Diseño Curricular 2019

Matemática

Primer ciclo
Escuela Primaria

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Diseño Curricular para la Escuela Primaria : Primer ciclo, Matemática. - 1a ed . - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-433-2

1. Educación Primaria.
CDD 371.1

ISBN: 978-987-673-433-2

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Ministerio de Educación e Innovación
Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología
Dirección General de Planeamiento Educativo
Gerencia Operativa de Currículum, 2019

Holmberg 2548/96, 2.° piso - C1430DOV
Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
Correo electrónico: curricula@bue.edu.ar

En este material se evitó el uso explícito del género femenino y masculino en simultáneo y se ha optado por emplear el género masculino, a efectos de facilitar la lectura y evitar las duplicaciones. No obstante, se entiende que todas las menciones en el género masculino representan siempre a varones y mujeres, salvo cuando se especifique lo contrario.

© Copyright © 2019 Adobe Systems Software. Todos los derechos reservados.

Adobe, el logo de Adobe, Acrobat y el logo de Acrobat son marcas registradas de Adobe Systems Incorporated.

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en este documento, hasta 1.000 palabras, según la ley 11.723, art. 10°, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si este excediera la extensión mencionada, deberá solicitarse autorización a la Gerencia Operativa de Currículum.
Distribución gratuita. Prohibida su venta.

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación e Innovación
María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología
Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo
María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Subsecretario de Ciudad Inteligente y Tecnología Educativa
Santiago Andrés

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional
Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Sebastián Tomaghelli

Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo.
Matemática

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Equipo de generalistas Nivel Primario
Marina Elberger (coordinadora), Marcela Fridman, Patricia Frontini, Silvia Grabina, María Laura Malia

Equipo Matemática
María Emilia Quaranta y Héctor Ponce. Con la colaboración de Daniela Di Marco y Silvana Seoane.

Sobre la base del apartado "Matemática", *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo de la Escuela Primaria/Educación General Básica*, GCABA, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, 2004, elaborado por Cecilia Parra, Patricia Sadovsky (coord.), Claudia Broitman, Horacio Itzcovich.

Se agradecen las observaciones y los comentarios de los supervisores, directivos y docentes de escuelas de gestión estatal y privada, representantes de Escuela de Maestros, de la Dirección de Educación Primaria y de sus diversos programas vinculados a la enseñanza de la matemática, así como de la Unidad de Evaluación integral de la Calidad y Equidad Educativa.

Edición y diseño a cargo de la Gerencia Operativa de Currículum
Coordinación editorial: María Laura Cianciolo
Edición: Gabriela Berajá, Andrea Finocchiaro, Marta Lacour y Sebastián Vargas
Diseño gráfico: Silvana Carretero, Alejandra Mosconi y Patricia Peralta
Actualización web: Leticia Lobato

Testeo de enlaces e interactividad: Daniel Wolovelsky

GOBIERNO DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

“2019 -Año del 25° Aniversario del reconocimiento de la autonomía de la Ciudad de Buenos Aires”

Número: RESOL-2019-5426-GCABA-MEIGC

Buenos Aires, Miércoles 9 de Octubre de 2019

Referencia: EX-2018-33558511-MGEYA-DGPLEDU - s/ Modifica la Resolución N° 365-SED/04 sobre Diseño Curricular para la Escuela Primaria.-

VISTO: La Constitución de la Ciudad de Buenos Aires, la Ley N° 33, las Resoluciones CFE Nros. 235/05, 246/05, 247/05, 174/12 y 182/12, las Resoluciones Nros. 365-SED/04, el Expediente Electrónico N° 33.558.511/MGEYA-DGPLEDU/18, y

CONSIDERANDO:

Que por las presentes actuaciones tramita la modificación del Diseño Curricular Jurisdiccional para el 1° ciclo de la Educación Primaria, en lo que refiere a Prácticas del Lenguaje y Matemática, a los efectos de su implementación en los establecimientos de las Direcciones de Educación Primaria y de Educación Especial, dependientes de la Dirección General de Educación de Gestión Estatal, de la Dirección de Escuelas Normales, dependiente de la Dirección General de Escuelas Normales y Artísticas, y de la Dirección General de Educación de Gestión Privada;

Que la Constitución de la Ciudad de Buenos Aires, en su artículo 24, establece que la Ciudad asume la responsabilidad indelegable de asegurar y financiar la educación pública, estatal, laica y gratuita en todos los niveles y modalidades;

Que dicho cuerpo legal dispone en su artículo 23 que corresponde a la Ciudad establecer “(...) los lineamientos curriculares para cada uno de los niveles educativos (…)”;

Que la Ley N° 33 consigna en su artículo 1 que “La validez de todo nuevo plan de estudios o de cualquier modificación a ser aplicada en los contenidos o carga horaria de los planes de estudios vigentes en los establecimientos educativos de cualquier nivel, modalidad y tipo de gestión dependientes o supervisados por la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, estará sujeta a que las mismas sean objeto de aprobación por dicho organismo, mediante el dictado de la resolución fundada para cada caso”;

Que mediante las Resoluciones CFE Nros. 235/05, 246/05, 247/05 y 182/12 el Consejo Federal de Educación aprobó los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) para las áreas de Matemática y de Prácticas del Lenguaje;

Que la Resolución CFE N° 174/12 aprobó las “Pautas Federales para el Mejoramiento de la Enseñanza y el Aprendizaje y las Trayectorias Escolares, en el Nivel Inicial, Nivel Primario y Modalidades, y su Regulación”, entre las cuales se establece la necesidad de considerar como unidad pedagógica a los dos primeros años de la escuela primaria;

Que la Resolución N° 365-SED/04 aprobó el Diseño Curricular para la Escuela Primaria - Primer Ciclo / Educación General Básica;

Que la Gerencia Operativa de Curriculum elaboró, en los años 2012 y 2014, los documentos "Metas de Aprendizaje: Niveles Inicial, Primario y Secundario de las Escuelas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires" y "Objetivos de Aprendizaje para las Escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires";

Que conforme indica la Dirección General de Planeamiento Educativo el Diseño Curricular en vigencia en el Nivel Primario requiere de actualización a fin de responder a los avances producidos en los campos del conocimiento, las necesidades de la sociedad y las propuestas educativas para el nivel en el contexto Nacional y de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires;

Que la Dirección General de Planeamiento Educativo, a través de la Gerencia Operativa de Currículum, ha iniciado un proceso de actualización de dicho Diseño Curricular;

Que la modificación que se propicia representa una continuidad de dicho Diseño Curricular, destinada a actualizar e integrar en un único documento las prescripciones vigentes para dicho ciclo en las áreas de Matemática y Prácticas del Lenguaje;

Que la presente actualización se inscribe en el marco de un proceso de revisión conducido por la Gerencia Operativa de Curriculum, con el objetivo de acercar el Diseño Curricular a toda la comunidad educativa y de brindar nuevas herramientas para la mejora de las prácticas de enseñanza;

Que, en este sentido, como complemento del presente Diseño Curricular, la Gerencia Operativa de Curriculum elaborará los documentos "Aportes para el Desarrollo Curricular", que funcionarán como herramientas de carácter no prescriptivo, con sugerencias de propuestas posibles y alternativas para orientar y enriquecer la enseñanza;

Que en virtud de lo expuesto corresponde el dictado del acto administrativo correspondiente a efecto de sustituir los apartados "Matemática" y "Prácticas del Lenguaje" del Anexo I de la Resolución Nº 365/SED/04;

Que habiendo tomado intervención las Direcciones Generales de Educación de Gestión Estatal, de Escuelas Normales y Artísticas, de Educación de Gestión Privada, las Subsecretarías de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa y de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología han brindado su conformidad en los presentes;

Que la Dirección General de Coordinación Legal e Institucional ha tomado la intervención que le compete. Por ello, y en uso de las facultades que le son propias,

LA MINISTRA DE EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

RESUELVE:

Artículo 1°.- Sustitúyase los apartados "Matemática" y "Prácticas del Lenguaje" del Anexo I de la Resolución Nº 365/SED/04 que aprobó el Diseño Curricular para la Escuela Primaria - Primer Ciclo / Educación General Básica, conforme el Anexo I (IF-2019-28256259-GCABA-DGPLEDU) que a todos sus efectos forma parte integrante de la presente.

Artículo 2°.- Establézcase que la implementación de las modificaciones dispuestas en el artículo 1° se aplicarán a partir de la aprobación de la presente, sin perjuicio del cronograma que las Direcciones de Educación Primaria, de Educación Especial y de Escuelas Normales elaboren con las supervisiones para la incorporación de establecimientos durante el presente ciclo.

Artículo 3°.- Establézcase que en el caso de la Dirección de Educación Especial, el Diseño Curricular será tomado como referencia, pudiendo realizarse las adecuaciones necesarias en su propuesta pedagógica, en función de la población que atiende dicha modalidad.

Artículo 4°.- Encomiéndase a la Gerencia Operativa de Currículum la elaboración de los "Aportes para el Desarrollo Curricular", de carácter no prescriptivo, con sugerencias de propuestas posibles y alternativas para orientar y enriquecer la enseñanza.

Artículo 5°.- Encomiéndase a las Direcciones de Educación Primaria y Especial dependientes de la Dirección General de Educación Gestión Estatal, a la Dirección de Escuelas Normales dependiente de la Dirección General de Escuelas Normales y Artísticas, y a la Dirección General de Gestión Privada, en coordinación con la Dirección General de Planeamiento Educativo el proceso de seguimiento, evaluación e implementación de la actualización mencionada en el artículo 1 de la presente.

Artículo 6°.- Establézcase que la Gerencia Operativa de Currículum iniciará el trámite de validez nacional ante este Ministerio, de acuerdo a los requerimientos de la normativa nacional.

Artículo 7°.- Publíquese en el Boletín Oficial de la Ciudad de Buenos Aires y efectúense las comunicaciones oficiales pertinentes a la Subsecretaría de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa, a las Direcciones Generales de Educación de Gestión Estatal, de Educación de Gestión Privada, de Escuelas Normales y Artísticas, de Planeamiento Educativo, a la Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa y, para su conocimiento y demás efectos, pase a las Direcciones de Educación Primaria, de Educación Especial y de Escuelas Normales, y a la Gerencia Operativa de Currículum del Ministerio de Educación e Innovación. Cumplido, archívese.

Soledad Acuña (Ministra)
MINISTERIO DE EDUCACIÓN E INNOVACIÓN ÁREA JEFE DE GOBIERNO

Estimada comunidad educativa:

La escuela primaria es un pilar fundamental en la trayectoria escolar de los/las niños/as en su formación como ciudadanos/as críticos y responsables, capaces de asumir y desarrollar un proyecto de vida en el marco de los valores de una sociedad democrática, justa y solidaria.

El Diseño Curricular como parte de una política educativa pública tiene el valor estratégico de comunicar el tipo de experiencias educativas que debe ofrecerse a los/las alumnos/as en todas las escuelas de la Ciudad, promoviendo la democratización de los conocimientos y metas de aprendizaje comunes que contribuyan a concretar el sentido formativo de la escuela.

Tengo el agrado de presentarles el Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Primer Ciclo, correspondiente a las áreas de Matemática y de Prácticas del Lenguaje, que actualiza los enfoques para la enseñanza y componentes curriculares del Diseño Curricular 2004.

Esta propuesta tiene la particularidad de ofrecer un formato digital que facilita diversos recorridos de lectura en función de los propósitos de cada uno de los miembros de la comunidad educativa. De esta forma, colabora con la imprescindible tarea conjunta que implica el trabajo docente.

Con la intención de acompañar las tareas de planificación de la enseñanza, junto al diseño se incluye: un conjunto de propuestas y sugerencias didácticas para colaborar y enriquecer las prácticas educativas; y valiosos documentos curriculares vigentes para el nivel como las Progresiones de los aprendizajes para primer ciclo.

Este Diseño Curricular es el resultado de un proceso en el que participaron en forma comprometida y sostenida diversos actores del sistema educativo expresando demandas y realizando aportes significativos.

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a todos los que han contribuido y participado en este trabajo, puesto que son clave para impulsar su difusión y concreción en las escuelas.

Confiamos en que este Diseño Curricular constituya una herramienta que colabore con el desafío cotidiano de enseñar y aprender.

Cordialmente,

Soledad Acuña
Ministra de Educación e Innovación

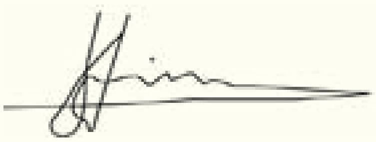
Estimada comunidad educativa:

Nos complace presentar la actualización del Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Primer Ciclo, correspondiente al área de Matemática. Este documento retoma, profundiza y actualiza lo prescripto por el Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Primer ciclo (Resolución 365/SED/04).

Es el resultado del trabajo conjunto, en el que diversos actores educativos, mediante la participación sostenida y comprometida en distintas instancias de consulta, expresaron un acuerdo generalizado por sostener el marco teórico y los enfoques de enseñanza de las áreas del Diseño Curricular (2004), a la vez que demandaron la inclusión de aportes para el desarrollo curricular con el propósito de orientar y enriquecer la enseñanza.

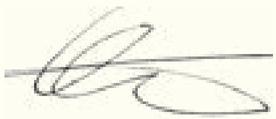
En este Diseño Curricular se recogen estas demandas y se plasman los aportes incorporando valiosos documentos de desarrollo curricular. Esperamos que el formato digital en que se presenta facilite la lectura interactiva, lo cual permite tanto su navegación interna como el acceso a otros materiales disponibles.

Mediante esta actualización el Ministerio de Educación e Innovación de la Ciudad refuerza el valor otorgado al diseño curricular como herramienta de la política educativa que orienta y acompaña la construcción colectiva de prácticas educativas diversas e inclusivas dentro de cada institución para promover el derecho a una educación de calidad para todos/as.



Javier Simón

Gerente Operativo de Currículum



María Constanza Ortiz

Directora General de Planeamiento Educativo

Elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación del documento

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Adobe Reader Copyright © 2019.
Todos los derechos reservados.

Índice interactivo

Presentación 1

Plaquetas que indican los apartados del documento.

Pie de página

Volver a vista anterior

Este enlace permite regresar a la última página vista.

10

Flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página siguiente.

Íconos y enlaces

Enfoque para la enseñanza | Propósitos de enseñanza | Objetivos de aprendizaje | Contenidos | Evaluación | Bibliografía | Índice

Enlace a los apartados del documento.

Enlace al índice principal.

Este símbolo indica una cita o nota aclaratoria. Al hacer clic, se abre una ventana emergente *(pop-up)* con el texto correspondiente.
Los números son las referencias de notas que se presentan al final del documento.

1 Tales como: “Metas de aprendizaje: Niveles Inicial, Primario y Secundario de las escuelas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires” y “Objetivos de Aprendizaje para las Escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires”. Ambos publicados desde la Gerencia Operativa de Currículum en el año 2012.

Estos documentos pueden leerse en línea, descargarse en su computadora e imprimirse. Para evitar inconvenientes con la interactividad es necesario descargarlos en una misma carpeta sin modificar los nombres de los archivos.

Índice

Presentación

Se presenta aquí el apartado correspondiente al área de Matemática del primer ciclo de la escuela primaria. Este documento retoma, actualiza y reemplaza lo prescripto para el área de Matemática por el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Primer ciclo* (Resolución 365/SED/04).

Este material comprende los componentes propios del Diseño Curricular para el área, de carácter prescriptivo:

- Enfoque para la enseñanza
- Propósitos
- Objetivos de aprendizaje
- Contenidos
- Evaluación
- Bibliografía

Acompaña a este documento el material *Aportes para el desarrollo curricular*, de carácter no prescriptivo, con sugerencias de propuestas posibles y alternativas para orientar y enriquecer la enseñanza.

En cuanto a los componentes prescriptivos, se retoman y actualizan los del Diseño Curricular 2004, a la vez que se incluye y reúne en forma articulada información relevante de diversos documentos que rigen para el nivel (tales como: *Metas de aprendizaje: Niveles Inicial, Primario y Secundario de las escuelas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires* (2012) y *Objetivos de Aprendizaje para las Escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires* (2015), publicados por la Gerencia Operativa de Currículum.

Los aportes para el desarrollo curricular se ofrecen como insumos significativos para el trabajo y las decisiones sobre la enseñanza en cada institución escolar. No es intención de este documento prescribir las propuestas sino sugerir material que pueda resultar de utilidad para las prácticas escolares. Se irá enriqueciendo progresivamente con aportes de materiales desarrollados junto con docentes de las escuelas primarias.

El formato digital en que se presenta este documento curricular posibilita una modalidad de lectura interactiva, que permite tanto su navegación interna como el acceso a otros materiales disponibles. Se incluyen enlaces de diversos tipos, como por ejemplo:

- documentos curriculares elaborados por la Jurisdicción;
- material teórico relacionado con los contenidos y enfoque de enseñanza;
- secuencias de enseñanza, propuestas de actividades e intervenciones docentes, entre otros.

Este formato digital facilita también diversos recorridos de lecturas según las necesidades de los destinatarios y la dinámica de las instituciones escolares: planificación de la enseñanza, reuniones de ciclo, encuentros de directivos y supervisores, acompañamiento y orientación a docentes o estudiantes de profesorados, entre otros.

A partir de la organización hipertextual, se busca además colaborar con la tarea docente al promover la integración de los diferentes componentes que enriquecen la consideración de los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Para la producción de este documento curricular se realizaron diversas instancias de consulta, con la intención de recabar necesidades y experiencias, opiniones, sugerencias y aportes para elaborar y revisar las versiones preliminares. Participaron: supervisores de escuelas de gestión estatal y de gestión privada, representantes de Escuela de Maestros, docentes y especialistas en el área, representantes de la Dirección de Educación Primaria y de diversos Programas que dependen de ésta, y referentes del área de Educación de Adultos y Adolescentes y de la Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa.

En las primeras consultas, se expresó un acuerdo generalizado con el Diseño Curricular 2004, sus componentes, el marco teórico y los enfoques de enseñanza de las diversas áreas. Se explicitó también la conveniencia de incluir y articular en el diseño curricular orientaciones y herramientas didácticas para planificar y desarrollar la enseñanza de los contenidos prescriptos y avanzar en dirección a los propósitos y a las metas del nivel. Se valoró la vasta producción de materiales de desarrollo curricular con la que cuenta la Jurisdicción, que circula y orienta la enseñanza en las escuelas.

En este Diseño Curricular se recogen y plasman estas demandas y aportes. Se da continuidad y se profundiza el desarrollo de los enfoques de enseñanza que orientan las definiciones curriculares de la Jurisdicción.

Se incluyen documentos de desarrollo curricular así como nuevas producciones que complementan los componentes del diseño. Para colaborar también con los procesos de evaluación de los aprendizajes, se presentan indicadores de avance y un enlace a los documentos de progresiones de los aprendizajes.

La actualización del área de Matemática

Para el área de Matemática, se propone una actualización del diseño curricular en una versión digital en formato pdf interactivo. En ella se incluye una revisión de los contenidos propuestos y de los textos que los acompañan, para actualizarlos y reorganizarlos (agrupar algunos, precisar otros, cambiar el momento de la escolaridad para el cual se sugiere alguno de ellos, etcétera). El material incluye:

- Textos que enmarcan cada contenido.
- Documentos elaborados por la Gerencia Operativa de Currículum (series Actualización curricular, Aportes para la enseñanza, etc.), reordenados y reunidos en esta presentación.
- Material teórico relacionado.
- Propuestas de actividades y secuencias de enseñanza.
- Una versión de las actividades sugeridas con una edición dirigida a los alumnos para que los docentes puedan imprimir.
- Indicadores de avance: criterios posibles para identificar progresos en los conocimientos de los alumnos ligados a las actividades planteadas a propósito de los diferentes contenidos.
- Ejemplos de distribución anual de contenidos.

En tanto versión digital, apela a los recursos que brinda un hipertexto para remitir, a partir de la grilla de distribución de contenidos, a sugerencias que permiten pensar su enseñanza. Estas propuestas se organizan en dos documentos complementarios: *Aportes para el desarrollo curricular. Números y operaciones* y *Aportes para el desarrollo curricular. Espacio, geometría y medida.*

Continuidades y ajustes

En la actualización para el área de Matemática, al mismo tiempo que se contemplan los avances en el campo de la didáctica específica en los últimos años, se busca incorporar especialmente las observaciones y demandas expresadas en las reuniones con supervisores y con representantes de la Escuela de Maestros, a partir de su conocimiento del funcionamiento del diseño curricular en las instituciones y de las diferentes apropiaciones de los docentes de la propuesta curricular. Ellos expresaron enfáticamente la necesidad de sostener el marco teórico general del enfoque con su encuadre sobre el sentido formativo de la disciplina en la enseñanza primaria, al mismo tiempo que solicitaron que se incrementara y enriqueciera el aporte de propuestas y orientaciones para el trabajo en las aulas.

En las reuniones mencionadas, los supervisores y docentes valoraron la organización de los contenidos y su presentación en un formato de grilla, que permite dar cuenta de la progresión a lo largo de los grados de cada ciclo. Solicitaron, asimismo, que se conservaran los textos específicos que introducen y enmarcan cada una de las grillas de distribución de contenidos. Desde la Gerencia Operativa de Currículum se propuso además una revisión de estos textos, que permita incorporarles elementos de la producción investigativa didáctica de los últimos años.

Los supervisores y docentes también señalaron la necesidad de ampliar los ejemplos para cada uno de los contenidos con el propósito de dar cuenta de su alcance o el tipo de tareas al que se apunta. Asimismo, solicitaron la inclusión de ejemplos de distribuciones anuales de los contenidos para cada grado, como modo de sugerir posibles organizaciones temporales que contemplen: la duración tentativa del tratamiento de un tema, la necesidad de revisitar un mismo contenido en diferentes momentos del ciclo lectivo a la luz de lo ya trabajado y de avanzar en "simultáneo" en el tratamiento de algunos temas, etcétera.

La articulación de la escuela primaria con otros niveles, la educación inicial por un lado y la educación secundaria por otro, se contempla como una cuestión relevante que forma parte de un conjunto de políticas educativas, desde la orientación del Diseño Curricular. En esta revisión se sugiere, entonces, enfatizar la continuidad del trabajo sobre los contenidos de primer grado con la propuesta curricular para la educación inicial, y en qué sentido el trabajo planteado a lo largo de la escuela primaria abona a la construcción de una posición de dominio en sintonía con la propuesta de Matemática de la Nueva Escuela Secundaria.

Las propuestas planteadas se basan en una perspectiva inclusiva que considera la necesidad de asumir el trabajo con la diversidad de conocimientos presentes en las aulas.

Enfoque para la enseñanza

Como se ha señalado, este documento es continuación del Diseño Curricular para la Escuela Primaria de 2004. Conserva pues las orientaciones centrales de su enfoque para la enseñanza –que se transcriben a continuación- en tanto se sostiene el sentido formativo del trabajo en el área y los aspectos del quehacer matemático que se relevan desde una intención de formación de ciudadanos críticos y autónomos.

Sentido formativo de la matemática en la escuela

Los números naturales, las operaciones básicas, las fracciones, la proporcionalidad, las figuras planas y sus propiedades, los cuerpos y las mediciones que con ellos se pueden hacer, son objetos que pueblan la enseñanza elemental desde tiempos remotos y nada hace suponer que en un futuro próximo estos objetos dejarán de estar ligados a las matemáticas que se conciben para la escolaridad obligatoria.

¿Se trata verdaderamente de los mismos objetos a lo largo del tiempo? Si así fuera, tal vez no se justificaría para el caso de la matemática un proceso de transformación curricular.

Hay muchas maneras de conocer un concepto matemático; estas dependen de todo lo que una persona haya tenido la oportunidad de realizar con relación a ese concepto. Un punto de partida fundamental para pensar la enseñanza es:

> *El conjunto de prácticas que despliega un alumno a propósito de un concepto matemático constituirá el sentido de ese concepto para ese alumno.*

¿Cuáles son los elementos que configuran esas prácticas? Las prácticas que los alumnos desarrollen en la escuela estarán configuradas, entre otros elementos, por:

- las elecciones que se realicen respecto de los tipos de problemas, su secuenciación, sus modos de presentación;
- las interacciones que se promuevan entre los alumnos y las situaciones que se les propongan;

- las modalidades de intervención docente a lo largo del proceso de enseñanza.

Nos ocuparemos en primer lugar de un análisis en términos de diferentes funcionamientos de un concepto. Realizaremos luego un análisis de las posibles interacciones en la clase y su influencia en la construcción del sentido de los conceptos matemáticos. Consideraremos finalmente cuáles son los puntos de contacto entre la matemática de la escuela y la matemática como disciplina científica, lo que nos permitirá delinear con más detalle, el tipo de trabajo matemático que se propone.

Nos ubicamos en una posición según la cual el proceso de construcción de un concepto matemático comienza a partir del conjunto de actividades intelectuales que se ponen en juego frente a un problema para cuya resolución resultan insuficientes los conocimientos de los que se dispone hasta el momento.

Cuando se plantea que las primeras interacciones de un alumno con un concepto nuevo para él se realicen a través de un problema, no estamos imaginando que el concepto emergerá mágicamente como producto de la resolución de ese problema y se habrá producido el aprendizaje. Una relación tan mecánica entre resolución de problemas y elaboración de conceptos no resulta una buena descripción del trabajo de aprender.

En principio un problema que apunta al aprendizaje de un nuevo objeto matemático debería ofrecer al alumno la posibilidad de establecer nuevas relaciones. Estas nuevas relaciones, cuya producción se basa en conocimientos que el alumno ya tiene, constituirán un punto de apoyo a partir del cual el docente ayudará a identificar algo nuevo. Se tendrá así una muy primera aproximación al concepto que es objeto de enseñanza. Será necesario gestar una interacción sostenida con el nuevo concepto a través de diferentes tipos de actividades para lograr que pueda ser reconocido y reutilizado por el alumno.

Ahora bien, en el momento de seleccionar grupos de problemas que los niños resolverán a propósito de una determinada cuestión, es necesario tener en cuenta que un mismo concepto matemático puede funcionar como medio de solución de situaciones muy diversas. Efectivamente, para quien está aprendiendo, restar para conocer el resultado de quitar elementos en un cierto grupo de objetos exige relaciones diferentes de las que se ponen en juego cuando se realiza una sustracción para averiguar cuántos objetos tenía originalmente un conjunto conociendo cuántos tiene después de haber agregado una cantidad dada de elementos; multiplicar en el contexto de la proporcionalidad directa no habilita para hacerlo frente a un problema de combinatoria; reconocer la circunferencia como conjunto de puntos que equidistan de un centro no resulta suficiente para poder hallar el centro de una circunferencia en la que este no está marcado; calcular el volumen de un prisma no permite acceder a conocer cómo se transforma este volumen cuando se duplican o triplican sus dimensiones. En fin, en el momento del aprendizaje, distintos tipos de problemas permiten "hacer funcionar" un concepto de diferentes maneras, cada una de las cuales hace posible establecer algunas propiedades, relaciones y "modos de entender" específicos que forman parte del sentido del concepto. El pasaje de una manera de "hacer funcionar" un concepto a otra no es automático y, para que este sea posible, los alumnos deberán tener la oportunidad tanto de resolver problemas vinculados a cada uno de los diferentes funcionamientos del objeto que se está estudiando, como también de establecer relaciones entre esos funcionamientos. Esta perspectiva convoca a tomar decisiones para el año escolar, para el ciclo, para la escolaridad en su conjunto, respecto de los diversos tipos de problemas que se van a proponer para cada uno de los grandes campos de conceptos que son objeto de enseñanza. Para la toma de estas decisiones, se deberá tener en cuenta indefectiblemente cuáles son los conocimientos ya disponibles en los alumnos, que ellos podrán utilizar como puntos de apoyo para comenzar a trabajar con un nuevo objeto o con un sentido diferente de un objeto con el cual ya han tenido algún tipo de experiencia.

Los conocimientos que son punto de apoyo para la elaboración de un nuevo concepto también forman parte del sentido de ese concepto y permiten ubicar el nuevo objeto en un campo de conceptos cercanos vinculados a problemáticas más o menos próximas. Como producto de su trabajo, el alumno deberá reconocer también los límites de sus viejos conocimientos para abordar las situaciones que dan lugar a una nueva elaboración. Esto le debería permitir darse cuenta de que hay un cierto tipo de problemas, nuevos para él, para cuya resolución no disponía hasta el momento de herramientas totalmente adecuadas. Este reconocimiento no solamente contribuirá a la construcción del sentido del nuevo concepto, sino también permitirá resignificar los conceptos elaborados con anterioridad, en la medida en que el alumno podrá delimitar la fertilidad de los mismos como herramientas para resolver situaciones.

Considerar cuáles son las herramientas con la que cuentan los alumnos para abordar las nuevas cuestiones a ser enseñadas es introducir la problemática del progreso en el aprendizaje de los niños. Este asunto puede –y debe– analizarse en varios niveles: teniendo en cuenta toda la escolaridad básica, o un ciclo, o un año escolar, o un período dentro del año, o una clase. Las tres últimas "escalas de tiempo" conciernen específicamente al proyecto del maestro a lo largo de un período lectivo y exigen identificar con cierto detalle cuáles son los aspectos de su propuesta que pueden dar cuenta del avance del conocimiento de los alumnos. ¿Por qué decimos que esta identificación debe hacerse con cierto detalle? Evidentemente, el reconocimiento del avance es claro cuando se introduce por primera vez un objeto de enseñanza ("hoy aprendieron a multiplicar", podrían decir los padres; "hoy aprendimos a dividir por dos cifras", pueden reconocer los niños; "hoy enseñé proporcionalidad", puede comentar el maestro). Sin embargo, sabemos que la mayoría de los conceptos que se enseñan en la escuela requieren mucho tiempo de elaboración y que es necesario delinear un recorrido que no solo tenga en cuenta las grandes marcas del avance sino que también permita reconocer en qué medida *un cambio de procedimiento, una nueva forma de representación, la incorporación de una nueva propiedad, el rechazo explícito de un método erróneo, el establecimiento de una relación nueva, el reconocimiento de la economía que aporta una nueva estrategia o la posibilidad de resolver un nuevo tipo de problema* suponen un progreso en el aprendizaje de los niños.

¿Tiene sentido hablar de evolución en el transcurso de una clase? ¿Es posible reconocerla? Como siempre, la respuesta depende de las situaciones consideradas. En algunos momentos la actividad apuntará a que los niños "hagan funcionar" lo aprendido y allí la evolución pasará justamente por dominar mejor algo que ya se había trabajado; en otros momentos la clase estará dirigida a provocar que los chicos puedan encontrar una estrategia –no importa cuál– para resolver un problema y allí la evolución estará dada por el hecho de que algunos ensayos pudieron dar lugar a un nuevo procedimiento. Puede ocurrir también que el objetivo sea que todos los chicos se apropien de un procedimiento determinado; allí se podrá reconocer que hubo evolución si los niños son capaces de abandonar lo viejo (y cómodo) para enfrentarse con lo nuevo (y probablemente más arduo en un primer momento). Vemos entonces que evolucionar puede querer decir dominar mejor lo que ya se sabe, o enriquecerlo con nuevos sentidos o modificarlo para reorganizarlo en un nuevo campo de saberes como producto de la incorporación de nuevos conceptos.

Decíamos al principio que las interacciones que se provocan en la clase a partir de una situación son constitutivas del sentido. ¿Qué significa esto? La situación planteada a los niños puede exigirles o no la explicitación (oral o escrita) de las relaciones que ellos establecieron para resolverla. Los niños pueden o no estar sometidos a la exigencia de proponer argumentos que muestren la validez de sus resultados, pueden o no ser invitados a participar de un debate en el que se confrontan diferentes perspectivas para una misma problemática, pueden o no destinar tiempo a revisar lo que se ha hecho hace algunos días y relacionarlo con lo que se está haciendo en ese momento. Cada una de las instancias mencionadas ofrece una oportunidad para poner en juego el conocimiento de una manera diferente de las otras.

Con relación a un mismo concepto matemático, el estatuto del conocimiento cambia para un sujeto cuando se ve confrontado con la exigencia de explicitar las relaciones utilizadas para resolver una situación. En otras palabras, el pasaje de lo implícito a lo explícito supone para el alumno una transformación de sus propios conocimientos. La explicitación hace posible el reconocimiento del conocimiento, permite nombrarlo, hacerlo público y hablar de él. La necesidad de explicitar puede plantearse tanto en el curso de la resolución de una situación –ya sea porque los alumnos están trabajando en grupos o porque la tarea que deben realizar así lo exige– como al finalizar la misma.

Defender el propio punto de vista en una situación en la que se confrontan diferentes perspectivas compromete al alumno en la producción de argumentos que no se elaborarían si el niño solo tuviera que convencerse a sí mismo de la validez de sus resultados. La incertidumbre que se genera en la clase respecto del valor de verdad de una cierta cuestión resulta entonces un elemento esencial que contribuye a la conceptualización.

Las exigencias de la explicitación, de argumentación, de revisión y de validación brindan oportunidades para transformar el conocimiento y hacerlo más reconocible; son, por esto, elementos esenciales en la construcción del sentido de los conocimientos. Como hemos dicho, estas prácticas permitirán que los alumnos aprendan "otra cosa" respecto del mismo objeto matemático y se apropien al mismo tiempo de los modos de producción característicos de la matemática.

La dimensión social cobra así toda su relevancia en el proceso de aprendizaje de los niños y se transforma también en un motor de avance del conocimiento. Es claro que este aspecto social no reemplaza ni evita el trabajo personal de aprender que cada alumno debe realizar; la perspectiva social completa y potencia el proyecto individual de los alumnos.

La interacción sostenida del alumno con el nuevo concepto a través de diferentes tipos de actividades incluye, desde el punto de vista aquí elegido, intervenciones docentes; ya sea, por ejemplo, para establecer vinculaciones entre los distintos momentos del trabajo que se viene realizando, ya sea para identificar el producto del trabajo. Nos referiremos ahora a ambos tipos de intervenciones docentes.

¿Qué valor puede tener volver sobre lo que se ha hecho hace algún tiempo y relacionarlo con lo que se está haciendo actualmente? Insertar el trabajo de un momento pasado en un proyecto de enseñanza que abarque el presente supone: por una parte, la oportunidad de revisar aquellas cuestiones que no se han comprendido en el momento en que se trabajaron; por otra parte, resituar en la clase y para todos los niños una perspectiva que trascienda la tarea diaria y que, por ese motivo, genere mejores condiciones para que los alumnos puedan elaborar un proyecto personal de aprendizaje. Volver hacia atrás para mirar el presente y vislumbrar el futuro significa inventar en la clase un tiempo que, al no ser lineal y acumulativo, acompañe mejor el proceso de aprendizaje de los niños.

Reconocemos en la situación didáctica –entendida esta como el conjunto de interacciones que se gestan entre los alumnos y el docente a propósito de un conocimiento– momentos en los que los estudiantes resuelven situaciones (que apuntan a un nuevo concepto o a lograr un mejor dominio de los conceptos ya tratados), momentos en los que se discute colectivamente sobre lo que se ha producido, momentos en los que el docente aporta la información necesaria para ayudar a los niños a identificar, entre el conjunto de relaciones movilizadas, aquellas que es importante retener y que serán utilizadas en otras situaciones. Esta última instancia es particularmente delicada tanto para el docente como para los alumnos. Por un lado, para que el discurso del docente tenga sentido para los niños, es imprescindible que se apoye verdaderamente en el trabajo de los alumnos. Si ello no ocurriera, estaríamos frente a una ficción: el docente estaría reconociendo en el trabajo de los niños un saber que realmente no han producido. Por otra parte, los alumnos deben tratar de establecer cuáles son los aspectos de su producción personal que se relacionan con la explicación del docente. Si no lo hicieran, correrían el riesgo de recordar aspectos irrelevantes de la situación que no funcionarán como referencias importantes para nuevas situaciones.

"La toma en cuenta 'oficial' por el alumno del objeto de conocimiento y por el maestro del aprendizaje del alumno es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento es el objeto de la institucionalización." [1]

Decíamos antes que los conocimientos no surgen mágicamente de la resolución de un problema. Por eso, más que pensar en la institucionalización como un momento, interesa concebirla como un proceso. Los primeros problemas vinculados a un concepto darán lugar a institucionalizaciones más bien locales en las que aquello que se reconozca como nuevo saber estará todavía muy ligado al contexto en el que se desarrollaron esos problemas. Paulatinamente se irán planteando otras situaciones vinculadas a nuevos contextos; algunas permitirán comprender el funcionamiento del concepto como herramienta para resolver problemas de la vida cotidiana o de otras disciplinas, otras darán la oportunidad de entender que el concepto también es útil para responder preguntas "más matemáticas". A partir de cada uno de estos problemas, el docente tendrá la oportunidad de institucionalizar algún aspecto del problema con el que se está trabajando. El proceso de institucionalización es simultáneo con un proceso de descontextualización, al cabo del cual será posible reconocer un saber de manera independiente de las situaciones en las que fue utilizado como medio de solución. Independizar un concepto de las situaciones en las que fue aprendido no implica olvidar esas situaciones. Muy por el contrario, estas podrán funcionar durante bastante tiempo como referencias importantes cuando el alumno necesite recordar o controlar alguna cuestión que fue aprendida a partir de su resolución.

El proceso de institucionalización de un conocimiento supone para el docente la toma de decisiones importantes: en el momento de exigir la utilización de algo nuevo (un procedimiento, un concepto, una forma de representar) debe estar más o menos seguro de que los niños están en condiciones de responder a esta exigencia; si, por tener la precaución de respetar los procesos de los niños, retarda la identificación de nuevos objetos, corre el riesgo de provocar cierta pereza que atenta contra la evolución de los conocimientos en la clase. Como siempre, la tarea del docente es difícil y está sometida a la consideración de múltiples variables.

En estas páginas se intentó describir las prácticas matemáticas en la escuela. ¿Cuáles son los puntos de contacto entre estas prácticas y las que se desarrollan en la comunidad científica? Sabemos que las distancias son muy grandes. Sin embargo, ubicados en una concepción según la cual la escuela tiene la función social de poner al niño en contacto con las distintas formas de pensar y producir que ha desarrollado la humanidad, hay rasgos esenciales del quehacer matemático que la escuela tiene la obligación de hacer conocer.

En principio, cabe señalar dos cuestiones fundamentales. Por un lado, la matemática es una disciplina que permite conocer el resultado de algunas experiencias sin necesidad de realizarlas efectivamente; por otro lado, para que la actividad matemática sea realmente anticipatoria de la experiencia, es necesario estar seguro de que esa anticipación fue realizada de manera correcta; en otras palabras, es necesario validar la anticipación. *Construir* *herramientas que permitan obtener resultados sobre aspectos de la realidad sin necesidad de realizar experiencias efectivas y responsabilizarse matemáticamente por la validez de esos resultados son desde nuestra perspectiva dos aspectos ineludibles del quehacer matemático escolar.*

La problemática de la validación es matemáticamente compleja. Lograr que los niños asuman la responsabilidad matemática de sus resultados supone una ruptura importante con las prácticas usuales en las que el docente es quien se hace cargo, a través de la corrección, de la validez de los resultados del alumno. Avanzar en la práctica de la validación supone: por un lado, plantear problemas que ofrezcan al alumno la posibilidad de detectar inconsistencias en su producción; por otro lado, imaginar un tipo de intervención docente que apunte a sostener el compromiso del niño con el problema hasta estar seguro de la validez de su resultado. En este sentido es importante que el docente pueda mantener en privado su punto de vista respecto de la producción del alumno y solo lo dé a conocer cuando el niño ha llegado por sus propios medios a una conclusión.

Una cuestión que ha dado lugar a numerosas discusiones en distintos momentos de la enseñanza de la matemática se refiere al lugar que ocupa –sobre todo en los primeros grados– la utilización del material concreto para producir resultados o para comprobarlos. Hay distintas maneras de recurrir al uso de este tipo de materiales. Supongamos, por ejemplo, que en primer grado se les propone a los alumnos la siguiente situación: un niño pasa al frente y pone, a la vista de todos, 7 chapitas en una caja; después pasa otro niño y pone, también a la vista de todos, 8 chapitas. Se les pide a los niños que encuentren una manera de saber cuántas chapitas hay en la caja. Utilizando diversas estrategias los niños arribarán a un resultado. Si, para constatarlo, los niños cuentan las chapitas de la caja, estarán haciendo una comprobación empírica. Si, en cambio, se excluye la posibilidad de acción efectiva sobre los objetos y se pide a los chicos que muestren mediante argumentos que su resultado es correcto, sin corroborarlo empíricamente, estarán haciendo una validación de tipo argumentativo.

Deseamos señalar la importancia de proponer la anticipación de los resultados aun cuando esté previsto hacer luego comprobaciones empíricas. De esta manera, en este juego de anticipación-validación argumentativa-corroboración empírica, los niños irán descubriendo que los resultados que obtienen son una consecuencia necesaria de haber puesto en funcionamiento ciertas herramientas del aparato matemático. Sin esta anticipación, los niños manipulan material y los resultados que obtienen son producto de una contingencia (se obtuvieron estos, pero podrían haberse obtenido otros). En otras palabras, si no hay articulación entre anticipación y comprobación empírica, esta última se plantea solo con relación a ella misma y sus resultados no se integran a ninguna organización de conocimiento específica.

¿Cuál es entonces el papel que juegan las comprobaciones empíricas? Las comprobaciones de tipo empírico hacen posible una interacción entre los modelos matemáticos que los niños van elaborando y los aspectos de la realidad que son modelizables a través de las herramientas matemáticas. Sin esta interacción, los niños no tendrían posibilidad de hacer funcionar esos modelos, de ponerlos a prueba. Concluimos entonces que cuando las constataciones empíricas de plantean como una verificación de aquello que se ha anticipado, se empieza a hacer observable la potencia de la matemática como herramienta que permite anticipar los resultados de experiencias no realizadas.

Circula en algunos medios una concepción instrumentalista de la enseñanza de la matemática que sostiene dos principios fundamentales: 1. La enseñanza de la matemática se justifica por la utilidad que tienen los saberes matemáticos para resolver problemas cotidianos; y 2. Los problemas cotidianos son la única vía para que los niños encuentren el sentido de la matemática. Esta concepción es, desde nuestra perspectiva, objeto de varios cuestionamientos.

Interesa que el niño comprenda que la matemática es una disciplina que ofrece herramientas para resolver ciertos problemas de la realidad. Pero una centración exclusiva en la utilidad hace perder de vista a la matemática como producto cultural, como práctica, como forma de pensamiento, como modo de argumentación. Pensamos con Bkouche que: “Hay una motivación tanto o más fundamental que la utilidad: el desafío que plantea al alumno un problema en tanto tal. Lo que es importante para el alumno no es conocer la solución, es ser capaz de encontrarla él mismo y de construir así, a través de su actividad matemática, una imagen de sí positiva, valorizante, frente a la matemática. La recompensa del problema resuelto por sus propios medios es la imagen que puede tener de sí mismo como alguien capaz de resolver problemas, de hacer matemática, de aprender (...)”.[2]

Por otra parte, pensar en las aplicaciones como única fuente de sentido es renunciar a que el niño comprenda que el conocimiento matemático también se produce para dar respuestas a problemas que surgen del interior de la disciplina, y esta renuncia reduce las posibilidades de comprender la lógica interna de la matemática.

Es necesario señalar una tercera cuestión: el hecho de que el problema se plantee en un contexto extra matemático no siempre aporta a la comprensión o a la resolución de ese problema. Hacemos la opción de privilegiar los contextos de aplicación extra matemática cuando los mismos ofrecen al alumno elementos para pensar, abordar, resolver o validar los problemas que están enfrentando. Volvemos a citar a Bkouche: “Ahora bien, lo que da profundamente sentido en la actividad matemática no es que es curiosa, útil, entretenida, sino que se enraiza en la historia personal y social del sujeto. Toda situación de aprendizaje, más allá de aspectos específicamente didácticos, plantea dos preguntas ineludibles: ¿cuál es el sentido de esta situación para aquel que aprende?; ¿cuál es la imagen de sí mismo, de sus capacidades, de sus oportunidades de éxito en esta situación? En términos más triviales: ¿qué hago acá?, ¿soy capaz?, ¿vale la pena? Esta relación con el saber pone en juego los deseos, el inconsciente, las normas sociales, los modelos de referencia, las identificaciones, las expectativas, los pareceres sobre el porvenir, los desafíos personales. (...) Es muy reductor invocar simplemente aquí palabras tan vagas como ‘curiosidad’ o incluso ‘motivación’. El problema no es suscitar la curiosidad, sino proponer a los más jóvenes las actividades, las prácticas, los itinerarios de formación que toman sentido en una red compleja de deseos, de expectativas, de normas interiorizadas y que contribuyen a reestructurar esa red”.

Al desarrollar el sentido formativo de la matemática en la escuela, se han explicitado los aspectos centrales del enfoque sustentado para su enseñanza, se han planteado cuáles son los rasgos esenciales del quehacer matemático que deben orientar las prácticas a desarrollar en la escuela y se han enunciado los propósitos formativos generales del área. [3]

Dichos propósitos serán retomados y especificados para el primer ciclo en este documento. Para iniciar estas reflexiones consideraremos dos propósitos muy relacionados entre sí.

La escuela tiene la responsabilidad de:

- Afirmar y promover en toda la comunidad la convicción de que la Matemática puede ser aprendida por todos los alumnos, bajo ciertas condiciones didácticas e institucionales.
- Trabajar para que los alumnos se sientan seguros de su capacidad de construir conocimientos matemáticos, desarrollen su autoestima y sean perseverantes en la búsqueda de soluciones.

En este sentido, es importante subrayar que, desde el inicio, los niños se van formando ideas sobre qué es la matemática y sobre sí mismos haciendo matemática, lo cual confiere al primer ciclo un rol decisivo en relación con el logro de los propósitos enunciados.

Tanto en el Nivel Inicial como en el primer ciclo del Nivel Primario se establece la primera relación de los alumnos con el aprendizaje sistemático de la matemática, y el tipo de relación que se instaure puede condicionar el resto de la experiencia matemática de los alumnos.

Los alumnos que comienzan primer grado poseen un bagaje de conocimientos numéricos, geométricos y espaciales, y muchos de ellos han tenido experiencias vinculadas a la matemática en el jardín de infantes. Es necesario tratar de recuperar dichos conocimientos y evitar las rupturas, tanto con lo aprendido en el Nivel Inicial como con los conocimientos que los niños construyen constantemente en su vida social.

Aun los más pequeños aprenden sobre la base del abordaje de problemas y la cuestión del sentido de los conocimientos está en juego ya en los aprendizajes más elementales. No se trata en los primeros años de aprender los "elementos", los "rudimentos" para usarlos más tarde, cuando empiece la "matemática en serio". Se trata de hacer matemática en el aula desde el inicio, produciendo conocimientos de complejidad creciente.

Para ello se propone, a través de diferentes interacciones en la clase, enfrentar a los alumnos con situaciones de las que puedan apropiarse, en las que reconozcan un problema, un desafío frente al cual puedan ponerse a trabajar. Los alumnos deberán aprender, con ayuda del docente, a identificar con qué recursos cuentan para resolver un problema dado. Se busca llevar a los alumnos a sentirse animados a tomar iniciativas, ensayar sin temor a equivocarse, reconociendo que se aprende tanto como cuando se es capaz de reconocer los procesos y resultados que son adecuados como cuando se es capaz de reconocer lo que no es correcto o no es adecuado (porque se encontraron mejores soluciones, porque hay un nuevo conocimiento que señala los límites del anterior, etcétera).

El lugar del maestro

En todo este proceso el papel del maestro es completamente sustantivo. Es el maestro el que selecciona y propone no solo la cuestión sobre la que se trabajará, sino también la forma de trabajo, la organización de la clase, la progresión que se va a llevar. Es el maestro quien establece –y estimula– la interacción entre los alumnos, favorece los intercambios, las discusiones, ordena la participación, organiza las puestas en común y explica. Es el responsable de que se formule el "saber de la clase", cuidando que este se vincule con lo que se ha realizado, pero que a la vez sea reconocible, reutilizable, desprendido progresivamente del contexto en que apareció. Este aspecto es siempre crítico y lo es aun más en el primer ciclo porque, para que los conocimientos "funcionen", es necesario provocar una verdadera "inmersión" de los alumnos en los contextos propuestos, y asumir que los conocimientos puestos en juego tienen un funcionamiento muy local y provisorio y que la descontextualización es relativa. Es importante incluir esa generalización en un proyecto a largo plazo.

Se sugiere la lectura del apartado "Anexo. Organización de las interacciones de los alumnos entre sí y con el maestro", en *Matemática. Documento de trabajo nº5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*, Actualización curricular, pp. 145-149.

No se espera en este ciclo una fuerte adquisición de vocabulario matemático y el manejo del lenguaje simbólico se orienta a unos pocos signos muy básicos. Todo ello señala cuán delicada resulta la identificación de los conocimientos puestos en juego por los alumnos y el establecimiento de relaciones entre lo producido y los saberes por enseñar, al intentar que los conocimientos trabajados sean reconocidos, reutilizables, etcétera, y estén al mismo tiempo expresados en términos que tengan sentido para los alumnos.

En este proceso el maestro devuelve a los alumnos el producto de su trabajo y también identifica aquello que se ha enseñado y que empezará a ser requerido. Favorece que los niños tomen conciencia de lo que ya saben y les enseña a utilizarlo para resolver lo que no saben. Señala lo que tiene que ser practicado, les muestra la utilidad de dominar algunos aspectos del conocimiento matemático para estar en condiciones de abordar nuevos problemas, plantearse nuevas preguntas, explorar regularidades, formular y utilizar ciertas propiedades que se van estableciendo. Un enfoque centrado en la resolución de problemas no excluye la importancia de la eficacia y el dominio de los conocimientos. Al contrario, algunos aspectos constitutivos del sentido en el trabajo matemático solo pueden ser abordados a partir del dominio que inaugura nuevas exploraciones.

Es el maestro el que lleva registro del proceso del grupo de la clase y del proceso de cada uno de los alumnos. Es quien detecta las dificultades en algunos aspectos de la enseñanza que se está llevando adelante. Es quien organiza momentos de trabajo y actividades orientadas a dar oportunidad a algunos alumnos de volver a trabajar de otro modo aquello que sea necesario y es quien repiensa estrategias de abordaje para toda la clase, si los resultados indican su necesidad.

Los desafíos de este enfoque

Los desafíos constantes son un rasgo de la enseñanza. Cada maestro toma muchas decisiones cada día y responde permanentemente a situaciones complejas y diversas. Asumiendo la parcialidad de lo que se subrayará, se ha seleccionado lo que se considera un desafío central de este enfoque para la enseñanza.

El desafío principal de este enfoque consiste en lograr que todos los alumnos sean protagonistas del quehacer matemático en el aula, sean actores de su saber, posibilitando de este modo que los conocimientos adquieran sentido para ellos. Esto implica que los pueden reconocer como instrumentos válidos para resolver problemas y además que resulta posible en la clase, con aportes del docente, analizar cómo funcionan esos conocimientos y, progresivamente, identificarlos, relacionarlos con otros, nombrarlos de algún modo, reconocerlos como pertenecientes a una cultura común y posibles de ser utilizados en otros contextos.

Para muchos docentes, comprometerse con este enfoque significa tener que reconstruir sus experiencias y adquisiciones, cuando no han tenido el carácter que se está proponiendo. La búsqueda de producir una enseñanza con sentido para los alumnos puede significar la oportunidad de construir nuevos sentidos para los conocimientos matemáticos de los que disponen.

Se propone una enseñanza que tiene como objeto no solo un conjunto de conocimientos, sino la apropiación por parte de los alumnos del quehacer que los produce.

El desafío consiste entonces en llevar adelante una enseñanza que permita a los alumnos aprender matemática haciendo matemática. Es asumir que el tipo de práctica en la que se adquieren los conocimientos condiciona fuertemente el sentido y el grado de apropiación que se tiene de ellos.

Los niños son activos intelectualmente antes de venir a la escuela. Sin embargo, en la escuela han de aprender ciertas modalidades y reglas de la actividad intelectual, en particular matemática, que no se aprenden por simple inmersión en la vida cotidiana. Así, por ejemplo, los niños resuelven en la vida diaria múltiples problemas similares a los problemas aritméticos o espaciales que se les van a plantear en la escuela. Sin embargo, la vida diaria raramente demanda producir registro de lo que se ha hecho, discutir sobre lo adecuado o económico de un procedimiento, o sobre las relaciones entre estrategias. Hay múltiples aspectos, completamente sustantivos de la actividad matemática que, para ser aprendidos, requieren de la enseñanza sistemática que solo la escuela puede proveer.

Los alumnos tienen que aprender a participar de actividades de distinta naturaleza, que apuntan a diversas finalidades. No es lo mismo resolver un cálculo que buscar los medios para comunicar el procedimiento empleado. No es lo mismo estimar resultados que verificarlos. No es lo mismo aceptar que algo es correcto o incorrecto que aprender a dar razones de lo que se afirma.

Algunas dimensiones para pensar la enseñanza

Dado que ninguna actividad vale más en sí misma que otra sino que ponen en juego distintos modos de funcionamiento del conocimiento matemático, es necesario dar oportunidad a los alumnos de reconocer, realizar y analizar estos diversos tipos de actividades. Estas cuestiones no son obvias para los alumnos y también deberán ser objeto de enseñanza.

Esto significa que, para pensar la enseñanza, es preciso plantearse no solo qué problema, qué cuestión va a desencadenar el trabajo, sino también qué tipo de interacciones se plantearán en torno al conocimiento que está en juego. Los tipos de interacción de los alumnos con la situación y entre sí y las diversas intervenciones docentes obedecen a muchas condiciones, atrapables solo parcialmente, dependientes de concepciones didácticas y de los múltiples condicionamientos que hacen a la configuración del trabajo docente. Solo se pretende subrayar que pensar la enseñanza supone, además de seleccionar los problemas, imaginar las dinámicas que se van a provocar en la clase para que los conocimientos en juego funcionen y evolucionen. Algunas de las preguntas pertinentes para estos problemas son: ¿cuáles son los conocimientos en que van a apoyarse los alumnos para empezar a trabajar, para producir las primeras soluciones?, ¿necesitan tener disponibles algunos materiales?, ¿hay diversas soluciones posibles?, ¿tienen jerarquías?, ¿conviene ponerlos a trabajar en pareja o en grupo?, ¿hay en juego cuestiones con el lenguaje?, ¿qué relación hay entre los procedimientos que usan y las escrituras que pueden producir?, ¿qué relaciones aritméticas existen entre los diferentes procedimientos?, ¿se puede tomar esto como objeto de reflexión?, ¿o es mejor que presenten sus producciones al conjunto y las comparen?, ¿les doy un rato para que en el equipo vean si todas son soluciones al problema?, ¿nombro a un representante de cada grupo que plantee sus observaciones?, ¿lo elijo al azar?, ¿vale la pena hacer una puesta en común?, ¿apuntando a qué?, ¿a la diversidad?, ¿al avance de los procedimientos?, ¿a la relación entre ellos?, ¿qué busco que quede establecido como producto de este trabajo?, ¿qué explicación podría construir que reconozca e integre lo general de las diferentes relaciones movilizadas por la clase?", ¿qué va a quedar registrado?, ¿qué actividades individuales voy a proponer?

En síntesis:

Es pensar el quehacer además del motivo del quehacer. Es prever las condiciones para que los alumnos puedan actuar frente a los problemas, expresar de diversos modos sus producciones (oralmente, por escrito, con dibujos, símbolos, etc.), elaborar modos de decidir lo adecuado o no de los procedimientos y resultados, dar razones y establecer junto al maestro cuáles son los nuevos conocimientos producto del trabajo.

En el primer ciclo, y especialmente en primer grado, es necesario plantearse cómo incluir a los niños en este nuevo quehacer. Se trata, precisamente, de desarrollar en los alumnos la idea de que la resolución de un problema no es consecuencia del azar, de una adivinanza o una genialidad, sino que se construye y requiere organización, perseverancia, etcétera. Se busca que los alumnos reconozcan ciertas características de la actividad de resolución de problemas, distintas de las de otras actividades, y que desarrollen actitudes y capacidades específicas para la resolución de problemas. Para poner en marcha un trabajo de esta naturaleza se debe plantear a los alumnos problemas verdaderos y darles oportunidad de aprender qué significa resolver un problema.

Se sugiere la lectura del apartado "El rol de la resolución de problemas en la enseñanza de Matemática", en *Matemática. Documento de trabajo nº2, Primer ciclo*, Actualización curricular, p. 4.

La enseñanza debe favorecer que los alumnos puedan:

- tomar conciencia de que hay algo que se busca averiguar, un desafío que orienta las acciones que van a llevar adelante;
- desarrollar sus recursos para representarse la situación y, en ese marco, apropiarse de la pregunta que le ha sido planteada, de la consigna propuesta, de la naturaleza de la tarea por realizar;
- buscar, reflexionar, es decir, aceptar el hecho de que resolver un problema no es siempre una tarea fácil, que puede tomar tiempo e, incluso, no terminarse en una clase;
- aprender a reconocer lo que se sabe y lo que se busca saber y a buscar con qué recursos cuentan para resolverlo;
- aprender a apoyarse en los conocimientos que tienen para resolver tareas más difíciles;
- comunicar a los demás las ideas que se les ocurren, tanto como interpretar y usar ideas que otros proponen;
- producir una solución, que puede ser distinta de la de otros compañeros o equipos;
- aprender a explicar lo que han hecho, incluir como parte del trabajo el pensar cómo presentarlo y dejar, si es posible, registro escrito de lo que han hecho y obtenido;
- involucrarse en la revisión del trabajo propio y ajeno y en la corrección o la reelaboración cuando sea necesario.

Desde este punto de vista, en los primeros años, resulta primordial instalar cierto modo de funcionamiento en las clases, ciertas reglas para los diversos momentos de trabajo (colectivo, en equipo, individual), respecto de las modalidades de corrección, de evaluación, etc. Estos aspectos son contenidos de la enseñanza tanto como los más reconocibles en términos matemáticos y también han de ser pensados como producto de progresiones.

Aunque es imposible comunicar declarativamente un enfoque para la enseñanza, se ha intentado enunciar una direccionalidad básica para el trabajo matemático en la escuela, que no puede atraparse de manera general, sino que será necesario reconstruir a propósito del trabajo específico en torno de los diferentes contenidos.

Propósitos de enseñanza del ciclo

La escuela tiene la responsabilidad de:

- Fomentar la interacción entre los alumnos para que aprendan a cooperar, a asumir responsabilidades para una tarea en común, participando de esta manera en la producción colectiva del conocimiento matemático en el aula.
- Brindar oportunidades a los alumnos para que usen en el aula los conocimientos que poseen y los compartan con sus compañeros, buscando que establezcan vínculos entre lo que saben y lo que están aprendiendo.
- Proponer a los alumnos una variada gama de situaciones de trabajo que enriquezca sus experiencias y representaciones sobre lo que es hacer matemática en el aula.
- Desarrollar una actividad en el aula que permita, desde los primeros contactos con la matemática, que los niños adquieran confianza en sus posibilidades de producir resultados matemáticos.
- Crear las condiciones que permitan a los alumnos participar en la resolución de problemas sin que el éxito inmediato sea el objetivo central, valorando en su lugar el intercambio, la discusión, el análisis de los aciertos y los errores como parte del proceso de resolución.
- Proponer actividades tendientes a que los alumnos asuman como propia la evaluación de los procesos y los resultados, y se dispongan a reelaborarlos cuando sea necesario.

Objetivos de aprendizaje

En este apartado se incluyen diferentes niveles de concreción de los objetivos de aprendizaje de los alumnos del nivel primario, en distintos momentos de su escolaridad:

Metas de aprendizaje para los alumnos al egresar del nivel primario

Objetivos de aprendizaje del ciclo

Objetivos de aprendizaje por grado

Las metas que se espera que los alumnos y alumnas aprendan a lo largo de su paso por la escuela primaria han sido elaboradas con la expectativa de que será posible lograrlas si se llevan a cabo proyectos institucionales y procesos de enseñanza acordes con la formulación de este Diseño Curricular. Su logro requiere que se garantice el cumplimiento de las *finalidades* del Nivel Primario:

- Garantizar el acceso a saberes, prácticas y experiencias culturales relevantes para la realización integral de las personas.
- Brindar los saberes y las experiencias necesarias para que niños y adolescentes puedan intervenir progresivamente en los asuntos públicos, ejerzan diferentes maneras de participación en una sociedad democrática y se formen como ciudadanos.
- Promover el desarrollo de la personalidad, el pensamiento crítico, la solidaridad social y el juicio moral autónomo de los alumnos incrementando su capacidad de conocerse y cambiar, de conocer el mundo e influir en él.
- Garantizar el dominio por parte de todos los alumnos de las herramientas necesarias para continuar su aprendizaje más allá de la educación primaria.

Para el cumplimiento de estas finalidades, el sistema educativo de la Ciudad se responsabiliza de:

- Garantizar a todos los niños y adolescentes sin excepción el ejercicio pleno de su derecho a aprender.

- Asegurar a las instituciones escolares las condiciones necesarias para poder cumplir con las responsabilidades que se les asigna el Diseño Curricular y, de manera primordial, con su rol de enseñar.
- Acompañar procesos institucionales de evaluación pedagógica de la que participen docentes y directivos para orientar la enseñanza.

Metas de aprendizaje para el nivel primario 4

Se enuncian a continuación las metas de aprendizaje para el nivel primario y se señalan también las condiciones institucionales necesarias para su concreción.

Si en la escuela se transmite la convicción de que la matemática es una cuestión de trabajo, estudio y perseverancia y, por lo tanto, accesible a todos (en lugar de suponer la existencia de un don para esta área); si se plantean situaciones donde los alumnos puedan explorar formas de resolución diversas, poner en juego sus conocimientos, elaborar conjeturas, ponerlas a prueba y construir progresivamente nuevos recursos matemáticos cada vez más elaborados; si se inicia a los alumnos en prácticas de argumentación y de reflexión en torno a las formas de resolver problemas, a los errores que aparecen, a las conjeturas propias o de sus compañeros, a la validez de los resultados obtenidos o de las relaciones matemáticas que se producen y circulan en las clases, y si se generan condiciones para la producción colectiva del conocimiento de manera similar a la forma en que nace, crece y se transforma la propia disciplina matemática, se espera que los alumnos, al finalizar el Nivel Primario, puedan lograr las siguientes metas.

- Elaborar estrategias personales para resolver problemas y modos de comunicar sus procedimientos y resultados, interpretando, produciendo o transformando sus formas de representación en función de los problemas que resuelven o analizan.
- Asumir progresivamente la responsabilidad de validar sus producciones, construyendo estrategias pertinentes y considerando la validación como un aspecto inherente a la práctica matemática.

- Participar activamente en situaciones colectivas de análisis y reflexión sobre los problemas, sus formas de resolución, los errores propios y ajenos, las diversas soluciones obtenidas, la explicitación de relaciones matemáticas involucradas y las diferentes escrituras utilizadas.
- Resolver problemas que impliquen usar, leer, escribir y comparar números sin límite, incluyendo variadas formas de representación.
- Resolver problemas que exijan componer y descomponer aditiva y multiplicativamente los números, analizar el valor posicional y tener en cuenta la información contenida en la escritura decimal.
- Resolver múltiples situaciones que involucren distintos sentidos de las operaciones básicas, usando diversos campos numéricos y reconociendo las diversas operaciones y estrategias que permiten resolver un mismo problema.
- Construir, seleccionar y utilizar variadas estrategias de cálculo (mental oral, mental escrito, algorítmico, aproximado y con calculadora) para sumar, restar, multiplicar y dividir, poniendo en juego las propiedades de las operaciones y de los números para determinar la validez de ciertas proposiciones.
- Recurrir a las nociones de múltiplos, divisores y a los criterios de divisibilidad para resolver diferentes clases de problemas, analizar relaciones entre cálculos y anticipar resultados.
- Interpretar, producir y comparar expresiones fraccionarias y decimales al resolver distintos tipos de problemas, comparando las características y propiedades de estas expresiones con las de los números naturales.
- Resolver diferentes clases de problemas que involucran expresiones fraccionarias y decimales, usando y analizando formas de resolución y elaborando o usando variadas estrategias de cálculo (mental oral, mental escrito, algorítmico, aproximado y con calculadora).
- Resolver problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa e inversa con números naturales y racionales, analizando la pertinencia o no del modelo proporcional para interpretar ciertas situaciones.
- Resolver problemas que exijan poner en juego propiedades de las diferentes figuras y cuerpos geométricos, tanto para resolver problemas que remitan a la construcción de formas como para anticipar resultados, elabo-

rar conjeturas y determinar la validez de diferentes tipos de enunciados.
- Estimar diferentes medidas de longitud, peso y capacidad y realizar mediciones efectivas eligiendo las unidades y los instrumentos adecuados.
- Resolver problemas que involucren determinar o analizar equivalencias entre diferentes unidades de medida, poniendo en juego las relaciones entre el sistema de numeración decimal, las fracciones decimales, el Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) y la proporcionalidad.
- Determinar áreas y perímetros de figuras y analizar las variaciones que se producen al modificar ciertas variables, considerando la independencia de ambas magnitudes.

Objetivos de aprendizaje del ciclo

Una de las características que la Escuela Primaria asume en la Ciudad es la de ser ciclada, diferenciándose internamente en dos ciclos, cada uno de los cuales realiza su aporte específico a las finalidades generales del nivel.

Dentro de los ciclos, conserva la diferenciación de grados pero alentando una perspectiva procesual del aprendizaje y de la enseñanza. Asimismo, se enfatiza la idea de flexibilizar la organización dentro de cada grado y ciclo en función de fines determinados vinculados con las necesidades educativas de los alumnos y sus trayectorias, así como la unidad pedagógica entre primero y segundo grado.

El logro de aprendizajes complejos requiere inscribir el proyecto de enseñanza en una perspectiva temporal de largo plazo como es la del ciclo; implica aprovechar la posibilidad y el desafío de contar con más tiempo al servicio del aprendizaje, desplegando una variedad de intervenciones didácticas adecuadas que favorezcan una verdadera apropiación de los contenidos que la escuela ofrece a todos los alumnos, brindando continuidad en su aprendizaje y respetando la diversidad de puntos de partida y estilos de aprendizajes.

Objetivos de aprendizaje del primer ciclo

Se enuncian a continuación los objetivos previstos para el primer ciclo, para cuyo cumplimiento diferentes alumnos pueden requerir diversos grados de mediación del docente o de cooperación de los compañeros.

- Elaborar estrategias personales para resolver problemas y adquirir modos de comunicar sus procedimientos y resultados, con una utilización progresiva del vocabulario y símbolos matemáticos.
- Disponerse al intercambio entre pares, esforzándose tanto para interpretar las ideas de otros como para comunicar las propias, ya sea en lo relativo a la interpretación de situaciones y consignas, ya sea en la formulación de alternativas de solución y en la evaluación de la adecuación de procedimientos utilizados y resultados obtenidos, como forma de iniciarse en la práctica de dar razones.
- Analizar los errores propios y de los otros aprendiendo a evaluar su importancia y a reelaborar procesos y resultados.
- Seleccionar los datos que permiten resolver una situación, así como reconocer la insuficiencia o el carácter contradictorio de los datos disponibles.
- Resolver problemas reconociendo que una misma operación está relacionada con problemas diferentes y que un mismo problema puede ser resuelto mediante operaciones diferentes.
- Resolver problemas que involucren suma, resta, multiplicación y división de números naturales.
- Iniciarse en la comprensión de la organización posicional decimal del sistema de numeración, interpretando la información contenida en las escrituras numéricas y produciendo descomposiciones aditivas y multiplicativas de los números.
- Apoyarse en la organización decimal del sistema de numeración para desarrollar métodos de cálculo para cada una de las operaciones aritméticas.
- Realizar diferentes tipos de cálculos (exacto, aproximado, mental oral y escrito, algorítmico y con calculadora), identificando su adecuación a la situación que se les plantee y a los números involucrados.
- Elaborar y usar un repertorio de resultados de cálculos aditivos y multiplicativos básicos que les permita operar con seguridad y eficacia en

la resolución de problemas, y en el cual puedan apoyarse para resolver cálculos no incluidos en dicho repertorio.

- Describir y comunicar la ubicación de objetos en el espacio, así como sus desplazamientos, mediante diagramas, dibujos e instrucciones verbales.
- Interpretar croquis, planos, mapas, etc. para resolver problemas relativos a localizaciones y desplazamientos en el espacio.
- Identificar características de figuras y cuerpos en situaciones que involucren descripciones, construcciones y representaciones.
- Interpretar informaciones presentadas en tablas, gráficos, etc., y elaborar formas de registro y comunicación de informaciones en situaciones que requieran un particular tratamiento y organización de los datos, ya sea por la cantidad, ya sea por la distancia en el tiempo de las informaciones que se deben recoger.
- Realizar estimaciones y mediciones escogiendo, entre las unidades y los instrumentos de medida más usuales, los más pertinentes en relación con el tamaño y naturaleza del objeto por medir.

Objetivos de aprendizaje por grado 5

Los objetivos que aquí se presentan especifican los aprendizajes vinculados con el área de Matemática que se espera que construyan los alumnos en cada uno de los grados del primer ciclo del Nivel Primario.

Los objetivos deben ser considerados como indicadores de los avances en los aprendizajes que los alumnos logren. Así, no deberán ser considerados como taxativos ni concluyentes sino, y fundamentalmente, como orientadores de las múltiples decisiones que los docentes deben tomar tanto para organizar recursos y estrategias pedagógico-didácticas que ayuden a algunos alumnos durante el año lectivo, como para la promoción. Con respecto a esta última, se sugiere que las decisiones se fundamenten en que los conocimientos adquiridos por los alumnos les posibiliten seguir aprendiendo en los años siguientes, respetando sus trayectorias.

Una cuestión particular en el primer ciclo se refiere a considerar como unidad pedagógica a los dos primeros años de la escuela primaria (Resolución Consejo Federal N° 174/12, refrendada a nivel Jurisdiccional por

Resolución 3278/MEGC/13). De este modo, recién al finalizar segundo grado se define la promoción de los alumnos al grado siguiente. No obstante, es posible identificar una secuencia de logros por los cuales el alumno debe transitar en sus dos primeros años de escolaridad primaria.

Por otro lado, así como en la formulación de las metas del Nivel Primario se ha incluido una síntesis de las condiciones necesarias para su logro, también aquí se tienen en cuenta las condiciones didácticas propias del área. Esto es necesario porque actualmente se reconoce que no es suficiente con enunciar los contenidos que serán evaluados sin considerar el enfoque didáctico a través del cual fueron enseñados; los contenidos no deben separarse del contexto didáctico en que se abordan. Las interacciones que el docente propicie, tanto con el saber a enseñar como entre los alumnos, inciden en aquello que se aprende.

Con el propósito de ilustrar lo que se afirma, se presenta el siguiente ejemplo: uno de los objetivos formulados es que los niños sean capaces de "elaborar estrategias personales para resolver problemas y adquirir modos de comunicar sus procedimientos y resultados, con una utilización progresiva del vocabulario y los símbolos matemáticos". Si la enseñanza no propone múltiples situaciones de resolución de problemas, si no se habilita la posibilidad de que se utilicen estrategias personales para resolverlos y de que estas se comuniquen, se discutan, y se analicen las relaciones entre ellas y las razones que las sostienen, etcétera, y en cambio se continúa privilegiando el uso de técnicas de cálculo, se alcanzaría otro aprendizaje diferente del que se espera.

Considerar estos objetivos y destacar la importancia del enfoque de enseñanza alienta la idea de que los objetivos de aprendizaje pueden convertirse en una herramienta fértil para contribuir al desarrollo y fortalecimiento de los procesos pedagógicos e institucionales, en tanto ayuden a visibilizar los logros de los alumnos durante toda su trayectoria escolar.

Los objetivos de aprendizaje permiten a la comunidad educativa conocer los aprendizajes que se espera que logren los alumnos año a año en la Escuela Primaria, promoviendo así el necesario compromiso entre la escuela y la comunidad escolar.

En articulación con la Educación Inicial y con la Educación Secundaria, los objetivos que aquí se detallan promueven el desarrollo de la comunicación; el pensamiento crítico; la iniciativa y la creatividad; el análisis y la comprensión de la información; la resolución de problemas y conflictos; la interacción social y el trabajo colaborativo; la ciudadanía responsable; la valoración del arte; el cuidado de sí mismo; el aprendizaje autónomo y el desarrollo personal.

A continuación, se enuncian los objetivos de aprendizaje, junto con las condiciones didácticas que favorecen su cumplimiento.

Si la escuela ha ofrecido a los alumnos variadas oportunidades de usar los conocimientos que poseen y de compartirlos con sus compañeros, alentando a que establezcan vínculos entre lo que saben y lo que están aprendiendo; si ha propuesto de modo sistemático una variada gama de situaciones de trabajo que enriquecieron sus experiencias y representaciones sobre lo que es hacer matemática en el aula; si ha desarrollado de manera sostenida la participación de los niños en la resolución de problemas sin que el éxito inmediato sea el objetivo central, valorando en su lugar el intercambio, la discusión, el análisis de los aciertos y de los errores como parte de las tareas de resolución, y si ha propuesto actividades que permitan a los alumnos involucrarse en la evaluación de los procesos y los resultados y se disponga a reelaborarlos cuando sea necesario, se espera que durante el primer ciclo los alumnos puedan construir los siguientes aprendizajes.

Primer grado / primer año de la Unidad Pedagógica

Números naturales y operaciones

- Utilizar el conteo para armar una colección de objetos, para comparar colecciones de objetos, para determinar posiciones en una serie, etcétera.
- Comparar números escritos de diferente o de la misma cantidad de cifras.
- Interpretar y producir escrituras numéricas de dos dígitos basándose en relaciones entre la serie numérica oral y escrita.
- Participar de intercambios en relación con la numeración oral y escrita en los que se expliciten y discutan relaciones numéricas.
- Desplegar estrategias (conteo apoyado en gráficos o en números, cálculos) para abordar problemas de suma y resta donde se involucren los sentidos

más sencillos de estas operaciones –unir, agregar, ganar, avanzar, quitar, perder, retroceder.

- Utilizar un repertorio incipiente de algunos resultados de sumas.
- Elaborar y analizar procedimientos basados en descomposiciones aditivas de los números.
- Establecer relaciones entre el repertorio de sumas conocido y otros cálculos. Introducirse en la producción de explicaciones de dichas relaciones.

Espacio, geometría y medida

- Reproducir o construir figuras geométricas de lados rectos en papel cuadriculado.
- Identificar figuras geométricas considerando algunas de sus características (lados iguales o diferentes, lados rectos o curvos, cantidad de lados y de vértices).
- Reproducir cuerpos geométricos con masa.
- Identificar cubos entre otros cuerpos a partir de algunas de sus características (caras planas; cantidad de caras, aristas y vértices; igualdad de las caras y aristas).
- Interpretar y comunicar información referida a posiciones y recorridos en el espacio físico.
- Producir e interpretar medidas de longitudes con diferentes instrumentos, incluidos los de uso social.
- Referirse a unidades de tiempo y utilizar el calendario para ubicar acontecimientos.

Segundo grado / segundo año de la Unidad Pedagógica

Números naturales y operaciones

- Establecer algunas relaciones de la serie numérica oral y escrita tanto para comparar números de igual o diferente cantidad de cifras, como para interpretar y producir números de hasta tres dígitos.
- Analizar la información contenida en la escritura decimal de los números o realizar composiciones y descomposiciones aditivas a partir de dicho análisis.
- Participar de discusiones en torno a la equivalencia de ciertas descomposiciones.

- Resolver problemas que remitan a diferentes significados de la suma y de la resta, bajo diferentes formas de presentación, que puedan ser abordados mediante diferentes recursos de cálculo (por ejemplo: cálculos mentales exactos y aproximados, algorítmicos, etcétera).
- Disponer de un repertorio de algunos resultados de sumas y sus respectivas relaciones con cálculos de restas.
- Utilizar el repertorio disponible para resolver otros cálculos y elaborar justificaciones que se basen en las relaciones entre ellos.
- Realizar cálculos mentales de suma y resta basándose en descomposiciones de los números y resultados conocidos.

Espacio, geometría y medida

- Construir e identificar figuras geométricas considerando algunas de sus características (lados iguales o diferentes, cantidad de lados y de vértices, medidas de los lados).
- Construir (con masa y palillos) e identificar cuerpos geométricos (por ejemplo, cubos y prismas) considerando algunas de sus características (caras planas o curvas; cantidad de caras, aristas y vértices; forma de las caras; caras iguales y diferentes), así como también establecer relaciones entre figuras y las caras de los cuerpos.
- Interpretar y elaborar códigos para comunicar informaciones sobre posiciones.
- Producir e interpretar medidas de longitudes y pesos con diferentes instrumentos, incluidos los de uso social.

Tercer grado

Números naturales y operaciones

- Establecer algunas regularidades de la serie numérica oral y escrita para interpretar, producir y comparar escrituras numéricas de hasta cuatro cifras.
- Componer y descomponer números en forma aditiva y multiplicativa analizando el valor posicional de las cifras.
- Producir explicaciones en el marco de los intercambios colectivos de la clase que apelen a las operaciones subyacentes en la organización de los números escritos.

- Resolver problemas que remitan a diferentes significados de la suma y de la resta, bajo diferentes formas de presentación, que puedan ser abordados mediante diferentes recursos de cálculo (por ejemplo: cálculos mentales exactos y aproximados, algorítmicos, etcétera).
- Participar en prácticas de validación de procedimientos de resolución de problemas y cálculos.
- Participar en instancias de análisis de diferentes procedimientos de resolución de problemas y cálculos.
- Resolver problemas de multiplicación –que remitan a las relaciones de proporcionalidad simple– en situaciones sencillas, bajo diferentes formas de presentación y que puedan ser abordados mediante diferentes recursos de cálculo (por ejemplo: cálculos mentales exactos y aproximados, algorítmicos, etcétera).
- Resolver problemas de repartos y particiones equitativas, bajo diferentes formas de presentación y que puedan ser abordados mediante diferentes recursos de resolución.
- Ampliar el repertorio de resultados de sumas y restas, y algunos resultados de multiplicaciones.
- Utilizar el repertorio de resultados de suma, resta y multiplicación disponible para resolver nuevos cálculos y construcción de una justificación de sus resultados apelando a relaciones entre ellos.
- Realizar cálculos mentales de suma y resta basándose en descomposiciones de los números y en resultados conocidos.

Espacio, geometría y medida

- Construir e identificar figuras geométricas considerando algunas de sus características (lados iguales o diferentes, lados rectos o curvos, cantidad de lados y de vértices, medidas de los lados, ángulos rectos) así como también establecer relaciones entre diferentes figuras.
- Analizar la igualdad de figuras a partir del análisis de la posibilidad de superposición.
- Construir e identificar algunos cuerpos geométricos –por ejemplo: cubos, prismas, cilindros, pirámides– considerando algunas de sus características (caras planas o curvas; cantidad de caras, aristas y vértices; forma de

las caras; caras iguales y diferentes) así como también establecer relaciones entre figuras y cuerpos.
- Interpretar y elaborar códigos –incluyendo planos– para comunicar informaciones sobre posiciones y recorridos.
- Producir e interpretar medidas de longitudes, pesos y capacidades con diferentes instrumentos, incluidos los de uso social.
- Leer e interpretar información en relojes digitales y de aguja.

Contenidos

En el primer ciclo, como en toda la escolaridad, se enseña un quehacer que tiene como objeto un conjunto de conocimientos matemáticos considerados fundamentales. Como se ha dicho, el primer ciclo tiene la responsabilidad de asegurar que los alumnos ingresen en este tipo de actividad particular y se apropien de sus rasgos centrales. Se ha insistido, en el enfoque del área, en que el tipo de prácticas que se propone a los alumnos resulta un elemento muy determinante del sentido que los conocimientos pueden tener para ellos.

En este apartado se presenta la selección de contenidos definida para el primer ciclo, organizada en dos ejes:

- Números y operaciones
- Espacio, geometría y medida

El trabajo sobre la identificación de datos, incógnitas y soluciones en los problemas, aspecto relevante para la conceptualización de las operaciones aritméticas, recorre transversalmente las propuestas del primero de estos ejes.

Al respecto, puede consultarse también el apartado "Tratamiento de la información" en *Matemática. Documento de trabajo n°2, Primer ciclo*, p. 8.

Números y operaciones

Si bien se ha resaltado cierta especificidad de los aprendizajes numéricos y de las operaciones, es necesario recordar que se encuentran estrechamente ligados entre sí y que los aprendizajes sobre cada uno involucran a o repercuten sobre los aprendizajes del otro.

Como ocurre con todos los contenidos, la resolución de problemas provee el marco en el que habrá de plantearse la enseñanza. En este enfoque, las nociones matemáticas (los números, las operaciones) deben aparecer, en principio, como herramientas útiles para resolver problemas, como producto de la actividad de los alumnos ante situaciones a las que confieren sentido. Solo entonces esas herramientas podrán ser estudiadas en sí mismas, tomadas como objeto de reflexión, nombradas, definidas...

Este enfoque provoca un gran desafío para la enseñanza: el de proponer a los alumnos una variedad de problemas que les permitan construir diversos sentidos de los conocimientos y el de gestionar el trabajo en torno a ellos. Pero los alumnos no pueden avanzar mucho en el tratamiento de problemas si no disponen progresivamente de un conjunto de recursos movilizables.

El desafío consiste, entonces, en poder pensar la enseñanza en el ciclo y dentro de cada año como un equilibrio y un movimiento entre el planteo de situaciones abiertas, la aparición de diversos procedimientos y formas de representación, el dominio de los recursos, la automatización de ciertos conocimientos, la reinversión ante nuevas situaciones. Como se ha planteado, un abordaje centrado en la resolución de problemas no excluye la importancia de la eficacia y el dominio de los conocimientos.

Al contrario, profundizar el sentido de los conocimientos, poder abordar nuevas exploraciones, requiere disponer de puntos de apoyo sólidos constituidos en aprendizajes anteriores.

Los problemas constituyen el contexto de trabajo desde el inicio de primer grado. Es a raíz de enfrentar y resolver situaciones que involucran cantidades que los alumnos progresarán en sus conocimientos numéricos.

La hipótesis central de este enfoque sostiene que resulta vano definir, componer, simbolizar los números antes y fuera de un contexto de empleo.

Por el contrario, es a través del uso que haga, del dominio que se construya, que el alumno elaborará sus propias concepciones del número, no definitivas, siempre en evolución, completadas o cuestionadas con la extensión del campo numérico que conoce, con el descubrimiento de nuevas posibilidades de utilización, con el avance en las capacidades de calcular y, mucho más tarde, con el descubrimiento de la existencia de otras clases de números.

Desde esta perspectiva, el rol del maestro no consiste en “presentar” los números uno tras otro, sino en proponer a los niños situaciones que les permitan usarlos de modo que las palabras y los signos que los designan se impregnen de sentido. Estos números que los alumnos han comenzado así a utilizar pueden ser "aprovisionados" (registrados, ordenados) buscando comprender sus escrituras cifradas, sus denominaciones orales, ciertas relaciones entre ellos, etcétera.

El sentido de los números como objeto de enseñanza

Si se plantea que los niños deben poder capturar el sentido de los números funcionando como respuesta a problemas, es necesario preguntarse, desde una perspectiva didáctica: ¿para qué sirven los números?, ¿cuáles son las funciones de los números que los alumnos de Nivel Inicial y de los primeros grados pueden reconocer y utilizar para construir el significado?

En el inicio de primer grado se busca llevar a los niños a que tomen conciencia del poder que dan los números como memoria de la cantidad y de la posición y como recurso para anticipar el resultado de situaciones no presentes o acciones aún no realizadas. La utilidad de los números en tanto memoria de cantidades y posiciones se refiere a la posibilidad que brindan de conservar informaciones cuantitativas a través del tiempo y del espacio. Es decir, permiten indicar una cantidad (aspecto cardinal) y evocarla sin que esté presente, así como también pueden indicar la posición (aspecto ordinal) de un objeto en una serie o lista sin tener que recorrerla integralmente. Otras veces, los números son usados como códigos para identificar algo –por ejemplo, el número de un colectivo– sin expresar con ello nada relativo a la cantidad o al orden.

Para ampliar diferentes funciones de los números véanse *Matemática. Los niños, los maestros y los números*. Desarrollo curricular, 1º y 2º grado y el apartado "Matemática", en *Diseño Curricular para la Educación Inicial. Niños de 4 y 5 años*, p. 115.

Para favorecer la toma de conciencia del poder de los números, habrá que plantear situaciones en las que una información numérica tenga que conservarse en el tiempo o en el espacio; por ejemplo, los puntajes de un juego que se acumulan, los resultados parciales de un juego que continúa o las informaciones que han de ser usadas por otras personas o por los alumnos mismos en un lugar distinto de aquel donde la obtienen, etcétera.

Un trabajo con colecciones

Se propone plantear a los niños un conjunto de situaciones que involucren diversas acciones sobre colecciones: comparar, igualar, armar una colección que tenga tantos elementos como otra, el doble, el triple o la mitad que otra, etcétera.

En un primer momento, se busca que los alumnos recurran al conteo como un medio privilegiado frente a estas situaciones. A lo largo de primer grado, se intentará provocar la evolución de los procedimientos de conteo utilizados por el alumno (empleo de sobreconteo, "desconteo") y el recurso progresivo a procedimientos basados en el cálculo.

> Para una caracterización detallada de estos procedimientos así como para una propuesta de actividades que los involucra, se sugiere la lectura de *Matemática. Los niños, los maestros y los números*, Desarrollo curricular, 1° y 2° grado y *Diseño Curricular para la Educación Inicial. Niños de 4 y 5 años*, *ibid.* y *Matemática. Las situaciones numéricas. Propuestas de trabajo para las salas de 4 y 5 años*, Aportes para la enseñanza. Nivel Inicial.

Al mismo tiempo, se propone plantear a los niños situaciones relativas a la transformación de una colección: agregar, sacar, partir, distribuir. Estas acciones producen efectos, resultados. Los alumnos comienzan a usar poco a poco algunos medios para representarse mentalmente la situación, sus acciones, sus resultados. Al principio, en algunas situaciones, para números pequeños. Luego, paulatinamente, podrán anticipar el resultado de acciones no realizadas todavía. Se trata pues de la segunda función de los números mencionada: su poder para la anticipación de dichos resultados a partir de algunas informaciones.

¿Qué significan los números como recursos para anticipar? Tomemos un ejemplo: a un chico le encargan ir a comprar una factura que cuesta $3 y le dan un billete de $5. Anticipa que el panadero tiene que devolverle $2. Sus conocimientos numéricos le han permitido saberlo antes de que el hecho suceda. Le dan también la posibilidad de verificar la conformidad de lo que sucede efectivamente en la realidad con lo que él esperaba de acuerdo con su anticipación y de tener control sobre la situación. No solo puede constatar, sino que el resultado mental al que ha llegado puede servirle como norma de referencia ("Está bien, me dieron $2 de vuelto").

Decir que descubrir el poder de anticipación que dan los números constituye un propósito esencial de los primeros grados es reconocer que se trata de un aprendizaje largo y difícil, que no se realiza en una vez, a través de una situación única; supone un camino, un itinerario a lo largo de meses e incluso años, que no será recorrido por todos los alumnos al mismo tiempo y del mismo modo. Se trata en efecto de una toma de conciencia esencial, fundacional en el aprendizaje de la matemática.

El papel fundamental de la anticipación

Sin duda, la posibilidad de anticipación se potencia con la posibilidad de efectuar cálculos, y es un propósito importante de la enseñanza en los primeros grados que los alumnos pasen progresivamente de procedimientos más ligados al conteo, a procedimientos más ligados al cálculo.

Por ejemplo, para resolver el siguiente problema planteado en primer grado aparecen ambos tipos de procedimientos. Se les dice a los alumnos que en una caja hay 5 piedritas y se les pide que digan cuántas habrá después de introducir 3 piedritas más. Antes de resolver el problema, los niños no pueden ver, a través de la caja, las 5 piedritas que había inicialmente dentro. En sus resoluciones, utilizan diferentes categorías de procedimientos:

- algunos elaboran mentalmente la respuesta apelando al resultado memorizado de 5 + 3 = 8;
- otros sobrecuentan a partir de 5: 6, 7 y 8, con o sin apoyo de los dedos;
- otros ponen 5 dedos en una mano y 3 dedos en la otra y cuentan todo;
- otros necesitarán poner 5 piedritas, agregar 3, y contarlas.

Si bien todos estos procedimientos suponen el establecimiento de relaciones pertinentes (hay que agregar 3), tienen diferencias en cuanto a sus alcances y límites. Solo los primeros utilizan procedimientos de cálculo. El recurso de calcular supone usar un modelo aritmético general, que podrá ser empleado aun cuando se aumenten significativamente las cantidades. Supone ir conquistando confianza en la validez de la utilización de los modelos que construyen.

Los otros procedimientos son de tipo conteo y se apoyan en una representación figurada de la situación, evocando los objetos, o en el conteo de los objetos mismos. Estos resultarían muy poco eficaces si el mismo problema se planteara con cantidades mucho más grandes. Esta última cuestión nos advierte de los límites para anticipar inherentes a los procedimientos de conteo.

¿Cómo favorecer en los alumnos el pasaje de un tipo de procedimiento a otro? Se trata de proponerles problemas en los que haya que calcular, aun cuando no dispongan de una solución experta. A través de la resolución de diferentes problemas, la confrontación y análisis de diversas soluciones, el reconocimiento de relaciones entre diferentes procedimientos, su puesta a prueba con números más grandes, podrán empezar a apropiarse de procedimientos vinculados al cálculo.

Esta transición no se hace de manera lineal ni al mismo tiempo para todos los niños ni de un modo definitivo para el mismo niño. Es importante señalar que no se trata de saltear los procedimientos de tipo conteo, pues son indispensables por un tiempo para muchos alumnos y para diversos problemas. La tarea consiste en ayudar a los niños a superar esos problemas y a incorporar procedimientos más vinculados a la posibilidad de operar con los números como también de disponer de resultados.

En resumen, se trata de brindar a los alumnos oportunidad para:

- tomar conciencia de que los números permiten prever el resultado de una acción sin realizarla;
- desarrollar y mejorar los procedimientos mentales asociados a esta toma de conciencia;
- emplear diversos soportes simbólicos, recurrir a las escrituras aditivas o, más precisamente, comprender la ligazón entre la reunión de varias colecciones y las escrituras que representan esta reunión;
- pasar progresivamente de procedimientos más ligados al conteo a los procedimientos más ligados al cálculo y percibir el interés de disponer de resultados memorizados.

Sistema de numeración

Los niños llegan a la escuela con conocimientos numéricos: han usado y han visto usar números en distintos contextos; saben recitar la serie numérica hasta un cierto número; han construido ideas para compararlos, escribirlos o interpretarlos. Es cierto que estos conocimientos pueden diferir de un niño a otro o incluso ser inestables en un mismo niño, pero es, sin duda, fundamental favorecer que los utilicen ya que constituyen su modo de acceso y apropiación de este complejo sistema.

La escuela es la institución responsable de lograr que los niños articulen su experiencia extraescolar con aquello que se pretende que aprendan. Es necesario, entonces, concebir un enfoque para la enseñanza del sistema de numeración que proponga aproximaciones sucesivas, en las que se varíe y profundice el tipo de relaciones que se propicia que los niños establezcan entre los números, tanto para la comprensión del sistema posicional como para la utilización de estos conocimientos en problemas y cálculos. [6]

En los últimos años se ha propuesto un cambio en la enseñanza del sistema de numeración. En efecto, se comenzaba el trabajo a partir del análisis del valor posicional de las cifras que componen un número. El recorte para la enseñanza del sistema de numeración solo pasaba por el rango numérico: primer grado hasta 100, segundo hasta 1.000, tercero hasta 10.000, pero en los tres años se propone analizar y expresar los números del mismo modo: en términos de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, es decir, en términos de agrupamiento recursivo.

Abordaje del sistema de numeración

¿Por qué se propone un abordaje diferente, que no parta de mostrar el valor posicional de la numeración escrita, sino que se base en un uso intenso de los números y una reflexión sobre regularidades que permitan ir identificando progresivamente y a largo plazo relaciones aritméticas que subyacen a su organización? Analizar los números en términos de unidades y decenas, $26 = 2$ decenas y 6 unidades, implica la multiplicación $2 \times 10 + 6$ aun cuando esta escritura no se presente.

Hay una contradicción entre el tipo de análisis propuesto en primer grado para los números y la progresión en la enseñanza de las operaciones, que reconoce a segundo grado como el momento adecuado para iniciar el aprendizaje de la multiplicación. Esta es una de las razones por las cuales se propone otra manera de abordar los números que, en lugar de apuntar de entrada a la noción de agrupamiento y a la descomposición en unidades, decenas y centenas, propicia otras relaciones aritméticas a propósito de las escrituras numéricas.

¿Cuáles son entonces las aproximaciones propuestas? ¿Cuáles son las relaciones numéricas objeto de trabajo en cada nivel?

Al mismo tiempo que los niños realizan actividades donde intervienen los números con las funciones que anteriormente se mencionaron, deberán enfrentarse con problemas que les permitan progresar en sus conocimientos de la serie numérica. En este sentido, el trabajo propuesto sobre el sistema de numeración busca que los alumnos exploren regularidades, establezcan propiedades, etc., conocimientos que les permitirán realizar anticipaciones.

Los números son un soporte simbólico organizado, oral y escrito, en el cual el niño descubre y memoriza el orden. En esta apropiación descubre que puede, gracias a los números y sus relaciones, producir otros números.

El primer contacto con la designación de los números, en el marco de la familia, los juegos, el jardín y la escuela, se hace sobre todo a nivel oral: los nombres de los números, el recitado de los números. El manejo de la serie numérica oral que tienen los alumnos en la sala de 5 años y en primer grado es muy diverso. La escuela tiene que proponer a todos los niños una cierta práctica para que logren memorizar una porción suficiente de la serie. Para esto se privilegiarán actividades que exijan contar cantidades más o menos importantes y, simultáneamente, se propiciará realizar un análisis de la serie que conduzca a descubrir las reglas de formación de la serie oral. El juego entre memorización y reflexión sobre las regularidades se plantea como un ida y vuelta permanente: es necesario memorizar un intervalo para reflexionar sobre las regularidades pero, al mismo tiempo, conocer las regularidades contribuye a la memorización.

Actividades diversas que permitan abordar en el aula la apropiación o ampliación de la serie numérica oral pueden encontrarse en el apartado "Matemática", en *Diseño Curricular para la Educación Inicial. Niños de 4 y 5 años*, p. 115.

Exploración de las regularidades

Los niños descubren rápidamente regularidades, por ejemplo, "veinte", "treinta"... se combinan con "uno, dos"... hasta "y nueve", y ahí hace falta otra palabra nueva... Pero, para que puedan explorar, apropiarse y utilizar las regularidades de la serie numérica, es necesario ponerlos en contacto con una porción suficientemente grande de la misma que permita poner en evidencia las diferentes reglas de construcción de las escrituras numéricas. Se propone que, desde los primeros días de clase, se trabaje tanto con números pequeños como con números grandes porque solo de este modo podrán ponerse en juego las ideas que los niños construyen para nombrar, leer, escribir y comparar. No se espera, sin embargo, que conozcan la denominación o la escritura convencional de todos los números que se usan en el trabajo del aula.

Progresivamente, esos números se irán sistematizando. Tal sistematización toma como objeto de reflexión porciones de la serie –por ejemplo, podrían ser los primeros treinta y luego los primeros cien números–. Los intervalos de la serie con los que se propone trabajar son pues, para los alumnos, recursos y objetos de reflexión a la vez. Es decir, son números que se "usan para...", al mismo tiempo que están aprendiendo que se trata de una serie organizada y que es posible conocer cómo funciona.

Es sustancial remarcar la idea de que el trabajo sobre las regularidades es una aproximación a la comprensión del sistema posicional. Una aproximación centrada en cómo aparece, cómo se presenta en la oralidad y en la escritura, en los algoritmos para producir los números. Se debe tener presente que es justamente la organización posicional la que instala un aspecto algorítmico en la escritura de los números, aspecto que puede ser aprendido por los niños aun sin comprender todavía la estructura profunda del sistema.

En primer y segundo grado es la descomposición aditiva de los números la que constituirá un foco de trabajo. Se busca que los alumnos puedan pensar los números desde diferentes sumas –o restas– que los componen.

Por ejemplo, para 38:

10 + 10 + 10 + 8

30 + 8

20 + 10 + 8

40 - 2

etcétera.

Se propone abordar la suma y la resta de bidígitos apoyándose en descomposiciones aditivas de los números, aspecto planteado en el apartado sobre estrategias de cálculo. Los análisis sobre maneras posibles de pensar la composición del número permiten poner de relieve las relaciones aritméticas entre la comprensión de la organización de los números y de las operaciones.

En segundo y tercer grado ha de continuarse el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, ya que aquellas que los niños descubren para una porción de la serie no las generalizan sin más a otras porciones. Hay que proponer actividades para que reencuentren este "comportamiento" de la serie para los cienes, los miles...

Un ejemplo de un problema interesante para segundo grado, inicios de tercero, es el siguiente:

¿Cuántos nueves hacen falta para poder escribir todos los números entre 200 y 300? ¿Y entre 400 y 500?

La complejidad del problema varía según los recursos que se pongan a disposición de los alumnos. Por ejemplo, plantear el primer problema después de haber hecho una actividad en la que se discutió sobre la escritura de los números entre 200 y 300 y se completó esa centena facilita que, teniéndola presente, algunos alumnos puedan recurrir al conteo para resolverlo.

Luego, al plantear el mismo problema para otro intervalo, por ejemplo 400-500, se busca que los alumnos apelen a su representación mental de la serie y su funcionamiento, lo cual no impide que muchos escriban esa centena y cuenten; pero es posible que al hacerlo encuentren un funcionamiento en común y empiecen a anticipar la respuesta. Esta relación es objeto de enseñanza y será necesario que el docente colabore para que la clase pueda reconocerla y utilizarla.

Además, desde tercer grado –y continuando en segundo ciclo–, con el avance del trabajo sobre multiplicación, debe empezar a explorarse la relación entre la descomposición aditiva y la descomposición multiplicativa de los números (también presente parcialmente en la numeración hablada, por ejemplo, "tres mil cuatrocientos": $3 \times 1.000 + 400$).

Las actividades vinculadas al manejo de dinero ofrecen un soporte especialmente propicio para establecer las relaciones antes mencionadas: por una parte, su organización decimal permite relacionar las descomposiciones aditivas con las multiplicativas vinculando ambas con la posicionalidad; por otra parte, el uso social del dinero lo transforma en un objeto familiar con el que la mayoría de los niños ha tenido algún tipo de interacción. Estas actividades hacen funcionar los cambios 10 contra 1 en varios niveles: diez billetes de 1 se cambian por uno de 10; 10 de 10 se cambian por uno de 100; 10 de 100, por uno de 1.000. Las relaciones entre las equivalencias en un contexto –como en el caso de las monedas y billetes– y las equivalencias entre los números fuera del contexto no son evidentes para todos los alumnos y será necesario retomarlas explícitamente con la clase.

Progresión en el análisis del valor posicional

Se puede iniciar el análisis del valor posicional en un determinado contexto: diferenciar las cifras según su posición en la escritura de un número, asociándoles una cierta cantidad de billetes. Ahora bien, es necesario que esas relaciones se independicen del contexto del dinero y puedan transferirse a situaciones análogas en las que no se cuenta con la presencia de un soporte tan familiar. En tercer grado, los alumnos deben aprender a reconocer, con la ayuda del docente, cuántos grupos en la escritura de un número se pueden formar. Supongamos el siguiente problema:

> Para el cumpleaños de Lucas, la mamá compró una caja con 320 caramelos. Los va a entregar en bolsitas que contengan 10 caramelos. ¿Cuántas bolsitas puede llenar?

Se espera que el trabajo realizado sobre el sistema de numeración permita a los alumnos saber que esa es una información contenida en la escritura decimal. Es decir, se apunta a que la identificación del valor posicional de las diferentes cifras que componen un número –unidades, decenas, centenas, unidades de mil... – se pueda realizar a partir y en el marco de un trabajo profundo y a largo plazo de análisis de las operaciones que subyacen a la organización de las escrituras numéricas.

Operaciones

Comprender y utilizar las cuatro operaciones básicas ha sido y es un objetivo primordial de la escolaridad obligatoria. Actualmente se tiene conciencia de que se trata de adquisiciones que se extienden a lo largo de por lo menos 10 años de experiencia escolar, para que a término los alumnos sean capaces de resolver una amplia gama de problemas aditivos o multiplicativos [7], de acuerdo con diferentes relaciones, campos numéricos, dimensiones o magnitudes en juego, etcétera.

En el curso del primer ciclo, los alumnos elaboran los primeros sentidos de las operaciones, los que habrán de ser retomados, ampliados e incluso rechazados en favor de formulaciones más precisas posteriormente.

¿Qué significa construir el sentido de las operaciones? La respuesta es muy compleja, porque el sentido de un conocimiento varía, evoluciona, cambia de alumno a alumno o para un mismo alumno, de un momento a otro, ante distintas situaciones. Sin embargo, pese a que la construcción de sentido es dialéctica, móvil y sumamente sutil, es posible pensar desde la enseñanza qué sentidos de las operaciones se están propiciando a raíz de los problemas que se plantean a los alumnos, a raíz de los procedimientos que se asegura que dominen, a raíz de las representaciones que se movilizan...

Selección de problemas y relevamiento de procedimientos

Los procedimientos que los alumnos ponen en juego ante un problema muestran, en parte, el sentido que tiene para ellos la situación, los significados que han podido construir.

La tarea del maestro se despliega tanto en el nivel de selección de los problemas como de relevamiento de los procedimientos de los alumnos y gestión de actividades para provocar, en el tiempo, la evolución de los conocimientos de los niños. En el trabajo en torno a las operaciones se plantean también cuestiones relativas a la escritura matemática. Al respecto, se quiere subrayar que comunicar procedimientos y producir representaciones son prácticas específicas del aprendizaje de la matemática que se encuentran particularmente comprometidas en el aprendizaje de los sentidos de las operaciones.

Si se considera, por ejemplo, la resta, el primer sentido estará vinculado a quitar, perder, transformar una colección en la que la cantidad disminuye.

En primer grado se proponen también problemas vinculados a desplazamientos en pistas:

> Estoy en el casillero 23 y me toca retroceder 3. ¿En qué casillero voy a caer?

Los problemas de complemento y diferencia darán lugar a un nuevo sentido de la resta. Pueden iniciarse en primer grado pero constituyen un objeto de trabajo en segundo y tercer grado. Un problema como el siguiente:

> En el quiosco canjean 30 chapitas por un vaso. Tengo 23 chapitas. Me faltan...

es resuelto por la mayoría de los alumnos como la búsqueda del término desconocido de una suma 23 + ... = 30, ya sea contando de 23 a 30 (y contando cuántos se contó), ya sea utilizando algunos resultados memorizados: 3 + 7 = 10, entonces 20 + 3 + 7 = 30.

Por los números que están involucrados, esos procedimientos de solución son posibles pero veamos qué pasa, por ejemplo, en el siguiente problema:

> En la campaña de reciclado de aluminio canjean 1.250 latitas por una computadora para la escuela. Ya juntamos 763 latitas. ¿Cuántas latitas nos faltan para tener las necesarias para una computadora?

En este caso, calcular cuánto hay que agregar a 763 para llegar a 1.250 es posible, pero es un procedimiento bastante costoso.

Por un lado, es necesario reconocer que, al averiguar esa diferencia, los alumnos están restando aunque no recurran a un cálculo de resta. Por otro lado, habrá que analizar con todos la relación entre ambos procedimientos: restar (el total de latitas que necesito menos las que ya tengo, para averiguar las que me faltan juntar) y calcular el complemento (cuánto hay que sumar a las latitas que tengo para alcanzar las que necesito); cómo es que ambos caminos me permiten hallar la diferencia entre ambos números (la cantidad que tengo y la que necesito). Esta relación pone de relieve la relación entre suma y resta. Además de reconocer ambos procedimientos como válidos, será interesante analizar con todos que no se supone una jerarquía entre ellos, dado que hay casos en los que puede resultar más cómodo apelar a uno, casos en los que sea más cómodo apelar a otro o casos donde pueda resultar distinto. Por ejemplo, si los números son muy cercanos entre sí,

> Si tengo que juntar 750 latitas para canjearlas y tenemos 745, ¿cuántas faltan juntar?

resulta mucho más fácil apelar a la búsqueda de complemento; si los números son grandes y no son "redondos", puede resultar más fácil apelar a la resta. Por supuesto, cuál procedimiento puede resultar más "económico" o "fácil" será relativo a los recursos de cálculo disponibles. La enseñanza se puede organizar entonces para que los alumnos aprendan un nuevo sentido de la resta: es la operación que permite medir la distancia entre dos números.

Ante cada problema o cálculo, los alumnos deberán decidir si es más cómodo calcular el complemento o hacer la resta, pero que elijan entre estas opciones significa que saben que ambas lo son.

Los primeros significados de la resta están vinculados a cantidades que disminuyen, retroceso en posiciones, etc. Ahora se plantea un significado (medir distancia entre números) vinculado a situaciones en las que no disminuyen las cantidades, sino en las que hay comparaciones. Es claramente un enriquecimiento de los sentidos de la resta.

Durante el primer ciclo se trabajan muchos problemas en los que una cantidad inicial aumenta o disminuye y se busca averiguar la cantidad final.

Es importante, en particular en segundo y tercer grado, plantear además problemas donde se busque averiguar la transformación, abordando otro nuevo sentido de la resta, por ejemplo,

> Preparé 18 alfajores y ahora quedan 6. ¿Cuántos alfajores se comieron los chicos en este ratito?

También es necesario plantear problemas en los que es preciso averiguar el estado inicial, por ejemplo:

> ¿Cuánta plata tenía? Me quedan $20 y en las compras gasté $28. Quiere decir que yo tenía...

En este caso, para averiguar el estado inicial, puesto que la transformación fue negativa, hay que sumar el dinero que le queda con el que gastó.

Está en juego aquí un nuevo significado de la suma: es la operación que permite encontrar el estado inicial cuando la transformación es negativa.

Relaciones entre la suma y la resta

Veamos otro problema:

> ¿Cuánta plata tenía yo antes? Mamá me dio $20 para hacer las compras y ahora tengo $32. Quiere decir que antes yo tenía...

En este caso, la transformación es positiva y, para encontrar el estado inicial, es necesario restar lo que recibió (la transformación) de la cantidad que tiene (estado final). Está en juego un nuevo significado de la resta: es la operación que permite encontrar el estado inicial cuando la transformación es positiva. La identificación de estos nuevos sentidos para la suma y la resta es algo a construir progresivamente. Inicialmente, es frecuente que los alumnos resuelvan este problema tanteando con estados iniciales posibles y ajustando en función de los resultados hallados. Para el ejemplo propuesto, podría probar que si hubiera tenido $10 y me regalan $20, tendría $30; si hubiera tenido $11, etcétera.

Los alumnos irán construyendo relaciones entre la suma y la resta y podrán establecer la inversión entre una y otra a raíz de enfrentar múltiples situaciones y trabajar sobre los cálculos, produciendo en principio resultados locales, provisorios, que serán la base y el medio para que se construyan las certezas propias del dominio de las operaciones.

Los ejemplos de problemas presentados permiten también hacer referencia a la cuestión de la producción de escrituras matemáticas y su relación con los procedimientos y con la construcción del sentido de las operaciones.

A cierta altura de su aprendizaje, los niños no tienen dificultad para producir una escritura del tipo $a + b = c$ [8] para un problema de reunión de colecciones, y una escritura del tipo $a - b = c$ para un problema de disminución de una cantidad. Ahora bien, ¿qué escritura producir para el problema al que hicimos referencia antes?:

> En el quiosco canjean 30 chapitas por un vaso. Tengo 23 chapitas. Me faltan ...

Quien ya construyó varios significados de la resta reconoce $30 - 23 = 7$ como una expresión adecuada, independientemente del procedimiento que haya utilizado para averiguar lo que se preguntaba. Pero, en las primeras aproximaciones a problemas de este tipo, la mayoría de los alumnos van a ser capaces de dar respuesta al problema sin poder producir una escritura que vincule datos y resultado, o van a escribir $23 + 7 = 30$, que guarda relación con el procedimiento de complemento que muchos han usado.

Si se propone a los alumnos un conjunto de problemas que incluyan, por ejemplo, problemas de suma y resta "clásicos" junto con problemas de complemento y diferencia, es interesante pedirles que escriban las "cuentas" o los cálculos que hicieron y después organizar el análisis colectivo de las escrituras y de los tipos de problemas. Así, va a suceder que, para algunos problemas, todos produzcan el mismo tipo de escritura. En cambio, para otros, como el del ejemplo, a cierta altura del trabajo se va a plantear "públicamente" el problema de cómo escribirlo o van a coexistir las escrituras $23 + 7 = 30$ y $30 - 23 = 7$, que pueden ser analizadas y relacionadas por los mismos alumnos. Los niños pueden hacer comentarios como los siguientes:

"Yo puse 23 + 7 = 30 porque yo conté de 23 hasta 30 y es 7."

"¡Ah! Pero el resultado te quedó dentro de la cuenta."

Las escrituras numéricas como objeto de análisis

Como se ve, las escrituras tienen "comodidades" e "incomodidades". Por un lado, esa escritura se vincula más claramente con el procedimiento utilizado, pero contradice otra idea fuerte que los alumnos tienen: el resultado es lo que aparece al final. En algunos casos les resulta bastante inaceptable que lo que se encontró "quede en el medio".

Se están presentando ejemplos de pequeños momentos de largos procesos y, en tanto tales, son sumamente parciales. Se busca simplemente mostrar que las escrituras han de ser objeto de trabajo y están cargadas de significados contextuales (y es bueno que así sea) hasta desprenderse en forma paulatina de estos para cobrar mayor poder y ser capaces de expresar múltiples situaciones distintas pero todas vinculadas a una misma operación. La escritura $a - b = c$, a cierta altura, va a dejar de estar vinculada solo a la disminución de cantidades y va a expresar que la resta es la operación adecuada (con independencia no solo del "texto" del problema, sino también del procedimiento utilizado).

A través de estos ejemplos se busca mostrar que, particularmente en el terreno de la enseñanza de las operaciones, es necesario plantearse que los "sentidos" se van desarrollando en muchos aspectos: en los problemas planteados, en los procedimientos de los alumnos, en las formas de escritura matemática que aparecen y también en las que van a ser presentadas. En este punto cabe aclarar que no se pretende que los alumnos "inventen" las escrituras, sino que las carguen de sentido, es decir, que las analicen, las discutan, vean cuál es su relación con la situación y con los procedimientos que utilizaron, cuáles son las diferentes relaciones aritméticas a las que apelaron, cuáles son las relaciones de los procedimientos entre sí, que se acostumbren a buscar maneras de formular las relaciones que establecen entre los datos o el tratamiento que les dan.

Ha existido en las escuelas la idea del "planteo" y la "solución". Ciertas reflexiones sobre las maneras en que se los proponía señalan que subyacía una cierta idea de "método único y obligatorio". Es ese punto el que se cuestiona, no la idea de que es importante que los alumnos adquieran medios para expresar las relaciones y operaciones a través de las cuales abordan los problemas y buscan producir las soluciones. Por el contrario, queremos insistir respecto de que esto forma parte del quehacer matemático. En tanto tal, se debe preservar el carácter de búsqueda y de proceso de organización del propio pensamiento que toda formulación potencialmente tiene.

Dijimos antes que una escritura puede ser presentada; a propósito de esta cuestión, analizamos como ejemplo la introducción de la escritura multiplicativa.

Se puede plantear en segundo grado un problema como el siguiente:

> "La editorial Foro está preparando un envío de libros. Esta mañana el encargado preparó 3 paquetes de 6 libros cada uno. ¿Cuántos libros van en ese envío?"

Los recursos con los que cuentan los alumnos son el conteo y la suma y pueden resolverlo, por ejemplo, haciendo:

1 2 3 4 5 6

7 8 9 10 11 12

13 14 15 16 17 18

6		12		18		
6	+	6	+	6		= 18

Al mismo tiempo, puede plantearse:

> "La editorial Foro mandó 4 libros a la provincia de Santa Fe, 7 a la provincia de Salta y 5 a la provincia de Tucumán. ¿Cuántos libros mandó la editorial en esos envíos?"

Para ambos tipos de problemas, los alumnos pueden producir inicialmente procedimientos basados en el conteo o la suma, pero en el correspondiente al primer tipo, puesto que cada paquete contiene la misma cantidad de libros, hay una particularidad observable: "se suma muchas veces el mismo número"; "3 veces, porque son 3 paquetes". 9

Entonces, aunque se asume que el primer procedimiento de los alumnos ante los problemas de multiplicación es la suma, se buscará producir una distinción respecto de esta: hay sumas que se pueden expresar como una multiplicación –y la escritura correspondiente puede ser presentada: 3×6– y otras sumas que no pueden expresarse como multiplicación. Provisoriamente, la escritura multiplicativa va a estar vinculada a cierto tipo de problemas (expresado en términos para docentes, hay dos magnitudes en juego que son directamente proporcionales: en el primer problema "paquetes" y "libros", con una condición: igual cantidad de libros por paquete) ante los cuales los alumnos recurren a la suma de muchos sumandos iguales como recurso de cálculo.

En paralelo con el planteo de diversos problemas, con el trabajo con ciertas formas de organización de la información y diversos contextos 10, es necesario plantearse cómo hacer evolucionar los procedimientos de los alumnos, su disponibilidad de recursos de cálculo, el enriquecimiento de las relaciones numéricas que van estableciendo, la utilización y la comprensión de las propiedades de las operaciones. Volviendo al ejemplo de la multiplicación, habrá que propiciar que, partiendo de la suma reiterada, los alumnos puedan "achicar las sumas". Por ejemplo, para $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$, reunir pares de cincos para obtener $10 + 10 + 10$.

Y, además, empezar a organizar un repertorio multiplicativo que vaya permitiendo que 3×6 deje de ser una escritura "sobrepuesta" a $6 + 6 + 6$ para convertirse efectivamente en el cálculo que permite resolver el problema y al que se le atribuye un resultado. El avance en la construcción y la disponibilidad del repertorio multiplicativo condiciona, en parte, la posibilidad de que la multiplicación sea pensada como producto.

Los problemas donde la multiplicación cobra sentido como herramienta de resolución son diversos. En el primer ciclo se trabajan fundamentalmente: problemas que involucran series proporcionales [11]; problemas vinculados a organizaciones rectangulares y problemas sencillos de combinatoria. Para la división, por su parte, también nos encontramos con una variedad de problemas que esta operación permite resolver: problemas de series proporcionales, de reparto equitativo (donde se trata de averiguar el valor para cada parte o el número de partes), problemas que exigen un análisis del resto, problemas vinculados a organizaciones rectangulares. A lo largo de la escolaridad, se irán abordando estos y otros significados de la multiplicación y de la división. Para ello, se debe seleccionar y proponer a los alumnos problemas que los pongan en juego.

Se sugiere la lectura del apartado "El campo multiplicativo en los números naturales", en *Matemática*. *Documento de trabajo nº 4, Actualización Curricular, G.C.B.A.*, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum, 1997, p. 5.

Sintetizando, se ha querido mostrar que en el terreno de la construcción del sentido de las operaciones se ha de asumir la provisoriedad de algunos significados al mismo tiempo que se ha de asumir, a lo largo de la escolaridad, la resignificación de estos en términos de alcances y límites de cada concepción.

También se ha señalado que el sentido no depende solamente de los problemas seleccionados, sino que además se juega en el terreno de los recursos de cálculo, aspecto sobre el que se volverá en el apartado siguiente.

Cálculo exacto y aproximado

Disponer de variados procedimientos y técnicas de cálculo, ser capaz de seleccionar los más pertinentes en función de los problemas que se busca resolver y utilizar alternativas para controlar procesos y resultados constituyen propósitos fundamentales de toda la escolaridad.

Un enfoque diversificado en el trabajo con el cálculo, que incluye el cálculo exacto y aproximado, el cálculo mental, el uso de la calculadora, crea un ambiente de resolución de problemas que lleva a los alumnos a discutir, analizar, preguntar, elaborar estrategias, justificar y validar sus respuestas.

Históricamente, la enseñanza del cálculo se ha centrado en la enseñanza de los algoritmos de las cuatro operaciones, dejando afuera la enseñanza de otras modalidades de cálculo. Actualmente, en cambio, se está en condiciones de revisar la importancia de permitir y favorecer la aparición de esas otras estrategias de cálculo. Se plantea que es fundamental que los alumnos aprendan a discernir frente a un problema si es necesaria una respuesta exacta o aproximada y en función de ello recurrir a la modalidad de cálculo adecuada.

Si el cálculo exacto es necesario, un método adecuado deberá ser elegido. Muchos problemas podrán ser resueltos por cálculos mentales (multiplicar por 10, buscar la mitad, etcétera). Otros, con valores más complejos, requerirán el uso de algoritmos escritos o de calculadora.

Si una respuesta aproximada es suficiente, se recurrirá al cálculo estimativo. Puesto que en el primer ciclo las adquisiciones se centran en el pasaje del conteo al cálculo y en la construcción de los repertorios aditivo, sustractivo y multiplicativo, es cierto que las posibilidades en el terreno de la estimación son un poco limitadas. Sin embargo, es importante proponer actividades que la favorezcan, asumiendo que esto que se inicia en este ciclo se convierte en una adquisición relevante para todos los alumnos en el ciclo siguiente.

El cálculo en función de los números en juego

El cálculo no se desvincula del significado de la operación, que permite considerar la razonabilidad del resultado, pero el procedimiento de calcular se rige por propiedades que no están estrictamente ligadas al problema, sino a la naturaleza de los números que intervienen, a las reglas del sistema posicional decimal y a las propiedades de la operación en sí misma.

Se propone estimular en los alumnos el desarrollo de procedimientos propios de cálculo, articulados en particular en función de los números y de las operaciones en juego. Por ejemplo: 500 + 500 es muy fácil de resolver mentalmente, pese a que son números “bastante grandes”; en cambio, para 157 + 79 parece conveniente usar el algoritmo o la calculadora. No es solo cuestión de números “redondos” y “no redondos”. Por ejemplo: 256 + 98 = puede ser pensado como 256 + 100 - 2 = (en este caso, la proximidad de uno de los números a una centena sugiere la conveniencia de "convertirlo" controlando lo que hay que restar para que sea un cálculo equivalente).

Veamos tres ejemplos de resolución de un cálculo en los que se han considerado las particularidades de los dos números intervinientes:

$$\begin{aligned}125 + 95 &= 120 + 100\\ &= 220\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}125 + 95 &= 125 + 100 - 5\\ &= 225 - 5 = 220\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}125 + 95 &= 130 + 90\\ &= 130 + 70 + 20\\ &= 200 + 20 = 220\end{aligned}$$

Se entiende como cálculo mental al conjunto de procedimientos que, en función de los datos que se traten, se articula sin recurrir a un algoritmo preestablecido para producir resultados exactos o aproximados. Abarca tanto el uso de un conjunto de resultados memorizados como la elaboración de estrategias más reflexionadas que muchas veces requieren apoyo en la escritura.

El cálculo mental se apoya en el hecho de que existen diferentes maneras de calcular y en que se puede elegir la que mejor se adapta a una determinada situación. Así, cada situación de cálculo constituye un problema abierto que puede ser solucionado de formas diferentes, invirtiéndose en ello los conocimientos disponibles sobre los números y sobre las operaciones.

Las actividades de cálculo mental proponen el cálculo como objeto de reflexión, favoreciendo la aparición y el tratamiento de relaciones y propiedades que, en el primer ciclo serán principalmente utilizadas y, más tarde, serán reconocidas y formuladas.

El trabajo con cálculo mental, además del valor en sí mismo que comporta, también puede ser considerado como una vía de acceso para la comprensión de los algoritmos. En el cálculo mental, la reflexión se centra en el significado de los cálculos intermediarios y esto facilita la comprensión de las reglas de las técnicas.

Desde primer y segundo grado, se busca propiciar que los niños puedan resolver cálculos apelando a diferentes descomposiciones de los números.

Por ejemplo, para 34 + 27, pensar en diferentes procedimientos:

10 + 10 + 10 + 4 + 10 + 10 + 7

30 + 4 + 20 + 7

34 + 10 + 10 + 7

34 + 10 + 10 + 6 + 1

34 + 20 + 7

34 + 30 - 3

Etcétera.

Se trata de identificar con los niños que es posible pensar el número de diferentes maneras y que estas relaciones pueden utilizarse para resolver cálculos. Para ello es necesario reconocer en cada una de estas escrituras cómo están presentes los números involucrados 34 y 27, y las relaciones entre las diferentes sumas propuestas, cómo todas permiten resolver el mismo cálculo, etcétera. Por supuesto, la disponibilidad de las sumas de 10 será un punto de apoyo necesario para introducirse en el uso de estas transformaciones de los números para convertirlas, con la intervención del docente, en herramientas para operar.

Para que esto sea posible es necesario que se propongan en clase, paralelamente, actividades tendientes a que los alumnos dispongan en la memoria de un conjunto de resultados (en este caso, suma de dígitos y suma de decenas enteras) para utilizarlos en la elaboración o apropiación de diferentes procedimientos, incluyendo el algoritmo convencional. En ese caso podrán elaborar diversos procedimientos y, cuando aprendan el algoritmo, tener algún control sobre él.[12]

Relaciones entre cálculo mental y algoritmos

En este documento se está planteando que el trabajo en primer grado permanece en el terreno del cálculo centrado en el despliegue de descomposiciones aditivas de los números (54 pensado como 50 + 4 y no como 5 decenas y 4 unidades, ya que en este segundo análisis, como se ha dicho, están involucrados aspectos multiplicativos que recién comienzan a ser abordados en segundo grado).

En segundo grado se continúa este trabajo en el terreno del cálculo mental y, sobre esta base, se inicia el abordaje del algoritmo de la suma que se continúa en tercero. La enseñanza del algoritmo convencional de la resta se despliega en el último año del primer ciclo con las mismas características de apoyo en el cálculo mental desarrollado desde grados anteriores.

En segundo grado, los alumnos pueden resolver multiplicaciones apelando a descomposiciones aditivas. Por ejemplo, para resolver 16×3, pensarlo como:

$$16 + 16 + 16 = 10 + 10 + 10 + 6 + 6 + 6 = 30 + 18 = 48.$$

El algoritmo de la multiplicación es objeto de trabajo en tercer grado y se continúa en el segundo ciclo. En tercero también se propiciará el avance delos procedimientos de resolución de problemas de división y la organización de las escrituras vinculadas a ellos en dirección al algoritmo convencional que se introducirá en cuarto grado. Ambos algoritmos, el de multiplicación y el de división, se proponen después de un intenso y diversificado trabajo de cálculo mental.

El algoritmo de la división es particularmente complejo: pone en juego un fuerte conocimiento del valor posicional, de la multiplicación y de la resta (directa o como cálculo de complemento). Además, hay una regla que suele permanecer implícita, que consiste en buscar el cociente mayor que multiplicado por el divisor sea menor que el dividendo. Los alumnos son capaces de desarrollar procedimientos diversos para resolver problemas o simplemente cálculos que involucren divisiones, que suponen aproximaciones y reajustes sucesivos sin considerar de entrada el conjunto de reglas propio del algoritmo.

El cálculo mental en el campo multiplicativo

Como ya se ha propuesto para las otras operaciones, en este enfoque se propicia el desarrollo de diversos procedimientos que tienen el valor de permitir a los alumnos apoyarse en los conocimientos adquiridos y que favorecen el control de sentido de estos. Para aprender a dividir hay que dominar bastante la multiplicación (y la suma y la resta). En este sentido, se propone que los alumnos organicen el cuadro de productos (tabla pitagórica) y que aprendan a usarlo tanto para resolver divisiones exactas (30 : 5) como divisiones con resto (30 : 4). Es necesario, entonces, un trabajo específico que apunte a la memorización de algunos resultados multiplicativos y al análisis de las propiedades y relaciones involucrados en sus cálculos. No constituye de ninguna manera el punto de partida de esta enseñanza, sino que se propone después de mucho trabajo sobre problemas y estrategias de cálculo.

> Al respecto, se sugiere la lectura del apartado "La construcción de un repertorio multiplicativo", en *Matemática. Documento de trabajo nº 4, Actualización curricular*, p. 27.

Se verán algunas posibilidades 13 acerca de cómo enfrentan alumnos de tercer grado un problema de división:

> En una fábrica artesanal de alfajores prepararon 152 alfajores. Los envasaron en cajas con 6 alfajores cada una. ¿Cuántas cajas llenaron hoy?
>
> a) 6 × 10 = 60
>
> 6 × 11 = 66
>
> 6 × 12 = 72
>
> 6 × 25 = 150 y sobran 2
>
> 6 × 26 = 156

b) $120 + 24 = 144$ $\quad\quad$ $152 - 144 = 8$

$8 - 6 = 2$ sobran

$20 + 4 + 1$ caja $= 25$ cajas

c) $6 \times 10 = 60$

$6 \times 10 = 60$

$6 \times 5 = 30$

150 y sobran 2

d) $6 \times 10 = 60$ $\quad\quad$ $152 - 60 = 92$

$6 \times 10 = 60$ $\quad\quad$ $92 - 60 = 32$

$6 \times 5 = 30$ $\quad\quad$ $32 - 30 = 2$

25 cajas y sobran 2

e) $6 \times 20 = 120$

$6 \times 5 = 30$

150

25 cajas y sobran 2

Estas cinco formas de resolución corresponden a lo que en la grilla de contenidos se ha denominado “aproximaciones mediante productos y uso de resultados multiplicativos en combinación con sumas o restas”; en tanto no está regido en principio por la regla de buscar el mayor factor posible, también se lo denomina “aproximaciones sucesivas por búsqueda de factores”.

Es importante remarcar que los alumnos, al utilizar estos procedimientos, retienen el significado de los números que hacen intervenir y de los resultados que obtienen (cajas, alfajores envasados, alfajores no envasados).

En las siguientes resoluciones del mismo problema, los alumnos han producido diferentes particiones del dividendo para poder usar un procedimiento que conocen: divisiones con resto en el marco del cuadro de productos.

f) 52 : 6 = 8 y sobran 4

60 : 6 = 10

40 : 6 = 6 y sobran 4

8

sobran 2

Llenan 25 cajas

g) 50 : 6 = 8 y sobran 2

100 : 6 = 16 y sobran 4

\+ 1 6

152 25 sobran 2

h) 70 : 6 = 11 y sobran 4

80 : 6 = 13 y sobran 2

150 24 6

\+ 1

152 25 sobran 2

En la grilla de contenidos se menciona otro procedimiento: el de las sumas o restas sucesivas. Este tiene mayores posibilidades de aparecer cuando el divisor es mayor. Por ejemplo, si en el problema anterior se plantea envasar los alfajores de a 12, en lugar de a 6, algunos alumnos restan 152 - 12 y continúan restando 12 tantas veces como les sea posible para después contar cuántas veces restaron 12 y poder responder la pregunta.

Análisis colectivo de los procedimientos y de las relaciones entre ellos

En la clase, cuando los alumnos presentan sus procedimientos, es importante que todos logren entender las presentaciones de los demás y también que busquen y formulen las posibles relaciones entre los diversos procedimientos. Por ejemplo: "Cuando ellos restaron 10 veces 12 hicieron lo mismo que nosotros que calculamos 12 × 10, nos dio 120 y se lo restamos a 152 para saber cuántos alfajores había todavía para envasar". Los alumnos están señalando que la búsqueda del factor se completa con una resta para controlar el resto y a la vez se plantea una economía posible para las restas sucesivas. Estas vinculaciones permiten que en la clase se busque instalar un algoritmo alternativo al convencional pero bastante próximo, del que mostramos a continuación algunos ejemplos.

Veamos dos modos de resolver 204 : 5

$$\begin{array}{r|l}
 204 & 5 \\ \cline{2-2}
 -\ \ 50 & 10 \qquad 10 \times 5 = 50 \\ \cline{1-1}
 154 & + \\
 -\ \ 50 & 10 \\ \cline{1-1}
 104 & \\
 -\ \ 50 & 10 \\ \cline{1-1}
 54 & \\
 -\ \ 50 & 10 \\ \cline{1-1}
 4 & 40
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
 204 & 5 \\ \cline{2-2}
 -\ 200 & 40 \qquad 40 \times 5 = 200 \\ \cline{1-1}
 4 &
\end{array}$$

Cuando los alumnos trabajan con un procedimiento como el recién descrito, es muy frecuente que empiecen a buscar el factor mayor posible, como ha sucedido en el segundo ejemplo. Si no aparece, se les puede proponer que lo busquen y en ese caso hay una mayor proximidad con el algoritmo convencional. Este podrá ser presentado mostrando sus relaciones con el procedimiento que han estado usando. Veamos otro ejemplo:

Se prepara un envío de 468 libros. Se preparan paquetes de 20 libros cada uno. ¿Cuántos paquetes se pueden preparar? Cuántos libros quedan sueltos?

468	20	20 × 10 = 200
− 200	10	20 × 3 = 60
268	+	
− 200	10	
68		
− 60	3	
8	23	

Respuesta: se preparan 23 paquetes y quedan 8 libros sueltos.

Como puede observarse, esta es una división por un número de dos cifras, que tradicionalmente ha sido considerado tema de cuarto grado. Sin embargo, este ejemplo muestra que la dificultad mayor no está dada por el número de cifras del divisor, sino por el control que se tenga sobre lo que significa cada paso intermedio. Puede ser más fácil averiguar cuántas bolsas de 200 caramelos se pueden llenar con 816 caramelos que averiguar cuántos libros de $8 se pueden comprar con $217.

Repertorio memorizado de cálculos

Los alumnos, como se ha mostrado, son capaces de resolver divisiones antes de que se les enseñe el algoritmo convencional, y para ello usan distintos recursos. Por esta razón se presenta, entonces, el cálculo mental como una vía de acceso al algoritmo. A la vez, el cálculo mental ha de constituirse en una herramienta de control para cuando se usan otras modalidades de cálculo.

Para que esto sea posible, cierto nivel de cálculo debe alcanzar el carácter de automático.

Lo que en un momento es un desafío, una situación frente a la cual los niños proponen respuestas, explicitan procedimientos (por ejemplo, en primer grado, $8 + 4 = 12$; en segundo, $150 + 150 = 300$; en tercero, $5 \times 50 = 250$), más tarde deberá formar parte de aquello que los niños disponen, ya que, de no ser así, quedan comprometidos otros aprendizajes.

Las habilidades en el terreno del cálculo dependen de consistentes puntos de apoyo. El soporte básico para su desarrollo es el dominio de las combinaciones aritméticas consideradas en los repertorios. Las fases de este trabajo son:

- construcción, empleando diferentes procedimientos apoyados en los significados de las operaciones;
- organización, para percibir regularidades que pueden facilitar recordarlos;
- memorización comprensiva, para retener formas abreviadas;
- utilización de resultados automatizados y de las propiedades de las operaciones para resolver cálculos fuera del repertorio, más complejos, etcétera.

Al trabajar sobre un conjunto de cálculos, los alumnos comienzan a darse cuenta de algunas regularidades. Por ejemplo que, en la adición, al sumar 1 a un número natural, se obtiene su sucesor; o que, en la tabla de multiplicación por 5, los resultados siempre terminan en 0 o en 5, etcétera.

Hay que enseñar a los alumnos a apoyarse en los resultados conocidos para encontrar los no memorizados. Por ejemplo: si se sabe que $6 \times 6 = 36$, pensar 7×6 como $6 \times 6 + 6 = 36 + 6 = 42$. Otro ejemplo: 9×7 puede ser pensado como $10 \times 7 - 7 = 70 - 7 = 63$.

La idea de que multiplicar por 2 es lo mismo que buscar el doble puede extenderse para multiplicar por 4 o por 8. Así, 7×8 puede ser pensado como $7 \times 2 \times 2 \times 2$.

Para que los alumnos adquieran estos conocimientos, habilidades y actitudes, se deben organizar secuencias de clases en las que se busque: identificar las estrategias personales que utilizan, favorecer que desarrollen la capacidad de explicitar sus procedimientos y de interpretar las comunicaciones de los demás, asegurar la difusión de las "buenas ideas", proponer actividades que permitan poner en juego y afianzar ciertos recursos, así como reinvertirlos en situaciones nuevas.

> Se sugiere la lectura del apartado "Anexo. Organización de las interacciones de los alumnos entre sí y con el maestro", en *Matemática. Documento de trabajo nº5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*, Actualización curricular, pp. 145-149.

Espacio, geometría y medida

Interpretar el plano de una ciudad o el croquis que indica un cierto recorrido, un mapa de una región o el plano de un edificio, producir un esquema para comunicar la distribución de objetos en un cierto espacio o instrucciones para llegar de un lugar a otro, son capacidades importantes que una persona debe poseer. No son, sin embargo, capacidades espontáneas. La escuela tiene entonces una responsabilidad en su adquisición y, en consecuencia, resulta necesario definirlas como contenidos de enseñanza. ¿En qué disciplina se encuadran estos objetos? La referencia a la geometría como teoría del espacio físico permite justificar su inclusión en la enseñanza de la matemática.

Establecer características que permitan identificar formas y poder establecer relaciones a propósito de las figuras y de los cuerpos son dos objetivos prioritarios de la enseñanza de la geometría en la escuela. En el primer ciclo, el trabajo en torno de las formas y los cuerpos estará apoyado en un juego de anticipaciones y corroboraciones empíricas que permitirá a los alumnos comenzar a reconocer y establecer las primeras relaciones geométricas. Estos aspectos se comprometen en situaciones que exigen, por ejemplo, describir una figura para que otro la adivine (dentro de una colección de varias figuras), poder reproducir una forma, representar con un dibujo un cierto cuerpo, etcétera.

La medida es, por un lado, una herramienta para explorar y establecer relaciones a propósito de las formas y, por otro, es generadora de la necesidad de la producción de números que expresen los resultados del acto de medir. En este sentido, la medida es un puente entre el conocimiento del espacio y el conocimiento de lo numérico.

La enseñanza del espacio, de las formas y de la medida es el objeto del presente eje de trabajo.

Orientación y localización en el espacio

Existe un conjunto de conocimientos necesarios para el dominio de las relaciones espaciales que pocas veces ha sido considerado importante en la escuela primaria: aquellos que son puestos en juego ante problemas vinculados al espacio sensible, es decir, a la orientación, a la ubicación de un objeto en el espacio, a la necesidad de establecer puntos de referencia, a los desplazamientos y la comunicación de las posiciones y los desplazamientos.

En general, estos conocimientos son trabajados solamente en el Nivel Inicial o en primer grado, y muchas veces hasta dejados fuera de la enseñanza sistemática. En el área de Educación Física se incluye un trabajo intenso con respecto al espacio, por ejemplo, a través de la realización de recorridos. Sin embargo, el abordaje de las relaciones espaciales es bien diferente para ambas áreas: la actividad matemática reside en el trabajo con las representaciones sobre dichas relaciones. Numerosas investigaciones muestran que la adquisición de dichos conocimientos se inicia en situaciones cotidianas de interacción con el espacio físico circundante; pero, a pesar de este origen, los conocimientos que los niños y los adultos poseen en este sentido a partir de dichos aprendizajes asistemáticos no son suficientes para resolver con éxito gran cantidad de situaciones referidas a la ubicación en el espacio.

Se ha subestimado la dificultad de adquisición de los conocimientos espaciales como también las importantes relaciones que existen entre estos conocimientos y los estrictamente geométricos. Considerarlos parte de lo que la escuela debe enseñar implica asumir las dificultades para su adquisición.

Son variados los problemas espaciales planteados en la realidad ante los cuales se deben poner en juego conocimientos espaciales para resolverlos: ubicación de una calle en un plano, identificación de un lugar en un mapa o un croquis, reconocimiento de un recorrido o desplazamiento a partir de indicaciones orales o escritas, representación plana de objetos del espacio de tres dimensiones, etcétera. Se trata entonces de generar en la escuela situaciones que posibiliten usar y adquirir estos conocimientos y permitan a los alumnos sistematizar y acrecentar sus adquisiciones iniciales.

Ubicación de objetos en el espacio

Es posible enfrentar a los alumnos del primer ciclo con problemas que impliquen la descripción y la interpretación, tanto en forma oral como gráfica, de la ubicación de objetos o de personas en un lugar determinado. Estas descripciones hacen necesario que se establezcan diversas relaciones entre los objetos que permitan determinar y comunicar su ubicación.

Por ejemplo: se pide a un grupo de alumnos que describa a otro la ubicación de varios objetos situados en una mesa con la finalidad de que el otro grupo arme la misma configuración en su propia mesa (sin ver la de sus compañeros).

Este tipo de actividad exige el establecimiento de un conjunto de relaciones entre los objetos que no siempre es considerado en una primera instancia. En sus primeras resoluciones, es frecuente que los alumnos reconozcan relaciones entre los objetos de a pares o en pequeños grupos de objetos, y que no puedan dominar las relaciones que organizan el conjunto. Esta descripción, a su vez, deja de lado el lugar que ocupan los objetos en relación con la mesa y en relación con el punto de vista del observador.

El objetivo se convierte entonces en producir un mensaje eficaz, estableciendo relaciones más precisas entre los objetos y entre el grupo de objetos y la posición que ocupan en la mesa. Se trata de que los alumnos mejoren progresivamente el uso de estas relaciones como recurso pertinente para tal descripción. El análisis que realizan los alumnos de las diferencias entre las configuraciones, de las posibles causas de los errores o malentendidos y de los modos de subsanarlos resulta un “motor” para la evolución.

Las descripciones iniciales que realicen los alumnos pueden evolucionar también a partir del lenguaje que se utilice y con la necesidad de establecer puntos de referencia que evidencien la posibilidad de que un mismo objeto tenga diferentes representaciones y que estas dependan del punto de vista del observador.

Asimismo, el trabajo puede vincularse a otro tipo de representaciones: butacas en un cine, tribuna o platea en un croquis de una cancha de fútbol, identificación de filas y columnas como puntos de referencia ideales. A su vez, se podrá incorporar el uso de ángulos para la descripción de trayectorias o recorridos en un plano.

Es esperable que, desde primero a tercer grado, los niveles de representación y descripción sean cada vez más precisos. Las producciones de niños de primero (por ejemplo, en relación con un plano para llegar del aula al baño) supondrán la adquisición de los primeros esbozos de croquis o dibujos pero, en tercero, los problemas planteados y las actividades desarrolladas deberán favorecer una evolución en esas representaciones: aparición de puntos de referencia, aproximaciones a planos más precisos, primeras consideraciones de las proporciones, etcétera.

Resulta posible trabajar con los chicos simultáneamente tanto la ubicación de objetos en lugares pequeños (como puede ser en el banco del aula) como la ubicación de un alumno en el aula o de la escuela en relación con toda la cuadra. También se podrán presentar situaciones que impliquen la comunicación y la reproducción de trayectos considerando objetos del entorno como puntos de referencia, así como también la interpretación de representaciones de desplazamientos y trayectos realizados por otros.

Representaciones más grandes: planos del barrio

En este tipo de actividades, el tamaño del lugar y de los objetos respecto de los cuales se plantea el problema desempeña un papel importante. No es lo mismo representar varios objetos situados en una mesa que tener que indicar, mediante un plano, el recorrido de un colectivo. En el primer caso, las relaciones son posibles de ser "vistas" directamente; en el segundo, las relaciones permiten referirse a un espacio que no puede ser "visto" en su totalidad en forma simultánea, sino que requiere de desplazamientos. No se trata en absoluto de un orden evolutivo, sino de la necesidad de trabajar al mismo tiempo con diferentes tamaños de objetos y lugares.

En este campo de problemas, cuando se trata de dominar un espacio mayor que el que se abarca visual o manualmente, las representaciones –por ejemplo, el plano de un barrio– son el único medio para anticipar, en la medida en que la experiencia resulta bloqueada. La dificultad para recorrer todo el barrio obliga a desarrollar medios que representen esa realidad tanto para interpretar representaciones convencionales como para poder tomar decisiones.

El dominio del espacio implica la posibilidad de describir, comunicar e interpretar tanto la ubicación de un objeto o de una persona como también posibles desplazamientos. Para representar estos desplazamientos se puede utilizar diagramas, dibujos, gráficos, instrucciones verbales, etcétera.

Las representaciones del espacio han de ser objeto de estudio desde distintos aspectos:

- su adecuación al problema para el cual son producidas o utilizadas; esto requerirá la selección de la información que deben contener para resolver el problema que se plantee;
- la legibilidad, es decir, la posibilidad de interpretación de los medios y los códigos usados;
- las relaciones entre el espacio representado y su representación; por ejemplo: qué elementos se conservan, cuáles no, cómo se han representado;
- las variaciones de las representaciones según los puntos de vista del observador.

El lenguaje y las representaciones espaciales permiten comunicar informaciones que salvan la imposibilidad o el costo, en numerosas situaciones, de efectuar una percepción directa.

El dominio de un cierto lenguaje, de un vocabulario que permita comunicar posiciones, describir e identificar objetos, indicar oralmente ciertos movimientos, resulta sustantivo para el manejo de las relaciones con el espacio. Se trata de que la adquisición de dicho vocabulario se produzca a raíz de su utilidad para resolver situaciones. En un marco de problemas en los que haya que describir, comunicar o representar posiciones y desplazamientos, los alumnos experimentarán la necesidad y tendrán la posibilidad de adquirir un vocabulario cada vez más preciso que los ayude a ser menos ambiguos en sus expresiones.

Geometría, figuras y cuerpos geométricos

El estudio en el primer ciclo de las figuras y de los cuerpos geométricos introduce a los alumnos en la modelización de los objetos en el espacio. El estudio de las formas deberá facilitar que los alumnos hagan evolucionar sus conocimientos geométricos basados en la percepción hacia el análisis de las propiedades de las formas, sus relaciones y sus elementos. Esto involucra un trabajo simultáneo con las figuras y los cuerpos.

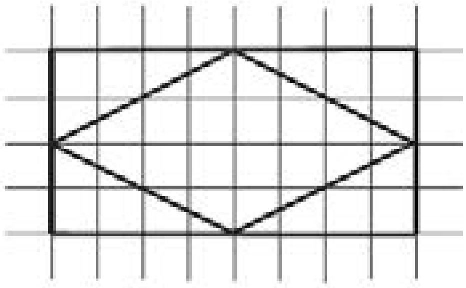
El trabajo con las figuras se centra, en un comienzo, en la identificación de las formas más conocidas y utilizadas (cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos). Más allá del nombre, que en numerosas ocasiones tendrá que ser incorporado, el énfasis deberá estar puesto en ciertas características de las figuras: cantidad de lados, la rectitud o curvatura de estos. Asimismo, será interesante promover la búsqueda de un vocabulario apropiado para describirlas tanto oralmente como a través de un mensaje escrito.

La evolución de los conocimientos de los alumnos permitirá priorizar el estudio de las relaciones de las figuras que no son evidentes o perceptibles desde los dibujos: paralelismo y perpendicularidad de los lados de los cuadrados y rectángulos, medida de los lados de los cuadrados, relaciones entre los lados de un triángulo, etc. Estos aspectos posibilitan que se avance en el terreno de la clasificación de las figuras en torno de sus propiedades y elementos, lo que exigirá volver a revisar las relaciones de las propias figuras.

El trabajo con figuras geométricas también involucra la posibilidad de poder construirlas, reproducirlas. Para que esto sea posible los alumnos podrán usar, ante los problemas planteados, diversos recursos y harán progresivas conceptualizaciones en torno de las características y propiedades de las diferentes figuras.

Bajo ciertas condiciones, el trabajo alrededor de las construcciones de figuras puede favorecer la puesta en juego –explícita o implícita– de algunas de las relaciones que las caracterizan.

Por ejemplo: se pide a los alumnos que copien en papel cuadriculado el siguiente dibujo, también presentado en papel cuadriculado:



Los alumnos deberán establecer ciertas relaciones que les garanticen la efectividad en la reproducción: contar la cantidad de cuadraditos que "ocupa" cada lado, decidir si usan o no una regla para medir, determinar los puntos medios de cada lado (aunque no sepan que se llaman puntos medios), etc. Ellos pueden validar su trabajo mediante la superposición entre ambas figuras.

Uso de los útiles de geometría

Los útiles de geometría que se permiten usar para copiar la figura y el tipo de papel en que es presentada y en el cual se realizará el copiado son variables didácticas por considerar, pues modifican las exigencias de las situaciones y favorecen el establecimiento de nuevas relaciones. En el caso del ejemplo, si se pide a los alumnos que copien el dibujo en papel liso, el problema los enfrenta con la dificultad de garantizar el paralelismo o la perpendicularidad de los lados, aspecto que el papel cuadriculado resuelve. Esta exigencia provocada por el uso de papel liso convierte a la actividad en más adecuada para segundo ciclo.

En esta situación, entonces, los instrumentos de geometría empiezan a desempeñar un nuevo papel. Poder anticipar la posición de la regla o de la escuadra para lograr el éxito en el copiado es una de las capacidades que se trata de desarrollar. Este punto es explotado con mayores posibilidades en el segundo ciclo, pero resulta pertinente iniciarlo en el primero.

El trabajo en torno de los cuerpos geométricos involucra problemas que requieran la reproducción y la descripción de los cuerpos más conocidos.

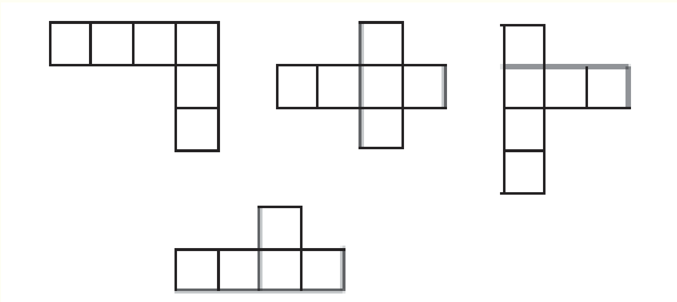
Al igual que con las figuras geométricas, para poder describirlos, reproducirlos con modelos presentes y ausentes, se necesita de un análisis de las propiedades.

El análisis de las características de los cuerpos, a su vez, se irá profundizando en dichas actividades.

También se podrá desarrollar un trabajo en torno de las relaciones entre los cuerpos y las figuras construyendo cuerpos a partir de distintas figuras, determinando qué diferentes "huellas" produce cada cuerpo, etcétera.

Además, resulta interesante poder avanzar con los alumnos en la interpretación de desarrollos planos de cuerpos.

Por ejemplo: "Para armar un cubo se recortaron los siguientes dibujos:



¿Cuáles van a permitir armar efectivamente un cubo mediante pliegues por las líneas marcadas?"

Se busca con este tipo de actividad que los alumnos anticipen que algunos desarrollos no son válidos por no contener la cantidad de caras necesarias, que otros no son válidos por no responder a la distribución de las caras que permitan armarlo, etcétera.

La intención es que los alumnos trabajen con las relaciones entre las caras, las aristas, etc., y que puedan responder y fundamentar sus respuestas sin recurrir al armado efectivo de los cubos, el que puede reservarse como verificación de las anticipaciones si fuera necesario (si los argumentos no se muestran suficientes o no alcanzan para zanjar una discusión).

El trabajo con figuras y cuerpos también implica introducir a los alumnos en un vocabulario específico, no solo de los nombres de cuerpos y de figuras, sino también de los elementos que los componen. La incorporación progresiva de este vocabulario específico deberá aparecer como una necesidad de formulación ante un problema planteado. Por ejemplo, al enviar un mensaje escrito a otro compañero para describir una forma geométrica, para describir oralmente un cuerpo geométrico, al contestar preguntas acerca de las propiedades de una figura en un juego de adivinación, etc. El estudio, en el primer ciclo, de las figuras y de los cuerpos y de las relaciones entre ambos permite iniciar a los alumnos en el campo de los problemas geométricos.

El estudio de la medida

El abordaje de la medida involucra diversos problemas: la realización de mediciones, el empleo de diferentes instrumentos de medición, el uso de medidas convencionales y el análisis del error. Es necesario proponer a los alumnos problemas en los cuales sean abordados estos diversos aspectos del estudio de la medida, aunque en este ciclo no todo podrá desarrollarse con el mismo nivel de profundidad.

Los atributos medibles son variados (longitud, capacidad, peso, superficie, ángulos, etc.) y presentan a los niños diferentes dificultades para su aprendizaje.

El progreso en el estudio de las magnitudes no debe entenderse solo en sentido sucesivo. No es imprescindible establecer una secuencia que comience por la longitud, luego la capacidad, el peso, la superficie, el volumen, etc. Si bien esta gradación está basada en los distintos grados de dificultad que presentan dichas magnitudes, es posible abordarlas simultáneamente, desde distintos puntos de vista, sin esperar la construcción acabada de una de ellas para ocuparse de otra.

Un niño de primer ciclo puede resolver diferentes situaciones que impliquen comparar longitudes como también comparar diferentes pesos de envases y abordar la comprensión global del significado del gramo o el kilogramo. En el segundo ciclo, comenzará a establecer equivalencias entre distintas unidades y, en los años siguientes, abordará las relaciones entre magnitudes.

La secuenciación se puede pensar desde el tipo de problemas que los alumnos de cada ciclo están en condiciones de resolver, sin necesidad de recorrer primero longitud, segundo capacidad, etcétera.

Cuando ingresan a primer grado, los alumnos cuentan ya con numerosos conocimientos en relación con las medidas. Saben que hay chicos más altos y más bajos, pueden comparar el tamaño de dos objetos, han escuchado hablar de algunas distancias, pueden determinar en qué envase entra más líquido, etc. A partir de estos conocimientos, están en condiciones de enfrentarse con diferentes problemas y desplegar diversos procedimientos tendientes a encontrar las soluciones. En algunos casos, habrá que determinar si hay que medir o no; en otros, seleccionar la unidad de medida (convencional o no); en otros, determinar si se requiere una medida exacta o aproximada. La gama de problemas deberá ser lo suficientemente variada como para que permita poner en juego los distintos problemas de la medición y les permita entrar en contacto con algunas unidades de medida convencionales de nuestro sistema.

La medida, de acuerdo con el enfoque general del área, toma su significado en los problemas que permite resolver. Las primeras situaciones deberán poner el acento en la necesidad de comparar longitudes, capacidades o pesos. Por ejemplo:

> Mañana vendrán a sacar este mueble del aula para llevarlo a la biblioteca. ¿Pueden averiguar si pasa por la puerta o no?

Este problema busca la elaboración de alguna estrategia que permita a los alumnos comparar las medidas del mueble con las medidas de la puerta por la imposibilidad de desplazar el mueble hasta la puerta. Se intenta brindar a los alumnos la posibilidad de reconocer en la medida una herramienta útil para resolver el problema. Al no poder ubicar los objetos que deben ser comparados uno al lado del otro, el uso de algún intermediario (un hilo, un centímetro, etc.) resulta necesario. En estos casos, se habla de comparaciones indirectas.

En cambio, si el problema que se plantea es determinar "¿quién de estos cuatro alumnos es el más alto?", los alumnos podrán ubicarse uno al lado del otro y establecer comparaciones parciales de a dos o tres chicos, hasta determinar quién es el más alto. En este caso, la comparación no requiere del uso de ningún intermediario, es directa.

Con estos dos ejemplos se ha querido mostrar cómo la proximidad o la lejanía entre los objetos que se quiere comparar es una variable que cambia el problema y, en consecuencia, condiciona las estrategias desplegadas por los alumnos.

Medidas no convencionales y convencionales

El trabajo en torno de problemas que pongan el acento en la necesidad de comparar longitudes, capacidades y pesos de objetos, directamente o usando intermediarios, permite, en algunas circunstancias, usar medidas convencionales (metro, kilo, etc.) en tanto que, en otras situaciones, se apelará a medidas no convencionales. Ambos tipos de medidas pueden ser abordados simultáneamente. El recurrir a una u otra depende de la situación: su finalidad, los instrumentos disponibles, etcétera.

También es posible introducir situaciones en las cuales se incorpore la necesidad de establecer un ordenamiento a partir de longitudes, capacidades, pesos o tiempos, recurriendo para ello a medidas arbitrarias o convencionales. Por ejemplo, si se realiza una carrera que implica recorrer cierta distancia en el menor tiempo posible y los participantes corren de a uno por vez, exige la puesta en juego de alguna estrategia que permita determinar el tiempo que tardó cada uno para establecer el orden de clasificación.

Cabe destacar que, en este tipo de actividades, la cantidad de objetos que se presente para ordenar o comparar es una nueva variable que determina los recursos empleados: no es lo mismo tener que comparar los tiempos en una carrera si participan dos corredores que si participan 35 corredores.

A su vez, el tamaño de los objetos para comparar también provoca variaciones en las estrategias desplegadas por los alumnos, condicionando el instrumento que se utilice para realizar la comparación. No es lo mismo comparar la longitud de dos objetos que no se encuentran próximos usando una regla que tener que comparar dos objetos para los cuales la regla no "alcanza" y sea, entonces, necesario reiterar una unidad de medida.

Vale recordar que toda medición conlleva un cierto margen de error, sea cual fuere el instrumento elegido. Es una cuestión constitutiva de la medición, que consiste siempre en una aproximación, que puede controlarse hasta cierto punto según la precisión de los instrumentos y el modo en que se utilizan. El análisis de este fenómeno se inicia en el primer ciclo y se profundizará en el segundo.

La evolución histórica de la medición llevó a la necesidad de establecer convenciones, lo que produjo la creación de unidades de medida reconocidas internacionalmente.

La selección de una unidad de medida y el establecimiento de convenciones son conocimientos culturales que los alumnos deben dominar. Es entonces conveniente incorporar el uso de instrumentos de medición de uso social, tales como la regla, la balanza, el vaso graduado, etcétera.

Así, pues, los problemas deberán posibilitar a los alumnos que seleccionen unidades de medida (convencionales o no) para que puedan hacer comparaciones o medir: ¿necesito una regla graduada o me basta con un hilo?, ¿busco un vaso graduado o un vaso común?, etc. Aprender a seleccionar instrumentos de medición adecuados a cada situación –usar instrumentos convencionales o no convencionales– también implica abordar el concepto de medida.

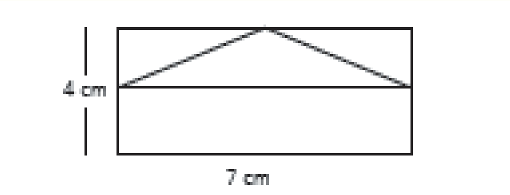
Otro aspecto vinculado a la noción de medida es la iteración de la unidad de medida seleccionada –sea convencional o no (medir implica determinar cuántas unidades de medida equivalen al objeto que es medido)–. Sin embargo, para los alumnos no siempre es claro que todas las repeticiones de la unidad establecida son iguales. A veces, los niños varían la posición del objeto-unidad de medida, otras veces superponen dicha unidad, etcétera.

En ese sentido, reproducir, por ejemplo, un rectángulo de 1 metro de lado por 60 centímetros exige a los alumnos poner en juego tanto las características de la figura en cuestión como enfrentar los problemas de medición, que se hacen más evidentes si disponen solo de reglas de 20 cm o 30 cm.

Para los niños pequeños, usar una regla graduada no es tarea sencilla; por ejemplo, suelen empezar a medir a partir de 1, además de las dificultades que les significa la partición de los números en fracciones más pequeñas. En el caso de recurrir a medidas convencionales, se deberá seleccionar la unidad de medida más conveniente según el objeto, los instrumentos que poseen y la magnitud de la que se trate.

Es importante también considerar que la medida y su tratamiento en el aula implican la consideración de sus variadas vinculaciones: por un lado, la medición produce nuevos significados para los números, en tanto son representaciones de la iteración de la unidad de medida. Comparar, medir, determinar longitudes, cantidades, etc., son diferentes acciones que ponen en funcionamiento las primeras nociones de fracciones: "necesito dos vasos y medio", "Juan le lleva media cabeza a Carlos", etcétera.

Por otro lado, el uso de la medida permite a los alumnos iniciarse en la búsqueda y el establecimiento de relaciones entre las figuras y en cada una de estas. Por ejemplo, si se pide a los alumnos que escriban un mensaje para que otro –sin verla– pueda reproducir la siguiente figura:



Ante este tipo de actividad, una posible aproximación a las características de la figura está dada por las medidas de sus lados y la relación entre ellos. Este tipo de relaciones evolucionará en la medida en que sean cada vez "más geométricas" antes que basadas en mediciones particulares.

Un último aspecto destacable se vincula con la posibilidad de estimar longitudes, capacidades y pesos para realizar comparaciones. Estas estimaciones deberán permitir a los alumnos determinar, por ejemplo, la distancia en metros entre la puerta del aula y el baño, o la cantidad de soga que se necesita para cambiar la que se rompió del mástil de la bandera. O bien, el problema de determinar la cantidad de pintura necesaria para pintar los marcos de las ventanas del aula, sabiendo que con 1/2 litro alcanza para una de ellas y que hay cuatro ventanas que son iguales, permite introducir a los alumnos en las operaciones con medidas, algunas de las cuales podrán estimarse si se basan en las relaciones numéricas ya trabajadas, en los cálculos reconocidos, en los resultados ya obtenidos; y otras servirán para encontrar nuevos resultados y nuevas relaciones.

Números y operaciones*

Números naturales y sistema de numeración

Explorar, usar y analizar números

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Exploración de los números según diferentes contextos y funciones de uso social.		
Resolución de situaciones que movilicen el recitado y análisis de regularidades de la serie numérica oral.	Resolución de situaciones que propicien un uso cada vez más flexible de la serie numérica hablada en forma ascendente y descendente, pudiendo comenzar desde un número distinto de 1. Análisis de regularidades.	
Resolución de problemas que requieran apelar al conteo donde los números cumplan diferentes funciones: 14 • Comparar dos cantidades o realizar una cantidad igual a otra dada. • Expresar la posición de un elemento en una colección ordenada o comparar posiciones.		
Resolución de problemas que requieran la identificación de cantidades presentadas en configuraciones de uso social… de puntos, dedos, etcétera.		
Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes de 1 en 1, de 10 en 10, de 2 en 2, de 5 en 5 como recurso que economiza el conteo de cantidades más o menos numerosas. Análisis de regularidades 15 de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones.	Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50, de 100 en 100, a partir de un número dado) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades 16 de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones.	Resolución de problemas que exijan la utilización de escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50, de 100 en 100, de 1000 en 1000, de 500 en 500, a partir de un número dado) en situaciones de conteo o problemas diversos. Análisis de regularidades 17 de la numeración hablada y escrita que se manifiestan en estas situaciones.

Números y operaciones

Números naturales y sistema de numeración

Números de diversa cantidad de cifras

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.	Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.	Identificación de regularidades de la serie numérica para interpretar, producir y comparar números escritos.
Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica escrita hasta aproximadamente 100.	Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 1.000.	Lectura, escritura y orden convencional de la serie numérica hasta aproximadamente 10.000.
Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.	Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.	Exploración de números de diferente cantidad de cifras que superen el intervalo de dominio.
Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, etcétera.	Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, el doble de, la mitad de.	Resolución de problemas que involucren la determinación y el uso de relaciones entre números en el intervalo numérico de dominio: uno más que, uno menos que, estar entre, diez más que, diez menos que, cien más que, cien menos que, el doble de, la mitad de.

Números y operaciones — Números naturales y sistema de numeración

Análisis del valor posicional en la numeración escrita

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Resolución de problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional.	Resolución de problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional.	Resolución de problemas que permitan un inicio en el análisis del valor posicional.

Números y operaciones — Operaciones con números naturales

Suma y resta. Distintos tipos de problemas

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos (conteo, dibujos, sobreconteo y cálculo).	Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo los cálculos que permiten resolverlos.	Resolución de problemas de adición y sustracción correspondiente a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, separar, comparar, retroceder, a través de diversos procedimientos y reconociendo y utilizando los cálculos que permiten resolverlos.
	Exploración de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a nuevos significados: (búsqueda del estado inicial, incógnita en la transformación, comparación de dos estados relativos, etc.) por medio de diferentes estrategias y posterior comparación de las mismas.	
Resolución de problemas presentados en soportes diversos, en los que resulta necesario identificar datos, incógnitas y cantidad de soluciones.		

Números y operaciones

Operaciones con números naturales

Suma y resta. Cálculo exacto y aproximado

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Práctica del cálculo mental (18) para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción.		
Utilización de resultados numéricos conocidos (remitirse también a contenido del casillero superior a este) y de las propiedades de los números y las operaciones para resolver mentalmente cálculos exactos y aproximados. Explicitación, por parte de los alumnos, de las estrategias utilizadas. Comparación posterior de las mismas.		
Exploración y utilización de estrategias de cálculo de sumas y restas. Análisis del recurso más conveniente de acuerdo a la situación y los números involucrados.		
	Dominio progresivo de los algoritmos convencionales para la adición e investigación de otros algoritmos producidos por los alumnos o propuestos por el docente.	Dominio progresivo de los algoritmos convencionales para la adición y sustracción e investigación de otros algoritmos producidos por los alumnos o propuestos por el docente.
Uso de la calculadora (19) para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.		

Números y operaciones

Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Distintos tipos de problemas

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Exploración de problemas que involucren grupos de igual cantidad y repartos mediante diversos procedimientos (dibujos, conteo, sumas o restas reiteradas).	Resolución de problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación: - proporcionalidad simple, y - organizaciones rectangulares, a través de diversos procedimientos personales (dibujos, conteo, sumas reiteradas, etc.) y avanzando progresivamente en dichas estrategias. Relación con el uso de la escritura multiplicativa. 20	
	Análisis de semejanzas y diferencias entre los problemas de suma y de multiplicación en relación con los sentidos, cálculos y escrituras.	
		Exploración de problemas sencillos de combinatoria apelando a diferentes procedimientos personales.
	Resolución de problemas de división vinculados a los problemas de proporcionalidad simple trabajados en relación con la multiplicación, mediante diversos procedimientos. Resolución de algunos problemas de: • reparto (búsqueda del valor para cada parte), y • partición (búsqueda de la cantidad de partes) a través de diferentes procedimientos.	Resolución de problemas vinculados a diferentes significados de la división: • reparto • partición • series proporcionales • organizaciones rectangulares mediante diversos procedimientos, con un análisis de lo realizado que permita hacer avanzar progresivamente dichas estrategias, vinculándolas con la multiplicación. Identificación de la división como la operación que permite hallar el factor desconocido de una multiplicación.

Números y operaciones

Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

1.° grado	2.° grado	3.° grado
	Cálculo de dobles y mitades. Construcción de tablas proporcionales y análisis de unas primeras relaciones multiplicativas. Elaboración y análisis de escalas ascendentes y descendentes. Vinculación de relaciones multiplicativas con estrategias para completar tablas o resolver cálculos multiplicativos.	Cálculo de dobles y mitades. Construcción de tablas proporcionales y análisis de diferentes relaciones multiplicativas. Vinculación de dichas relaciones con estrategias para completar las tablas o resolver cálculos de multiplicaciones o divisiones.
	Construcción progresiva de estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones y divisiones. Problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Proporcionalidad simple Problemas que involucran algunos sentidos de la multiplicación. Organizaciones rectangulares Problemas vinculados a diferentes significados de la división Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Algoritmo convencional de la multiplicación Relación entre los procedimientos de sumas reiteradas y la multiplicación. Apelación a las sumas reiteradas para resolver cálculos multiplicativos.	
	Inicio de construcción de un repertorio de cálculos multiplicativos.	Dominio progresivo de un repertorio multiplicativo incluyendo la construcción, el análisis de las relaciones, una reflexión acerca del funcionamiento del repertorio para resolver cálculos y la posterior memorización de sus resultados. Análisis de las características de las multiplicaciones por 10, 100 y 1.000. Extensión del repertorio multiplicativo a números mayores, por ejemplo para multiplicar por 20, por 500, etc. Uso del repertorio multiplicativo para resolver divisiones.

Números y operaciones

Operaciones con números naturales

Multiplicación y división. Cálculo exacto y aproximado

1.° grado	2.° grado	3.° grado
		Cálculos que permitan poner en juego y analizar posteriormente las relaciones entre multiplicación y división.
		Relación entre los procedimientos más personales y el algoritmo convencional para la multiplicación. Dominio progresivo del algoritmo convencional para la multiplicación. Dominio progresivo de variados recursos de cálculo que permitan resolver divisiones: sumas o restas sucesivas, aproximaciones mediante productos, uso de resultados multiplicativos en combinación con restas, etcétera.
		Cálculo aproximado Elaboración de estrategias de cálculo aproximado de multiplicaciones para resolver problemas en los cuales no sea necesario un cálculo exacto. Anticipación de la cantidad de cifras de un cociente.

Uso de la calculadora para propiciar diferentes recursos de cálculo, resolver problemas y verificar resultados.

Espacio, geometría y medida

Espacio

Orientación y localización en el espacio

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Resolución de problemas que requieran interpretar y comunicar de manera oral la ubicación de personas y objetos en el espacio 21, en relación con sí mismos, entre sí, y con referencias 22 del entorno.	Resolución de problemas que requieran interpretar, comunicar, establecer la ubicación de personas y objetos en el espacio 23 en relación con puntos de referencias 24.	Resolución de problemas que requieran interpretar, comunicar, establecer la ubicación de personas y objetos en el espacio 25, en relación con puntos de referencias 26.
Ubicación en una línea orientada. Ubicación en el espacio gráfico de una hoja de papel, del pizarrón, de un libro u otro soporte escrito. Orientarse en una cuadrícula estableciendo relaciones entre sus casilleros.	Orientación en una cuadrícula tomando las relaciones entre casilleros o nudos como referencias.	Orientación en una cuadrícula tomando las relaciones entre casilleros o nudos como referencias.
Exploración de la representación plana de la ubicación de objetos y de recorridos. Resolución de problemas que demanden la interpretación y la producción de planos y dibujos para comunicar posiciones o trayectos. 27	Resolución de problemas que demanden la interpretación y la producción de planos y dibujos para comunicar posiciones o trayectos. 28	Resolución de problemas que demanden la interpretación y la producción de planos y dibujos para comunicar posiciones o trayectos. 29
	Resolución de problemas que impliquen interpretar representaciones de objetos o situaciones desde diferentes puntos de vista.	Resolución de problemas que impliquen interpretar representaciones de objetos o situaciones desde diferentes puntos de vista.

Espacio, geometría y medida

Geometría

Figuras geométricas

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Exploración, reconocimiento y uso de algunas características de las figuras geométricas para distinguirlas unas de otras. Algunas características por tratar: cantidad de lados, lados rectos y curvos, cantidad de vértices, igualdad o no de los lados, etcétera.	Exploración, reconocimiento y uso de algunas características de las figuras geométricas para distinguirlas unas de otras. Algunas características por tratar: cantidad de lados, lados rectos y curvos, cantidad de vértices, igualdad o no de los lados, diagonales, etcétera.	Exploración, reconocimiento y uso de algunas características de las figuras geométricas para distinguirlas unas de otras. Algunas características por tratar: cantidad de lados, lados rectos y curvos, cantidad de vértices, igualdad o no de los lados, diagonales, puntos medios de los lados, perpendicularidad y paralelismo, etcétera.
Construcción de figuras a partir del análisis de sus características.	Construcción de figuras a partir del análisis de sus características utilizando regla.	Construcción de figuras a partir del análisis de sus características utilizando regla y escuadra.
Establecimiento de relaciones entre figuras geométricas.	Establecimiento de relaciones entre figuras geométricas.	Establecimiento de relaciones entre figuras geométricas.

Cuerpos geométricos

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Exploración, descripción e identificación de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono), considerando forma, número de caras u otras características.	Exploración, descripción e identificación de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono), considerando forma, número de caras u otras características.	Exploración, descripción e identificación de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono), considerando forma, número de caras u otras características.
Reproducción de cuerpos (cubos y prismas) a partir del análisis de sus características.	Reproducción de cuerpos (cubos y prismas) a partir del análisis de sus características.	Reproducción de cuerpos (cubos y prismas) a partir del análisis de sus características.
Establecimiento de relaciones entre figuras y cuerpos geométricos.	Establecimiento de relaciones entre figuras y cuerpos geométricos.	Establecimiento de relaciones entre figuras y cuerpos geométricos.

Espacio, geometría y medida

Medida

Estudio de la medida

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Medición de longitudes: • comparación de objetos según su longitud mediante un procedimiento directo o indirecto; • utilización de unidades de longitud no convencionales; • utilización de instrumentos de uso social (regla, centímetro de costura, metro de carpintero, etc.) y apelando a unidades convencionales.	Medición de longitudes mediante: • unidades no convencionales; • unidades convencionales. Uso de instrumentos de uso social que permitan determinar longitudes: regla, metro de carpintero, etcétera.	• Medición de longitudes en metros, centímetros y milímetros. • Uso de la regla y de cintas métricas para medir longitudes.
		Comparación y cálculo de longitudes en centímetros y milímetros; en kilómetros y metros. Equivalencia entre diferentes expresiones para una misma medida. Relación entre diferentes unidades de medida de longitud: • entre metros y centímetros; • entre centímetros y milímetros; • entre kilómetros y metros. Relación entre estas equivalencias y algunas características del sistema de numeración en términos de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros.
	Determinación de longitudes en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva.	Determinación de longitudes en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva y determinar la unidad de medida más conveniente, según el objeto por medir.

Espacio, geometría y medida

Medida

Estudio de la medida

1.° grado	2.° grado	3.° grado
	Comparación y medición de capacidades mediante: • unidades no convencionales; • unidades convencionales. Medidas de capacidad de uso habitual: litro, mililitro.	Comparación y medición de capacidades. Cálculo de capacidades en litros, centilitros, mililitros. Equivalencia entre diferentes expresiones para una misma medida. Relación entre diferentes unidades de medida de capacidad: entre litros, centilitros y mililitros.
	Determinación de capacidades en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva.	Determinación de capacidades en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva y determinar la unidad de medida más conveniente según el objeto por medir.
	Comparación y medición de capacidades. Uso de vasos medidores para medir capacidades.	Comparación y medición de capacidades. Uso de vasos medidores para medir capacidades. Relación entre estas equivalencias y la organización del sistema de numeración.

Espacio, geometría y medida

Medida

Estudio de la medida

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Comparación y medición de pesos. Uso de balanzas para la medición del peso.	Comparación y medición de pesos. Uso de balanzas y vasos medidores para la medición del peso.	Comparación y medición de pesos. Cálculo de pesos en gramos y kilogramos. Equivalencia entre diferentes expresiones para una misma medida. Relación entre diferentes unidades de medida de peso: • entre gramos y kilos; • entre kilos y toneladas. Relación entre estas equivalencias y algunas características del sistema de numeración en términos de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros.
	Determinación de pesos en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva.	Determinación de pesos en el marco de problemas que exijan la toma de decisiones acerca de la necesidad de realizar una estimación de medida o una medida efectiva y determinar la unidad de medida más conveniente, según el objeto por medir.
Ubicación de hechos vividos relevantes unos en relación con otros según su orden temporal (antes y después).		
Uso de unidades de tiempo (día, día de la semana, semana, mes, año) y del calendario para ubicarse en el tiempo, ubicar acontecimientos y determinar duraciones.	Uso de unidades de tiempo (día, día de la semana, semana, mes, año) y del calendario para ubicarse en el tiempo, ubicar acontecimientos, determinar duraciones.	

Espacio, geometría y medida

Medida

Estudio de la medida

1.° grado	2.° grado	3.° grado
Lectura de la hora considerando solamente las horas enteras. Uso de las horas enteras para ubicarse en el día.	Lectura de la hora considerando solamente las horas enteras. Uso de las horas enteras para ubicarse en el día.	Lectura de la hora (en horas y minutos) e interpretación de códigos en relojes variados (digitales con y sin distinción en AM y PM, relojes de aguja). Cálculo de duraciones en: • meses y días; • horas y días; • horas y minutos.
		Uso de fracciones sencillas para indicar algunas medidas como media hora, un cuarto de hora.

Evaluación

La evaluación en la escuela ha de ser pensada tanto para tener elementos relativos a la marcha de los aprendizajes de los alumnos como para obtener información que permita tomar decisiones de manera más racional y fundamentada para mejorar la enseñanza.

Una preocupación central en la enseñanza de la matemática es la fuerte tendencia que ha habido a catalogar a los alumnos de "buenos" o "duros" en matemática. Esta distinción reposa sobre el supuesto de que la matemática es una disciplina para algunos que son rápidos, inteligentes, etc. Desde la concepción de enseñanza que se asume en este documento, partimos del supuesto de que todos los niños pueden aprender matemática, aunque reconozcamos las diferencias individuales entre los alumnos. El desafío consiste en evaluar los progresos de cada alumno en relación con los conocimientos que él mismo tenía y lo que ha sido enseñado en el aula, lo que ha sido objeto de trabajo y ahora es evaluado.

Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos del alumno con los suyos propios en el punto de partida y no solamente con los conocimientos de los otros alumnos. Aquello que un alumno no ha logrado todavía puede lograrlo en otro momento. ¿Este niño progresa en dirección a aquello que se espera?, ¿en qué medida lo que sabe ahora lo pone en mejores condiciones para seguir aprendiendo?, ¿cuáles son los problemas de suma y de resta que ahora puede resolver y antes no?, ¿con qué "tamaño" de los números está ahora en condiciones de reconocer un cálculo?, ¿cómo han progresado los procedimientos de resolución?, ¿ha incorporado nuevas formas de representaciones de las operaciones?

En el documento *Progresiones de los aprendizajes. Matemática. Primer ciclo* se explicitan los recorridos posibles y pertinentes para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos fundamentales de la trayectoria escolar. Este material resulta una herramienta útil para orientar la observación y análisis de los avances de los alumnos a lo largo del ciclo y la toma de decisiones para responder de manera oportuna y pertinente a las necesidades heterogéneas de aprendizajes que se identifican en el aula.

Mientras las progresiones del documento mencionado toman en cuenta el ciclo escolar, los indicadores de avance que se detalla en este documento, permiten identificar transformaciones en los conocimientos de los alumnos vinculados con los aprendizajes en juego en las situaciones de enseñanza particulares.

La evaluación diagnóstica cobra importancia a raíz de que permite, justamente, establecer los puntos de partida, tanto grupales como individuales. Permite no detenerse en cuestiones que los alumnos ya dominan como también detectar aspectos que será necesario abordar antes que la propuesta prevista. La evaluación diagnóstica no se realiza solamente a principio de año, sino frente a cada proyecto de trabajo.

Muchas veces los maestros, centrados en evaluar lo que ya saben los alumnos, se privan de incluir situaciones desafiantes. En lugar de evitarlas, es posible su inclusión distinguiendo sus objetivos: ¿cuáles conocimientos se espera que sean dominados?, ¿cuáles se evalúan para tener información con respecto a un conocimiento aún no dominado por el conjunto de la clase?

La evaluación de los aprendizajes de los alumnos no se reduce a evaluaciones individuales, escritas, sumativas. Los docentes utilizan diversas herramientas que permiten conocer la evolución de los aprendizajes. Es importante diversificar las formas de evaluación en Matemática en el primer ciclo, incluyendo la observación de la clase, de la participación de los niños en tareas grupales, del tipo de intervenciones y de preguntas, de los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, etcétera.

Resulta fundamental llevar registro de las observaciones que se realizan, grupales o individuales, por ejemplo: ¿qué intervenciones realizan?, ¿cuáles son los errores que aparecen?, ¿qué procedimientos han utilizado? Un buen momento para tomar registro de dos o tres alumnos por clase es la fase de resolución individual o grupal de las situaciones planteadas. Luego del momento de resolución, en algunas clases se procede a la comunicación de procedimientos y resultados, a la discusión y comparación sobre los mismos.

Es importante también observar y registrar la evolución de los alumnos con respecto a estos aprendizajes vinculados al trabajo colectivo.

Puesto que, desde la perspectiva que se sostiene en este Diseño Curricular, el primer ciclo es también lugar para aprender un quehacer matemático, es pertinente preguntarse: ¿participan los chicos de manera creciente en mostrar sus producciones?, ¿aportan en la discusión sobre la corrección de una respuesta?, ¿están dispuestos a revisar sus producciones?

Estos aprendizajes no son espontáneos; los alumnos los logran en diferentes momentos. Es importante entonces poder ir observando los logros crecientes de los niños en función de las oportunidades que les hemos dado para aprender: ¿empezó a participar un poco más?, ¿ya no se enoja cuando se da cuenta de que su respuesta no fue la correcta?, ¿colabora cada vez más para que otros alumnos comprendan lo realizado? Es evidente que todos estos aspectos llevan a sostener una concepción de evaluación que se propone recoger información sobre procesos de los niños que abarcan muchas más cuestiones que sus posibilidades de operar o de resolver problemas. En la definición de objetivos del ciclo que se presenta a continuación se han incluido estos aspectos que resultan relevantes desde el punto de vista del sentido formativo de la Matemática al que ha de contribuir la enseñanza.

Partimos del supuesto de que el maestro no es el único que evalúa la marcha de los aprendizajes de los alumnos. Creemos importante que los niños participen en la evaluación de lo realizado, tanto en tareas grupales como individuales. Para que ellos puedan participar activamente y en forma creciente en la evaluación de sus aprendizajes, es imprescindible que tomen conciencia de qué están aprendiendo. El trabajo colectivo y las intervenciones del docente, dirigidas a que los niños reconozcan qué han aprendido luego de un conjunto de actividades, favorecerán las reflexiones sobre el quehacer individual. Los niños pueden comprometerse con su propio proceso de construcción de conocimientos. Indudablemente la posibilidad de que reflexionen sobre sus aprendizajes matemáticos, puedan reconocer las cuestiones en las que se sienten más seguros y aquellas que necesitan practicar, etc., está vinculada al trabajo que se haya hecho para que los alumnos asuman como propia la evaluación de los procesos y resultados y se dispongan a reelaborarlos cuando sea necesario. Es decir, en la medida en que se supere la idea tan difundida de que la evaluación de la producción la hace otro (el maestro, el que sabe), va a ser posible un compromiso de los alumnos con la evaluación de sus aprendizajes.

La evaluación permite examinar las estrategias didácticas empleadas y ajustarlas o ampliarlas si resulta necesario. Sobre la marcha de la enseñanza es frecuente preguntarse: ¿cómo continúo esta propuesta de trabajo?, ¿qué aspectos de aquello que pensé enseñar los alumnos aún no han aprendido?, ¿qué propuestas voy a plantearles para abordar dichos aspectos?, ¿qué errores comunes han aparecido que no estaban previstos?, ¿qué problemas plantearles para trabajar sobre los mismos?, etcétera.

Aunque es pertinente distinguir las acciones que se emprenden para evaluar la enseñanza de las que se emprenden para evaluar los aprendizajes de los alumnos, tal distinción no debería ocultar que el aspecto más delicado es justamente detectar qué se puede hacer en el plano de la enseñanza para asegurar más y mejores aprendizajes para todos los alumnos. Así como resulta una labor de largo aliento lograr que los niños aprendan a hacerse responsables de su producción matemática, es sin duda una tarea compleja e inacabada la conquista de mejores medios que permitan que la enseñanza se haga cargo de los aprendizajes matemáticos de los alumnos.

Bibliografía

Buenos Aires (Ciudad Autónoma). Ministerio de Educación, Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa. *Progresiones de los aprendizajes. Matemática. Primer ciclo*, 2018.

Buenos Aires (Ciudad Autónoma). Ministerio de Educación, Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa, Gerencia Operativa de Currículum, *Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires: propósitos y objetivos por sección y por área de Nivel Inicial. Objetivos por grado y por área de Nivel Primario*, 2015.

— *Metas de aprendizaje. Niveles Inicial, Primario y Secundario de las escuelas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires*, 2012.

Buenos Aires (Ciudad Autónoma). Ministerio de Educación, Dirección General de Planeamiento Educativo. Dirección de Currícula y Enseñanza. *Matemática. Las situaciones numéricas. Propuestas de trabajo para las salas de 4 y 5 años*, 2009, Aportes para la enseñanza. Nivel Inicial.

— Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currícula. *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo de la Escuela Primaria/Educación General Básica*, 2004.

Buenos Aires (Ciudad Autónoma). Ministerio de Educación, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula. *Diseño Curricular para la Educación Inicial. Niños de 4 y 5 años*, 2000.

— *Pre Diseño Curricular para la Educación General Básica. Marco General*, 1999.

— *Matemática. Documento de trabajo Nº 4*, 1997.

— *Matemática. Documento de trabajo nº 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*, 1998. Actualización Curricular.

Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación y Cultura. Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum. Matemática. *Los niños, los maestros y los números*, 1992.

Buenos Aires (Ciudad Autónoma), Secretaría de Educación. Dirección de Currículum. *Matemática. Documento de trabajo nº 2, Primer ciclo*, 1996. Actualización curricular.

— Dirección de Formación Docente Continua. "Multiplicación en segundo grado", en *Multiplicación y división: su abordaje didáctico*, 1995.

Brousseau, G. "Los diferentes roles del maestro", en Parra, C. y Saiz, I. (comps.). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Buenos Aires, Paidós, 1994.

Bkouche, R. y otros. *Faire des mathématiques: le plaisirs du sense*, Paris, Armand Colin, 1991.

Vergnaud, G. *El niño, la matemática y la realidad: Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria*. México, Trillas, 1991.

Enfoque para la enseñanza

Etchemendy, M. y Zilberman, G. "Hablar y escribir en la clase de matemática: intercambios entre alumnos y maestros", en C. Broitman (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria [II]. Saberes y conocimientos de niños y docentes*. Buenos Aires, Paidós, 2013.

Quaranta, M. E. y Wolman, S. "Las discusiones en las clases de matemática. Qué, para qué y cómo se discute. Capítulo 6", en M. Paniza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

Sadovsky, P. *Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Sadovsky, P. y Tarasow, P. "Transformar ideas con ideas. El espacio de discusión en la clase de matemática", en C. Broitman (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria [II]. Saberes y conocimientos de niños y docentes*. Buenos Aires, Paidós, 2013.

Números y operaciones

Argentina. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza, Primer ciclo, Nivel Primario*. Buenos Aires, 2006.

— *Serie Cuadernos para el aula*. Buenos Aires, 2006.

Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación y Cultura. Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum. *Matemática. Los niños, los maestros y los números*, 1992.

Bartolomé, O. y Fregona, D. "El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales", en Panizza, Mabel (comp.). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

Brizuela, B. "Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños", en Elichiry, Nora Emilce (comp.). *Aprendizaje de niños y maestros/as. Hacia la construcción del sujeto educativo*. Buenos Aires, Manantial, 2000.

Broitman, C. *Las operaciones en el primer ciclo. Aportes para el trabajo en el aula*. Buenos Aires, Novedades Educativas, 2010.

Grimaldi, V. "Los algoritmos de cálculo en la historia de la Matemática y en la escuela", en *Revista Papel y tinta, para el día a día en la escuela*. Editorial 12(ntes), octubre 2010.

Itzcovich, H. (coord.). *La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires, Aique, 2007.

Lerner, D. "Hacia la comprensión del valor posicional. Avances y vicisitudes en el trayecto de una investigación didáctica", en Claudia Broitman (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria [I]. Números naturales y decimales con niños y adultos*. Buenos Aires, Paidós, 2013.

— "Tener éxito o comprender. Una tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración", en Alvarado, M. y Brizuela, B. (comps.). *Haciendo Números.* México, Paidós, 2005.

Lerner, D, Sadovsky, P. y Wolman, S. "El sistema de numeración: un problema didáctico", en Parra, C. y Saiz, I. (comps.). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires, Paidós, 1994.

Lerner, D. *La matemática en la escuela. Aquí y ahora.* Buenos Aires. Aique, 1992.

Parra, C. "Cálculo mental en la escuela primaria", en Parra, C. y Saiz, I. (comps.). *Didáctica de las Matemáticas.* Buenos Aires, Paidós, 1994.

Parra, C. y Saiz, I. *Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio.* Rosario, Homo Sapiens, 2007.

Ponce, H. y Wolman, S. "Numeración oral-Numeración escrita. Tres perspectivas de análisis que abordan esta relación", en *Educación, Lenguaje y Sociedad.* VII (7), 207-226, 2010.

Quaranta, M. E. y Wolman, S. "Discusiones en las clases de matemáticas: ¿qué se discute?, ¿para qué? y ¿cómo?", en Panizza, M. (comp.). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo deEGB: Análisis y Propuestas.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

Quaranta, M. E.; Tarasow, P. y Wolman, S. "Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas", en M. Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

Scheuer, N.; Bressan, A. M. y Rivas, S. "Los conocimientos numéricos en niños que inician su escolaridad", en Elichiry, N. E. (comp.). *¿Dónde y cómo se aprende? Temas de Psicología Educacional.* Buenos Aires, Eudeba, 2001.

Terigi, F. y Wolman, S. "Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza", en *Revista Iberoamericana de Educación,* N° 43, OEI, 2007.

Vergnaud, G. *El niño, la matemática y la realidad: Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria.* México, Trillas, 1991.

Wolman, S. "La enseñanza de los números en el nivel inicial y en el primer año de la EGB. Capítulo 3", en Ana María Kaufman (comp.). *Letras y números. Alternativas didácticas para Jardín de Infantes y Primer Ciclo de la EGB.* Buenos Aires, Santillana, 2000.

Wolman, S. y Quaranta, M. E. "Procedimientos numéricos de resolución de problemas aditivos y multiplicativos. Relaciones entre aspectos psicológicos y didácticos", en *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación (IICE)*, N° 16, Universidad de Buenos Aires, Facultad de Filosofía y Letras, 2000.

Espacio

Berthelot, R. y Salin, M. "L'enseignement de la géométrie á l'ecole primarie" (La enseñanza de la geometría en la Escuela Primaria), en *Grand N*, N° 53, Grenoble, 1993.

Broitman, C. "Reflexiones en torno a la enseñanza del espacio", en *Educación Matemática*, N° 22. Buenos Aires, Novedades educativas, 2000.

Gálvez, G. "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental", en C. Parra e I. Saiz (comps.). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós, 1994.

Saiz, I. "La ubicación espacial en los primeros años de escolaridad", en *Educación Matemática*, Vol. 10, N° 2. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1998.

— "La derecha... ¿de quién? Ubicación espacial en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB", en Panizza, M. (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

Geometría

Buenos Aires (provincia). Dirección General de Educación Básica. *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB*, 2001.

Broitman, C. e Itzcovich, H. "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza", en Panizza, M. (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas.* Buenos Aires, Paidós, 2003.

— *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos.* Buenos Aires. Editorial Novedades Educativas, 2002.

Castro, A. "Actividades de exploración con cuerpos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco", en Malajovich, A. (comp.). *Recorridos didácticos en la educación Inicial.* Buenos Aires, Paidós, 2000.

Fregona, D. *Les figures planes comme «milieu» dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques.* Thèse, Université de Bordeaux I, 1995.

Quaranta, M. E. y Ressia de Moreno, B. "El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños", en *Revista 0 a 5. Enseñar Matemática. Números, cantidades y formas*, Buenos Aires, Novedades Educativas, 2004.

Medida

Argentina. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. *Serie Cuadernos para el aula.* Buenos Aires, 2006.

— *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza, Primer ciclo, Nivel Primario.* Buenos Aires, 2006.

Río Negro (Argentina). Consejo Provincial de Educación. Secretaría Técnica de Gestión Curricular. *Área Matemática 2, La medida: un cambio de enfoque*, 1997.

Chamorro, M. C. "El Currículum de medida en educación primaria y ESO y las capacidades de los escolares", en *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, N° 10, Barcelona, Graó, 1996.

Chamorro, M. C. y Belmonte, J. M. *El problema de la medida.* Madrid, Síntesis, 1988.

Segovia, I. y Rico, L. "La estimación en medida", en *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, N° 10, Barcelona, Graó, 1996.

Notas

1. G. Brousseau. "Los diferentes roles del maestro", en C. Parra e I. Saiz (comps.). *Didáctica de la Matemática. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós, 1994.
2. R. Bkouche y otros. *Faire des mathématiques: le plaisirs du sens.* Paris, Armand Colin, 1991.
3. Esta idea recupera el planteo presentado en el *Pre Diseño Curricular para la Educación General Básica. Marco General.* G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, 1999.
4. En este Diseño Curricular se incluyen las metas de aprendizaje que fueran presentadas en el documento Metas de aprendizaje. Niveles Inicial, Primario y Secundario de las escuelas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. G.C.B.A. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo. Gerencia Operativa de Currículum. Buenos Aires, 2012.
5. Estos objetivos fueron presentados en el documento *Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Propósitos y objetivos por sección y por área de Nivel Inicial. Objetivos por grado y por área de Nivel Primario.* G.C.B.A. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo. Gerencia Operativa de Currículum. Buenos Aires, 2014.
6. Una caracterización de las ideas que construyen los niños sobre dicho sistema, y propuestas de actividades para la enseñanza podrán encontrarse en "El sistema de numeración: un problema didáctico", en C. Parra e I. Saiz (comps.). *Didáctica de la Matemática. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós, 1994.
7. "Problemas aditivos" son todos aquellos cuya solución requiere de adiciones o sustracciones; y "problemas multiplicativos" los que requieren de multiplicaciones o divisiones. Gérard Vergnaud. *El niño, la matemática y la realidad*, México, Trillas, 1991.
8. El uso de estas escrituras con letras está solamente dirigido al docente para expresar la relación de una manera general.
9. En estos procedimientos que apelan al conteo o a la suma en problemas

que involucran cantidades que se repiten, los niños están comprometiendo un trabajo diferente al que utilizan en problemas de suma, dado que deben controlar las “veces” que se repite esa cantidad. En el ejemplo mencionado, deberán controlar que cada paquete contiene 6 y que ese grupo de 6 se repite tres veces. En el caso del conteo, involucra contar los 6 de cada grupo, al mismo tiempo el total que se va acumulando y las veces que se repitió el grupo de 6 para detener allí el conteo. Es decir, involucra un triple conteo. Los alumnos, aun apelando a procedimientos como la suma o el conteo –a los que se busca ir transformando progresivamente-, están de esta manera enfrentando relaciones multiplicativas que vinculan dos conjuntos diferentes, en este caso paquetes y libros.”

10 No resulta posible en este documento desarrollar en su totalidad una secuencia de introducción de cada operación. Se seleccionan algunos aspectos que se consideran representativos de aquellos que se quieren señalar.

11 Véase la secuencia “Multiplicación en segundo grado” de C. Parra e I. Saiz (1994), publicada en *Multiplicación y división: su abordaje didáctico*, M.C.B.A., Secretaría de Educación y Cultura, Dirección de Formación Docente Continua, 1995.

12 La finalidad del trabajo con diversos procedimientos alternativos no tiene como único norte la enseñanza de los algoritmos convencionales. En todo caso, estos últimos quedan integrados como un recurso más en un trabajo amplio de cálculo que busca formar a los alumnos en una posición de abordaje de situaciones, que incluye un análisis de las transformaciones que operan sobre los números.

13 Solo presentamos algunos ejemplos, en cada aula seguramente aparecerán otros. Estos ejemplos suponen la disponibilidad de cierto repertorio multiplicativo por parte de los niños.

14 Conocer los números remite a sus diferentes aspectos y a las relaciones que guardan entre sí. Cada uno de ellos y la articulación que requieren involucran un proceso a largo plazo en el cual se van abriendo y retomando los conocimientos ligados a esos aspectos. El conocimiento de la serie numérica oral, como vimos, es base para el aprendizaje del conteo, procedimiento que pone en correspondencia cada número de la serie con un objeto y permite determinar el cardinal de una colección no ordenada o la posición de un elemento en una colección ordenada.

La serie oral es base y al mismo tiempo avanza y se enriquece con su uso en situaciones que requieren enumerar una colección.

15 Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Los ochenta comienzan con ocho”, “los de cien van con tres cifras”, son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se emprende el trabajo de indagar la organización del sistema.

16 Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Los trescientos comienzan con tres”, “los de cien van con tres cifras” son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se les propone un trabajo sostenido que les permita indagar la organización del sistema.

17 Una regularidad (del sistema de numeración) es una característica que se repite siempre de la misma manera. “Todos los de tres mil comienzan con tres”, “del mil al nueve mil van con cuatro cifras” son formulaciones que se aproximan a las que usualmente realizan los niños cuando se emprende el trabajo de indagar la organización del sistema.

18 Se entiende por cálculo mental no sólo los cálculos memorizados sino también al cálculo reflexionado, es decir, aquellos cálculos para los que es necesario tomar ciertas decisiones respecto de cómo descomponer los números y qué cálculos parciales hacer. No requieren necesariamente una rápida ejecución y pueden ser escritos. Para ampliar acerca del trabajo en torno al cálculo mental que se propone en esta perspectiva curricular, puede consultarse el documento *Matemática. Cálculo mental con números naturales.*

19 *Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB.* Buenos Aires, Dirección General de Cultura y Educación, 2001.

20 Aportes y recursos sobre la multiplicación y la división y Matemática. Documento de trabajo n.° 4, Actulización curricular.

21 Los problemas de ubicación espacial tienen lugar en espacios con características muy diferentes (por ejemplo, espacio urbano o rural, en un edificio público, en una habitación, en un armario, en una hoja de papel, etcétera) que condicionan las acciones que allí se realizan y los procedimientos utilizados para ubicarse uno mismo o localizar objetos. Describir objetos, reconocerlos, fabricarlos o transformarlos, desplazarlos, hallarlos, comunicar su posición, ubicarse, desplazarse, comunicar recorridos, reconocer un espacio, etc., son acciones que requieren

orientarse en un espacio real y, para ello, apelar a representaciones (mentales, verbales, gráficas...) y utilizar referencias (objetos o lugares asumidos como fijos –y compartidos con el interlocutor en el caso de una comunicación–, en relación con los cuales se establece la ubicación de un objeto).

22 Las referencias para ubicarse espacialmente pueden ser objetivas (independientes de la posición del sujeto que emite o recibe el mensaje) o subjetivas (teniendo en cuenta las referencias corporales de los sujetos involucrados en la comunicación de la ubicación). Las referencias que se utilizan dependen del espacio y del problema espacial por resolver.

Ahora bien, para ciertos espacios contamos con sistemas de referencias compartidos, definidos convencionalmente como, por ejemplo, los números en las calles para encontrar una dirección, las coordenadas en un plano o mapa (Institut National de Recherche Pédagogique. Équipe de didactique des mathématiques. Apprentissages géométriques et résoutions de problèmes. Paris, Hatier. ERMEL, 2006).

23 Los problemas de ubicación espacial tienen lugar en espacios con características muy diferentes (por ejemplo, espacio urbano o rural, en un edificio público, en una habitación, en un armario, en una hoja de papel, etcétera) que condicionan las acciones que allí se realizan y los procedimientos utilizados para ubicarse a uno mismo o localizar objetos. Describir objetos, reconocerlos, fabricarlos o transformarlos, desplazarlos, hallarlos, comunicar su posición, ubicarse, desplazarse, comunicar recorridos, reconocer un espacio, etc., son acciones que requieren orientarse en un espacio real y, para ello, apelar a representaciones (mentales, verbales, gráficas...) y a utilizar referencias (objetos o lugares asumidos como fijos –y compartidos con el interlocutor en el caso de una comunicación–, en relación con los cuales se establece la ubicación de un objeto).

24 Las referencias para ubicarse espacialmente pueden ser objetivas (independientes de la posición del sujeto que emite o recibe el mensaje) o subjetivas (teniendo en cuenta las referencias corporales de los sujetos involucrados en la comunicación de la ubicación). Las referencias que se utilizan dependen del espacio y del problema espacial por resolver.

Ahora bien, para ciertos espacios contamos con sistemas de referencias compartidos, definidos convencionalmente como, por ejemplo, los números en las calles para encontrar una dirección, las coordenadas en un plano o mapa (Institut National de Recherche Pédagogique. Équipe de didactique des mathématiques. Apprentissages géométriques et résoutions de problèmes. Paris, Hatier. ERMEL, 2006).

25 Los problemas de ubicación espacial tienen lugar en espacios con características muy diferentes (por ejemplo, espacio urbano o rural, en un edificio público, en una habitación, en un armario, en una hoja de papel, etcétera) que condicionan las acciones que allí se realizan y los procedimientos utilizados para ubicarse uno mismo o localizar objetos. Describir objetos, reconocerlos, fabricarlos o transformarlos, desplazarlos, hallarlos, comunicar su posición, ubicarse, desplazarse, comunicar recorridos, reconocer un espacio, etc., son acciones que requieren orientarse en un espacio real y, para ello, apelar a representaciones (mentales, verbales, gráficas...) y utilizar referencias (objetos o lugares asumidos como fijos –y compartidos con el interlocutor en el caso de una comunicación–, en relación con los cuales se establece la ubicación de un objeto).

26 Las referencias para ubicarse espacialmente pueden ser objetivas (independientes de la posición del sujeto que emite o recibe el mensaje) o subjetivas (teniendo en cuenta las referencias corporales de los sujetos involucrados en la comunicación de la ubicación). Las referencias que se utilizan dependen del espacio y del problema espacial por resolver.

Ahora bien, para ciertos espacios contamos con sistemas de referencias compartidos, definidos convencionalmente como, por ejemplo, los números en las calles para encontrar una dirección, las coordenadas en un plano o mapa (Institut National de Recherche Pédagogique. Équipe de didactique des mathématiques. Apprentissages géométriques et résoutions de problèmes. Paris, Hatier. ERMEL, 2006).

27 Las primeras representaciones del espacio que utilizamos refieren a un espacio familiar (la clase, la escuela, el barrio, la ciudad), de manera tal que aquello que se conoce sobre el espacio constituya un punto de apoyo para trabajar sobre las representaciones, para pensar puntos de referencia posible, para facilitar la orientación del plano. Pero, desde temprano y progresivamente, la idea es ampliar el uso de representaciones espaciales para que permitan acceder intelectualmente a espacios no conocidos o menos conocidos. Así, se trata de comparar diferentes espacios y también los modos de representarlos. Comparar diferentes modos de representación del espacio permitirá profundizar en la información espacial (fotos, pinturas o dibujos, mapas, planisferio,

vistas satelitales...) que aportan estos recursos e identificar algunas relaciones espaciales que es posible inferir a partir de ellos. La accesibilidad digital permite apelar a ellos fácilmente para comparar y complementar la información que brindan.

28 Las primeras representaciones del espacio que utilizamos refieren a un espacio familiar (la clase, la escuela, el barrio, la ciudad), de manera tal que aquello que se conoce sobre el espacio constituya un punto de apoyo para trabajar sobre las representaciones, para pensar puntos de referencia posible, para facilitar la orientación del plano. Pero, desde temprano y progresivamente, la idea es ampliar el uso de representaciones espaciales para que permitan acceder intelectualmente a espacios no conocidos o menos conocidos. Así, se trata de comparar diferentes espacios y también los modos de representarlos. Comparar diferentes modos de representación del espacio permitirá profundizar en la información espacial (fotos, pinturas o dibujos, mapas, planisferio, vistas satelitales...) que aportan estos recursos e identificar algunas relaciones espaciales que es posible inferir a partir de ellos. La accesibilidad digital permite apelar a ellos fácilmente para comparar y complementar la información que brindan.

29 Las primeras representaciones del espacio que utilizamos refieren a un espacio familiar (la clase, la escuela, el barrio, la ciudad), de manera tal que aquello que se conoce sobre el espacio constituya un punto de apoyo para trabajar sobre las representaciones, para pensar puntos de referencia posible, para facilitar la orientación del plano. Pero, desde temprano y progresivamente, la idea es ampliar el uso de representaciones espaciales para que permitan acceder intelectualmente a espacios no conocidos o menos conocidos. Así, se trata de comparar diferentes espacios y también los modos de representarlos. Comparar diferentes modos de representación del espacio permitirá profundizar en la información espacial (fotos, pinturas o dibujos, mapas, planisferio, vistas satelitales...) que aportan estos recursos e identificar algunas relaciones espaciales que es posible inferir a partir de ellos. La accesibilidad digital permite apelar a ellos fácilmente para comparar y complementar la información que brindan.

Vamos Buenos Aires