

- Problema A - Maças

Esse problema pode ser resolvido com programação dinâmica. Para representar os estados, use as coordenadas x e y da sua posição atual e o tempo atual.

- Problema B - Garota Hiperativa

Também pode ser resolvido com programação dinâmica. Use como estado o índice do intervalo que você está considerando agora e o índice do último intervalo que foi inserido na solução. Para cada transição, faça um laço para todos os intervalos que começam depois do intervalo atual, considerando a possibilidade de inclusão de cada um.

- Problema C - Festival das Noites Brancas

Escreva a recursão como uma equação matricial:

$$\begin{bmatrix} f(n) \\ f(n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f(n-1) \\ f(n-2) \end{bmatrix}.$$

Assim, é fácil perceber que

$$\begin{bmatrix} f(n) \\ f(n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Essa exponenciação pode ser feita em $\mathcal{O}(\log N)$ (veja a análise do problema D do dia 10/03), o que é rápido o suficiente para resolver o problema.

Alternativamente, esse problema poderia ser resolvido encontrando ciclos na sequência de Fibonacci módulo 1000.

- Problema D - Pontes de São Petersburgo

Esse é exatamente o problema da mochila com capacidade K em que os itens são as regiões da cidade e os pesos são o números de pontes incidentes em cada uma dessas regiões.

- Problema E - Maximal Binary Matrix

Comece com uma matriz de zeros e vá preenchendo trocando os elementos para uns, da coluna de cima para a de baixo, da esquerda para a direita.

Quando modificar algum elemento de fora da diagonal principal, lembre-se de modificar seu simétrico. Se, ao fim do processo, você não conseguir colocar k uns, a resposta é -1.

- Problema F - Roma and Poker

Esse é outro exercício de programação dinâmica. Basta fazer $pd(i, j) = 1$ se for possível jogar os i primeiros jogos e terminar com lucro de j e $pd(i, j) = 0$ caso contrário.

- Problema G - Flores Florescem da França

O problema é trivial, basta implementar o que é pedido.

- Problema H - Playing with Wheels

Considere cada estado das rodas como um vértice de um grafo e faça uma busca em largura, tomando cuidado para não passar pelos estados proibidos.

- Problema I - Botas Perdidas

Há várias formas de resolver esse problema. Uma delas é manter dois vetores E e D , em que E_i é o número de botas esquerdas de tamanho i e D_i é o número de botas direitas de tamanho i . Assim, basta somar, para todo i , o máximo entre E_i e D_i .

- Problema J - Fechem as Portas!

O problema nos pede para identificar quais são os números que têm um número ímpar de divisores positivos. Note que, se d divide n , o número n/d também divide n , então, a princípio, parece que os divisores de um número natural sempre aparecem aos pares. Isso só não é verdade porque, para alguns números n , podemos encontrar um divisor d de forma que $d = n/d$, isto é, esse n é o quadrado de um de seus divisores.

Portanto, os números naturais que apresentam número ímpar de divisores positivos são exatamente os quadrados perfeitos.