### • Problema A - Commandos

Aplicação simples do algoritmo de Floyd-Warshall. Esse problema inclusive foi explicado durante a aula, e a solução está nos slides do dia.

## • Problema B - Lucky Year

Para encontrar o próximo "lucky year", aumente o dígito mais significativo em 1 unidade e faça todos os outros valerem 0. Agora, basta subtrair esse número do número dado na entrada.

#### • Problema C - Junte Dois Reinos

Para cada uma das árvores i, encontre o par de vértices  $(u_i, v_i)$  cuja distância entre eles é máxima. Agora, para cada vez que você ligar um vértice  $x_2$  da segunda árvore a um vértice  $x_1$  da primeira, a maior distância possível entre nas árvores ou não muda e continua sendo a distância entre algum  $u_i$  e  $v_i$  ou vai ser a maior distância de  $x_1$  a um vértice da sua árvore mais a maior distância de  $x_2$  a um vértice da sua árvore. É possível mostrar que o vértice mais distante de  $x_i$  na sua própria árvore é  $u_i$  ou  $v_i$ . Então, é possível somar todas as maiores distâncias quando as árvores são conectadas via  $x_i$  de forma eficiente: ela quase sempre é a distância a  $u_i$  ou  $v_i$ , só nos casos em que a outra árvore é bem pequena essa distância vai ser a distância entre  $u_i$  e  $v_i$ .

#### • Problema D - Mixtures

Para misturar todas as poções de índices i a j, devmos escolher um índice k entre i e j, misturar as poções de i a k e de k+1 a j e depois combinar as duas poções resultantes. Isso nos dá uma ideia de um algoritmo recursivo, que pode ser diretamente implementado com programação dinâmica.

# • Problema E - Counting Substhreengs

Os caracteres não numéricos não atrapalham em nada, quando encontrar um deles, aja como se a string tivesse acabado e outra diferente começa em seguida, porque nenhuma "substhreeng" pode ter uma letra. Para que um número seja divisível por 3, a soma de seus algarismos deve ser divisível por 3, então, calcule, para todos os prefixos da string, o resto da divisão da soma de todos os algarismos desse prefixo por 3. Note que, cada vez que você encontra esse valor para um prefixo, você sabe exatamente em quantas posições anteriores você pode cortar a string para ter a soma dos dígitos múltipla de 3. Por exemplo, na string "12321", quando eu considero o prefixo terminando no quinto caractere, eu sei que o resto da divisão da soma dos dígitos é igual a 0. Então, eu posso cortar a string em todas as posições que também deixam resto igual a 0 (antes do primeiro caractere, antes do terceiro e antes do quarto) que vou ter substhreengs.

## • Problema F - Test Tubes

Há várias formas de resolver esse problema. Uma delas é fazer uma busca ternária na resposta, procurando pelo melhor volume para se encher cada tubo.

# • Problema G - Tea Party

Primeiramente, encha todas as xícaras para que elas fiquem cheias até, pelo menos, a metade. Feito isso, vá despejando todo o chá que restou enchendo as xícaras que tem maior capacidade primeiro, para não correr o risco de deixar ninguém insatisfeito.

## • Problema H - Desejos das Crianças

Para começar, verifique se não existem mais de duas requisições diferentes para uma dada criança, caso contrário, é impossível montar a roda, uma vez que cada pessoa só tem dois vizinhos. Depois, cheque se as requisições formam um ciclo que não contenha todas as crianças. Para isso, você pode usar uma estrutura de Union-Find, por exemplo, ou mesmo uma busca no grafo.

## • Problema I - Average Sleep Time

Basta seguir as instruções do enunciado e calcular a média pedida.

# • Problema J - Final Mundial de 2008

Outra aplicação direta do algoritmo de Floyd-Warshall, mas aqui você deve deixar salvos todos os estados intermediários na matriz de programação dinâmica para responder às consultas de forma eficiente.