Introdução à Análise de dados em FAE **(20/09/2021)**

Tarefa da Aula 5: estatística

Professores: Dilson de Jesus, Eliza Melo, Sandro Fonseca, Sheila Mara *Name:* Rodrigo Campello Silva

TEXTO

EXERCÍCIO 1

Dedução : $\sigma_{\bar{u}}^2 = (\frac{\partial f}{\partial x})^2|_{(\bar{x},\bar{y})}\sigma_{\bar{x}}^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2|_{(\bar{x},\bar{y})}\sigma_{\bar{y}}^2 + \frac{2}{N}(\frac{\partial f}{\partial x})(\frac{\partial f}{\partial y})|_{(\bar{x},\bar{y})}\sigma_{xy}$

EXERCÍCIO 2

Dedução i : $u = x \pm y \rightarrow \sigma_{\bar{u}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2 + \sigma_{\bar{y}}^2 \pm 2r\sigma_{\bar{x}}\sigma_{\bar{y}}}$

Dedução ii : $u = xy$ ou $u = x/y \rightarrow \frac{\sigma_{\bar{u}}}{|\bar{u}|} = \sqrt{(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}})^2 + (\frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}})^2 \pm 2r(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}})(\frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}})}$

EXERCÍCIO 3

Dedução : $\bar{x} = \frac{\Sigma_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\Sigma_{i=1}^N \frac{i}{\sigma_i^2}}$ e $\frac{1}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}$ ou $\sigma\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}}}$

Fazer todos os exercícios da referecia:

Exercício 3.1.

De um conjunto de medidas de uma grandeza, a média e o desvio-padrão são, respectivamente, 23 e 1. Que frações percentuais de leitura espera-se nos seguintes intervalos:

a) (22 , 24) : Temos $(22, 24) \rightarrow (23 - 1, 23 + 1) \rightarrow (23 - \sigma, 23 + \sigma)$ Portanto podemos afirmar que possui o intervalo possui um nível de confiança de aproximadamente 63,8% (Um sigma)

b) (21 , 23) : Temos $(21, 23) \rightarrow (23 - 2, 23 + 0) \rightarrow (23 - 2\sigma, 23 + 0\sigma)$ Caso o intervalo fosse de (23+2σ, 23-2σ), o intervalo possuiria o nível de confiança de 95,5%, como o intervalo (23+2σ,23+0σ) corresponde a metade do intervalo de (23+2σ, 23-2σ) temos que o nível de confiança do intervalo (23+2σ,23+0σ) é $\frac{95,5\%}{2} = 47.75\%$

c) (24 , 25) :Temos $(24, 25) \rightarrow (23 + 1, 23 + 2) \rightarrow (23 + \sigma, 23 + 2\sigma)$ Como os dois números estão acima da média, o nível de confiança será dividido por 2 e para descobrir o nível de confiança no intervalo $23 + \sigma, 23 + 2\sigma)$ temos que diminuir as áreas dos, logo $\frac{95,5\%}{2} - \frac{68,3\%}{2} = 13,6\%$

Exercício 3.2.

O conjunto abaixo representa 5 medidas da aceleração da gravidade g (m/s^2).

(9,9 ; 9,6 ; 9,5 ; 9,7 ; 9,8)

Qual a melhor estimativa e a respectiva incerteza para o valor esperado?

Utilizando as fórmulas $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} xi$ e $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(xi-\bar{x})^2}{N(N-1)}}$ temos:

$\bar{x} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} xi = 9,7m/s^2$ e $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{5} \frac{(xi-9,\bar{7})^2}{5(5-1)}} = 0,07m/s^2 \approx 0,1m/s^2$

Portanto a melhor estimativa e a respectiva incerteza é de $(9,7 \pm 0,1)m/s^2$

Exercício 3.3.

O conjunto abaixo representa 5 medidas da carga do elétron (e), em múltiplos de 10^{-19} C.

(1,5 ; 1,7 ; 1,8 ; 1,4 ; 1,6)

Qual a melhor estimativa e a respectiva incerteza para o valor esperado?

Utilizando as fórmulas $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} xi$ e $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(xi-\bar{x})^2}{N(N-1)}}$ temos:

$\bar{x} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} xi = 1,6.10^{-19}C$ e $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{5} \frac{(xi-\bar{1,6})^2}{5(5-1)}} = 0,07.10^{-19}C \approx 0,1.10^{-19}C$

Portanto a melhor estimativa e a respectiva incerteza é de $(1,6 \pm 0,1)(10^{-19}C)$

Exercício 3.4.

Após determinar a velocidade do som em várias baterias de medidas, a dispersão em cada uma das baterias, caracterizada pelo desvio padrão, foi da ordem de σ v =10 m/s. Quantas medidas são necessárias, numa bateria, para que a incerteza na estimativa seja da ordem de 3 m/s?

Como o desvio padrão foi obtido através de várias baterias de medidas, podemos calcular quantas medidas são necessárias, numa bateria, para que a incerteza na estimativa seja da ordem de 3m/s através da seguinte fórmula $\sigma_{<x>} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$, portanto:

$3 = \frac{10}{\sqrt{N}} \to \sqrt{N} = \frac{10}{3} \to (\sqrt{N})^2 = (\frac{10}{3})^2 \to N = \frac{100}{9} \approx 11$

Logo, para atingir uma incerteza próxima de 3 m/s, é necessário 11 medidas em uma bateria de medidas

Exercício 3.5.

Dois experimentos em Física de Altas Energias divulgam a descoberta de uma nova partícula. As massas apresentadas, com nível de confiança de 68%, são:

m1 = (7,8 ± 0,2) × 10^{-27} kg

m2 = (7,0 ± 0,3) × 10^{-27} kg

Podem esses valores representarem a massa de uma mesma partícula? (argumente estatisticamente)

O erro associado entre m1 e m2 é de $\sigma = \sqrt{\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2}$, portanto temos $\sigma = \sqrt{0,2^2 + 0,3^2} \approx 0,36.10^{-27}kg \approx 0,4.10^{-27}kg$

Averiguando a discrepância entre m1 e m2 temos $|7,8 - 7,0| = 0,8.10^{-27}kg = 2\sigma$ Como o intervalo de discrepância é de 2 sigma,não podemos dizer com certeza que as massas são de uma mesma partícula, uma vez que o resultado da discrepância entre as duas medidas é inconclusivo.

Exercício 3.6. As medidas da densidade de um líquido (kg/m3) são:

(1,8 ; 2,0 ; 2,0 ; 1,9 ; 1,8)

a) Qual a melhor estimativa para a densidade do líquido?

Utilizando $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} xi$ e e $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(xi-\bar{x})^2}{N(N-1)}}$ temos que a melhor estimativa para a densidade do líquido é de (1,9±0,04)kg/m^3.

b) Se 1,85 kg/m3 é o valor de referência para a densidade do líquido, analise a discrepância entre a melhor estimativa e esse valor de referência.

O erro associado entre as densidades d1 e d2 é de $\sigma = \sqrt{\sigma_{d1}^2 + \sigma_{d2}^2}$, como d2 = 0, temos o erro associado como 0,04 kg/m^3, Averiguando a discrepância entre d1 e d2 temos $|1,9 - 1,85| = 0,05kg/m^3 < 2\sigma$ como a discrepância é menor que 2 sigma, podemos afirmar que as medidas são compatíveis.

Exercício 3.7. Três grupos de estudantes determinam a carga do elétron, com nível de confiança de 68%, como
e1 = (1,72 ± 0,04) × 10^{-19} C
e2 = (1,75 ± 0,07) × 10^{-19} C
e3 = (1,62 ± 0,04) × 10^{-19} C
Se o valor de referência para a carga do elétron é 1,60×10^{-19} C, quais das estimativas são satisfatórias?

para e1: Como o erro do valor de referencia é praticamente nulo, o erro associado entre as cargas e1 e e é igual ao erro da carga e1 que é 0,04 x 10^{-19} C, logo, averiguando a discrepância temos que $|1,72 - 1,60| = 0,12.10^{-19}C = 3\sigma$ portanto não são compatíveis.

para e2: Como o erro do valor de referencia é praticamente nulo, o erro associado entre as cargas e2 e e é igual ao erro da carga e2 que é 0,07 x 10^{-19} C, averiguando a discrepância temos que $|1,75-1,60| = 0,15.10^{-19}C > 3\sigma$ portanto não são compatíveis.

para e3: Como o erro do valor de referencia é praticamente nulo, o erro associado entre as cargas e3 e e é igual ao erro da carga e3 que é 0,04 x 10^{-19} C, averiguando a discrepância temos que $|1,62-1,60| = 0,02.10^{-19}C < \sigma$ portanto são compatíveis.

Exercício 3.8. Ao se estudar uma reação nuclear, resulta que as energias e os respectivos erros padrões, no início (Ei) e ao final (Ef) do processo, são:
Ei = 75±3 MeV e Ef = 60±9 MeV
A discrepância é significativa?
O erro associado entre Ei e Ef é de $\sigma = \sqrt{\sigma_{Ei}^2 + \sigma_{Ef}^2}$, portanto temos $\sigma = \sqrt{3^2 + 9^2} \approx 9Mev$
Averiguando a discrepância entre Ei e Ef temos $|75 - 60| = 15Mev < 2\sigma$, como a discrepância é menor que 2 sigma, ela não é significativa

Exercício 3.9. Um estudante apresenta como estimativa da aceleração gravidade o resultado (9,5±0,1) m/s^2. Se o valor de referência é 9,81 m/s^2, analise esse resultado (estatisticamente).
Como o valor de referencia praticamente não possui erro associado temos que o erro associado entre ge e g é o erro de ge que é 0,1m/s^2.
Averiguando a discrepância entre ge e g temos $|9,5 - 9,8| = 0.3Mev = 3\sigma$, como a discrepância é igual a 3 sigma,podemos afirmar que não é compatível com o valor de referência

EXERCICIO 4

cinco partículas do Particle Data Group (PDG) e combinar os resultados para suas massas. Para combinar resultados entre medidas, usamos as seguintes estimativas para o valor esperado (x) e erro associado (σ) definidas a seguir:
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{xi}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_i^2}}$
$\sigma_{\bar{x}} = \sigma = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_i^2}}}$

As partículas escolhidas foram:
Higgs : m=125.25±0.17 GeV
Bóson Z: m= 91.1876±0.0021 GeV
Bóson W: m= 80.379±0.012 GeV
Quark top: m= 172.76±0.30 GeV
Quark charm: m= 1.27±0.02 GeV

Utilizando as fórmulas acima temos : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} \frac{xi}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\sigma_i^2}} = \frac{21245076,28}{236247,5272} \approx 89,927GeV$

$\sigma_{\bar{x}} = \sigma = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\sigma_i^2}}} \approx 0,002GeV$

Portanto, chegamos a (89,927±0,002)GeV.

EXERCÍCIO 5

Dedução:$S(a,b) = \sum_{i=1}^{N} (\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i})^2 = \sum_{i=1}^{N} [\frac{y_i - (ax_i + b)}{\sigma_i}]^2$

EXERCÍCIO 6

Dedução $a = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$

$b = \bar{y} - a\bar{x}$

$\sigma_a = \frac{1}{\sigma_x}\frac{\epsilon_y}{\sqrt{N}}$

$\sigma_b = \sigma_a\sqrt{\bar{x^2}}$

$\epsilon_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{[y_i - (ax_i + b)]^2}{N-2}} = \sigma_y\sqrt{\frac{N}{N-2}(1 - r^2)}$

EXERCÍCIO 7

Dentre os calouros de uma universidade, 2587 são alunos e 2832 são alunas.Inscreveram-se nos cursos da área tecnológica 1291 alunos e 547 alunas. Determine a probabilidade de se sortear aleatoriamente um estudante do sexo masculino da área tecnológica.

Para saber a probabilidade que queremos é necessário primeiro saber a probabilidade de sortear um aluno da área tecnológica e que um aluno seja do sexo masculino e multiplicar essas probabilidades, portanto:

probabilidade de sortear um aluno(sexo masculino) = $\frac{2587}{5419} \approx 0,48$

probabilidade de sortear um aluno da área tecnológica = $\frac{1838}{5419} \approx 0,34$

Multiplicando temos $0,48x0,34 \approx 0,16$

Portanto a probabilidade de sortear um aluno do sexo masculino da área de tecnologia é de aproximadamente 16%.

EXERCICIO 8

Em uma cidade, 15% dos táxis são azuis e o restante são verdes. Em uma noite, um táxi atropelou uma pessoa e fugiu.

Uma testemunha identificou como azul o táxi envolvido no acidente. A policia constatou que, nas mesmas circunstancias da noite do acidente, essa testemunha identificou cada cor corretamente em 80% das vezes e confundiu as cores em 20% das vezes.

Determine a probabilidade de ter sido azul o táxi envolvido no acidente.

EXERCÍCIO 9

Enquanto 7% das mamografias identificam um caso de câncer quando ele não existe (taxa de falsos-positivos), 10% não identificam a doença quando ela existe (taxa de falsos negativos).Sabendo que a incidência de câncer da população feminina é cerca de 0,8%, determine a probabilidade de que uma mulher esteja doente ao receber um resultado de teste positivo.

EXERCÍCIO 10

rês urnas tem a seguinte composição: a primeira contem 5 bolas brancas e 6 pretas; a segunda contem 4 brancas e 5 pretas, e a terceira 4 brancas e 4 pretas. Após escolher por acaso uma urna e se retirar uma bola preta, determine a probabilidade de que a bola sorteada tenha sido extraída da terceira urna.

Para resolver este exercício precisamos saber a probabilidade da bola retirada ser preta e a chance desta bola sair da terceira urna.

com o total de bolas sendo 28, com 13 bolas brancas e 15 pretas, temos que a probabilidade de tirar uma bola preta é de $\frac{15}{28} \approx 0,54\%$ e a chance da bola preta ter saído da terceira urna é $\frac{4}{15} \approx 0,27\%$, logo a chance da bola ter sido retirada da terceira urna é de $0,54\%$ x $0,28\% \approx 15\%$.

EXERCÍCIO 11

seja x uma variável contínua, como as possíveis posições de uma partícula confinada em uma região de dimensão α,cuja densidade de probabilidade é p(x) é proporcional a função $sen^2 \frac{\pi}{\alpha} x$. Determine o valor médio e desvio padrão associados à variável x.

EXERCÍCIO 12

se a localização do ponto de ionização em cada tubo é determinada com 60% de eficiência e a reconstrução da trajetória de um múon requer a determinação de pelo menos três pontos em câmaras distintas, a eficiência do sistema é dada por: B(3—3;0,6)-¿21,6% determine as eficiências para sistemas compostos por quatro e cinco câmaras

EXERCÍCIO 13

Qual a probabilidade de que entre 720 pessoas duas aniversariem em um mesmo dia?(compare binomial e poisson)

EXERCÍCIO 14

Cada uma das 15 questões de um teste tem 4 alternativas e apenas uma delas é correta.Desse modo, a probabilidade (p), a priori, de acerto ao acaso de uma questão é 1/4.
a) determine a distribuição de probabilidades de acertos ao acaso de m=0,1,2,3,...,15 das 15 questões.
b)Represente em um histograma.
c)Se 1000 alunos fizerem o teste respondendo as questões ao acaso, quantos, em media, acertarão pelo menos 3 questões??

EXERCÍCIO 15

Um problema clássico envolvendo a distribuição de poisson é o experimento de Rutherford-Geiger, da contagem do numero de partículas emitidas por uma amostra de polônio, em intervalos de 7,5s, num total de 2608 intervalos a tabela mostra as frequências correspondestes ao numero de contagens em cada intervalo
a)determine o numero médio de contagens em cada intervalo de 7,5s
b)Compare a distribuição de frequências das contagens do experimentos com a
distribuição de poisson de media igual ao numero médio de contagens

EXERCÍCIO 16

m um grupo de pessoa a altura média é de 170cm com o desvio padrão de 5cm. Calcule a altura acima da qual estão os 10% mais altos.

EXERCÍCIO 17

média dos diâmetros do rolamentos de esfera produzidos por uma determinada maquina é de 0,482 cm com desvio padrão de 0,004cm. Uma peça é considerada defeituosa se tiver mias que 0,491 cm ou menos que 0,473 cm. Qual a porcentagem de peças defeituosas produzidas?

EXERCÍCIO 18

ostre que no ajuste de uma função linear:
a) $x^2 = (\frac{\sigma_y}{\sigma})^2(1-r)^2$
b) $x^2 = \frac{\sigma_y^2}{(\epsilon_y^2/N)}(1-r^2)$

EXERCÍCIO 19

o colidir com a superficie terrestre, um meteoro provoca uma cratera.A relação esperada entre o diametro

(D) da cratera e a energia cinetica (E) do meteoro no instante do impacto é dada por $D = kE^{\frac{1}{4}}$ em que k é uma constante
A tabela abaixo mostra os diametros das pressoes causadas pelo impacto de diversas esferas de aço sobre a areia contida em uma caixa, e as correspondentes incertezas e energias cineticas das esferas ao colidirem com a areia da caixa.As esferas são utilizadas para simulatem a queda de meteoros.
A partir de um ajuste linear, determine uma estimativa para o expoente da relação esperada entre a energia e o diametro.