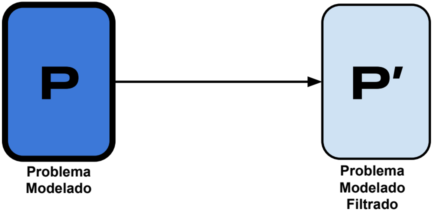
Inteligencia Artificial
Técnicas de Filtro y Consistencia

Nicolás Rojas-Morales

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Filtrado: Definición



Proceso de filtrado

- Elimina los elementos que, con seguridad, no pueden ser parte de la solución
- Se espera una simplificación del problema por **reducción** del espacio de búsqueda
- El problema reducido (P') es equivalente al problema original (P) $\rightarrow$ **No existe pérdida de soluciones**
- Como consecuencia, podría detectar ausencia de solución

Consistencia: Definición

Consistencia/Coherencia

- Grado de compatibilidad entre los valores de los dominios y las restricciones
- Niveles de consistencia
  - Consistencia Local (Inicial):
    - Consistencia de Nodos, de Arcos, de Caminos, K-consistencia
  - Consistencia Global (Resolver!)

Definición formal de un CSP

- Un conjunto de Variables:

$$X = \{X_1, \ldots, X_n\}$$

- Un conjunto de Dominios:

$$D = \{D_1, \ldots, D_n\},$$

  donde D_i es el conjunto finito de los valores posibles de X_i
- Un conjunto de Restricciones:

$$C = \{C_1, \ldots, C_m\},$$

  donde C_i está definida sobre un conjunto de variables $\{X_{il}, \ldots, X_{ik}\}$
- Un conjunto de Relaciones:

$$R = \{R_1, \ldots, R_m\},$$

  donde R_i es el conjunto de las combinaciones de valores que satisfacen C_i
- Resolver: Encontrar valor de las variables que satisface todas las restricciones ó Detectar que el problema no tiene solución

Grafo de Restricciones

Ejemplo: Coloreo de Mapas

Colorear los países de un mapa con tres colores disponibles: Rojo, Azul y Verde. Se requiere que países adyacentes sean pintados con un color diferente. Además, el diseñador requiere que Uruguay sea pintado Rojo en el mapa.

Grafo de Restricciones

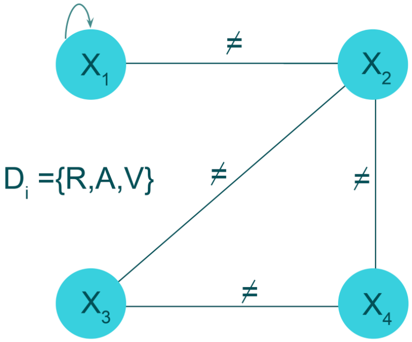
Ejemplo: Coloreo de Mapas

Colorear los países de un mapa con tres colores disponibles: Rojo, Azul y Verde. Se requiere que países adyacentes sean pintados con un color diferente. Además, el diseñador requiere que Uruguay sea pintado Rojo en el mapa.

Grafo de Restricciones

Ejemplo: Coloreo de Mapas

Grafo de Restriciones Asociado



Consistencia de Nodos

- Algoritmo de consistencia de nodos

prodecure $NC(X, D, C)$
    for each $X_i \in X$ **do**
        for each $a \in D_i$ **do**
            if $a \notin R$ **then** $D_i := D_i - \{a\}$;**end if**
        end for
    end for
end procedure

Consistencia de Nodos

- Algoritmo de consistencia de nodos

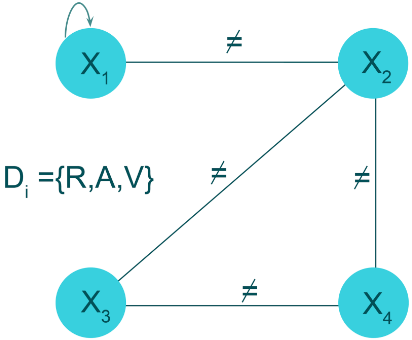
  prodecure $NC(X, D, C)$
      for each $X_i \in X$ **do**
          for each $a \in D_i$ **do**
              if $a \notin R$ **then** $D_i := D_i - \{a\}$;**end if**
          end for
      end for
  end procedure

- La complejidad de $NC(X, D, C)$ es $O(n)$, lineal con respecto a la cantidad de variables

Nodo Consistencia

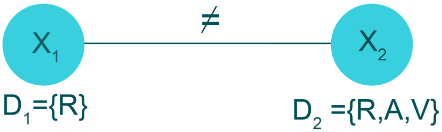
Ejemplo: Coloreo de Mapas

Grafo de Restriciones Asociado



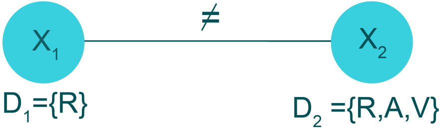
1. El color de Uruguay (X_1) en el mapa debe ser Rojo

Consistencia de Arcos



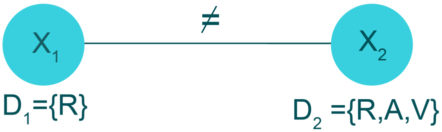
- Definición:
  Una variable X_i es arco-consistente ssi:
  $\forall a \in D_i, \forall X_j \in C_{ij}$ conectado a X_i, $\exists b \in D_j$ tal que $(a, b) \in R_{ij}$

Consistencia de Arcos



- Definición:
  Una variable X_i es arco-consistente ssi:
  $\forall a \in D_i, \forall X_j \in C_{ij}$ conectado a X_i, $\exists b \in D_j$ tal que $(a, b) \in R_{ij}$
- Un problema es arco-consistente ssi todas sus variables son arco-consistentes

Consistencia de Arcos



- Definición:
  Una variable X_i es arco-consistente ssi:
  $\forall a \in D_i, \forall X_j \in C_{ij}$ conectado a X_i, $\exists b \in D_j$ tal que $(a, b) \in R_{ij}$
- Un problema es arco-consistente ssi todas sus variables son arco-consistentes
- Arco-consistencia supone nodo-consistencia

Consistencia de Arcos

- Filtro por consistencia de arco:
  Eliminar todos los valores que no cumplen con la propiedad

Consistencia de Arcos

- Filtro por consistencia de arco:
  Eliminar todos los valores que no cumplen con la propiedad
- Para establecer la consistencia de arcos, se propagan las reducciones de dominios hasta obtener un punto fijo

Consistencia de Arcos

- Filtro por consistencia de arco:
  Eliminar todos los valores que no cumplen con la propiedad
- Para establecer la consistencia de arcos, se propagan las reducciones de dominios hasta obtener un punto fijo
- Un valor es viable si posee un valor compatible dentro de los dominios de las variables unidas por una restricción (soporte).
- Un valor que no es viable será eliminado del dominio de una variable.

Procedimiento REVISE

procedure REVISE (X_i, X_j)
  DELETE $\leftarrow$ false;
  for each a in D_i **do**;
    if there is no such b in D_j such that (a, b) is consistent **then**
      delete a from D_i;
      DELETE $\leftarrow$ true;
    end if;
  end for;
  return DELETE;
end REVISE

Algoritmo AC-1

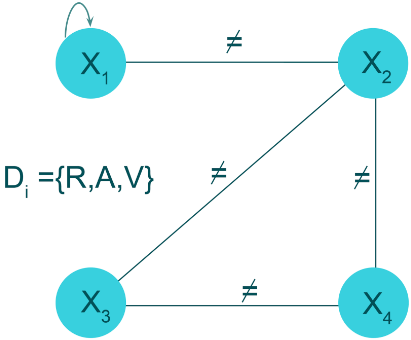
procedure AC-1
  $Q \leftarrow \{(X_i, X_j)$ in $arcs(G)$, $i \neq j\}$;
  repeat
    CHANGE $\leftarrow$ false;
    for each $(X_i, X_j) \in Q$ **do**
      CHANGE $\leftarrow$ ($REVISE(X_i, X_j)$ or CHANGE);
    end for
  until not(CHANGE);
end AC-1

Algoritmo AC-3

procedure AC-3
  $Q \leftarrow \{(X_i, X_j) \in arcs(G), i \neq j\}$;
  while Q not empty
    select and delete any arc (X_k, X_m) from Q;
    if $(REVISE(X_k, X_m))$ **then**
      $Q \leftarrow Q \cup \{(X_i, X_k)$ such that $(X_i, X_k) \in arcs(G), i \neq k, i \neq m\}$
    end if
  end while
end AC-3

Nodo Consistencia

Ejemplo: Coloreo de Mapas
Grafo de Restriciones Asociado



1. El color de Uruguay (X_1) en el mapa debe ser Rojo

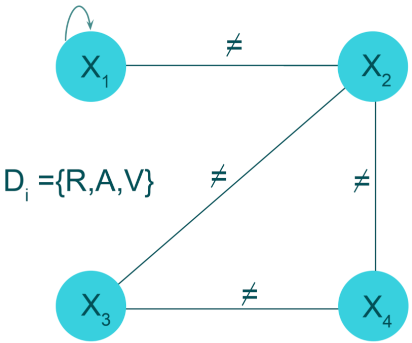
Inteligencia Artificial
Técnicas de Filtro y Consistencia

Nicolás Rojas-Morales

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Nodo Consistencia

Ejemplo: Coloreo de Mapas
Grafo de Restriciones Asociado

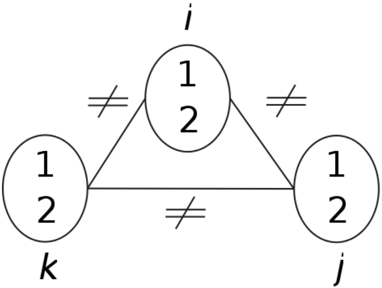


1. El color de Uruguay (X_1) en el mapa debe ser Rojo

Observaciones sobre filtrado por consistencia de arcos

- El algoritmo AC-3 no es caro
- Es simple de implementar
- Existe AC-5 que es menor en complejidad pero requiere características de biyección y monoticidad.
  Estas herramientas son utilizadas por softwares actuales

Ejemplo:



Filtrado por consistencia de CAMINOS

- Un par de variables (X_i, X_j) es trayectoria consistente ssi: $\forall(a, b) \in D_i \times D_j, \forall X_k \in X$ conectada a X_i y X_j, $(a, b) \in R_{ij}$ $\exists c \in D_k$, tal que $(a, c) \in R_{ik}$ y $(b, c) \in R_{jk}$

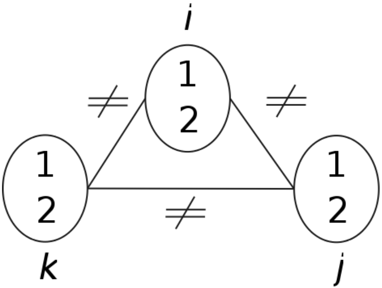
Filtrado por consistencia de CAMINOS

- Un par de variables (X_i, X_j) es trayectoria consistente ssi:
  $\forall(a, b) \in D_i \times D_j, \forall X_k \in X$ conectada a X_i y X_j, $(a, b) \in R_{ij}$ $\exists c \in D_k$, tal que $(a, c) \in R_{ik}$ y $(b, c) \in R_{jk}$
- Un problema es camino consistente ssi:
  Todos los pares de variables son camino consistentes
- Filtrado por consistencia de caminos:
  Eliminar todos los pares de valores que no cumplan la propiedad

Filtrado por consistencia de CAMINOS

- Un par de variables (X_i, X_j) es trayectoria consistente ssi: $\forall(a,b) \in D_i \times D_j, \forall X_k \in X$ conectada a X_i y X_j, $(a,b) \in R_{ij}$ $\exists c \in D_k$, tal que $(a,c) \in R_{ik}$ y $(b,c) \in R_{jk}$
- Un problema es camino consistente ssi:
  Todos los pares de variables son camino consistentes
- Filtrado por consistencia de caminos:
  Eliminar todos los pares de valores que no cumplan la propiedad
- El algoritmo empieza a ser caro
  - Complejidad es $O(n^3d^5)$ para $PC2$ (Mackworth,77)
  - Complejidad es $O(n^3d^3)$ para $PC3$ (Mohr, 86)
- Es más complejo de implementar que AC
- Su aplicación puede agregar restricciones al grafo cambiando la topología
- Conclusión: Poco utilizado

Ejemplo:



Acerca de la k consistencia

- Nodo consistencia (1-consistencia): Consistencia de 1 nodo
- Arco consistencia (2-consistencia): Consistencia entre 2 nodos
- Camino consistencia (3-consistencia): Consistencia entre 3 nodos
- k-consistencia: Consistencia entre k nodos
  Una red es k-consistente ssi dada cualquier instanciación de $k-1$ variables, que satisfagan todas las restricciones entre ellas, existe al menos una instanciación de una variable k, tal que se satisfacen las restricciones entre las k variables.
- En general, el chequeo de k-consistencia, supone el chequeo de j-consistencia $\forall j < k$ (k-consistencia fuerte)

Ejercicio AC-3

Modelamiento Coloreo de grafos (1/2)

- Suponga que desea colorear un automóvil, cuyas partes son:
  - Parachoques
  - Techo
  - Alerones
  - Carrocería
  - Puertas
  - Capot
- Se tiene un conjunto de colores disponibles para colorear dicho automóvil
  - Blanco
  - Rosado
  - Rojo
  - Negro

  Sea $A \triangleleft B$ A es más claro que B, entonces:
  Blanco $\triangleleft$ Rosado, Rosado $\triangleleft$ Rojo y Rojo $\triangleleft$ Negro.

Modelamiento Coloreo de grafos (2/2)

- Considere las siguientes restricciones
  - El parachoques debe ser blanco
  - El techo debe ser rojo
  - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
  - La carrocería, las puertas y el capot deben ser del mismo color
  - El parachoques, el techo y los alerones deben ser más claros que la carrocería

Inteligencia Artificial
Técnicas de Filtro y Consistencia

Nicolás Rojas-Morales

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Modelamiento Coloreo de grafos (1/2)

- Suponga que desea colorear un automóvil, cuyas partes son:
  - Parachoques
  - Techo
  - Alerones
  - Carrocería
  - Puertas
  - Capot
- Se tiene un conjunto de colores disponibles para colorear dicho automóvil
  - Blanco
  - Rosado
  - Rojo
  - Negro

  Sea $A \lhd B$ A es más claro que B, entonces:
  Blanco $\lhd$ Rosado, Rosado $\lhd$ Rojo y Rojo $\lhd$ Negro.

Modelamiento Coloreo de grafos (2/2)

- Considere las siguientes restricciones
  - El parachoques debe ser blanco
  - El techo debe ser rojo
  - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
  - La carrocería, las puertas y el capot deben ser del mismo color
  - El parachoques, el techo y los alerones deben ser más claros que la carrocería

Modelado del problema

- Variables
  $Xi =$ Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$

Modelado del problema

- Variables
  Xi = Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  $Di = \{\text{B, R, R, N}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

Modelado del problema

- Variables
  Xi = Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  $Di = \{\text{B, R, R, N}\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- Restricciones:
  - El parachoques debe ser blanco
    $XPA = 1$

Modelado del problema

- Variables
  $Xi =$ Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  $Di = \{$B, R, R, N$\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- Restricciones:
  - El parachoques debe ser blanco
    $XPA = 1$
  - El techo debe ser rojo
    $XTE = 3$

Modelado del problema

- Variables
  Xi = Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  Di = {B, R, R, N} = {1, 2, 3, 4}
- Restricciones:
  - El parachoques debe ser blanco
    $XPA = 1$
  - El techo debe ser rojo
    $XTE = 3$
  - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
    $XAL \neq 1$
    $XAL \neq 4$

Modelado del problema

- Variables
  Xi = Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  $Di = \{\text{B, R, R, N}\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- Restricciones:
  - El parachoques debe ser blanco
    $XPA = 1$
  - El techo debe ser rojo
    $XTE = 3$
  - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
    $XAL \neq 1$
    $XAL \neq 4$
  - La carrocería, las puertas y el capot deben ser del mismo color
    $XCA = XPU$
    $XCA = XCAP$
    $XPU = XCAP$

Modelado del problema

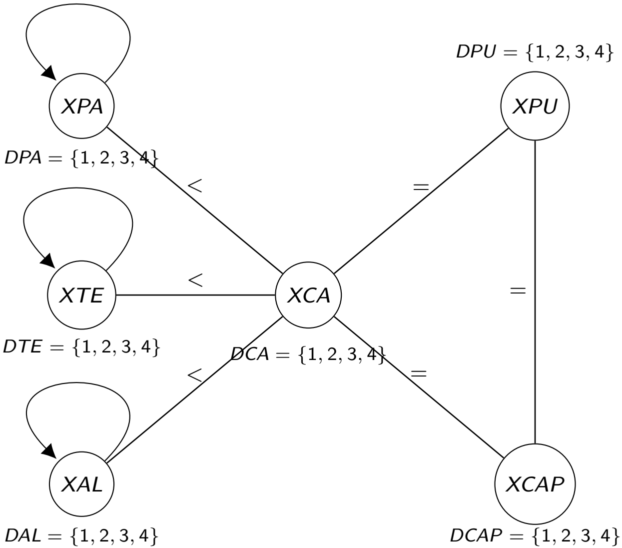
- Variables
  Xi = Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  $Di = \{\text{B, R, R, N}\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- Restricciones:
  - El parachoques debe ser blanco
    $XPA = 1$
  - El techo debe ser rojo
    $XTE = 3$
  - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
    $XAL \neq 1$
    $XAL \neq 4$
  - La carrocería, las puertas y el capot deben ser del mismo color
    $XCA = XPU$
    $XCA = XCAP$
    $XPU = XCAP$
  - El parachoques, el techo y los alerones deben ser más claros que la carrocería
    $XPA < XCA$
    $XTE < XCA$
    $XAL < XCA$

Modelado del problema

- Variables
  Xi = Color del que se pinta la parte i, $i \in \{PA, TE, AL, CA, PU, CAP\}$
- Dominios
  $Di = \{\text{B, R, R, N}\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- Restricciones:
  - El parachoques debe ser blanco
    $XPA = 1$
  - El techo debe ser rojo
    $XTE = 3$
  - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
    $XAL \neq 1$
    $XAL \neq 4$
  - La carrocería, las puertas y el capot deben ser del mismo color
    $XCA = XPU$
    $XCA = XCAP$
    $XPU = XCAP$
  - El parachoques, el techo y los alerones deben ser más claros que la carrocería
    $XPA < XCA$
    $XTE < XCA$
    $XAL < XCA$

E.B. $= 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^6 = 4096$

Grafo



XPA
$DPA = \{1, 2, 3, 4\}$
XTE
$DTE = \{1, 2, 3, 4\}$
XAL
$DAL = \{1, 2, 3, 4\}$
XCA
$DCA = \{1, 2, 3, 4\}$
XPU
$DPU = \{1, 2, 3, 4\}$
XCAP
$DCAP = \{1, 2, 3, 4\}$
<
<
<
=
=
=

Nodo consistencia

- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$

Nodo consistencia

- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$
  $DPA = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$

Nodo consistencia

- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$
  $DPA = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$
- El techo debe ser rojo
  $XTE = 3$

Nodo consistencia

- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$
  $DPA = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$
- El techo debe ser rojo
  $XTE = 3$
  $DTE = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$

Nodo consistencia

- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$
  $DPA = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$
- El techo debe ser rojo
  $XTE = 3$
  $DTE = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$
- Los alerones no pueden ser blancos ni negros
  $XAL \neq 1$
  $XAL \neq 4$

Nodo consistencia

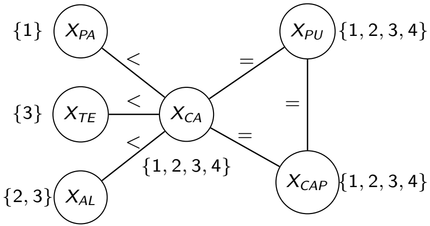
- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$
  $DPA = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$
- El techo debe ser rojo
  $XTE = 3$
  $DTE = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$
- Los alerones no pueden ser blancos ni negros
  $XAL \neq 1$
  $XAL \neq 4$
  $DAL = \{\cancel{1}, 2, 3, \cancel{4}\}$

Nodo consistencia

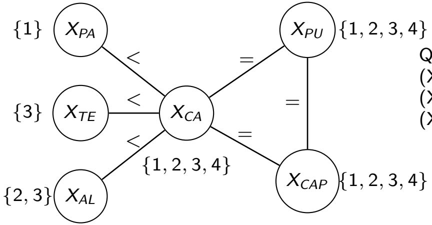
- El parachoques debe ser blanco
  $XPA = 1$
  $DPA = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$
- El techo debe ser rojo
  $XTE = 3$
  $DTE = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$
- Los alerones no pueden ser blancos ni negros
  $XAL \neq 1$
  $XAL \neq 4$
  $DAL = \{\cancel{1}, 2, 3, \cancel{4}\}$

$\text{E.B.} = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 128$

AC-3

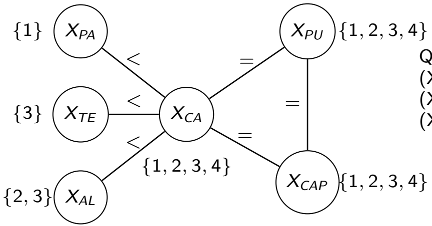


AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

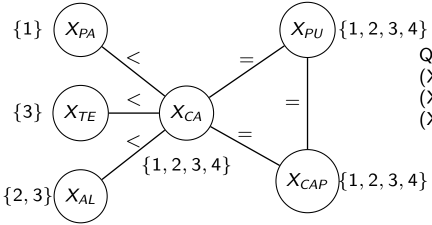
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q

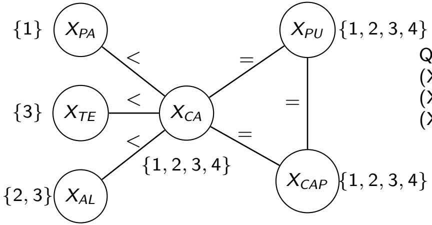
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		

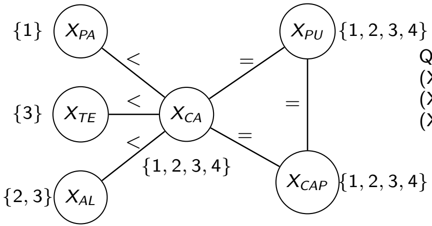
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		

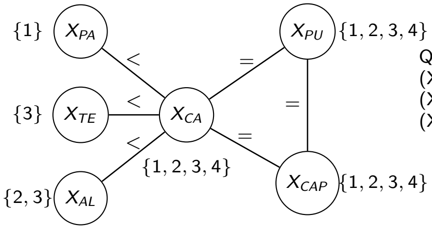
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		
3	(XPU, XCA)		

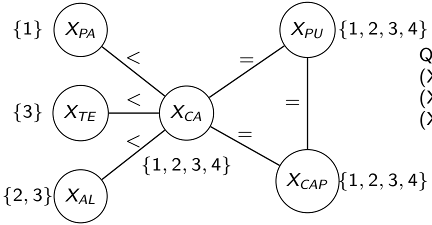
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		
3	(XPU, XCA)		
4	(XCA, XPU)		

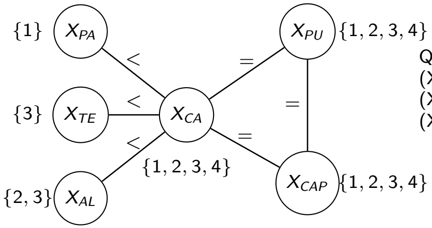
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		
3	(XPU, XCA)		
4	(XCA, XPU)		
5	(XPU, XCAP)		

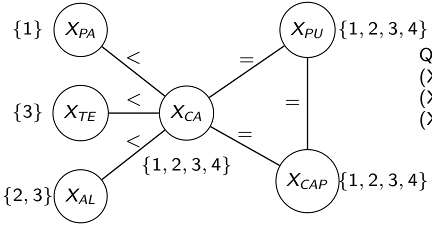
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		
3	(XPU, XCA)		
4	(XCA, XPU)		
5	(XPU, XCAP)		
6	(XCAP, XPU)		

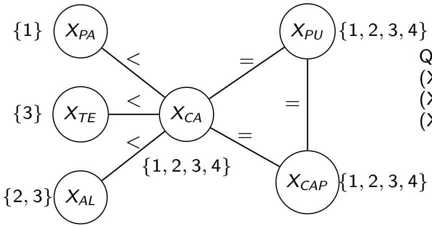
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		
3	(XPU, XCA)		
4	(XCA, XPU)		
5	(XPU, XCAP)		
6	(XCAP, XPU)		
7	(XPA, XCA)		

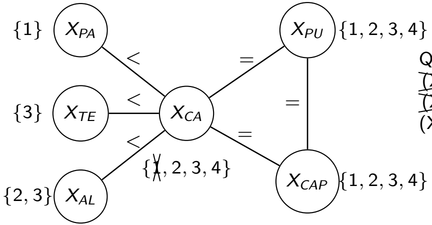
AC-3



Q={(XCA, XCAP), (XCAP, XCA), (XPU, XCA), (XCA, XPU), (XPU, XCAP), (XCAP, XPU), (XPA, XCA), (XCA, XPA), (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
1	(XCA, XCAP)		
2	(XCAP, XCA)		
3	(XPU, XCA)		
4	(XCA, XPU)		
5	(XPU, XCAP)		
6	(XCAP, XPU)		
7	(XPA, XCA)		
8	(XCA, XPA)	DCA={$\cancel{1}$, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)

AC-3

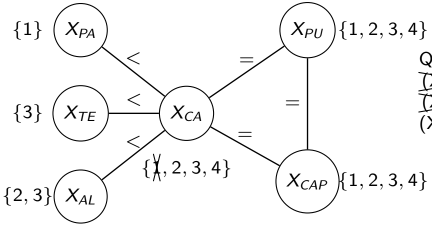


Q={ ~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)

...

AC-3

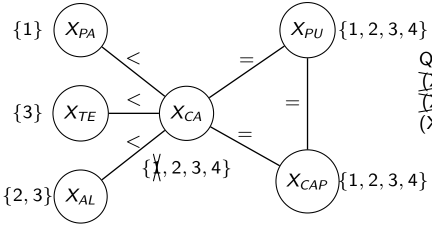


Q={ ~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		

...

AC-3

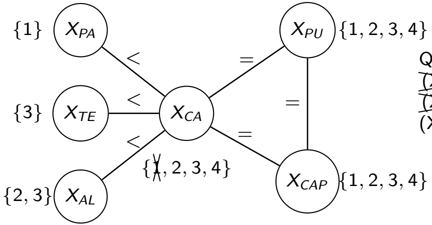


Q={ ~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA={~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPA, XCA)

...

AC-3

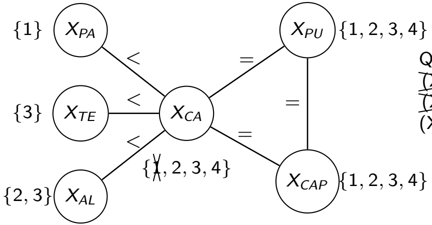


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA={~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		

...

AC-3

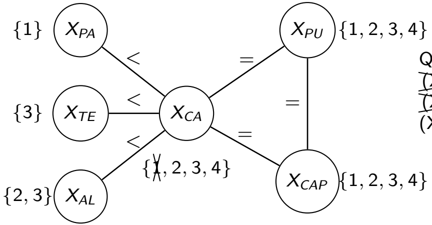


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA={~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		
12	(XCA, XAL)		

...

AC-3

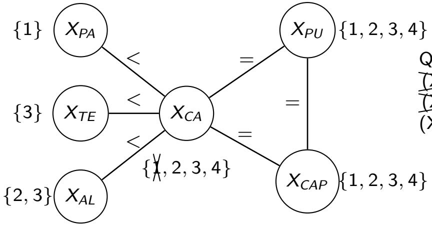


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA=$\{\cancel{1}, 2, 3, 4\}$	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA=$\{\cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		
12	(XCA, XAL)		
13	(XCAP, XCA)	DCAP = $\{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$	+ (XPU, XCAP)

...

AC-3

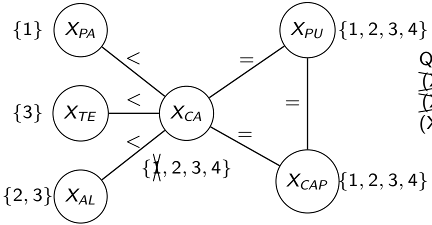


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA={~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		
12	(XCA, XAL)		
13	(XCAP, XCA)	DCAP = {~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPU, XCAP)
14	(XPU, XCA)	DPU = {~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XCAP, XPU)

...

AC-3

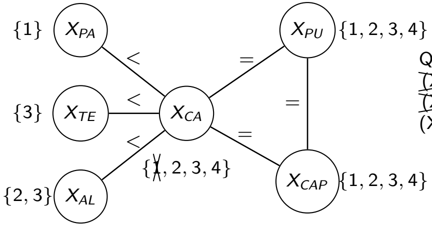


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA={~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		
12	(XCA, XAL)		
13	(XCAP, XCA)	DCAP = {~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPU, XCAP)
14	(XPU, XCA)	DPU = {~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XCAP, XPU)
15	(XPA, XCA)		

...

AC-3

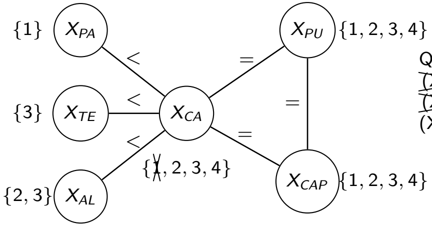


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA=$\{\cancel{1}, 2, 3, 4\}$	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA=$\{\cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		
12	(XCA, XAL)		
13	(XCAP, XCA)	DCAP = $\{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$	+ (XPU, XCAP)
14	(XPU, XCA)	DPU = $\{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$	+ (XCAP, XPU)
15	(XPA, XCA)		
16	(XPU, XCAP)		

...

AC-3

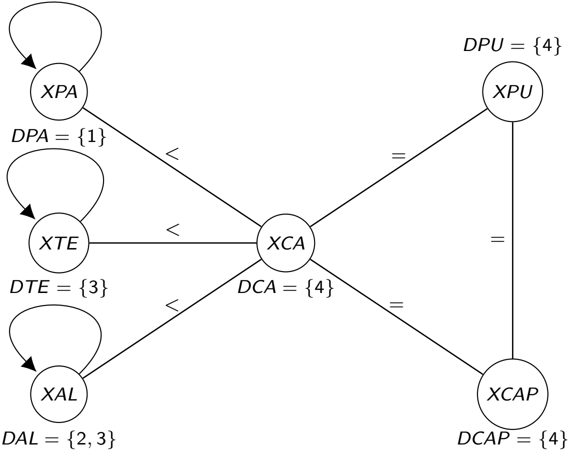


Q={~~(XCA, XCAP)~~, ~~(XCAP, XCA)~~, ~~(XPU, XCA)~~, ~~(XCA, XPU)~~, ~~(XPU, XCAP)~~, ~~(XCAP, XPU)~~, ~~(XPA, XCA)~~, ~~(XCA, XPA)~~, (XTE, XCA), (XCA, XTE), (XAL, XCA), (XCA, XAL)}

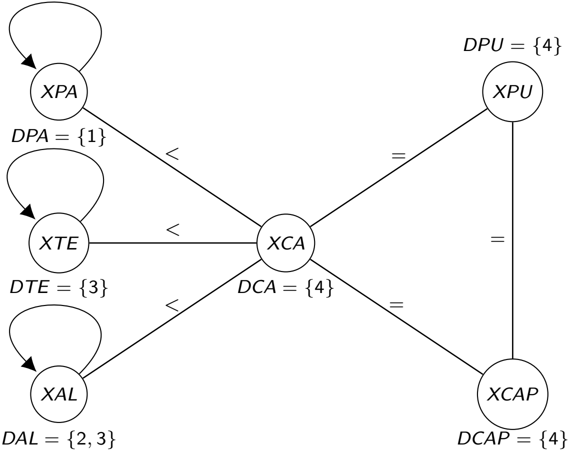
	Arco analizado	Dominio afectado	Q
8	(XCA, XPA)	DCA={~~1~~, 2, 3, 4}	+ (XCAP, XCA), (XPU, XCA)
9	(XTE, XCA)		
10	(XCA, XTE)	DCA={~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPA, XCA)
11	(XAL, XCA)		
12	(XCA, XAL)		
13	(XCAP, XCA)	DCAP = {~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XPU, XCAP)
14	(XPU, XCA)	DPU = {~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4}	+ (XCAP, XPU)
15	(XPA, XCA)		
16	(XPU, XCAP)		
17	(XCAP, XPU)		

...

Grafo

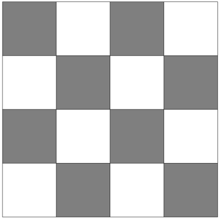


Grafo



$$\text{E.B.} = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2$$

Ejemplo



- Nodo consistencia
- Arco consistencia
- Camino consistencia
- 4-consistencia

Consideraciones Importantes

En un CSP binario:

- Si un problema tiene solución, entonces ¿Es arco-consistente?
- Si un problema es arco-consistente, entonces ¿Tiene solución?
- Si un problema es arco-consistente, y todas las variables tienen un sólo valor posible en el dominio, entonces ¿El problema tiene solución?
- Si un problema es k-consistente, entonces ¿Tiene solución?