” o de “armar” el número que faciliten el cálculo de su doble.

Una vez elaboradas estrategias que permitan calcular fácilmente dobles se podrá, de manera análoga, discutir con los alumnos y establecer modos de averiguar fácilmente la mitad de un número. Por ejemplo, es posible preguntar por la mitad de los siguientes números:

20 - 10 - 18 - 16 - 14 - 12 - 8 - 6 - 4 - 2

De la misma manera que para los dobles, será necesario revisar entre todos qué significa la mitad de un número o la mitad de una cantidad de objetos, así como el vínculo entre ambas relaciones: doble y mitad. También será necesario identificar que, dentro de los números con los que estamos trabajando, todos los números tienen doble pero no todos tienen mitad.

Luego, se podrán proponer otros números para identificar para cuáles conocen la mitad o cómo se puede conocer fácilmente. Por ejemplo: 40 - 100 - 30 - 50, etcétera.

Para 30, muchos niños suelen pensar que no tiene mitad, porque la cifra de las decenas no tiene mitad. Es posible apoyarse en la mitad de 20 más la mitad de 10, o en la mitad de 40 menos la mitad de 10, etcétera. Lo mismo con 70, 90, 300, 500, 700, etcétera.

De modo similar, se podrán buscar mitades de otros números, generalizando la estrategia de apoyarse en números cuyas mitades se conocen para calcular otros a partir de diferentes descomposiciones de los números, como 54, 28, 76, 232, 550, etcétera.

La descomposición de los números juega aquí un papel en el cálculo de dobles y mitades, busca pensar el número de modo tal que facilite el cálculo.

Actividad 1

A continuación, se presenta una tabla que relaciona unos números con su doble. Por supuesto, el docente podrá modificar los números en juego en función de los conocimientos de sus alumnos y lo que quiera trabajar en un momento dado.

Número	Doble de ese número
46	
94	
110	
72	
286	
338	
	28
	56
	320

Un asunto a discutir e identificar luego con ellos es que si, en la misma tabla, se considera como número original al de la columna de la derecha, se debería definir a la columna de la izquierda como mitad de ese número. Es decir, ambas columnas contienen números, los de la derecha son el doble de cada uno de los de la izquierda y estos son la mitad de los primeros.

Una vez que se hayan explorado y resuelto varias situaciones en las que los alumnos busquen dobles y mitades de números, podrá proponerse alguna que apele a una cierta automatización de estas estrategias, como la siguiente:

ACTIVIDAD **2**

Cálculos dictados

El docente puede dictar, de a uno, una serie de cálculos para los cuales deja a los alumnos un momento breve para anotar los resultados en sus cuadernos, sin anotar el enunciado del maestro o la maestra.

Se propone un conjunto de dobles y mitades simples para segundo grado, aunque si no estuvieran disponibles en el repertorio de los alumnos de tercer grado, será necesario abordarlos y analizarlos.

a) Con cálculos sencillos:

a.1. El doble de … (3; 5; 8; etcétera).

a.2. La mitad de … (4; 10; 6; 14; 18; 20, etcétera).

Una puesta en común posterior permitirá hacer circular e identificar relaciones que permiten conocer rápidamente los números buscados,

Por ejemplo:

- El doble de 8, como:
  - el doble de 5 más el doble de 3,
  - el doble de 7 más el doble de 1,
  - el doble de 10 menos el doble de 2,
  - etcétera.
- La mitad de 18, como:
  - la mitad de 20 menos la mitad de 2,
  - la mitad de 16 más la mitad de 2,
  - etcétera.

b) Una vez dominados, estos cálculos podrán extenderse al dictado de dobles y mitades con números mayores, por ejemplo:

El doble de … (15, 20, 25, 35, 50, 60, 57, 79, etcétera).

La mitad de … (40, 50, 80, 100, 600, 200, 300, etcétera).

Una instancia de análisis compartido con todo el grupo permitirá ir identificando relaciones posibles sobre las cuales hallar rápidamente la respuesta. Por ejemplo, el doble de 57 a partir del doble de 50 más el doble de 7, o el doble de 60 menos el doble de 3, etc. Para la mitad de 300, por ejemplo, se podría pensar como la mitad de 200 más la mitad de 100 o la mitad de 400 menos la mitad de 100, etcétera.

c) En este caso, el docente plantea un conjunto de adivinanzas, dejando un breve lapso para que los niños vayan respondiendo. Se apunta a profundizar las relaciones entre dobles y mitades. Por ejemplo:

El doble de un número es 28. ¿Cuál es ese número? (90, 120, 140, 76, etcétera).

La mitad de un número es 11. ¿Cuál es ese número? (17, 29, 65, 125, etcétera).

Comentarios para el docente

Como en todas las oportunidades, las instancias de análisis posterior con todos los alumnos buscan reconocer que se espera que recurran a una estrategia de cálculo mental.

Así, para averiguar el número cuya mitad es 65, es necesario, en primer lugar, identificar que si se tiene la mitad de un número, el número que se busca es el doble del número dado. En segundo lugar, será necesario calcular el doble de 65, para lo cual algunas relaciones posibles serían:

- El doble de 60 más el doble de 5.
- El doble de 70 menos el doble de 5.
- El doble de 50 más el doble de 15.
- Etcétera.

En todas ellas, se trata de hallar modos de “armar” o de “pensar” el número 65 que faciliten los cálculos, en este caso el del doble. Un control necesario para que los niños realicen sobre los diferentes procedimientos reside en el de hallar el 65 en las descomposiciones a las cuales recurran.

Se puede ofrecer a los alumnos un conjunto de números, para que encuentren allí pares de números de los cuales uno deba ser la mitad del otro –en consecuencia, el segundo es el doble del primero.

Por ejemplo:

12	95	140	500
160	52	80	190
70	104	6	250

El docente decidirá sobre los pares de números a incluir de acuerdo con los conocimientos de los alumnos. Además, es posible que este conjunto solo contenga números a incluir en los pares o que contenga números que no participen de ningún par.

Otro ejemplo:

253	1.210	372	599	48
499	506	1.198	88	
96	76	186	605	

Sugerencias de actividades. Segundo grado

Lotería de dobles y mitades

Materiales

Un juego de las fichas que se incluyen a continuación:

Fichas con números para hacer de “bolillas” de la lotería

Fotocopias de los cartones del juego, uno por alumno.

Material para trabajar en el aula

Desarrollo del juego

El docente o algún alumno extrae una ficha. El jugador que tenga en su cartón un número que sea el doble o la mitad del número “cantado”, lo podrá marcar. Gana el primero en marcar todos los números de su cartón.

Después de jugar, se podrán analizar estrategias para determinar si uno tiene un número que sea la mitad o el doble de un número dado.

Luego se podrá pedir a los alumnos que vayan mirando su cartón y decidiendo qué fichas les permitirán marcarlos, es decir aquellas que contienen el doble o la mitad de cada uno de esos números.

Luego, se podrán plantear problemas que remitan al juego, por ejemplo:

a) En una lotería de dobles y mitades, se cantaron los siguientes números. ¿Qué pudo marcar Germán en su cartón?

140 80 28 18 8 5

140		80	28
18	8	5	

32 50 30 18 70 14

32		50	30
18	70		14

Material para trabajar en el aula

b)

- Si salió la ficha … ¿Qué números se podrían marcar en los cartones?
- A Isabel le falta marcar el número … ¿Con qué números lo podría marcar?
- Salió el número … y Daniel marcó el … porque ……………………………………
- Si salió el número …, ¿se puede marcar el …?
- Etcétera.

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de trabajar a lo largo de todo el primer ciclo con situaciones en las que deban calcular dobles y mitades y en las que, con la participación del docente, se analicen e identifiquen estrategias para calcularlos así como también las diversas relaciones que las sostienen, se podrá observar si los niños muestran progresos en:

- el reconocimiento de dobles y mitades;
- la disponibilidad de estrategias para calcular rápidamente dobles y mitades.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

2º grado Elaboración y análisis de escalas ascendentes y descendentes

Sugerencias de actividades

Actividad 1

a) Se les puede mostrar a los alumnos el funcionamiento de la calculadora cuando se anota una suma como 2 + 2 = y se continúa apretando el signo = sucesivas veces. Se trata de que todos adviertan que la máquina continúa realizando la última operación, en este caso sumando 2. 75

b) Una vez identificado este funcionamiento, se les puede pedir que, con la calculadora apagada, anoten en sus cuadernos los números que les parece que saldrán al hacer 2 + 2 y continuar apretando el signo =. Luego, podrán verificarlo con la máquina.

c) En un momento de análisis colectivo posterior, se podrán retomar las series anotadas, buscando identificar la regularidad que presenta: la serie 2, 4, 6, 8, 10 (ó 0) se repite dentro de cada grupo de 10… Al mismo tiempo, se buscará reconocer o retomar la relación entre sumar siempre un mismo número con avanzar de a… por la serie numérica.

d) Esta situación se puede retomar oralmente con toda la clase diciendo la serie numérica de 2 en 2. Comienza un alumno diciendo “dos”, otro “cuatro” y así sucesivamente. Los alumnos a quienes les toca decir el número siguiente pueden ser nombrados por el docente –para decidir qué números asignar a cada uno– o seguir el orden en el que están sentados.

Luego, de la misma manera, se puede retomar sin comenzar desde 0. Al comenzar desde un número distinto de 0 pero que se encuentra en la serie, se podrá identificar que es como introducirse en la serie “desde más adelante” pero que, en ese tramo, se encuentran números que se hubieran encontrado comenzando desde 0.

Se podría también proponer comenzar desde un número impar, por ejemplo 1 ó 3, para analizar luego en qué números se cae:

3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 - 17 - 19 - 21, etcétera.

El análisis se podrá dirigir a qué se repite y qué cambia –y cómo cambia– en los números en los que se cae de esta manera. Se trata de identificar que nuevamente, cada 5 números, se vuelve a repetir la serie 1 3 5 7 9, porque 5 veces 2 equivale a avanzar 10 y la serie numérica repite las unidades dentro de cada grupo de 10, etcétera.

e) Se puede extenderlo pidiendo a los alumnos que anticipen los números que irán apareciendo al apretar en la calculadora las siguientes teclas:

50 + 2 = = = = = = = = = = =

f) También se les puede pedir que anticipen qué número aparecerá finalmente después de haber apretado 84 + 2 y 5 veces el signo =.

Comentarios para el docente

Al analizar problemas de este último tipo, se trata de identificar con todos que es posible saberlo sin decir toda la serie de números intermedios, identificando que apretar 5 veces el signo = en la calculadora equivale a sumar 5 veces 2, y que eso equivale a sumar 10.

Los esquemas de problemas que siguen también apuntan a llevar a los alumnos a identificar la relación entre una cantidad de veces que se suma 2 y el total que se agrega a un número. Se podrá recuperar aquí la relación entre la suma reiterada y la multiplicación abordada en otras situaciones.

Si ya se ha identificado la multiplicación como la repetición de un número una cantidad de veces, se podrá relacionar con los cálculos que hacen aquí los niños, con el avance sobre la serie numérica en saltos de a 2. Más adelante, cuando los alumnos comiencen a construir y memorizar el repertorio multiplicativo, se podrá también remitir a estas situaciones de escalas como apoyo para recordarlo fácilmente.

Los mismos tipos de problemas pueden plantearse comenzando desde un número cualquiera impar.

g) Otros problemas pueden pensarse bajo el siguiente esquema:

- Anoto el número ... en la calculadora, le sumo 2 y aprieto varias veces el signo igual y, finalmente, obtengo ... ¿Cuántas veces apreté el signo =? (por ejemplo, 22 y 30; 34 y 48; 100 y 120; etcétera).
- Anoto un número en la calculadora, le sumo 2, aprieto … veces el signo = y obtengo ... ¿Qué número pensé? (5,56; 6, 28; 3,92; 10,250; etcétera).

h) El mismo tipo de situaciones planteadas de a) a g) se pueden proponer de manera descendente.

Por ejemplo, se anota 100 - 2 = y se continúa apretando el signo =, ¿qué números irán apareciendo?

Actividad 2

La misma secuencia de situaciones propuesta en 1) puede plantearse para los números 5 y 10. Se trata de identificar en qué números se cae al avanzar por la serie de 5 en 5 y de 10 en 10, identificando las regularidades que se encuentran cada 10 y cada 100 números.

Esta situación permitirá reconocer que avanzar de a 5 toca los mismos números que al avanzar de a 10 y un número “en el medio” de esos, porque cada dos veces que se avanza 5, se avanza 10, etcétera.

También será interesante retomar, en el análisis de los números en los cuales se cae al avanzar de a 5 o de a 10, que los números en los que se cae de a 5 no son los mismos en los que se cae al avanzar de a 2. En cambio, al avanzar de a 10, sí se cae en números en los que se cae al avanzar de a 2; cada 5 veces 2, se avanza 10…

Actividad 3

La misma secuencia propuesta en 1) puede plantearse para el número 4.

Será necesario identificar la regularidad en la serie de 4 en 4, que se repite cada 20 números.

4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

, etcétera.

En la serie, se podrá advertir que la porción de 4 a 20 se reencuentra a lo largo de la serie.

44	48	52	56	60

, etcétera.

Se puede compartir entre todos cómo pueden sumar rápidamente 4 y, particularmente, los números terminados en 8: es posible sumar 2 y 2; o pensar que, como 8 + 4 es 12, entonces 68 + 4 cae en el 2 de la decena siguiente: 72…

Es preciso relacionar esta serie de 4 en 4 con la serie de 2 en 2. También se podrán identificar ambas con las respectivas tablas de multiplicación.

Actividad 4

Un trabajo similar podrá proponerse para los números 3 y 6.

Las regularidades de estas series son más difíciles de atrapar porque toman un intervalo numérico más extenso –cada 30 números– para repetirse.

Es posible difundir y utilizar estrategias para sumar rápidamente 3 o 6 a un número. Se identificará que cada avance de 6 "saltea" un avance de 3, pero va cayendo en números por los cuales pasa la serie de 3 en 3; se analizará por qué, etcétera.

La relación entre estas series y las respectivas tablas, entre lo que sucede en la escala de a 3 y en la escala de a 6 y las tablas de multiplicación de estos números, serán asuntos a identificar en los análisis que se lleven a cabo en los problemas que comprometan estas escalas.

Actividad 5

La misma secuencia se puede retomar sumando repetidas veces 9. Al analizar colectivamente la serie que se produce al avanzar de a 9, es posible identificar con los alumnos que sumar 9 equivale a sumar 10 menos 1.

Se podrá reconocer que la serie se reitera cada 90 números.

9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
99	108	117	126	135	144	153	152	171	180	, etcétera.

También, que la serie recae siempre en números por los que pasa la escala del 3, porque cada 3 veces que se avanza 3 se avanza 9, pero no por todos los números de la escala del 6. Se puede relacionar esta escala con la tabla del 9 y con las relaciones entre la tabla del 3 con la del 9, del 3 y la del 6 con la del 9.

Actividad 6

Lo mismo se puede proponer para una escala de 7 en 7. Aquí, dado que la regularidad en la tabla se repite cada 70 números, será necesario compartir con toda la clase maneras de sumar 7 a un número.

7	14	21	28	35	42	49	56	63	70

Para ello, será necesario tener disponibles los diferentes casos de sumas que se pueden encontrar en una escala de 7:

1 + 7	2 + 7
3 + 7	4 + 7
5 + 7	6 + 7
7 + 7	8 + 7
9 + 7	

A su vez, estas sumas pueden pensarse a través de las relaciones entre ellas o con otros números.

Como 4 + 7 es 11, entonces luego de 84 nos vamos al 1 de la decena siguiente: 91. Ese número también se puede pensar como 84 + 6 = 90, 90 + 1 = 91; etcétera.

Actividad 7

Se puede retomar esta secuencia con números como 11, 19, etcétera. Se trata de identificar que para sumar estos números es posible apoyarse en números "redondos"; por ejemplo, para sumar 11, sumando 10 y luego 1; para sumar 19, sumando 20 y restando 1.

Actividad 8

En todos los casos, se les podrán proponer números a los alumnos para que identifiquen si los encontramos al avanzar de … en …

Por ejemplo:

a) Si en la calculadora se suma 3 + 3 = y se sigue apretando la tecla =, ¿se lee en algún momento el número 45 en el visor? ¿El 99? ¿El 106?, etcétera.

b) Si en la calculadora anotamos 5 + 2 = y se sigue apretando la tecla =, ¿se lee en algún momento el número 26? (29, 50, etcétera).

c) Si sumando repetidas veces el mismo número en la calculadora, se quiere ver el número 32 en la pantalla de la calculadora, ¿qué número se puede anotar? Hay más de una posibilidad, intentá encontrarlas a todas.

d) ¿Qué número se puede sumar repetidas veces en la calculadora y asegurarnos de que van a aparecer, en algún momento, todos los números que se aparecerian si se suma repetidas veces 12?

Indicadores de avance

Si los alumnos han tenido oportunidad de trabajar a lo largo de segundo y tercer grado con situaciones en las que deban producir escalas y en las que, con la participación del docente, se analicen e identifiquen regularidades en la serie producida según las diferentes escalas, se podrá observar si los niños muestran progresos en:

- la identificación de regularidades en las escalas más trabajadas;
- el uso de esas regularidades como recursos para producir las escalas ascendentes trabajadas desde 0 o desde otro número y, luego, escalas descendentes;
- el uso de la producción de escalas para producir resultados de multiplicaciones.

Números y operaciones | Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

2.° y 3.° grado Construcción de tablas proporcionales y análisis de unas primeras relaciones multiplicativas.

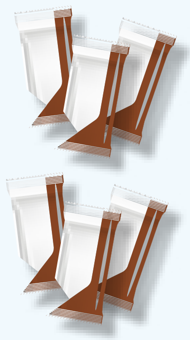
Sugerencias de actividades

Actividad 1

Las barritas de cereal vienen embaladas de a 3, de a 6 o de a 12. Un quiosquero elaboró la siguiente tabla que relaciona cada clase de paquete con el total de barritas de cereal que contienen:

Cantidad de paquetes de 3 barritas									
Cantidad de barritas									

Cantidad de paquetes de 6 barritas									
Cantidad de barritas									



Cantidad de paquetes de 12 barritas									
Cantidad de barritas									

El docente podrá incluir los valores que quiera hacer completar a sus alumnos. En los análisis posteriores al completamiento de cada una de estas tablas, se retomarán las diferentes relaciones: al doble, le corresponde el doble; si multiplicamos por un número la cantidad de cajas, encontramos el total de barritas multiplicando por el mismo número la cantidad de barritas correspondiente a esas cajas, “a la suma (o resta) de cajas le corresponde la suma (o resta) de barritas correspondientes a esas cajas”; multiplicando la cantidad de cajas por la cantidad de barritas contenidas en una caja, se obtiene el total de barritas de cereales correspondiente.

Actividad 2

En el supermercado mayorista, las gaseosas se venden embaladas de a 2, de a 4, de a 8, de a 10. En la góndola, se ofrecen las siguientes tablas que relacionan la cantidad de packs con el total de gaseosas que se llevan en cada caso:

Cantidad de packs de 2 botellas									
Cantidad de botellas									

Cantidad de packs de 4 botellas									
Cantidad de botellas									

Cantidad de packs de 8 botellas									
Cantidad de botellas									

Cantidad de packs de 10 botellas									
Cantidad de botellas									

Cuestiones transversales a la resolución de problemas

En este apartado se hace referencia a algunas prácticas matemáticas que intervienen a lo largo de numerosas actividades de las propuestas presentadas en estos documentos y a propósito de diferentes contenidos pero que requieren de una consideración específica. Es decir, si bien no se ligan a un objeto matemático particular también constituyen objetos de enseñanza. Se incluyen aquí prácticas ligadas al tratamiento de los problemas y también prácticas ligadas al uso de un instrumento tecnológico como la calculadora con diferentes propósitos con los cuales puede considerarse.

Identificación de datos, incógnitas y soluciones en los problemas

Se incluyen propuestas para trabajar la identificación de datos, incógnitas y soluciones en los problemas dado que también hacen al sentido de los conocimientos de los números y las operaciones. No basta con enfrentar a los alumnos con la resolución de problemas, también es necesario plantear actividades específicas destinadas a su aprendizaje. Sin embargo, es difícil graduar su tratamiento a lo largo del primer ciclo, ya que dependen de la experiencia de cada grupo escolar al respecto.

Existe una tendencia a intentar asegurar las adquisiciones de los alumnos presentando problemas relativos a una operación cuando se la está enseñando (entonces el problema “es de dividir, porque es lo que estamos aprendiendo”). Por otra parte, también se tiende a intentar facilitar la comprensión de los enunciados evitando incluir datos superfluos, simplificándolos.

Estas dos tendencias conducen a reducir el campo de decisiones que un alumno tiene que tomar cuando se enfrenta a un problema.

Parte del sentido de una operación surge de las relaciones que tiene con otras. Es importante que, aun cuando una operación determinada sea el tema de la enseñanza, se presenten a los alumnos problemas que no se puedan resolver todos con la misma operación. Esto provoca que analicen cada situación y tomen decisiones. Por otra parte, cuando los niños resuelven problemas en los que hay más datos que los necesarios, se provoca la necesidad de analizarlos, de interpretar cuál es el significado de los números en el contexto del problema y de establecer relaciones.

Toma de decisiones

Para que efectivamente los alumnos tengan que tomar decisiones cuando se enfrentan a problemas, se propone generar instancias para discutir y analizar en primer lugar a qué refiere la situación, independientemente de los números involucrados o del modo de resolverla. Es necesario comprender la situación de referencia –de qué se habla en el enunciado, en qué consisten esas prácticas sociales como, por ejemplo, el cobro de cheques en un banco, los pagos en cuotas, el trabajo de un repartidor, el de un repositor de supermercado, etcétera–. Sin una comprensión de base de cierto funcionamiento del contexto en el que se plantea el enunciado, no es posible matematizar la situación, establecer vínculos entre los recursos aritméticos y lo que hay que averiguar. Además, será necesario analizar cuáles son los datos pertinentes o cuáles son los datos que deberían estar presentes para resolver un problema; cuántas soluciones tiene cada problema; si las soluciones son equivalentes; cuál es el tratamiento de los datos en cada operación, etcétera. Se trata de ofrecerles oportunidades de tomar decisiones, de entrar en el juego matemático que involucra la tarea de resolver y analizar problemas. Veamos algunos ejemplos.

Cuando se enfoca la enseñanza de la división, es interesante que los niños tengan oportunidad de aproximarse progresivamente a sus propiedades. La división significa una partición en partes iguales. Sin embargo, es posible proponerles que resuelvan problemas de reparto en los que no sea un requisito que las partes sean iguales. Por ejemplo:

> "Un señor tiene $20 y quiere regalárselos a sus 4 amigos. ¿Cuánto le dará a cada uno?"

Es posible que algunos niños respondan que hay que darle 5 a cada uno y que otros consideren que les dará 6, 6, 6 y 2; o bien 4, 4, 4 y 8. Se trata de provocar el análisis del enunciado para que los alumnos reconozcan que hay varias soluciones posibles. Se podrá abordar entonces la reelaboración del problema. ¿Qué habría que cambiarle a este enunciado para que la única respuesta sea "5 a cada uno"? Luego del trabajo colectivo podría quedar de este modo: "Un señor tiene $20 y quiere repartirlos entre sus 4 amigos en partes iguales. ¿Cuánto le dará a cada uno?".

Se espera que, luego de resolverlo y analizarlo, los niños puedan sacar conclusiones de este tipo: “cuando el problema no lo dice, se puede dar más a unos que a otros; cuando te lo dice hay que darles a todos lo mismo”. En este caso, la construcción del sentido de la división está en relación con la cantidad de soluciones. Si no hace falta que el reparto sea equitativo –no corresponde entonces a una división–, el problema tiene muchas soluciones.

Es también una actividad interesante proponerles a los niños que comparen problemas con el objetivo de que puedan tomar conciencia y explicitar sus características en una actividad de análisis posterior a la resolución. Por ejemplo, cuando se aborda la multiplicación en segundo grado:

1) ¿Cuántas figuritas hay en 8 paquetes, si en cada paquete hay 4 figuritas?

2) ¿Cuántas figuritas tiene un chico, si en un paquete tiene 4 y en otro tiene 8 figuritas?

3) ¿Cuántos caramelos hay en 3 paquetes, si cada uno tiene 5 caramelos?

4) ¿Cuántos caramelos hay en total, si en un paquete hay 3 caramelos y en el otro hay 5?

Luego de que los niños los han resuelto, se les pregunta en qué se parecen y en qué se diferencian. Seguramente, en segundo grado, los alumnos resolverán todos los problemas sumando (8 + 8 + 8 + 8; 4 + 8; 5 + 5 + 5; 3 + 5).

Es posible que puedan reconocer la suma como aspecto en común, observando diferencias. Por ejemplo, que expresen “en el segundo y en el cuarto se suman los dos números del enunciado, y en el primero y en el tercero se suma muchas veces el mismo número”, o “en algunos problemas un número te dice cuántas veces tenés que sumar el otro número”.

Reflexión y análisis sobre los problemas

En el marco del trabajo sobre el abordaje de problemas, también se pueden proponer un conjunto de enunciados entre los cuales algunos sean irresolubles porque faltan datos o porque estos son contradictorios entre sí, y otros, resolubles y con más información de la necesaria. El objetivo es que los niños reflexionen acerca de los datos que se usan y no se utilizan en cada problema. Veamos algunos ejemplos para primer grado:

1) Juan tenía 5 autitos de colección. En su cumpleaños de 7 años recibió 12 autitos de regalo. ¿Cuántos tiene ahora?

2)Andrés tenía figuritas y la tía le regaló 12 más. ¿Cuántas figuritas tiene ahora?

3)Luciano tenía 12 figuritas. Dice que perdió 4 a la mañana y 10 a la tarde. ¿Puede ser?

En el primero de estos problemas, es posible que algunos niños utilicen el número 7 correspondiente a la edad en algún tipo de cálculo y otros reconozcan que este dato no es necesario para contestar a la pregunta planteada.

En el segundo problema, tendrán que evaluar que falta el dato relativo a cuántas figuritas tenía Andrés antes de recibir su regalo. Determinar qué es lo que falta es parte de la comprensión del problema. En el último caso, los niños tendrán que evaluar que los datos son contradictorios entre sí y por lo tanto “no puede ser” que Luciano tuviera 12 inicialmente, o que perdiera 14 figuritas. Otro aspecto ya mencionado a explorar por los niños es la cantidad de soluciones que puede tener un problema. Se les puede proponer a los alumnos un listado de problemas entre los que haya algunos sin solución, otros con varias y otros con una sola solución posible. Por ejemplo:

Si tenés billetes de \$2, \$5 y \$10, calcular con qué billetes se puede armar a) \$42, b) \$3 y c) \$7.

Evidentemente, el primero tiene muchas soluciones, el segundo ninguna, y el tercero, una sola. Es esperable que cada niño encuentre solo una solución para el primero. En la puesta en común se puede analizar cuáles han sido encontradas con el objetivo de reflexionar sobre la diversa cantidad de soluciones de cada problema. También se puede proponer a niños de segundo o tercer grado la siguiente situación:

En un negocio venden corbatas a \$5 cada una, remeras a \$8 cada una y pantalones a \$10. Una señora gastó \$80. ¿Qué pudo haber comprado?

Este problema tiene diversas soluciones. Algunas de ellas pueden ser las siguientes: 8 pantalones; 16 corbatas; 5 pantalones y 6 corbatas; etcétera.

Posiblemente, los niños resuelvan este problema intentando al comienzo formar el 80 a partir de sumas sucesivas y controlando el total al que van arribando. Luego, en una instancia de comunicación de resultados, los alumnos encontrarán que hay varias respuestas posibles. Una vez establecido que el problema tiene diferentes respuestas, se les puede proponer que agreguen al enunciado alguna información para convertir el problema en uno con una sola solución. Se espera que, con ayuda del docente, los alumnos avancen en el reconocimiento de que agregando un dato relativo al tipo o cantidad de prendas, se restringe el número de soluciones (por ejemplo: "y compró todo del mismo tipo" o "y compró 8 prendas").

A partir de otros enunciados, se puede pedir a los alumnos que identifiquen la información necesaria para contestar a cada pregunta.

El trabajo de los alumnos sobre la suficiencia o la necesidad de los datos y el análisis acerca de la cantidad de respuestas posibles de un problema compromete también la construcción del sentido de las operaciones. La intención de incluir en la escuela este tipo de situaciones es enfrentar a los niños con la selección y el análisis de las relaciones entre los datos, las preguntas y las operaciones para ampliar el margen de decisiones en la resolución de problemas.

Por otra parte, actividades de este tipo van a permitir que los alumnos construyan una representación más rica de qué es un problema y de sí mismos resolviéndolo.

Estos aprendizajes no se realizan para un tipo de problemas y luego se generalizan para todas las operaciones. Por el contrario, es fundamental abordar situaciones que comprometan estos aspectos tanto para las diferentes operaciones como para los distintos tipos de problemas que se resuelven con una misma operación.

Enseñar a resolver problemas

El trabajo que viene de describirse en el apartado anterior refiere al posicionamiento de los alumnos en el abordaje de los problemas. ¿Cómo se enseña a resolver problemas? El trabajo de resolución de problemas supone: seleccionar y organizar la información que contiene un problema, obtener nuevos datos necesarios para la resolución cuando estos no vienen dados en el problema que se propone, interpretar la información que se presenta en distintos soportes (gráfico, tabla, enunciado verbal, etcétera), transformar los datos para obtener nueva información, seleccionar la manera más adecuada de representar las soluciones, etcétera.

Las posibilidades de formular preguntas a partir de situaciones planteadas en distintos contextos, a distinguir cuáles pueden ser respondidas utilizando herramientas matemáticas y cuáles no, a organizar, recolectar, seleccionar y comunicar información, son conocimientos que –si bien son necesarios para quien resuelve un problema– muchas veces han quedado implícitos en los procesos de aprendizaje de la matemática. Es necesario, sin embargo, dedicarles actividades científicas de enseñanza.

Algunas cuestiones fundamentales para el abordaje de problemas pueden ser consideradas objeto de trabajo específico, especialmente en este ciclo. ¿Por qué especialmente en el primer ciclo? Porque se trata de los primeros contactos sistemáticos con el estudio de la matemática donde los niños deben construirse una representación de cuáles son los problemas matemáticos y cuáles no.

Este trabajo específico –como ha sido planteado– tiene como propósito generar condiciones para que todos los niños adquieran herramientas para resolver problemas. Pero también es importante para que los alumnos avancen en su posibilidad de lectura, selección y organización de información en diferentes portadores con los que interactúan también fuera de la escuela (información presente en boletos de medios de transporte, en programaciones de televisión, radio, cine, etc., en billetes y monedas, en recibos y facturas, etcétera).

Con el fin de aportar algunas herramientas para el trabajo específico en el aula se presentan propuestas organizadas en dos apartados. El primero, "Lectura y organización de información", presenta situaciones en las que se aborda la lectura de información contenida en diferentes contextos, la invención de preguntas o problemas a partir de datos, enunciados u operaciones y la sistematización en la búsqueda de soluciones o de información recogida a través de preguntas. El segundo, "Recolección y organización de la información obtenida", presenta propuestas vinculadas a la recolección y la organización de la información obtenida en experiencias y encuestas, a la elaboración de representaciones gráficas para organizar y comunicar la información obtenida.

Se ha optado por presentar algunos ejemplos de actividades como orientación para seleccionar situaciones de enseñanza. En la mayoría de las actividades se abordan simultáneamente varios aspectos. Si bien en algunos ejemplos se menciona el grado en el que podría plantearse la actividad, la dificultad de los problemas depende principalmente de la experiencia de trabajo de los niños con estos aspectos, de los contextos señalados, de las condiciones y exigencias de las situaciones.

Lectura y organización de información

Un aspecto vinculado a la resolución de problemas está relacionado con la lectura y la interpretación de información en contextos. Esta información adopta distintas formas: imágenes, dibujos, cuadros, tablas, gráficos, textos, etcétera, y múltiples combinaciones de estas (viñetas, menúes, etcétera). Según cómo estén presentados los datos, se facilita o dificulta su interpretación.

Los alumnos del primer ciclo podrán empezar a distinguir, a partir de diferentes contextos, cuáles son aquellos aspectos abordables por la matemática. Es decir, para cuáles preguntas los conocimientos matemáticos aportan respuestas y para cuáles no. Las preguntas que son contestadas a través de las herramientas matemáticas pueden corresponder tanto a conocimientos numéricos como espaciales, geométricos o de medida. El trabajo del alumno puede consistir en localizar y elegir las informaciones pertinentes para responder a preguntas, así como formular preguntas para obtener el máximo de información posible a partir de una imagen, un texto, etc. A continuación se presentan algunos ejemplos.

Se muestran imágenes a los niños y se les pide que, a partir de su análisis, respondan preguntas planteadas por el docente. Esta actividad favorece que se pase de la observación de la imagen a la producción de informaciones orales y después escritas. Además de que contesten preguntas, se les puede proponer que analicen posteriormente la información y los medios utilizados para obtenerla.

Esta actividad de reflexión les permitirá tomar conciencia de que, ante un problema, la respuesta no es siempre inmediata; para algunas preguntas, la respuesta debe ser deducida lógica o aritméticamente de los datos de la imagen.

Los alumnos podrán entonces distinguir qué información emplearon para contestar a cada pregunta diferenciando:

preguntas cuya respuesta se obtiene por la localización de la información en la imagen (por ejemplo, en una imagen de una plaza con juegos y gente que realiza diferentes actividades, se pregunta cuántos niños hay en la plaza y se contesta a partir de un conteo de los dibujos presentes en la imagen); preguntas que llevan a relacionar informaciones, a hacer deducciones o cálculos (por ejemplo: “¿Alcanzan los subibajas para todos los niños que hay en la plaza?”, requiere relacionar la cantidad de subibajas, los lugares que poseen y la cantidad de chicos presentes para poder dar una respuesta; o en “Hay 5 chicos en las hamacas, 15 en la calesita y 4 en el tobogán. ¿Cuántos niños hay en los juegos?”, requiere de un cálculo para poder ser respondida);

preguntas a las que no se puede contestar con la información disponible (por ejemplo: “¿Cuántos años tiene la señora que cuida la calesita?”).

Otra actividad posible para realizar con los niños es presentarles datos ya organizados donde la información esté clasificada de diversos modos, como en listas de precios o menúes. Se les plantean problemas en los que tienen que seleccionar datos para contestar a una pregunta. En estos problemas, tienen que aprender a leer y seleccionar información, según ciertas restricciones. Por ejemplo, la elección de una comida en un menú propuesto cuyo costo sea menor o mayor que una cifra dada. En muchos de estos problemas hay varias respuestas posibles. El tipo de tablas, la cantidad de información y los criterios para clasificarla pueden progresivamente complejizarse.

En otra actividad se propone a los niños la invención de preguntas a partir de imágenes con el objetivo de que aprendan a formular problemas. También se pueden incluir viñetas para inventar preguntas en las cuales una parte de la información necesaria proviene del dibujo y otra parte del texto que lo acompaña.

Proponer a los niños que inventen problemas o preguntas a partir de un conjunto de datos es una manera de promover la toma de conciencia de qué es un problema, de los elementos que debe incluir, de la relación que deben adquirir los datos entre sí y los datos con las preguntas. Exigirá a los alumnos analizar cuál es la información disponible, seleccionarla, registrarla de alguna forma para poder elaborar un enunciado o una pregunta.

Los problemas pueden ser creados libremente por los alumnos o pueden ser inventados sobre alguna condición especial (un tipo de problema, un contexto determinado, un material, un dibujo, etcétera). Dichos problemas inventados por los niños permiten un trabajo posterior de análisis colectivo: la pertinencia de los datos, de las incógnitas, la formulación de nuevas preguntas, la reformulación del enunciado, etcétera.

Es posible plantear un enunciado con diferentes datos y sin preguntas, a partir del cual los alumnos podrán inventarlas.

Formular preguntas para un determinado cálculo exige analizar las relaciones entre preguntas e informaciones necesarias. Por ejemplo, el siguiente enunciado:

> Martina y Malena festejan sus cumpleaños juntas. Martina invitó a 10 grandes, a 8 nenes y a 5 nenas. Malena invitó a 12 grandes, a 9 nenes y 5 nenas. Además estarán en el cumple las dos animadoras. Compraron 30 regalitos de cotillón.

Se plantea a los alumnos una operación (8 + 9). Se les solicita que por grupos piensen qué pregunta se busca responder con ese cálculo. En dicha actividad tendrán que analizar el significado de los números en la situación propuesta.

Es importante que el enunciado sea fácil de comprender (y que se acompañe de intervenciones dirigidas a colaborar en su comprensión), como también que tenga una variedad de datos de tal manera que permita establecer diferentes preguntas.

Además, partir del mismo enunciado, puede dar a los niños diversas preguntas y cálculos para que vinculen la pregunta y el cálculo. Por ejemplo:

Unir cada pregunta con el cálculo que se pueda usar para responderla:

¿Cuántos invitados grandes habrá en la fiesta?	12 + 10
¿Cuántas nenas?	8 + 5 + 9 + 5
¿Cuántos chicos en total?	5 + 5
	12 + 10 + 2

Aqui no aparece la misma cantidad de elementos en cada lista, para evitar que los alumnos procedan en algún momento por descarte. Otra situación de invención de preguntas a partir de un enunciado puede ser la siguiente:

Un chico compra golosinas en un quiosco para repartir entre sus amigos. Compró 32 caramelos, 3 paquetes de pastillas en los que vienen 10 pastillas en cada uno, una bolsa con 30 chupetines y 3 cajas de chicles de 12 cada una.

Se propone a los niños que formulen todas las preguntas que se les ocurran sobre este enunciado. Si se pretende apuntar a un objetivo en particular, por ejemplo, favorecer la invención de preguntas que requieran de un cálculo para ser respondidas, se puede otorgar puntajes diversos a cada tipo de pregunta. Para esta situación, las preguntas cuyas respuestas figuran en el texto (por ejemplo: “¿Cuántos caramelos compró?”) y las preguntas que no se pueden contestar (por ejemplo: “¿Dónde queda el quiosco?”) no valen ningún punto. Y aquellas preguntas para cuyas respuestas sea necesario un cálculo valen 25 puntos. Cuando los alumnos terminan de formular las preguntas, se analizan entre todos los puntajes obtenidos. Es interesante promover, frente a cada pregunta, la discusión sobre si obtiene o no puntaje, ya que lleva a formular la distinción entre preguntas que se contestan directamente –leyendo el enunciado–, preguntas que no se pueden responder y preguntas para las cuales es necesario realizar algún cálculo. Estos ejemplos podrían corresponder a segundo y tercer grado, respectivamente. Será necesario adaptar la longitud del texto, la cantidad de información dada, el tipo de operaciones sobre las que se propone producir la pregunta para trabajar estos diferentes aspectos con niveles progresivos de complejidad.

Formas de representar la información

Hay problemas que requieren sistematizar formas de representación y organización de la información. Por ejemplo, aquellos en los que es necesario hallar las diversas soluciones y simultáneamente construir algún criterio para garantizar la exhaustividad de los casos encontrados.

¿Cuántos equipos diferentes de remera y pantalón se pueden armar utilizando tres remeras diferentes y cuatro pantalones distintos?

La solución “experta” de este problema es la multiplicación de 3 × 4. Pero en los primeros abordajes de un problema como este aparece la necesidad de elaborar alguna estrategia para determinar todas las combinaciones.

¿Cómo podrán resolverlo los niños? Posiblemente algunos harán dibujos de los equipos, otros numerarán o pondrán colores a las prendas y realizarán algún tipo de esquema o dibujo para representar los diferentes equipos. Pero es esperable que muchos no encuentren la totalidad de los casos.

Algunos encontrarán solo “varios equipos”; otros, “más de doce equipos”, porque repetirán combinaciones. El trabajo colectivo consistirá en analizar cómo se puede hacer para estar seguros de que van registrando todas las posibilidades y de que no repitieron ninguna. A partir de la comparación de resultados y procedimientos, podrán avanzar en la sistematización del conteo de equipos.

El objetivo de tal situación es que los alumnos aprendan a construir un diagrama, cuadro u organización espacial que les permita controlar la exhaustividad en el conteo y evitar contar dos veces el mismo equipo. La intervención del docente está dirigida al dominio de una forma de representación como una herramienta útil para controlar la cantidad de casos.

Otros problemas donde también se pone en juego el control sobre todos los casos posibles son aquellos donde hay que seleccionar números de una serie a partir de una condición dada. Por ejemplo:

> ¿Cuántos números hay entre el 1 y el 100 que tengan al menos un 3?

Evidentemente, este problema involucra conocimientos de la serie numérica, pero saber contar y escribir los números hasta 100 no garantiza encontrar todos los números sin olvidarse de alguno o sin contar dos veces el mismo. El problema pone en juego conocimientos numéricos pero también aspectos vinculados a la organización de la información.

Veamos cómo pueden los niños resolver este problema: podrán escribir todos los números y luego marcar los que tienen el 3; podrán contar en voz alta todos los números del 1 al 100 y escribir simultáneamente aquellos en los que encuentran el 3; podrán empezar escribiendo, en primer lugar, los números que tienen el 3 en el valor de las unidades –3, 13, 23, etcétera–, en segundo lugar, los números que tienen el 3 en las decenas –30, 31, 32, etc.– y, luego, contar ambos. Tal vez algunos niños se olviden de algunos números o cuenten dos veces el mismo. En este caso, nuevamente se trata de “estar seguro” de la exhaustividad en el conteo y de evitar la repetición. El desafío del problema consiste en seleccionar y organizar los datos para contestar la pregunta.

Se pueden proponer otras situaciones en las que los alumnos tienen que averiguar cuál ha sido el objeto seleccionado en una colección y para ello deben formular preguntas. Por ejemplo:

> Voy a elegir un número entre el 1 y el 100. Ustedes harán ronda de preguntas para adivinar cuál número elegí. Yo contesto las preguntas por sí o por no. Cuando crean que ya están seguros de qué número es, levantan la mano para arriesgar una respuesta.

Aquí el trabajo del alumno consiste en formular preguntas y luego arriesgar una respuesta. En los primeros juegos suelen arriesgar inmediatamente después de cada respuesta dada por el docente. A medida que van aprendiendo a jugar, empiezan a tener en cuenta más información, especialmente las respuestas a preguntas realizadas por otros compañeros. La capacidad de considerar dicho conjunto de informaciones les permite formular mejores preguntas (que descartan rápidamente una porción de datos, teniendo en cuenta preguntas ya realizadas, etcétera). Se trata de que los alumnos progresen en las estrategias de búsqueda sistematizando la recolección de la información y la organización de los datos que van obteniendo.

Es posible que los niños empiecen por preguntas acerca de los dígitos del número ("¿Tiene un 6?") o preguntas globales, poco precisas ("¿Es grande?"). El maestro propondrá el análisis de las preguntas ("¿Todas sirvieron?, ¿había preguntas superpuestas?, ¿permitían descartar muchos números?"), lo que favorecerá que los alumnos formulen cada vez mejores preguntas. Por ejemplo, referidas a la porción de números en la que se encuentra el número buscado ("¿Está entre el 1 y el 50?", "¿Es más grande que 30?").

Las situaciones presentadas tienen aspectos en común: buscan ofrecer a los alumnos oportunidades de involucrarse en la toma de decisiones sobre el problema, aprender cómo se lee y se organiza la información, cómo se formulan preguntas, cómo se sistematiza la búsqueda y el registro de nueva información.

Recolección y organización de la información obtenida

El tratamiento de la información incluye la recolección y la organización de datos. Se impone, entonces, plantear problemas que involucren una cantidad variada de información de modo de contestar a una pregunta o resolver un problema. Los conocimientos que los niños utilizan en este tipo de actividades no son estadísticos, pero podrán ser retomados en el segundo ciclo con nuevos recursos matemáticos propios de la estadística. Por ejemplo:

> La Cooperadora dice que está comprando más leche de la que necesita y que sería importante tener información acerca de cuánta leche comprar el mes que viene, para ahorrar dinero.

Este problema no puede ser resuelto directamente con la información de que disponen los niños. Será necesario anticipar qué información precisan, cómo recabarla, cómo organizarla. Una vez realizado el proceso de recolección y organización de los datos, será necesario interpretarlos. ¿Cuál es el objetivo de plantear una situación como esta? Provocar la necesidad de que se recoja información para la toma de decisiones. La información obtenida permite anticipar un margen más preciso de la cantidad de leche que hay que comprar. Se juntarán datos durante un período, al cabo del cual podrá abordarse su solución. Esta información, analizada y procesada, es una herramienta útil para tomar decisiones acerca de cuánto comprar en el futuro. Algunos aspectos que involucra este problema son los siguientes:

¿Qué información es relevante? (por ejemplo, ¿cuánta leche se compra habitualmente?, ¿cuántas jarras de leche se llenan?, ¿cuánta leche sobra por día?, etcétera).

¿Qué información nos proponemos recoger? (por ejemplo, ¿cuántos chicos toman leche y cuántos no toman por día en cada año?).

¿Durante cuánto tiempo será necesario realizar la recolección de datos? (Esto implica decidir, por una parte, si se realizará la obtención de datos en el espacio de un mes, de una semana y, por otra, la cantidad y la diversidad de los datos a tener en cuenta. Incorpora el problema de la variabilidad de los datos según el lapso considerado; ¿será lo mismo en invierno que en primavera?, ¿será lo mismo un día de lluvia que uno de sol?, ¿los días de acto o de fiesta pueden cambiar?, ¿habrá diferencias entre considerar los dos años o uno solo como ejemplo?).

Estos aspectos provocarán discusiones acerca de cuál será la muestra de datos (los de un mes, los de tres semanas, etcétera) e implicarán analizar que cualquier muestra que tome en cuenta será en cierta medida arbitraria, dejará afuera el recuento de lo que sucede en otros días, o en otros años. Involucra el problema de seleccionar algunas variables, asumiendo que otras quedan afuera:

> "Vamos a hacerlo solamente en otoño porque necesitamos rápido la información, pero en primavera tal vez podría ser diferente", "Sería mejor si lo hiciéramos todo el año, pero se hace muy largo...".

Por otra parte, el recuento de datos permitirá analizar qué sucede habitualmente, es decir, establecer una tendencia. Se precisará abordar con los niños la diferencia entre la tendencia y lo seguro, o sea, "¿nos puede decir más o menos cuánto comprar?" es una idea más aproximada que "comprar leche para todos los chicos de la escuela, pero tal vez un poco siga sobrando".

¿Cómo se organizan los datos obtenidos? Para poder responder a la pregunta que guía el proceso de recolección será necesario organizar la información como también registrarla de alguna forma. Esto exigirá que los diferentes procedimientos les permitan disponer de manera clara de todos los datos y poder así contestar las preguntas. Se podrán elaborar tablas, cuadros u otras formas de organización de datos más convenientes de acuerdo con los problemas por resolver o las preguntas por contestar.

Posiblemente los niños inicien el proceso de recolección de información de forma desorganizada y no les resulte sencillo leerla y recuperarla. Se puede plantear, entonces, que evalúen si les sirve cómo la están anotando, si tal vez pueden organizarla de algún modo para que sea más fácil de entender. Para resolver el problema deberán enfrentarse colectivamente con el problema de cómo anotar, dónde registrar, cómo organizar la información, etc. A través de un trabajo de análisis colectivo se intentará promover reflexiones y propuestas que les permitan aprender a organizar gran cantidad de datos que tienen en cuenta diversas variables (día de la semana, año, etcétera).

¿Cómo se interpretan dichos datos? La interpretación del conjunto de datos implica la lectura de los ya obtenidos y la obtención de otros nuevos (por ejemplo, el total por año, el total por día, el total por semana, etc.). Es decir que, luego de recoger información durante un lapso, debe procesársela.

Aquí se retoma la finalidad de la actividad. Se analizan los datos en función de la pregunta que guió el proceso de recolección: ¿cuánto conviene comprar para no desperdiciar tanto?

Y por último, ¿cómo se comunica el análisis realizado? La comunicación implica compartir el proceso y los resultados. ¿Qué averiguamos? ¿Cómo lo hicimos? ¿Qué datos encontramos? ¿Qué conclusiones obtuvimos? ¿Cómo sugerimos continuar con respecto a la compra de leche? Para esta fase –que exige evidentemente un público receptor de la propuesta– será importante la confección de tablas más sintéticas en las que se agrupen datos (por ejemplo, una sola tabla con el consumo y lo que se desperdicia por mes en todo el año) y gráficos que permitan, en pos de una mayor economía, interpretar regularidades, comparar resultados, etcétera.

El docente podrá presentar diferentes modelos de organización de la información para que los niños analicen cuál les resulta más conveniente. Podrán usar, por ejemplo, el gráfico de barras para comparar el consumo y el desperdicio. Esto les permitirá iniciarse en el conocimiento de algunos gráficos de uso frecuente (cuadros de doble entrada, gráfico de barras, etcétera).

En síntesis, se realiza un proceso de recolección de datos para contestar una pregunta, se organiza la información para facilitar su registro, su posterior lectura y su interpretación, se analizan los datos obtenidos para poder tomar decisiones y se utilizan gráficos y tablas para comunicar resultados.

Cabe aclarar que cada una de las situaciones y ejemplos aquí planteados no son independientes unos de otros, sino que, por el contrario, en todos los casos se ponen en juego varios aspectos vinculados al tratamiento de la información.

La distinción entre aspectos tiene simplemente el propósito de explicitar la intencionalidad en cada actividad.

Sobre el uso de la calculadora

El uso de la calculadora no suele considerarse como objeto de enseñanza en la escuela primaria. Algunos docentes y padres suponen que su uso genera desventajas en el dominio del cálculo, algunos más drásticamente sostienen que les impide pensar. Estas visiones, que son culturales, pueden entenderse desde el lugar central –y exclusivo en cuanto a técnicas de cálculo se refiere– que han ocupado en cierto momento los algoritmos convencionales en la enseñanza primaria, al punto de identificar con ellos el conocimiento de las operaciones aritméticas.

Sin embargo, el uso masivo de instrumentos tecnológicos de cálculo –calculadoras o computadoras– se ha extendido –e impuesto– en la cultura contemporánea tanto a nivel personal como profesional obligándonos a preguntarnos por la potencia de esta herramienta y a plantearnos la necesidad de asumirla como objeto de enseñanza apelando a un uso criterioso –saber cuándo, cómo y por qué– que enriquezca la actividad matemática de los alumnos. Carece de sentido dar la espalda desde la escuela a instrumentos que la cultura pone ampliamente a disposición y más aun cuando, bajo ciertas condiciones, permiten fortalecer el trabajo matemático. Se trata de discutir sobre esas condiciones en relación con cada propuesta de trabajo, de analizar sus posibilidades y límites en relación con lo que se quiere enseñar.

En principio, señalemos la estrecha interacción que, en esta propuesta curricular, se concibe entre el recurso a la calculadora y otros medios de cálculo, tanto de cálculo mental con o sin lápiz y papel como de cálculo algorítmico. Otra condición que podemos enunciar en términos generales reside en la necesidad de reflexionar acerca del uso de la calculadora en cada caso: qué nos permite hacer, cómo lo hacemos.

Se apela a un uso de la calculadora bajo el comando del docente, quien decidirá con suma prudencia en qué situaciones la habilita considerando cuándo beneficia el trabajo y cuándo no porque está reemplazando los conocimientos que se quiere enseñar o porque es posible apelar a un cálculo mental. A veces, este criterio para habilitar el uso de la calculadora puede no ser el mismo para toda la clase frente a una actividad dada.

El uso de la calculadora no es mágico: requiere de un aprendizaje; en ese sentido, mencionamos la necesidad de incluirla como objeto de enseñanza junto con los aspectos numéricos que permite trabajar. Así, nos proponemos incluir, en diferentes momentos del trabajo con los alumnos, situaciones que lleven a reflexionar sobre la necesidad de elegir el modo de cálculo más apropiado según la situación dada (las relaciones involucradas en el problema, la operación, los números en juego, los conocimientos disponibles): cálculo mental –automático o “reflexionado”–, algoritmo convencional, cálculo instrumentado –es decir, con el uso de la máquina–. Cada vez que el cálculo mental es posible –automático o “reflexionado”–, es quizás más productivo desde el punto de vista del aprendizaje apelar a este recurso y no a la calculadora, que no siempre es la herramienta más económica.

Otra condición que podemos mencionar es la necesidad de pedir a los alumnos que anticipen y anoten los cálculos que luego harán en la calculadora. Esta restricción cumple dos funciones: por un lado, exige cierta planificación y organización de las acciones a realizar y su exteriorización en una notación, es decir una anticipación y formulación de las anticipaciones; por otro lado, también facilita volver sobre lo hecho como base para una reflexión posterior. Lo facilita en tanto se cuenta con la permanencia de la representación –versus la evaporación de acciones que se efectúan directamente sobre la máquina– y en tanto la reflexión previa requerida por la anticipación permite cierto nivel de objetivación de las opciones iniciales para resolver que serán confrontadas con los resultados de esas decisiones.

Para esta confrontación posterior también necesitaremos que se anoten los resultados de los cálculos una vez realizados. Se trata de analizarlos en el contexto de la situación planteada, en dirección a los propósitos de enseñanza. Es decir, calculadora y escrituras sobre lápiz y papel interactúan en el uso y el análisis de relaciones numéricas que permiten poner de relieve uno y otro recurso.

Otra condición que se agrega al uso de la calculadora es la de poder plantear la necesidad de controlar los resultados obtenidos –mediante un cálculo aproximado– permaneciendo así siempre alertas frente posibles errores en el tipeado.

La calculadora puede cumplir diferentes funciones en relación con la tarea que deben realizar los alumnos:

En el momento de la resolución:

- como herramienta de cálculo en problemas en los cuales se quiere focalizar en el tratamiento de las relaciones del problema o en la identificación de cálculos que permiten resolverlos, aliviando entonces el trabajo numérico en la resolución del cálculo;como herramienta de cálculo en la que se quiera potenciar las posibilidades de exploración de los alumnos.

En el momento de la verificación de los resultados:

- Como soporte para plantear situaciones en las cuales el cálculo constituye un problema. En estos casos, la calculadora no resuelve el cálculo sino que permite instalarlo como problema en un contexto que facilita, además, contar con una verificación inmediata a partir del resultado dado por la máquina, brindando así cierta retroacción que habilita la confrontación entre la anticipación respecto del resultado buscado y del resultado obtenido, material de análisis para la clase.

"El uso de la calculadora", en *Matemática. Cálculo mental con números naturales*

Bibliografía

Bartolomé, O. y Fregona, D. "El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales", en Panizza, M. (comp.): *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: análisis y propuestas.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

Brizuela, B. "Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños", en Elichiry, N. (comp.): *Aprendizaje de niños y maestros/as. Hacia la construcción del sujeto educativo.* Buenos Aires, Manantial, 2000.

Broitman, C. *Las operaciones en el primer ciclo. Aportes para el trabajo en el aula.* Buenos Aires, Novedades Educativas, 2010.

Charnay, R. et al. Cap Maths. CE2. Guide d' enseignant. París, Hatier, 2007.

Fierro, M. E. *Todos pueden aprender. Matemática en primer grado.* Asociación Civil Educación para Todos, CECC, SICA, Unicef, 2012.

Ginsburg, H. *Children´s arithmetic. How they lern it and how you teach it.* 2ed. Texas, Pro Ed, 1989.

Grimaldi, V. "Los algoritmos de cálculo en la historia de la matemática y en la escuela", en revista *Papel y tinta*. Buenos Aires, 12 (ntes), octubre de 2010.

Itzcovich, H. (coord.). La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires, Aique, 2007.

Lerner, D. *La matemática en la escuela. Aquí y ahora.* Buenos Aires, Aique, 1992.

Lerner, D. "Tener éxito o comprender. Una tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración", en Alvadaro, M. y Brizuela, B. (comps.): Haciendo números. México D.F., Paidós, 2005.

Lerner, D. "Hacia la comprensión del valor posicional. Avances y vicisitudes en el trayecto de una investigación didáctica", en Broitman, C. (comp.):

Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos. Buenos Aires, Paidós, 2013.

Lerner, D., Sadovsky, P. y Wolman, S. "El sistema de numeración: un problema didáctico", en Parra, C. y Saiz, I. (comps.): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós, 1994.

Margolinas, C. y Wozniak, F. *Le nombre à l'école maternelle. Une aproche didactique.* París, De Boeck, 2012.

Ministerio de Educación GCABA. Capítulo 2 de *Matemática. Las situaciones numéricas. Propuestas de trabajo para las salas de 4 y 5 años.* Aportes para la enseñanza, Nivel Inicial. Buenos Aires, 2010.

Ministerio de Educación GCABA, Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa, 2015. *Propuestas de actividades para el logro de los objetivos de aprendizaje*, Matemática, primer ciclo, Escuela Primaria. Buenos Aires, 2015. Disponible en: https://bit.ly/2zWfm1s.

Ministerio de Educación GCABA, Programa de Reorganización de las Trayectorias Escolares de Alumnos con Sobreedad en el Nivel Primario de la Ciudad de Buenos Aires. "La organización posicional decimal del sistema de numeración", en *Grado de Aceleración 4.° / 5.°. Matemática. Primer bimestre.* Buenos Aires, 2004.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. Primer ciclo, Nivel Primario.* Buenos Aires, 2006.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. *Números en juego. Zona fantástica.* Núcleos de Aprendizajes Prioritarios NAP, serie Cuadernos para el Aula, Nivel Inicial, volumen 2. Buenos Aires, 2006.

Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires, Secretaría de Educación y Cultura, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum. Matemática. *Los niños, los maestros y los números.* Buenos Aires, 1992.

Parra, C. "Cálculo mental en la escuela primaria", en Parra. C. y Saiz, I. (comps.): *Didáctica de las matemáticas.* Buenos Aires, Paidós, 1994.

Parra, C. y Saiz, I. *Los niños, los maestros y los números.* Secretaría de Educación. MCBA, 1992.

Parra. C. y Saiz, I. *Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio.* Rosario, Homo Sapiens, 2007.

Peltier, M. *et al. Objetif calcul CE1. Cycle des apprentissages fondamentaux.* París, Hatier, 1992.

Ponce, H., Quaranta, M. E. y Sadovsky, P. (coord.). *Cálculo mental con números naturales.* Apuntes para la Enseñanza, Nivel Primario. Ministerio de Educación GCABA, Dirección de Currícula. Buenos Aires, 2006.

Ponce, H. y Wolman, S. "Numeración oral-numeración escrita. Tres perspectivas de análisis que abordan esta relación", en revista *Educación, Lenguaje y Sociedad*, volumen VII, pp. 207-226, 2010.

Quaranta, M. E. "La serie numérica oral", en *Orientaciones didácticas para el nivel inicial, segunda parte.* Gobierno de la Provincia de Buenos Aires, Dirección General de Cultura y Educación, 2003. Disponible en: https://bit.ly/2RVmVMz.

Quaranta, M. E., Tarasow, P. y Wolman, S. "Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas", en M. Panizza (comp.): *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: análisis y propuestas.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

Quaranta, M. E. y Wolman, S. "Discusiones en las clases de matemáticas: ¿qué se discute?, ¿para qué? y ¿cómo?", en Panizza, M. (comp.): *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: análisis y propuestas.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

Saxe, G. B. "Linking language with mathematics achievement: problems and prospects", en Cocking, R. y Maestre, J. P. (eds.): *Linguistic and cultural influenceson learning mathematics.* Nueva Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, 1988.

Scheuer, N., Bressan, A. M. y Rivas, S. "Los conocimientos numéricos en niños que inician su escolaridad", en Elichiry, N. E. (comp.): *¿Dónde y cómo se aprende? Temas de Psicología Educacional.* Buenos Aires, Eudeba, 2001.

Terigi, F. y Wolman, S. "Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza", en Revista Iberoamericana de Educación, N.° 43. OEI, 2007.

Vergnaud, G. *El niño, la matemática y la realidad: Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria.* México, Trillas, 1991.

Wolman, S. "La enseñanza de los números en el nivel inicial y en el primer año de la EGB – Capítulo 3", en Kaufman, A. M. (comp.): *Letras y números. Alternativas didácticas para Jardín de Infantes y Primer Ciclo de la EGB.* Buenos Aires, Santillana, 2000.

Wolman, S. y Ponce, H. "Relaciones entre la escritura de números y su designación oral: el uso de puntos en niños que ya dominan un rango importante de la serie", en: Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos.* Buenos Aires, Paidós, 2013.

Wolman, S. y Quaranta, M. E. "Procedimientos numéricos de resolución de problemas aditivos y multiplicativos. Relaciones entre aspectos psicológicos y didácticos", en *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación (IICE)*, N.° 16. Universidad de Buenos Aires, Facultad de Filosofía y Letras, 2000.

Wolman, S., Ponce, H., Zacañino, L., Pivarc, P. y Clavijo, M. J. *El aprendizaje del sistema de numeración en secciones múltiples rurales de primer ciclo y en aulas urbanas de segundo ciclo.* Proyecto UBACyT 20020130100491BA (2014-2017). Directora: Flavia Terigi. Co-directora: Susana Wolman.

Notas

1 Conocer los números remite a sus diferentes aspectos y a las relaciones que guardan entre sí. Cada uno de ellos y la articulación que requieren involucran un proceso a largo plazo en el cual se van abriendo y retomando permanentemente los conocimientos ligados a esos diferentes aspectos. Ya nos referimos al conocimiento de la serie numérica oral. Dijimos también que ese conocimiento es base para el aprendizaje del conteo, procedimiento que pone en correspondencia cada número de la serie con un objeto y permite así determinar el cardinal de una colección no ordenada o la posición de un elemento en una colección ordenada. La serie oral es base y al mismo tiempo avanza y se enriquece con su uso en situaciones que requieren enumerar una colección.

2 Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Los ochenta comienzan con ocho”, “los de cien van con tres cifras”, son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se emprende el trabajo de indagar la organización del sistema.

3 Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Los trescientos comienzan con tres”, “los de cien van con tres cifras” son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se les propone un trabajo sostenido que les permita indagar la organización del sistema.

4 Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Todos los de tres mil comienzan con tres”, “del mil al nueve mil van con cuatro cifras” son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se emprende el trabajo de indagar la organización del sistema.

5 Se entiende por cálculo mental al cálculo reflexionado, es decir, aquellos cálculos para los que es necesario tomar ciertas decisiones respecto de cómo descomponer los números y qué cálculos parciales hacer. No requieren necesariamente una rápida ejecución y pueden ser escritos. Para una ampliación del tipo de trabajo en torno al cálculo mental que se propone en esta perspectiva curricular, puede consultarse el documento *Matemática. Cálculo mental con números naturales*.

6 Guinsburg, Herbert. Children´s arithmetic. How they learn it and how you teach it. 2nd ed.Texas, Pro-ed, 1989.

7 Margolinas, Claire y Wozniak, Floriane. Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique. Paris, De Boeck, 2012.

8 Saxe, G. B. Linking language with mathematics achievement: problems and prospects. In R. Cocking & J.P. Maestre (eds.) Linguistic and cultural influences on learning mathematics. New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, 1988.

9 10 12 Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) señalan que el establecimiento de regularidades cumple con un doble objetivo:

- Hace posible plantear problemas dirigidos a explicitar la organización del sistema, y
- permite generar avances en el uso de la numeración escrita.

Estos avances tienen que ver con la posibilidad de que los niños profundicen las relaciones entre la numeración hablada y la escrita (por ejemplo en las situaciones de conteo) y también con que elaboren mejores recursos para interpretar, producir y comparar números escritos. Las propuestas que siguen remiten a estos últimos aspectos.

11 13 El conteo requiere de un proceso de enumeración de la colección a contar. Este proceso supone recorrer todos los elementos de la colección de manera de abordarlos a todos y solo una vez. Garantizarse el recorrer cada elemento de la colección sin saltear ninguno y pasando solo una vez por cada uno exige una organización espacial de esa colección, guardando un control permanente de la demarcación de aquellos elementos por los que ya se pasó, respecto de aquellos por los que aún no. Esta organización se va modificando a medida que avanza la enumeración. Este proceso de enumeración está comprometido en el conteo de una colección, pero no solo en situaciones que apelan al conteo o a los números. Se encuentra también, por ejemplo, en cualquier situación de elaboración de listas. Se trata de un conocimiento que no está disponible de entrada y requiere una construcción por parte de los pequeños. A su vez, está condicionado por el tamaño de la colección, la naturaleza y tamaño de los objetos, la organización de la colección, las posibilidades materiales de demarcar los elementos enumerados de aquellos por enumerar, etc.

14 Esta función del conteo para dar cuenta de relaciones o transformaciones entre cantidades se trata en el apartado “Operaciones”.

15 En este caso el cuadro contiene números del 1 al 90 porque esas son las bolillas que componen el juego de lotería.

16 17 18 Se denomina portador numérico a cualquier material escrito que presente un fragmento de la serie numérica en forma ordenada, que pueda funcionar en el aula como fuente de consulta sobre aspectos específicos de los números y del sistema de numeración.

19 Mientras el funcionamiento de la numeración escrita es regular, el de la numeración hablada no lo es y expresa de maneras distintas las operaciones involucradas en un número. Así, la designación oral de un número en algunos casos remite a una suma (por ejemplo, mil cinco) mientras que en otros, indica una multiplicación (por ejemplo, cinco mil). Intencionalmente se han presentado ejemplos para señalar que una inversión en el orden de las mismas palabras hace referencia a operaciones distintas.

20 21 22 Se denomina portador numérico a cualquier material escrito que presente un fragmento de la serie numérica en forma ordenada, que pueda funcionar en el aula como fuente de consulta sobre aspectos específicos de los números y del sistema de numeración.

23 Véase el apartado “Contar para resolver los primeros problemas aditivos”, en *Propuestas de actividades para el logro de los objetivos de aprendizaje. Matemática. Primer ciclo Educación Primaria*, p. 14.

24 26 28 Un análisis sobre algunas ideas que los niños despliegan sobre el rol del punto en la escritura numérica puede encontrarse en Wolman, S. & Ponce, H. “Relaciones entre la escritura de números y su designación oral: el uso de puntos en niños que ya dominan un rango importante de la serie” en Broitman, C. (comp). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos*. Buenos Aires,Paidós, 2013.

25 27 29 Hasta llegar a mil, a cada potencia de 10 le corresponde un nombre que no se vincula al resto de las potencias menores (uno, diez, cien y mil). Sin embargo, esta organización se vuelve irregular para 104 y 105, ya que los nombres de esas potencias indican una cantidad de miles (diez mil y cien mil); es decir, toman al mil como unidad. Luego de 106 –que tiene un nombre que no recupera ninguna mención al mil– se repite la irregularidad para tres potencias de 10, y esta vez tomando al millón como unidad (diez millones, cien millones y mil millones). Esta organización irregular en la numeración oral se repite con características específicas en otros fragmentos mayores de la serie numérica.

Algunas investigaciones actuales (por ejemplo, Wolman, S; Ponce, H; Zacañino L; Pivarc, .P & Clavijo, M.J. 2014 - 2017) intentan dar cuenta de los complejos problemas a los que los niños se enfrentan al abordar esta cuestiones.

30 Se trata de proponer a los alumnos cierto trabajo con composiciones y descomposiciones aditivas de números en términos de dieces y unos, y de reflexionar –a partir del análisis y la comparación de las soluciones empleadas– sobre la información que brindan las cifras en la escritura de un número.

31 Encontrarán más desarrollo de las relaciones entre la organización posicional del sistema de numeración y las operaciones a propósito de los cálculos y la construcción de repertorios de resultados.

32 37 41 “Las actividades vinculadas al manejo de dinero ofrecen un soporte especialmente propicio para establecer las relaciones antes mencionadas: por una parte, su organización decimal permite relacionar las descomposiciones aditivas con las multiplicativas vinculando ambas con la posicionalidad; por otra parte, el uso social del dinero lo transforma en un objeto familiar con el que la mayoría de los niños ha tenido algún tipo de interacción. Estas actividades hacen funcionar los cambios 10 contra 1 en varios niveles: diez billetes de 1 se cambian por uno de 10; diez de 10 se cambian por uno de 100; diez de 100, por uno de 1.000” (*Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo*, 1.° edición, 1.° reimpresión 2012, p. 307).

33 Esta actividad no puede ser el primer encuentro de los niños con la calculadora. Antes habrá sido necesario que exploren su uso y funcionamiento y también que la hayan utilizado para resolver otras actividades en relación con el sentido de la suma o de la resta.

34 En el conteo en las situaciones de suma o resta es necesario controlar una doble serie numérica: en este caso, al mismo tiempo que se continúa diciendo la serie de los números (por ejemplo, veintiuno, veintidós, veintitrés, veinticuatro…), hay que ir contando los números (uno, dos, tres, cuatro…) para detenerse al avanzar 10 números e identificar a cuál número se llega de esa manera.

35 Este último requiere identificar con todos que es equivalente a 40 + 10, porque mientras se agreguen todas las cantidades que es necesario agregar, nada más y nada menos, seguimos teniendo lo mismo, no importa el orden en que se agreguen.

36 Se trata de proponer a los alumnos cierto trabajo con composiciones y

descomposiciones aditivas de números en términos de cienes, dieces y unos y de reflexionar –a partir del análisis y la comparación de las soluciones empleadas– sobre la información que brindan las cifras en la escritura de un número.

38 El entrecomillado responde a que no se trata de un reconocimiento meramente perceptivo, sino que intervienen allí conocimientos ya apropiados sobre el sistema de numeración.

39 Estas relaciones pueden extenderse pero quizás aún no generalizarse a cualquier múltiplo de tres cifras o cualquier suma o resta. Consideraremos avances también al alcance aun restringido a algunos casos de estas relaciones.

40 Se trata de proponer a los alumnos cierto trabajo con composiciones y descomposiciones aditivas y multiplicativas de números en términos de miles, cienes, dieces y unos, y de reflexionar –a partir del análisis y la comparación de las soluciones empleadas– sobre la información que brindan las cifras en la escritura de un número.

42 Programa de Reorganización de las Trayectorias Escolares de los Alumnos con Sobreedad en el Nivel Primario (Aceleración) de la Ciudad de Buenos Aires.

43 *Ibid*.

44 En este caso es posible que los niños apelen al sobreconteo para averiguar la cantidad de sobres que faltan, dado que los números son pequeños y cercanos.

También es posible que al intentar escribir el cálculo apelen a una suma en la que uno de los sumandos es la respuesta buscada: 13 + … = 25.

Será necesario analizar estas situaciones identificando que, si los números fueran más grandes o estuvieran a una distancia mayor entre ellos, los procedimientos empleados podrían llevar a un error. En este caso podría concluirse que estos problemas también se resuelven con la resta y que este procedimiento es más económico.

45 El contexto del dinero también puede ser un soporte interesante para plantear problemas como estos en los que los significados de la suma y la resta resultan complejos, ya que posibilitan la representación de la situación a través de los billetes. En este caso, por ejemplo, para averiguar el estado inicial es posible colocar, junto a los $12, los $45 que representa la compra, para analizar que ese es el importe inicial.

46 Se ha señalado esta relación también al hacer referencia a los diversos problemas vinculados a la suma y la resta.

47 Se consideran multiplicativos a los problemas que se resuelven convencionalmente mediante multiplicaciones o divisiones, independientemente de los procedimientos que utilicen los niños para resolverlos porque las relaciones involucradas en estos problemas requieren el tratamiento de los asuntos mencionados –la relación entre diferentes universos de medida, la constitución de una colección a partir de subcolecciones de la misma cantidad, el control de las "veces" – aunque los recursos con los cuales se aborden se apoyen en el conteo o en sumas o restas reiteradas.

48 Aclaración: estas son solamente algunas posibilidades y que pueden ser desplegadas o representadas por los alumnos de muy diversas maneras.

49 Como se ha señalado en diferentes oportunidades, el problema es multiplicativo porque establece una relación multiplicativa entre dos universos de medida diferentes: cantidad de tarjetas de un puntaje determinado y cantidad de puntos. Incluso cuando los alumnos utilicen procedimientos basados en el conteo o en la suma, lo están haciendo en nuevos problemas, "maniobrando" con estas relaciones que no están presentes en los problemas aditivos. En ese sentido, se afirma que están multiplicando o resolviendo multiplicaciones aun cuando se proyecta hacer avanzar esos primeros procedimientos.

50 Sin pasar por alto su relación con los diferentes procedimientos y notaciones utilizados y su significado respecto de las jugadas.

51 Estas tablas suponen que se juegan con más tarjetas, en tanto incluyen cantidades de tarjetas mayores.

52 Contar 4 veces 6.

53 Contar 6 veces 4.

54 Programa de Reorganización de las Trayectorias Escolares de los Alumnos con Sobreedad en el Nivel Primario (Aceleración) de la Ciudad de Buenos Aires.

55 A partir de una secuencia de ERMEL (2001). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE1*. Paris: Hatier.

56 El docente también podría dibujar esta pista en el patio.

57 Para este problema, es posible responder haciendo el cálculo o comparando los factores: 4 es la mitad de 8, pero 11 es menor al doble de 6; por lo tanto, 11 × 4 es menor que 6 × 8.

58 El uso de las letras es solo a los fines de la comunicación al docente; los alumnos utilizan esta expresión con los números involucrados en los problemas y cálculos que ellos realicen.

59 Extraído de Parra, Cecilia y Saiz, Irma (2007). *Enseñar aritmética a los más chicos: de la exploración al dominio*. Rosario, Homo Sapiens, pp. 152-153.

60 Son ejemplos dirigidos a los docentes, no todos corresponden al primer ciclo.

61 A partir de una situación presentada en Peltier, Clavié, Gauch, Houdement y Paubel, *Objetif calcul CE1. Cycle des apprentissages fondamentaux*. París, Hatier, 1992.

62 Producto cartesiano es una operación entre dos conjuntos que permite obtener otro conjunto constituido por todos los pares ordenados que pueden formarse con un elemento del primer conjunto y otro del segundo conjunto. (Esta definición está dirigida a los docentes, de ninguna manera se propone ofrecerla a los alumnos.)

63 Como la mayoría de las veces, será necesario sostener una misma clase de problemas con datos diferentes para promover el análisis de su estructura común.

64 Si se envasan … huevos en cajas de 6, ¿Cuántas cajas se completan? ¿Cuántos huevos se necesitan para completar una caja más? (25, 48, 60, 72, 126, 150, 160, etc.).

65 En “Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple” figura una explicación posible para la equivalencia de estos cálculos como dos maneras de contar la misma colección de elementos.

66 La escritura en letras solo tiene como finalidad apelar a una expresión general dirigida a los docentes; de ninguna manera está dirigida a los niños, a quienes esta escritura se presentará conteniendo los números involucrados en los problemas y cálculos que ellos abordan.

67 La misma actividad puede plantearse en relación con las diferentes tablas.

68 Los mismos problemas se pueden plantear para cajas con otras cantidades de lápices, por ejemplo, 3, 6, 8, 10, 12.

69 La misma situación podrá plantearse con otras cantidades además de “3”.

70 Estos enunciados se abordarán si ya se ha trabajado en profundidad el funcionamiento de la multiplicación en problemas que involucran una colección de elementos distribuidas en una disposición rectangular.

71 La misma actividad puede plantearse en relación con las diferentes tablas.

72 Juego desarrollado por el docente Nicolás Dingianna.

73 Es muy posible que haya que vincular estas divisiones con un contexto como el del armado de ramos de flores o el reparto de caramelos; por ejemplo, para la primera línea, podemos pensar en 17 caramelos a repartir en partes iguales entre 3 chicos, dándole 5 a cada uno y sobrando 2.

74 A partir de una situación en Charnay, Combier, Dussuc & Madier. *Cap Maths. CE2. Guide d´enseignant*. Paris, Hatier, 2007.

75 Esto se podría también constatar en otra suma que no suponga sumandos iguales, como 3 + 2 =.

Ejemplos de planificaciones

1.° grado	Primer bimestre		
EJE	Marzo	Abril	Mayo
Números y operaciones	• Exploración de los números según diferentes contextos y funciones de uso social. • Resolución de situaciones que movilicen el recitado y análisis de regularidades de la serie numérica oral. • Resolución de problemas que requieran apelar al conteo en los que los números cumplan diferentes funciones: – Comparar dos cantidades o realizar una cantidad igual a otra dada. – Expresar la posición de un elemento en una colección ordenada o comparar posiciones. • Resolución de problemas que requieran la identificación de cantidades presentadas en configuraciones de uso social de puntos, dedos, etcétera. • Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.		
Espacio, geometría y medida	• Resolución de problemas que requieran interpretar y comunicar de manera oral la ubicación de personas y objetos en el espacio, en relación con sí mismos, entre sí, y con referencias de entorno. • Ubicación en una línea orientada. Ubicación en el espacio gráfico de una hoja de papel, del pizarrón, de un libro u otro soporte escrito. Orientarse en una cuadrícula estableciendo relaciones entre sus casilleros. • Exploración de la representación plana de la ubicación de objetos y de recorridos. • Resolución de problemas que demanden la interpretación y la producción de planos y dibujos para comunicar posiciones y trayectos. • Ubicación de hechos vividos relevantes unos en relación con otros según su orden temporal (antes y después). • Uso de unidades de tiempo (día, día de la semana, semana, mes, año) y del calendario para ubicarse en el tiempo, ubicar acontecimientos y determinar duraciones. • Lectura de la hora considerando solamente las horas enteras. Uso de las horas enteras para ubicarse en el día.		

1.° grado	Segundo bimestre	
EJE	**Junio**	**Julio**
Números y operaciones	• Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica escrita hasta aproximadamente 100. • Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio. • Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes de 1 en 1, de 10 en 10, de 2 en 2, de 5 en 5 como recurso que economiza el conteo de cantidades más o menos numerosas. Análisis de regularidades de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones. • Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, etcétera. • Resolución de problemas de adición y sustracción correspondientes a distintos significados: agregar y juntar, a través de diversos procedimientos (conteo, dibujos, sobreconteo y cálculo). • Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.	
Espacio, geometría y medida	• Exploración, reconocimiento y uso de algunas características de las figuras geométricas para distinguirlas unas de otras. Algunas características a tratar: cantidad de lados, lados rectos y curvos, cantidad de vértices, igualdad o no de los lados, etcétera. • Construcción de figuras a partir del análisis de sus características. • Establecimiento de relaciones entre figuras geométricas	

1.° grado	Tercer bimestre	
EJE	**Agosto**	**Septiembre**
Números y operaciones	• Orden y regularidades en la serie numérica hasta el 100. • Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio. • Resolver problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional. • Resolución de problemas de adición y sustracción correspondientes a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, a través de diversos procedimientos (conteo, dibujos, sobreconteo y cálculo). • Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción. Por ejemplo, sumas que dan 10, algunas sumas de números de un dígito entre sí. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados. • Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de ellas. • Exploración y utilización de estrategias de cálculos de sumas y restas. – Análisis del recurso más conveniente de acuerdo con la situación y los números involucrados. • Exploración de problemas que involucren grupos de igual cantidad y repartos mediante diversos procedimientos (dibujos, conteo, sumas o restas reiteradas).	
Espacio, geometría y medida	• Medición de longitudes: – Comparación de objetos según su longitud mediante un procedimiento directo o indirecto. – Utilización de unidades de longitud no convencionales. – Utilización de instrumentos de uso social (regla, centímetro de costura, metro de carpintero, etc.) y apelando a unidades convencionales.	

1.° grado	Cuarto bimestre		
EJE	**Octubre**	**Noviembre**	**Diciembre**
Números y operaciones	• Orden y análisis de regularidades en la serie numérica hasta el 100. • Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio. • Resolución de problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional. • Resolución de problemas de adición y sustracción correspondientes a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, retroceder, a través de diversos procedimientos (conteo, dibujos, sobreconteo y cálculo). • Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción: sumas de números de un dígito entre sí; números “redondos” más números de un dígito (por ejemplo, 30 + 8); restas del tipo 43 – 3; 28 – 8; etcétera). • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados. • Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas. • Exploración y utilización de estrategias de cálculos de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo con la situación y los números involucrados. • Exploración de problemas que involucren grupos de igual cantidad y repartos mediante diversos procedimientos (dibujos, conteo, sumas o restas reiteradas).		
Espacio, geometría y medida	• Exploración, descripción e identificación de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono), considerando forma, número de caras u otras características. • Reproducción de cuerpos (cubos y prismas) a partir del análisis de sus características. • Establecimiento de relaciones entre figuras y cuerpos geométricos. • Comparación y medición de pesos. • Uso de balanzas para la medición del peso.		

2.° grado	Primer bimestre		
EJE	**Marzo**	**Abril**	**Mayo**
Números y operaciones	• Resolución de situaciones que propicien un uso cada vez más flexible de la serie numérica hablada en forma ascendente y descendente, pudiendo comenzar desde un número distinto de 1. Análisis de regularidades. • Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20,de 50 en 50, de 100 en 100,a partir de un número dado) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones. • Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos y resolver cálculos. • Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo los cálculos que permiten resolverlos. • Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Práctica del cálculo mental para disponer, progresivamente, en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción. Por ejemplo, sumas de números de un dígito entre sí; complementos a 10; sumas del tipo 40 + 5; 80 + 4; etc.; restas del tipo 53 – 3; 29 – 9, etcétera. • Utilización de resultados numéricos conocidos (remitirse también a contenido del casillero superior a este) y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas. • Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo a la situación y los números involucrados. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.		

2.° grado	Primer bimestre		
EJE	**Marzo**	**Abril**	**Mayo**
Espacio, geometría y medida	• Resolución de problemas que requieran interpretar, comunicar y establecer la ubicación de personas y objetos en el espacio en relación con puntos de referencia. • Orientación en una cuadrícula tomando las relaciones entre casilleros o nudos como referencias. • Resolución de problemas que demanden la interpretación y la producción de planos y dibujos para comunicar posiciones o trayectos. • Resolución de problemas que impliquen interpretar representaciones de objetos o situaciones desde diferentes puntos de vista.		

2.° grado	Segundo bimestre	
EJE	**Junio**	**Julio**
Números y operaciones	• Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 1.000. • Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio. • Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50, de 100 en 100, a partir de un número dado) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones. • Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos. • Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, el doble de, la mitad de. • Resolución de problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional. • Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder a través de diversos procedimientos y reconociendo los cálculos que permiten resolverlos. • Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción. Por ejemplo: restas a partir de una suma conocida (si 8 + 3 = 11, entonces 11 – 8 = 3); complementos a 100. • Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas. • Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo a la situación y los números involucrados. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.	

2.° grado	Segundo bimestre	
EJE	**Junio**	**Julio**
Números y operaciones	• Dominio progresivo de los algoritmos convencionales para la adición y sustracción e investigación de otros algoritmos producidos por los alumnos o propuestos por el docente. • Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación: proporcionalidad simple,a través de diversos procedimientos personales (dibujos, conteo,sumas reiteradas, etc.) y avanzando progresivamente en dichas estrategias.Relación con el uso de la escritura multiplicativa. • Análisis de semejanzas y diferencias entre los problemas de suma y de multiplicación en relación con los sentidos, cálculos y escrituras. • Cálculo de dobles y mitades. • Construcción de tablas proporcionales y análisis de unas primeras relaciones multiplicativas. • Elaboración y análisis de escalas ascendentes y descendentes. Vinculación de dichas relaciones con estrategias para completar las tablas o resolver cálculos multiplicativos.	
Espacio, geometría y medida	• Exploración, reconocimiento y uso de algunas características de las figuras geométricas para distinguir unas de otras. Algunas características por tratar: cantidad de lados, lados rectos y curvos, cantidad de vértices, igualdad o no de los lados, diagonales, etcétera. • Construcción de figuras a partir del análisis de sus características utilizando la regla. • Establecimiento de relaciones entre figuras geométricas.	

2.° grado	Tercer bimestre	
EJE	Agosto	Septiembre
Números y operaciones	• Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, el doble de, la mitad de. • Resolución problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional. • Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo los cálculos que permiten resolverlos. • Exploración de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a nuevos significados (búsqueda del estado inicial, incógnita en la transformación, comparación de dos estados relativos, etc.) por medio de diferentes estrategias y posterior comparación de las mismas. • Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción. Por ejemplo, extensión de las sumas y restas conocidas a sumas y restas con números “redondos” relacionados (8 + 7 = 15, entonces 80 + 70 = 150; 150 – 70 = 80, etcétera). • Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados. • Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo a la situación y los números involucrados. • Dominio progresivo de los algoritmos convencionales para la adición y sustracción e investigación de otros algoritmos producidos por los alumnos o propuestos por el docente. • Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación: – proporcionalidad simple, y – organizaciones rectangulares, a través de diversos procedimientos personales (dibujos, conteo, sumas reiteradas, etc.) y avanzando progresivamente en dichas estrategias. Relación con el uso de la escritura multiplicativa. • Construcción de tablas proporcionales y análisis de unas primeras relaciones multiplicativas.	

2.° grado	Tercer bimestre	
EJE	Agosto	Septiembre
Números y operaciones	• Elaboración y análisis de escalas ascendentes y descendentes. Vinculación de dichas relaciones con estrategias para completar las tablas o resolver cálculos multiplicativos. • Inicio de construcción de un repertorio de cálculos multiplicativos. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados. • Resolución de problemas de división vinculados a los problemas de proporcionalidad simple trabajados en relación con la multiplicación, mediante diversos procedimientos.	
Espacio, geometría y medida	• Medición de longitudes mediante: – unidades no convencionales – unidades convencionales • Uso de instrumentos de uso social que permitan determinar longitudes: regla, metro de carpintero, etcétera. • Determinación de longitudes en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva. • Comparación y medición de pesos. • Uso de balanzas y vasos medidores para la medición del peso. • Determinación de pesos en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva. • Comparación y medición de capacidades. • Uso de vasos medidores para medir capacidades. • Lectura de la hora considerando solamente las horas enteras. Uso de las horas enteras para ubicarse en el día.	

2.° grado	Cuarto bimestre		
EJE	Octubre	Noviembre	Diciembre

Números y operaciones

- Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo los cálculos que permiten resolverlos.
- Exploración de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a nuevos significados: (búsqueda del estado inicial, incógnita en la transformación, comparación de dos estados relativos, etc.) por medio de diferentes estrategias y posterior comparación de las mismas.
- Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones.
- Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción. Sistematización del repertorio construido a lo largo del año.
- Utilización de resultados numéricos conocidos (remitirse también a contenido del casillero superior a este) y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas.
- Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo a la situación y los números involucrados.
- Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación:
  - proporcionalidad simple, y
  - organizaciones rectangulares,

  A través de diversos procedimientos personales (dibujos, conteo, sumas reiteradas, etc.) y avanzando progresivamente en dichas estrategias. Relación con el uso de la escritura multiplicativa.
- Resolución de problemas de división vinculados a los problemas de proporcionalidad simple trabajados en relación con la multiplicación, mediante diversos procedimientos.
- Resolución de algunos problemas de:

2.° grado	Cuarto bimestre		
EJE	Octubre	Noviembre	Diciembre
Números y operaciones	– reparto (búsqueda del valor para cada parte), y – partición (búsqueda de la cantidad de partes) a través de diferentes procedimientos. – Construcción progresiva de estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones y divisiones. • Problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. – Organizaciones rectangulares • Problemas vinculados a diferentes significados de la división • Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Algoritmo convencional de la multiplicación • Relación entre los procedimientos de sumas reiteradas y la multiplicación. – Apelación a las sumas reiteradas para resolver cálculos multiplicativos. • Inicio de construcción de un repertorio de cálculos multiplicativos. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.		
Espacio, geometría y medida	• Exploración, descripción e identificación de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono), considerando forma, número de caras u otras características. • Reproducción de cuerpos (cubos, prismas y pirámides) a partir del análisis de sus características. • Establecimiento de relaciones entre figuras y cuerpos geométricos. • Medidas de capacidad de uso habitual: litro, mililitro. • Comparación y medición de capacidades mediante: – unidades no convencionales – unidades convencionales • Comparación y medición de capacidades mediante: • Determinación de capacidades en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva.		

3.° grado	Primer bimestre		
EJE	**Marzo**	**Abril**	**Mayo**
Números	• Revisión de números hasta 1.000. • Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10; de 20 en 20; de 50 en 50; de 100 en 100; de 1.000 en 1.000; de 500 en 500, a partir de un número dado) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones. • Resolución de problemas que permitan avanzar en el análisis del valor posicional de la numeración escrita. Trabajo con la calculadora. • Números hasta 10.000: lectura, escritura y orden. • Identificación de regularidades de la serie numérica escrita para interpretar, producir y comparar números escritos y resolver cálculos.		
Operaciones	• Problemas de suma y resta que involucran diferentes sentidos de estas operaciones: agregar, avanzar, juntar, quitar, retroceder, separar, comparar a través de diversos procedimientos, reconociendo y utilizando los cálculos que permiten resolverlos. Análisis de los cálculos implicados en la resolución de esos problemas. • Problemas que implican varios cálculos de suma y resta. • Estimar resultados de sumas y restas a partir del análisis de la escritura de los números implicados en un cálculo o en un problema. • Problemas que involucran repeticiones de una misma cantidad. • Problemas de multiplicación: aproximación a los diferentes sentidos. • Revisión del repertorio de cálculos mentales de sumas y restas disponibles. – Extensión de cálculos conocidos a números de tres cifras con una sola cifra distinta de cero: por ejemplo, 400 + 700 = 1.100; 1.500 – 800 = 700. • Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación por parte de los alumnos de las estrategias utilizadas. Análisis posterior de las mismas. • Cálculos mentales de dobles y mitades. • Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.		

3.° grado	Primer bimestre		
EJE	**Marzo**	**Abril**	**Mayo**
Espacio, geometría y medida	• Resolución de problemas que requieran interpretar, comunicar y establecer la ubicación de personas y objetos en el espacio en relación con puntos de referencias. • Orientación en una cuadrícula tomando las relaciones entre casilleros o nudos como referencias. • Resolución de problemas que demanden la interpretación y la producción de planos y dibujos para comunicar posiciones o trayectos. • Medición de longitudes en metros, centímetros y milímetros. Uso de la regla y de cintas métricas para medir longitudes.		

3.° grado	Segundo bimestre		
EJE	Mayo	Junio	Julio
Números	• Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, mil más que, mil menos que, el doble de, la mitad de, etcétera. • Resolución de problemas presentados en problemas diversos en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones.		
Operaciones	• Exploración de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a nuevos significados (problemas que involucran un estado que sufre una transformación con la incógnita en la transformación) por medio de diferentes estrategias y posterior análisis de las mismas. • Utilización de resultados numéricos conocidos y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación por parte de los alumnos de las estrategias utilizadas. Análisis posterior de las mismas. • Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación: proporcionalidad simple y organizaciones rectangulares a través de diversos procedimientos personales (dibujos, conteo, sumas reiteradas, etc.) que en la clase se vinculan entre sí y con la escritura multiplicativa. • Análisis de semejanzas y diferencias entre los problemas de suma y de multiplicación en relación con los sentidos, cálculos y escrituras. • Construcción de tablas proporcionales y análisis de diferentes relaciones multiplicativas. Vinculación de dichas relaciones con estrategias para completar las tablas o resolver cálculos de multiplicaciones. • Construcción progresiva de estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones. • Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo incluyendo la construcción, el análisis de las relaciones, una reflexión acerca del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y la posterior memorización de la tabla pitagórica.		

3.° grado	Segundo bimestre		
EJE	**Mayo**	**Junio**	**Julio**
Operaciones	• Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo incluyendo la construcción, el análisis de las relaciones, una reflexión acerca del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y la posterior memorización de la tabla pitagórica.		
Espacio, Geometría y medidas	• Exploración, reconocimiento y uso de algunas características de las figuras geométricas para distinguirlas unas de otras. Algunas características a tratar: cantidad de lados, lados rectos y curvos, cantidad de vértices, igualdad o no de los lados, diagonales, puntos medios de los lados, perpendicularidad y paralelismo, etcétera. • Comparación y cálculo de longitudes en centímetros y milímetros; en kilómetros y metros. Equivalencia entre diferentes expresiones para una misma medida. Relación entre diferentes unidades de medida de longitud: – entre metros y centímetros; – entre centímetros y milímetros – entre kilómetros y metros. • Relación entre estas equivalencias y algunas características del sistema de numeración en términos de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros. • Determinación de longitudes en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva y determinar la unidad de medida más conveniente según el objeto por medir.		

3.° grado	Tercer bimestre	
EJE	**Agosto**	**Septiembre**
Números	• Resolución de problemas que permitan avanzar en el análisis del valor posicional de la numeración escrita profundizando en los aspectos multiplicativos de la organización numérica.	
Operaciones	• Exploración de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a nuevos significados (problemas que involucran un estado que sufre una transformación con la incógnita en el estado inicial) por medio de diferentes estrategias y posterior análisis de las mismas. • Resolución de problemas presentados en problemas diversos en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Resolución de problemas de reparto y partición mediante diversos procedimientos. Análisis de lo realizado que permita hacer avanzar progresivamente dichas estrategias, vinculándolas con la multiplicación. • Construcción progresiva de estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones. • Extensión del repertorio multiplicativo a números mayores, por ejemplo para multiplicar por 20, por 500, etcétera. • Identificación de la división como la operación que permite hallar el factor desconocido de una multiplicación. • Cálculos que permitan poner en juego y analizar posteriormente las relaciones entre multiplicación y división. • Dominio progresivo de variados recursos de cálculo que permitan resolver divisiones: sumas o restas sucesivas, aproximaciones mediante productos, uso de resultados multiplicativos en combinación con restas, etcétera. • Elaboración de estrategias de cálculo aproximado de multiplicaciones para resolver problemas en los cuales no sea necesario un cálculo exacto.	

3.° grado	Tercer bimestre	
EJE	Agosto	Septiembre
Espacio, geometría y medidas	• Construcción de figuras a partir del análisis de sus características utilizando regla y escuadra. • Establecimiento de relaciones entre figuras geométricas. • Comparación y medición de capacidades. Cálculo de capacidades en litros, centilitros, mililitros. Equivalencia entre diferentes expresiones para una misma medida. Relación entre diferentes unidades de medida de capacidad: entre litros, centilitros y mililitros. Relación entre estas equivalencias y algunascaracterísticas del sistema de numeración en términos de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros. • Determinación de capacidades en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva y determinar la unidad de medida más conveniente según el objeto por medir. • Lectura de la hora (en horas y minutos) e interpretación de códigos en relojes variados (digitales con y sin distinción en AM y PM, relojes de aguja). Cálculo de duraciones en: meses y días, horas y días, horas y minutos.	

3.° grado	Cuarto bimestre		
EJE	**Octubre**	**Noviembre**	**Diciembre**
Números	• Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.		
Operaciones	• Exploración de problemas que involucran la comparación de estados relativos por medio de diferentes estrategias y posterior análisis de las mismas. • Resolución de problemas diversos en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones. • Resolución de problemas vinculados a diferentes significados de la división: reparto, partición, series proporcionales y organizaciones rectangulares mediante diversos procedimientos, con un análisis de lo realizado que permita hacer avanzar progresivamente dichas estrategias, vinculándolas a la multiplicación. • Construcción progresiva de estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones y divisiones. • Uso del repertorio multiplicativo para resolver divisiones. • Cálculos que permitan poner en juego y analizar, posteriormente, las relaciones entre multiplicación y división. • Anticipación de la cantidad de cifras de un cociente. Estimación de cocientes.		
Espacio, geometría y medidas	• Exploración, descripción e identificación de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono), considerando forma, número de caras u otras características. • Reproducción de cuerpos (cubos, prismas y pirámides) a partir del análisis de sus características. • Establecimiento de relaciones entre figuras y cuerpos geométricos. • Comparación y medición de pesos. Cálculo de pesos en gramos y kilogramos. – Equivalencia entre diferentes expresiones para una misma medida. Relación entre diferentes unidades de medida de peso: entre gramos y kilos; entre kilos y toneladas. Relación entre estas equivalencias y algunas características del sistema de numeración en términos de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros. • Determinación de pesos en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva y determinar la unidad de medida más conveniente según el objeto por medir.		

Material para trabajar en el aula

Material imprimible

Matemática. Primer ciclo. Escuela Primaria

Números y operaciones **Números naturales y sistema de numeración**

Números con diversa cantidad de cifras

Recibo para completar

3.° grado. Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 10.000. Página 56.

Monedas de un mismo valor y de distintos años de emisión

1.° grado. Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio. Página 61.

Cantidad de dinero

2.° grado. Resolver problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional. Página 76.

Cantidad de dinero

2.° grado. Resolver problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional. Página 77.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Grilla

1.° grado. Exploración y resolución de problemas de adición y sustracción. Página 94.

Material imprimible

Cantidad de monedas

1. °, 2.° y 3.° grado. Resolución de problemas presentados en soportes diversos. Página 97.

2	2	2	2
2	2	2	2
2	2	2	2
2	2	2	2
2	2	2	2

El juego de las tarjetas

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple.

3	3	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3
3	3	3	3

El juego de las tarjetas

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple.

4	4	4	4
4	4	4	4
4	4	4	4
4	4	4	4
4	4	4	4

El juego de las tarjetas

5	5	5	5
5	5	5	5
5	5	5	5
5	5	5	5
5	5	5	5

El juego de las tarjetas

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple.


C FACTURA

IVA RESPONSABLE MONOTRIBUTO

Fecha

CUIT:
Ing. Brutos Nº.
Inicio de Actividades

Señor (es):
Domicilio:
Localidad:

IVA — Resp. Insc. / Exento / Cons. Final / Resp. Monotrib.

CUIT Nº

Condiciones de venta: Contado / Cta. Corriente / Tarj.

Remito Nº

Cant.	Descripción	P. Unit.	Importe

Orientación al consumidor Pcia. de Buenos Aires: 0800-222-9042
Original Blanco - Duplicado Color

TOTAL $

Fecha de impresión: 11-2010
Nº 0001 - 00000001 al Nº 0001 - 00000250

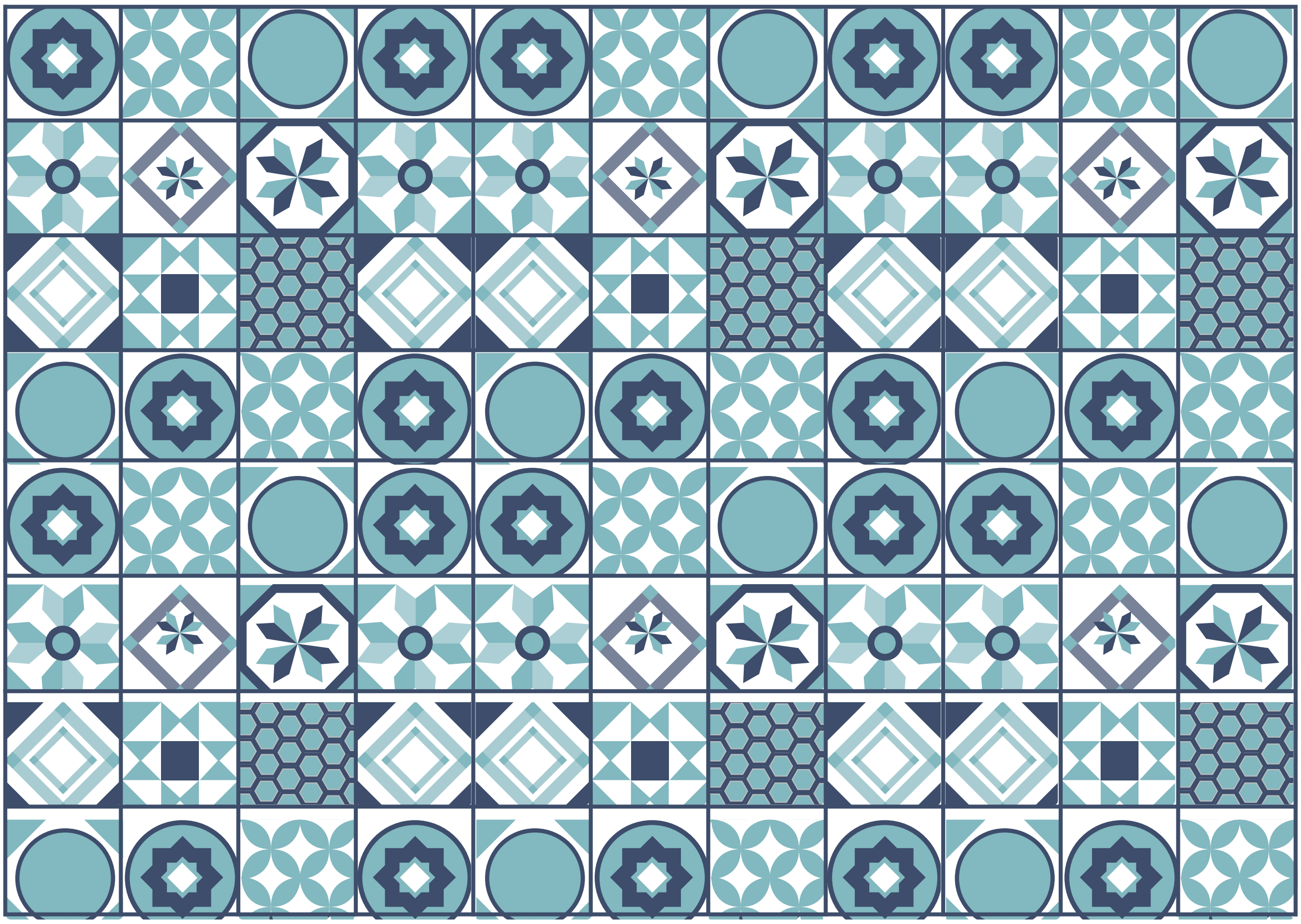
Facturas de compras para completar

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple.

Estampillas

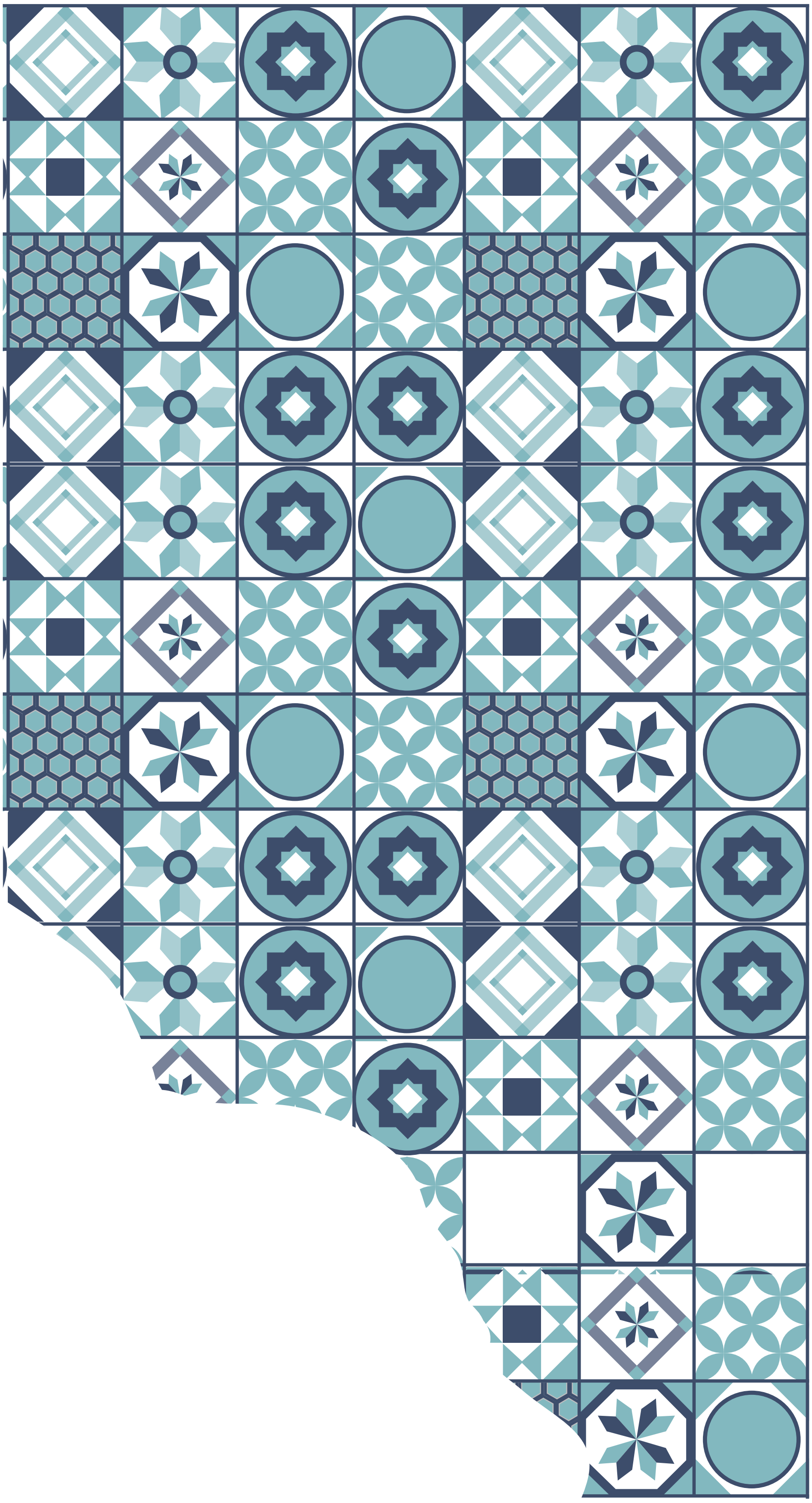
2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares. Página 145.

Material imprimible



Cerámicas

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares. Página 146.

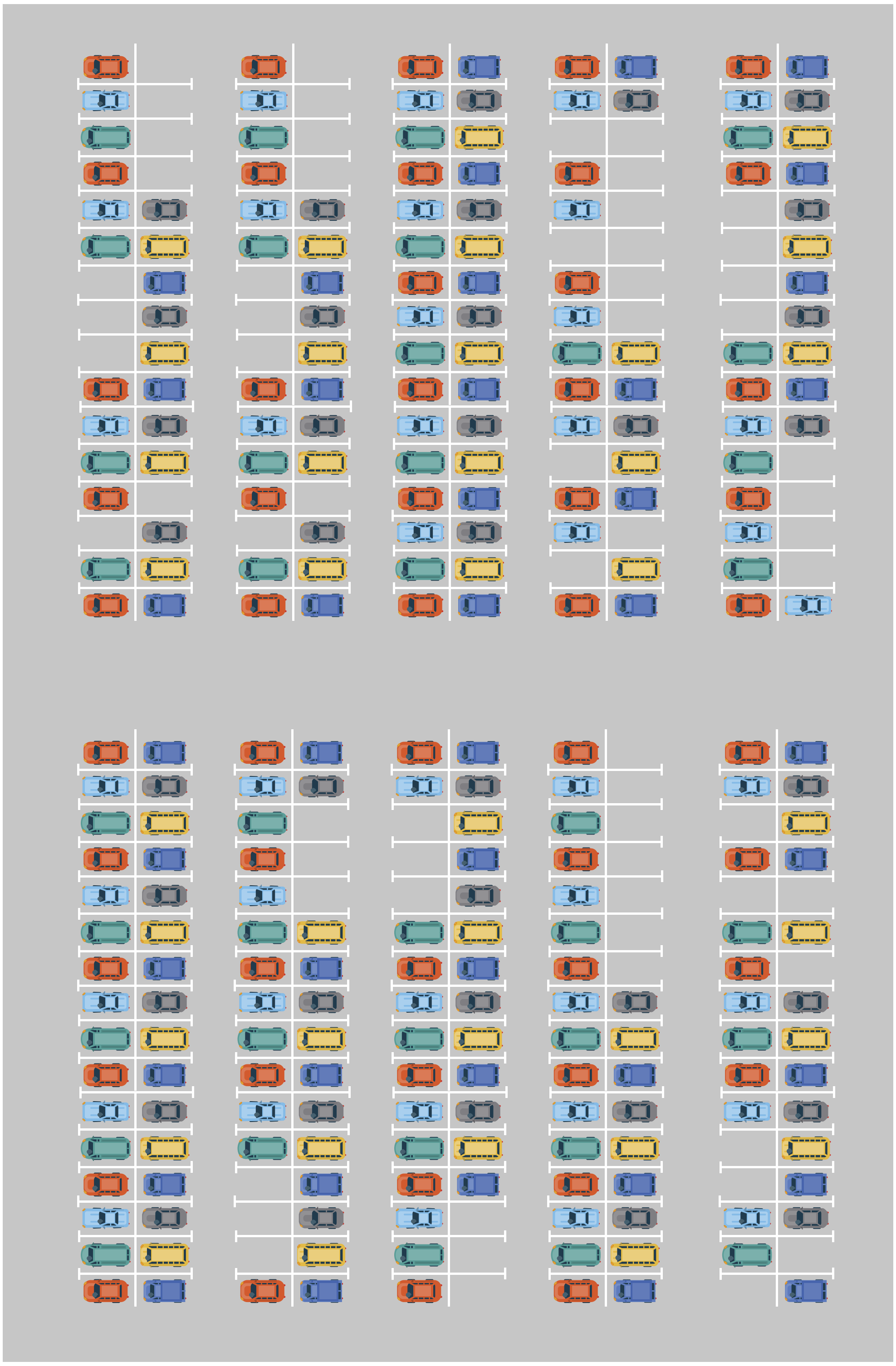


Cerámicas

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares. Página 146.

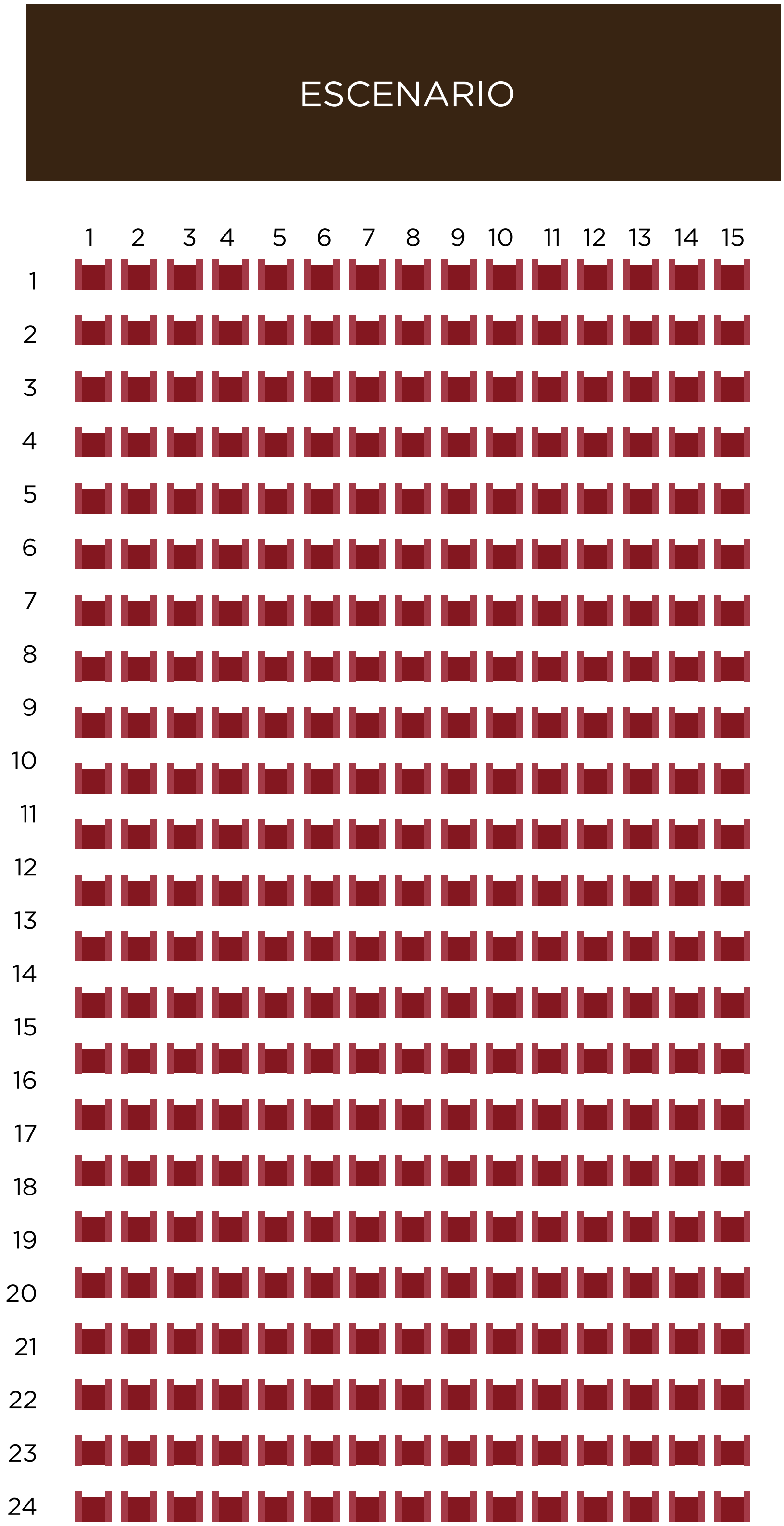
Portero eléctrico

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares. Página 147.



Estacionamiento

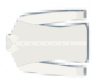
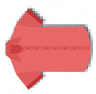
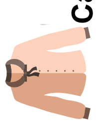
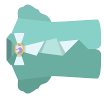
2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares. Página 148.



Cantidad de localidades

2.° y 3.° grado. Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares. Página 149.

Material imprimible

	 Camisa 1	 Camisa 2	 Camisa 3	 Camisa 4	 Camisa 5
 Pantalón 1					
 Pantalón 2					
 Pantalón 3					

Conjuntos

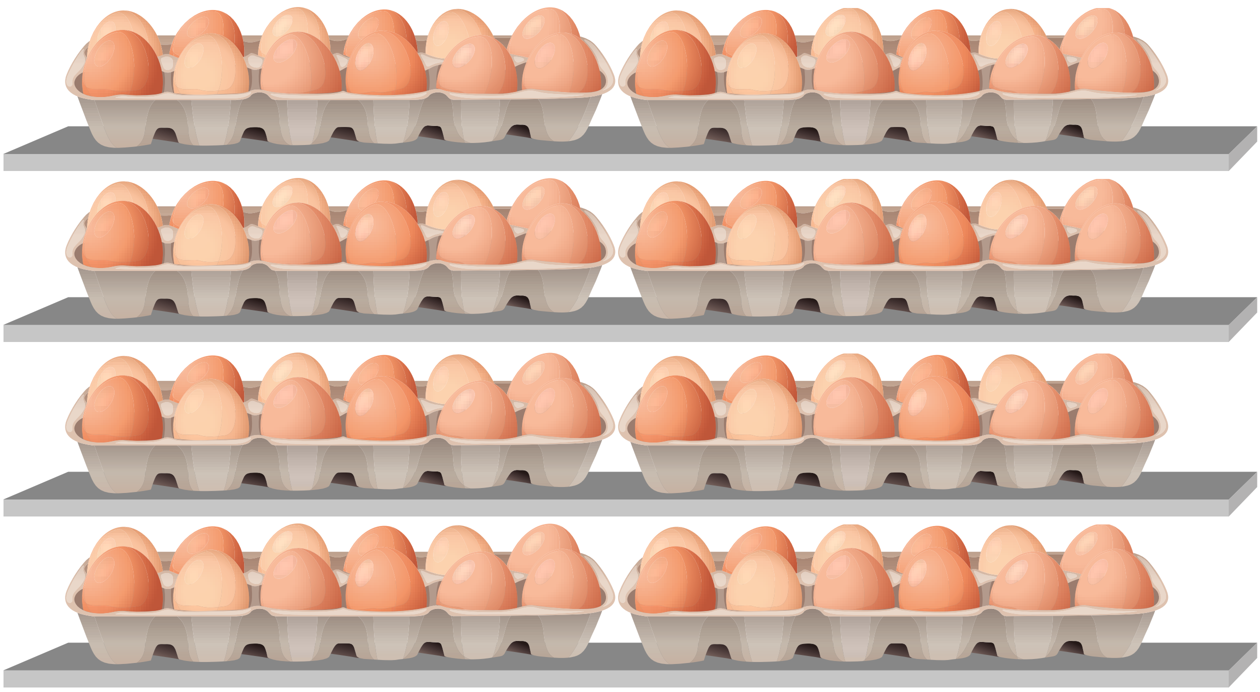
3.° grado. Exploración de problemas sencillos de combinatoria apelando a diferentes procedimientos personales. Página 155.

Jugador:

Dado	Cantidad de dados	Espacio para calcular el puntaje	Total
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Total de la partida:			

Juego de la generala

2.° grado. Estrategias para completar tablas o resolver cálculos multiplicativos. Página 166.



Cantidad de cajas

2. ° grado. Estrategias para completar tablas o resolver cálculos multiplicativos. Página 170.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Tabla pitagórica vacía

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 174.

×	1	2	4	6
3				
4				
6				
8				

×	3	6	9	10
0				
6				
7				
9				

Tablas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 176.

0 x 0	0 x 1	0 x 2
0 x 3	0 x 4	0 x 5
0 x 6	0 x 7	0 x 8
0 x 9	0 x 10	1 x 0
1 x 1	1 x 2	1 x 3
1 x 4	1 x 5	1 x 6
1 x 7	1 x 8	1 x 9

Juego con tarjetas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 184.

1 x 10	2 x 0	2 x 1
2 x 2	2 x 3	2 x 4
2 x 5	2 x 6	2 x 7
2 x 8	2 x 9	2 x 10
3 x 0	3 x 1	3 x 2
3 x 3	3 x 4	3 x 5
3 x 6	3 x 7	3 x 8

Juego con tarjetas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 184.

3 x 9	3 x 10	4 x 0
4 x 1	4 x 2	4 x 3
4 x 4	4 x 5	4 x 6
4 x 7	4 x 8	4 x 9
4 x 10	5 x 0	5 x 1
5 x 2	5 x 3	5 x 4
5 x 5	5 x 6	5 x 7

Juego con tarjetas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 184.

5 x 8	5 x 9	5 x 10
6 x 0	6 x 1	6 x 2
6 x 3	6 x 4	6 x 5
6 x 6	6 x 7	6 x 8
6 x 9	6 x 10	7 x 0
7 x 1	7 x 2	7 x 3
7 x 4	7 x 5	7 x 6

Juego con tarjetas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 184.

7 x 7	7 x 8	7 x 9
7 x 10	8 x 0	8 x 1
8 x 2	8 x 3	8 x 4
8 x 5	8 x 6	8 x 7
8 x 8	8 x 9	8 x 10
9 x 0	9 x 1	9 x 2
9 x 3	9 x 4	9 x 5

Juego con tarjetas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 184.

9 x 6	9 x 7	9 x 8
9 x 9	9 x 10	

Juego con tarjetas

3.° grado. Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo (construcción, análisis de las relaciones y del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y su posterior memorización). Página 184.

140		80	28
18	8	5	

32		50	30
18	70		14

16		15	20
7	70	25	

Lotería de dobles y mitades

2.° grado. Cálculo de dobles y mitades. Página 208.

70		16	60
9	12		100

30		40	6
7	25	9	

10		14	40
16	6		50

Lotería de dobles y mitades

2.° grado. Cálculo de dobles y mitades. Página 208.

70		30	100
14	8	20	

3	4	5	6	7	8	9	10
12	14	15	16	18	20	24	25
28	30	32	35	36	40	50	56
60	64	70	80	100	120	140	160
200	280						

Lotería de dobles y mitades

GCBA • Ministerio de Educación e Innovación
SSPECT • DGPLEDU • GOC

Vamos Buenos Aires