- Problema A - Marks Distribution

  Os dois métodos apresentados na análise do Problema H – Homework – do dia 24/03 funcionam, mas usar programação dinâmica aqui é muito mais conveniente, porque evita ter que lidar com os números enormes que aparecem na solução combinatória.

- Problema B - Circuito Bioquímico Digital

  Leia coluna a coluna e conte quantos palitos são maiores do que o pedido.

- Problema C - Triangle Trouble

  Ordene os valores dados na entrada e note que o triângulo com área máxima deverá ser formado por três lados consecutivos no vetor ordenado. Lembre-se de que a área A de um triângulo de lados com medidas x, y e z é dada por $A = \sqrt{s(s-x)(s-y)(s-z)}$, onde $s = (x+y+z)/2$.

- Problema D - Chest of Drawers

  Seja $f(n, s)$ o número de formas de tornar s gavetas seguras em uma sequência de n gavetas, assumindo que a gaveta imediatamente acima da primeira gaveta dessa sequência está trancada; e seja $g(n, s)$ o número de formas de tornar s gavetas seguras em uma sequência de n gavetas, assumindo que a gaveta imediatamente acima da primeira gaveta dessa sequência está destrancada.

  Se queremos proteger s gavetas dentre n e a gaveta acima da primeira está trancada, podemos trancar a primeira, protegendo-a, e ficando com o problema de proteger $s-1$ gavetas dentre as $n-1$ que restaram. Alternativamente, podemos deixar a primeira destrancada e ficarmos com o problema de proteger s gavetas dentre as $n-1$ restantes. Matematicamente, temos:

  $$f(n, s) = f(n-1, s-1) + g(n-1, s).$$

  Usando o mesmo raciocínio para o caso de a gaveta acima da primeira estar destrancada, temos:

  $$g(n, s) = f(n-1, s) + g(n-1, s).$$

  Podemos implementar o cálculo dessas duas funções recursivamente, usando memoização, obtendo a resposta em complexidade $\mathcal{O}(n \cdot s)$.

- Problema E - Musical Loop

  Conte quantos pontos i são tais que H_i é estritamente maior que H_{i-1} e H_{i+1} ou que H_i é estritamente menor que esses dois pontos, atentando, claro, para a condição de contorno da sequência.

- Problema F - How Many Nodes?

  Seja C_n o número de árvores binárias distintas que podem ser construídas com n vértices. Obviamente, $C_0 = C_1 = 1$. Para $n > 1$, devemos fixar a raiz da árvore e então montar uma subárvore esquerda e uma subárvore direita de forma que a soma de todos os nós seja n. Por exemplo, para $n = 3$, devemos fixar a raiz e então montar uma subárvore esquerda de 2 nós e uma direita de 0, ou uma esquerda de 1 e uma direita de 1, ou uma esquerda de 0 e uma direita de 2. Esse raciocínio nos permite concluir que

  $$C_n = \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-1-i},$$

  para todo $n > 1$. Assim, podemos precalcular a sequência dos C_n e usá-la para responder o problema.

  Como alguns alunos perceberam, esses C_n são exatamente os Números de Catalan, e eles aparecem em diversos problemas de combinatória.

- Problema G - Lajotas Hexagonais

  Para chegar à lajota de número $i > 2$, Maria pode saltar até lá partindo da lajota $i - 1$ ou da lajota $i - 2$. Assim, temos uma solução simples usando programação dinâmica: se F_i é o número de formas de chegar à lajota i, $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$.

- Problema H - Factors and Factorials

  Note que os fatores primos de $N!$ são os fatores primos de N somados aos de $(N - 1)!$, então, você não precisa fatorar números grandes. A formatação da saída exige um pouco de cuidado.

- Problema I - Remendo

  A princípio, ignore o fato de que o pneu é circular, imagine que você quer tampar os furos em uma tira estendida. Definindo $f(i)$ como sendo o comprimento mínimo de remendo necessário para cobrir os furos de 1 a i, temos que $f(i) = \min\{T_1 + f(j_1), T_2 + f(j_2)\}$, em que j_n é o maior índice k tal que a distância entre o furo i e o furo k é maior que T_n, $n = 1, 2$. Por fim, basta repetir o mesmo algoritmo para cada possibilidade de linearizar o pneu, isto é, cada vez considerando um dos furos do pneu como o primeiro.

Com um pouco de cuidado na implementação, é possível obter uma solução em $\mathcal{O}(N^2)$, mas $\mathcal{O}(N^2 \log N)$ já é suficiente.

- Problema J - Macaco Rural

  Ordene os preços e agrupe o maior preço com o menor, o segundo maior com o segundo menor, e assim sucessivamente.