RBC Básico

Rodrigo Beltrán

1. Modelo

1.1. Hogares

1.1.1. ¿Qué representa ρ? ¿Qué sucede si ρ es igual a 1 o 0 ?

ρ representa, en este modelo, la tasa de preferencia intertemporal del hogar representativo. Esto porque se nos dice que $\beta = \frac{1}{1+\rho}$, siendo β el factor de descuento. La función del factor de descuento es traer a valor presente los flujos de futuros de utilidad, por lo que ρ podría entenderse como la "impaciencia" de los hogares por tener más consumo presente que futuro. Sin embargo, debe considerarse formalmente como la tasa de preferencia intertemporal que se utilizará para evaluar la utilidad de consumo presente y futuro.

Si ρ es igual a 0, el hogar valora el consumo futuro tanto como el presente y por tanto buscará mantener un consumo constante a lo largo del tiempo. Así, $C_t = C_{t+1} = \bar{C}$. Esto reflejaría a un hogar totalmente paciente, que no recibiría desutilidad por esperar para consumir en el futuro independiente del tiempo.

Cuando ρ es igual a 1, el hogar valora mucho más el consumo presente que el futuro, por lo que buscará traer flujos de ingreso futuro al presente para aumentar su consumo. Entonces, para este ρ, $C_t > C_{t+1}$. El valor de ρ reflejaría en este caso la impaciencia del hogar, y que este recibe desutilidad por esperar para consumir en el futuro.

1.1.2. De aquí en adelante asuma δ igual a 1, ¿cuál es la interpretación económica de este supuesto?

Que δ sea igual a 1 implica, económicamente, que existe una depreciación total de capital período a período. Esto es, que la única forma de poder llevar consumo presente al futuro es a través de la inversión en cada período y que esta inversión madura en el período siguiente y no entregará más retornos. Al no entregar retornos consecuentes al período siguiente de la inversión, el individuo está obligado a invertir cada período para suavizar su consumo intertemporal; porque sabemos que $\rho > 0$ y querrá trasladar consumo presente al futuro.

1.1.3. Encuentre las condiciones de optimalidad del hogar. Económicamente, ¿que implica la ecuación de Euler? Utilice conceptos como utilidad marginal del consumo y expectativas racionales.

$$\begin{aligned} \max_{C_t, N_t, K_{t+1}} \quad & \mathbb{E}_t \left(\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, N_t) \right) \\ \text{s.t.} \quad & C_t + I_t \leq W_t N_t + R_t K_t \\ & K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t \end{aligned} \tag{1}$$

Se indica que $u(C_t, N_t) = ln(C_t) + \theta ln(1 - N_t)$, con lo que podemos plantear el lagrangeano (recordar que se plantea que $\delta = 1$):

$$\mathcal{L} = \mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ ln(C_t) + \theta ln(1 - N_t) + \lambda_t \left[W_t N_t + R_t K_t - C_t - I_t \right] \right\}$$

Podemos especificar $I_t = K_{t+1} - (1 - \delta) K_t$, pero como $\delta = 1$ queda entonces $I_t = K_{t+1}$, con lo que el lagrangeano queda:

$$\mathcal{L} = \mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ ln(C_t) + \theta ln(1 - N_t) + \lambda_t \left[W_t N_t + R_t K_t - C_t - K_{t+1} \right] \right\} \tag{2}$$

Planteando las condiciones de primer orden se tiene:

$$\begin{aligned} C_t \quad &: \quad \frac{1}{C_t} = \lambda_t \\ N_t \quad &: \quad \frac{\theta}{1 - N_t} = \lambda_t W_t \\ K_{t+1} \quad &: \quad \lambda_t = \beta \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} (R_{t+1}) \right] \end{aligned}$$

Reemplazando $\frac{1}{C_t} = \lambda_t$, queda

$$\frac{\theta}{1 - N_t} = \frac{1}{C_t} W_t \tag{3}$$

$$\frac{1}{C_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{C_{t+1}} (R_{t+1}) \right] \tag{4}$$

Al encontrar la CPO del capital da como resultado una ecuación de Euler. El objetivo de una ecuación de Euler es mostrar la dinámica del consumo intertemporal, que caracteriza la mejor elección de consumo entre períodos en función de los costos y beneficios marginales, es decir, describe la evolución del control en un camino óptimo. En otras palabras, los hogares eligen entre el consumo de hoy y el consumo de mañana para que la utilidad marginal del consumo en t sea igual a la del consumo de $t + 1$.

1.2. Firmas

1.2.1. Encuentre las condiciones de primer orden.

Tenemos las siguientes ecuaciones, donde la firma maximiza Π_t:

$$\Pi_t = Y_t - W_t N_t - R_t K_t \tag{5}$$

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t) \tag{6}$$

$$log(A_t) = \phi log(A_{t-1}) + \varepsilon_t \tag{7}$$

Se asume función de producción tipo Cobb-Douglas, con lo que se tiene $Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$, con lo que la función a maximizar es:

$$\Pi_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} - W_t N_t - R_t K_t \tag{8}$$

Se plantean las CPO, se maximiza según la cantidad de trabajo:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial N_t} \rightarrow W_t = A_t(1-\alpha) K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha}$$

Y para el capital:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} \rightarrow R_t = A_t \alpha K_t^{\alpha-1} N_T^{1-\alpha}$$

1.3. Equilibrio y Estado Estacionario

1.3.1. Relacione las ecuaciones del modelo con algún agente o mercado.

Agente	Ecuaciones	Descripción
Hogares	$\frac{1}{C_t} = \beta \mathbb{E}\left[\frac{1}{C_{t+1}}(R_{t+1})\right]$	Ecuación Euler
	$\frac{\theta}{1-N_t} = \frac{1}{C_t} W_t$	Oferta de Trabajo
	$I_t = K_{t+1}$	Ley Mov. del Capital
Firmas	$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$	Producción
	$R_t = A_t \alpha K_t^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha}$	Demanda de Capital
	$W_t = A_t(1-\alpha) K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha}$	Demanda por Trabajo
Equilibrio	$Y_t = C_t + I_t$	Mercado de Bienes
Shock	$ln(A_t) = \phi ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t$	Shock

Fuente: Elaboración Propia

Las variables de estado son K_{t+1} y A_t. Las variables de control son C_t, I_t, R_t, W_t e Y_t. Lo exógeno es ε_t, el resto es todo endógeno.

1.3.2. Calcule el estado estacionario del modelo. En otras palabras, exprese las variables del modelo en términos de los parámetros

Recordando, en estado estacionario se tiene que $X_t = X_{t+1} = X$, bajo esta premisa, procedemos a plantear las ecuaciones en su forma de estado estacionario

$$\frac{1}{C} = \beta \mathbb{E}\left[\frac{1}{C}(R)\right]$$
$$\frac{1}{C} = \beta \left[\frac{1}{C}(R)\right]$$
$$\boxed{R = \frac{1}{\beta}}$$

$$R = A\alpha K^{\alpha-1} N^{1-\alpha}$$
$$R = A\alpha \left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha-1}$$
$$\left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha-1} = \frac{R}{A\alpha}$$
$$\boxed{\frac{K^*}{N^*} = \left(\frac{R}{A\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}}$$

$$\boxed{I = K}$$
$$\boxed{Y = AK^\alpha N^{1-\alpha}}$$
$$\boxed{Y = C + I}$$
$$\boxed{W = A(1-\alpha)K^\alpha N^{-\alpha}}$$

Para el shock en productividad, en estado estacionario $\varepsilon = 0$:

$$logA^* = \phi logA + 0$$
$$logA^* = \phi logA$$
$$logA^* = logA^\phi$$
$$A^* = A^\phi$$
$$\boxed{A^* = 1}$$

Finalmente, para el trabajo:

$$
\begin{aligned}
\frac{\theta}{1-N} &= \frac{W}{C} \\
\frac{1-N}{\theta} &= \frac{C}{W} \qquad / \times \frac{1}{N} \quad \text{En el numerador} \\
\frac{\frac{1}{N}-1}{\theta} &= \frac{\frac{C}{N}}{W} \\
\frac{1}{N}-1 &= \frac{\frac{C}{N}}{W}\theta \\
\frac{W}{N}-W &= \frac{C}{N}\theta \\
\frac{W}{N} &= \frac{C}{N}\theta + W \\
&\boxed{N^* = \left(\frac{W}{\left(\frac{C}{N}\right)\theta + W}\right)}
\end{aligned}
$$

Con lo que las variables en estado estacionario queda de la forma:

$$
\bar{C} = \frac{\bar{C}}{\bar{N}}\bar{N}, \quad \bar{I} = \frac{\bar{I}}{\bar{N}}\bar{N}, \quad \bar{K} = \frac{\bar{K}}{\bar{N}}\bar{N}, \quad \bar{Y} = \frac{\bar{Y}}{\bar{N}}\bar{N}
$$

2. Computación

2.1. Declare las variables endógenas y exógenas

Detalle en archivo MOD.

2.2. Declare los parámetros junto con sus respectivas calibraciones. Asuma $\theta = 3,968$, $\phi = 0,979$ y $\sigma_e = 0,0072$. Utilizando intuición económica, revisión de literatura o datos, ¿qué valores asignaría a α y β?

Revisando la literatura, utilizaremos los valores para α y β de 0.33 y 0.99 respectivamente (Sims, 2015). El valor de β coincide con el trabajo de Kydland and Prescott (1982) en sus calibraciones para el modelo, considerando unos datos trimestrales. El valor de α varía según el paper que trabaje con un modelo RBC, pero seguiremos la estructura de Sims (2015).

2.3. Declaración del Modelo

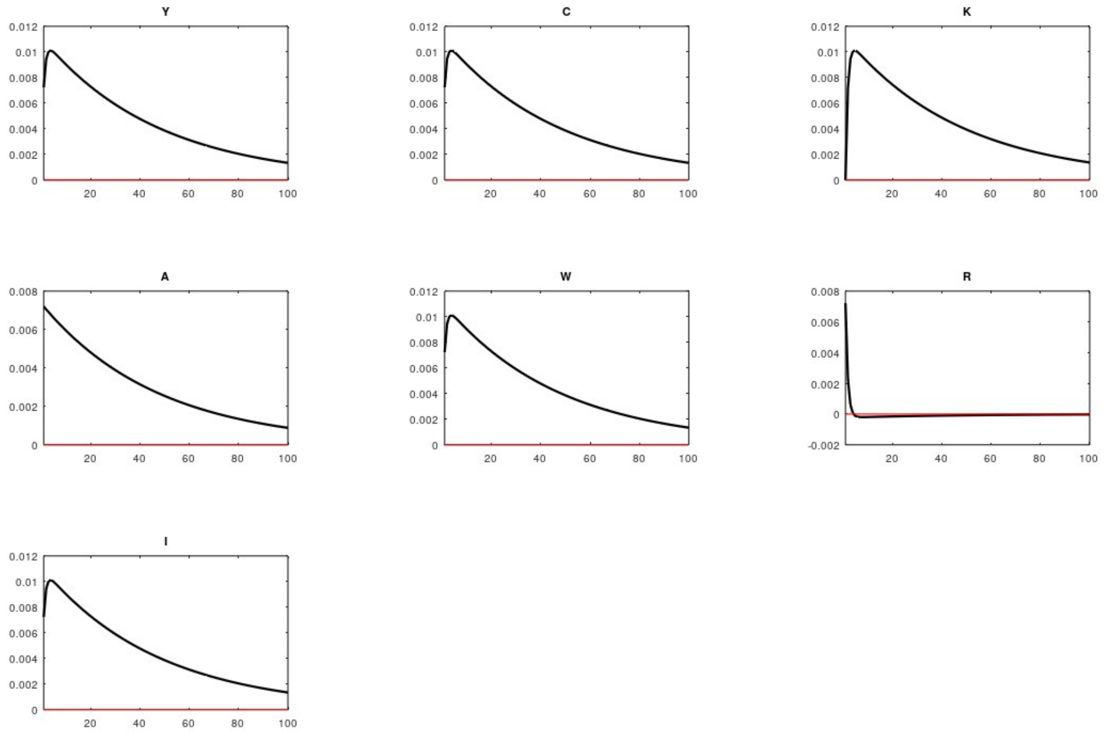
Detalle en archivo MOD.

2.4. Implemente el estado estacionario

Detalle en archivo MOD.

2.5. Ejecute un análisis de impulso respuesta de un shock positivo de la productividad. En particular, ¿cuál es la reacción de hogares y firmas? ¿Qué sucede en el mercado del trabajo y del capital?

A continuación tenemos las funciones de impulso respuesta ante un shock en productividad:



De estas IRF podemos extraer tres reacciones distintas: la primera es una reacción positiva no instantánea seguida de un decaimiento progresivo y estable, que se ve a lo largo del tiempo sin ser una caída rápida. Esta primera reacción corresponde a la del producto (Y), el consumo (C), el capital (K), el salario (W) y la inversión (I). Para todos es muy similar también la magnitud de la reacción a lo largo de la trayectoria.

El segundo tipo de reacción es uno que muestra dos movimientos bruscos y en cortos períodos: al ocurrir el shock, se ve una reacción positiva instantánea, junto con una caída muy rápida y cercana a cero que se mantiene así para los siguientes períodos. Esta reacción la podemos ver en el costo de arriendo del capital (R).

Por último, tenemos una reacción muy similar a la primera pero que se diferencia en el primer instante tras el shock. En esta reacción, el aumento es inmediato y cae progresivamente a través del tiempo, pero no de forma abrupta. Esta reacción es para la productividad misma (A), en la que precisamente ocurre el shock exógeno que estamos analizando.

Así, vemos que un shock en productividad aumenta en general todas las variables, las que lentamente vuelven a su valor de estado estacionario exceptuando la tasa de arriendo del capital que llega rápidamente a su propio valor.

Notar que estos efectos ocurren al tener un factor de depreciación completo, donde no se traspasa capital a períodos futuros, lo que explicaría el comportamiento similar entre las variables, especialmente entre la inversión y el capital físico, haciendo que los hogares estén en obligación de trabajar para mantener el consumo.

Referencias

[1] Kydland, F. E. and Prescott, E. C. (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50(6):1345–1370.

[2] Sims, E. (2015). Graduate Macro Theory II: Stylized Business Cycle Facts and the Quantitative Performance of the RBC Model. *University of Notre Dame.*