

Inteligencia Artificial

Problemas de Optimización

Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

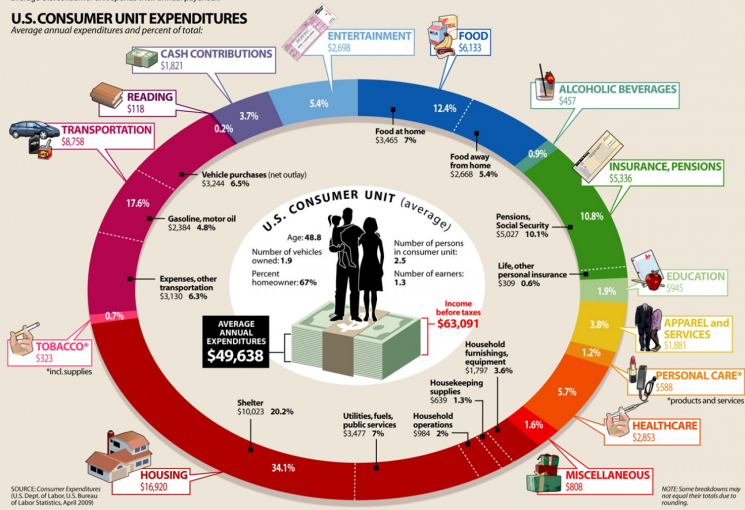
Introducción

Where Does the Money Go?

The Department of Labor's latest survey provides a detailed look into how the average U.S. consumer unit spends their annual paycheck.

U.S. CONSUMER UNIT EXPENDITURES

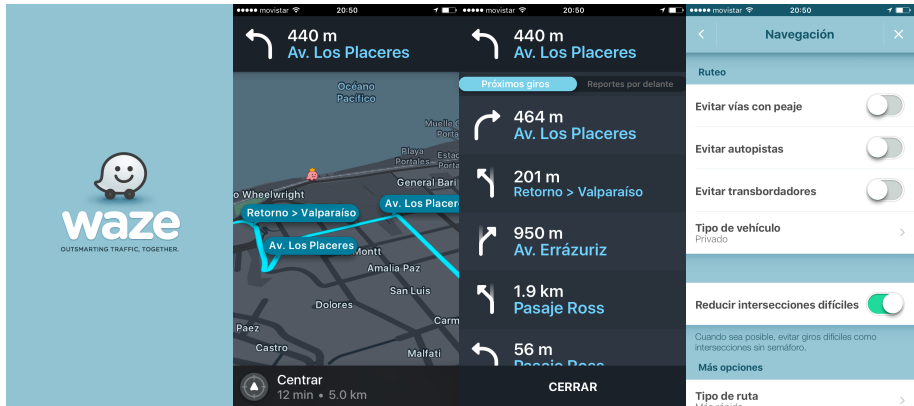
Average annual expenditures and percent of total:



Introducción



Introducción



- Minimizar costos → evitar vías con peaje

Introducción



- Minimizar costos → evitar vías con peaje
- Podría aumentar otros costos (bencina, mantención, entre otros).

Introducción

¿Qué asignaturas tomar este semestre?

Bloque	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
1						
2						
3		INF236			INF295	
4						
5	FIS120		FIS120			
6						
7			INF266			
8						
9		INF236			FIS120	
10						
11						
12						
13	INF246		INF246			
14						
15						
16						
17						
18						

Introducción

¿Qué asignaturas tomar este semestre?

Bloque	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
1						
2						
3		INF236			INF295	
4						
5	FIS120		FIS120			
6						
7			INF266			
8						
9		INF236			FIS120	
10						
11						
12						
13	INF246		INF246			
14						
15						
16						
17						
18						

Desde otro foco (institucional) → ¿Cómo planificar la asignación de salas?

Optimización

Optimización:

*Determinación de una alternativa de decisión con la propiedad de ser mejor que cualquier otra **en algún sentido a precisar***

¹RAE: optimizar

Optimización

Optimización:

*Determinación de una alternativa de decisión con la propiedad de ser mejor que cualquier otra **en algún sentido a precisar***

*Buscar la mejor manera de realizar una actividad*¹

¹RAE: optimizar

Optimización

- **Función objetivo:** Medida cuantitativa del funcionamiento del sistema que se desea optimizar
- **Variables:** Decisiones que se pueden tomar para afectar el valor de la función objetivo
- **Dominios:** Valores posibles de las variables
- **Restricciones:** Relaciones (ecuaciones e inecuaciones) que las variables están obligadas a cumplir
- **Constantes/Parámetros:** Atributos del problema conocidos a priori y fijos que permiten simplificar la formulación del modelo

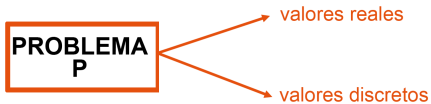
Optimización

- **Función objetivo:** Medida cuantitativa del funcionamiento del sistema que se desea optimizar
- **Variables:** Decisiones que se pueden tomar para afectar el valor de la función objetivo
- **Dominios:** Valores posibles de las variables
- **Restricciones:** Relaciones (ecuaciones e inecuaciones) que las variables están obligadas a cumplir
- **Constantes/Parámetros:** Atributos del problema conocidos a priori y fijos que permiten simplificar la formulación del modelo
- **Resolver:** Encontrar valor de las variables que optimiza la función objetivo y satisface todas las restricciones. (Detectar que el problema no tiene solución)

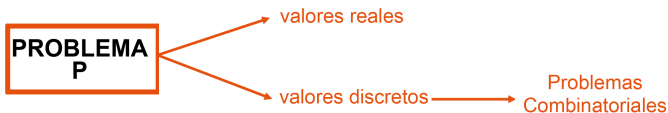
Optimización

**PROBLEMA
P**

Optimización



Optimización



Optimización



Optimización



- Interpretación del problema en lenguaje matemático → Entender el problema
- Debe responder lo que “buscamos”
- Sirve como mecanismo de comunicación
- Identificar semejanzas con problemas clásicos
 - Mecanismos de resolución

Clasificación de modelos de optimización

- Programación lineal (continua)
- Programación lineal entera mixta
- Programación no lineal

Problema de la dieta

- Las necesidades mínimas en la alimentación de una ternera son de 700 [g] de proteínas, 28 [g] de calcio y 150 [mg] de vitaminas. Los alimentos disponibles son pienso² y forraje con un costo de 0.30 y 0.35 euros/kg respectivamente. La composición nutritiva por kg:

	Proteínas [g]	Calcio [g]	Vitaminas [mg]
Pienso	30	2	10
Forraje	45	1	5

- Se trata de determinar la cantidad diaria óptima de cada alimento para minimizar el costo total de alimentación.

²Alimento seco que se le da al ganado

Inteligencia Artificial

Problemas de Optimización

Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Problema de la dieta

- Las necesidades mínimas en la alimentación de una ternera son de 700 [g] de proteínas, 28 [g] de calcio y 150 [mg] de vitaminas. Los alimentos disponibles son pienso³ y forraje con un costo de 0.30 y 0.35 euros/kg respectivamente. La composición nutritiva por kg:

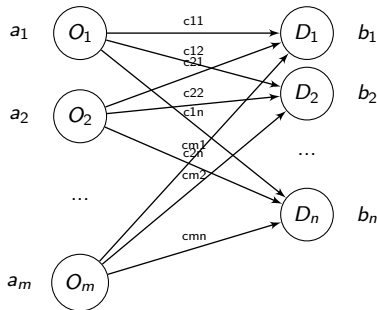
	Proteínas [g]	Calcio [g]	Vitaminas [mg]
Pienso	30	2	10
Forraje	45	1	5

- Se trata de determinar la cantidad diaria óptima de cada alimento para minimizar el costo total de alimentación.

³Alimento seco que se le da al ganado

Problemas de Transporte

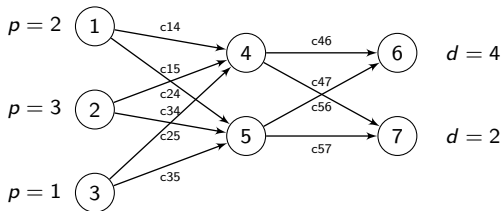
- Minimizar el costo total de transporte de un producto desde ciertos orígenes a ciertos destinos satisfaciendo la demanda de cada destino sin superar la oferta disponible en cada origen.
- Se supone todos los orígenes conectados con todos los destinos:



- Se busca satisfacer la demanda sin superar la oferta a mínimo costo

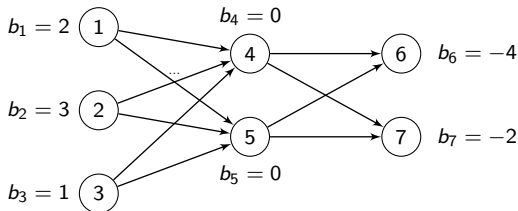
Problemas de Transbordo

- Llevar un producto desde orígenes a destinos con puntos intermedios en una red de n nodos con mínimo costo.



Problemas de Transbordo

- Llevar un producto desde orígenes a destinos con puntos intermedios en una red de n nodos con mínimo costo.



- Considerando:
 - $b_i > 0 \rightarrow$ nodo origen (generador)
 - $b_i < 0 \rightarrow$ nodo destino (consumidor)
 - $b_i = 0 \rightarrow$ nodo transbordo (no genera ni consume)

Problemas de Transbordo

- Variables:

x_{ij} : cantidad transportada desde el nodo i al nodo j

- Constantes:

n : total de nodos

c_{ij} : costo (por kilogramo) de transportar desde el nodo i al nodo j

b_i : flujo en el nodo i

$$\text{Mín} \sum_i^n \sum_j^n c_{ij} * x_{ij}$$

$$\sum_j^n x_{ij} - \sum_j^n x_{ji} = b_i \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$$

Modelado con variables enteras y binarias

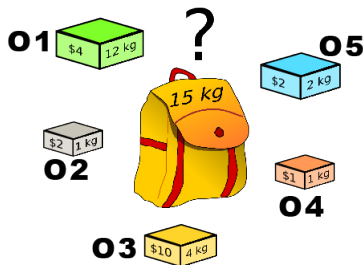
El uso de variables enteras y binarias aumenta considerablemente las posibilidades de modelado:

- Modelado de cantidades discretas
- Modelado de decisiones que implican un costo fijo o de arranque:
 - Adquirir o no un activo (un edificio, una máquina, etc.)
 - Poner en marcha un proceso o no.
- Modelado de decisiones que posibilitan la toma de otras decisiones:
 - La compra de un determinado aparato (variable binaria) permite después tomar decisiones relativas a su operación.
- Modelado de restricciones no lineales y no convexas.
- Modelado de implicaciones y de condiciones lógicas.

Problema de la Mochila (Knapsack)

Modelos tipo Problema de la Mochila

Problema de la mochila (Knapsack problem) modela una situación análoga al llenado de una mochila, con una capacidad determinada en peso. La idea es seleccionar un subconjunto de objetos, donde cada objeto cuenta con un peso y ganancia específicos. Los objetos colocados en la mochila deben **maximizar la ganancia total** sin exceder la capacidad de la mochila.



Inteligencia Artificial

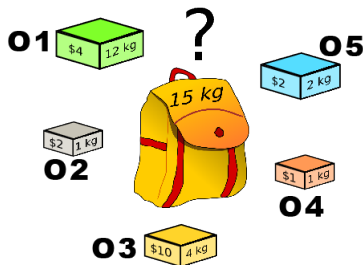
Problemas de Optimización

Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Modelos tipo Problema de la Mochila

Problema de la mochila (Knapsack problem) modela una situación análoga al llenado de una mochila, con una capacidad determinada en peso. La idea es seleccionar un subconjunto de objetos, donde cada objeto cuenta con un peso y ganancia específicos. Los objetos colocados en la mochila deben **maximizar la ganancia total** sin exceder la capacidad de la mochila.



Modelos tipo Problema de la Mochila

Tabla: Enumerando todas las soluciones posibles - Fuerza Bruta

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ganancia	Capacidad
1	0	0	0	0	4	

Modelos tipo Problema de la Mochila

Tabla: Enumerando todas las soluciones posibles - Fuerza Bruta

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ganancia	Capacidad
1	0	0	0	0	4	OK

Modelos tipo Problema de la Mochila

Tabla: Enumerando todas las soluciones posibles - Fuerza Bruta

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ganancia	Capacidad
1	0	0	0	0	4	OK
0	1	0	0	0	2	

Modelos tipo Problema de la Mochila

Tabla: Enumerando todas las soluciones posibles - Fuerza Bruta

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ganancia	Capacidad
1	0	0	0	0	4	OK
0	1	0	0	0	2	OK
				...		
1	1	1	1	1	19	

Modelos tipo Problema de la Mochila

Tabla: Enumerando todas las soluciones posibles - Fuerza Bruta

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ganancia	Capacidad
1	0	0	0	0	4	OK
0	1	0	0	0	2	OK
				...		
1	1	1	1	1	19	NOT-OK

Modelos tipo Problema de la Mochila

Tabla: Enumerando todas las soluciones posibles - Fuerza Bruta

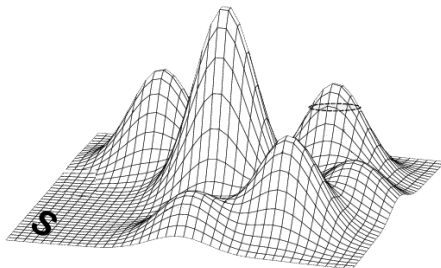
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Ganancia	Capacidad
1	0	0	0	0	4	OK
0	1	0	0	0	2	OK
				...		
1	1	1	1	1	19	NOT-OK

Tabla: Cantidad total de soluciones posibles

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5

Espacio de Búsqueda

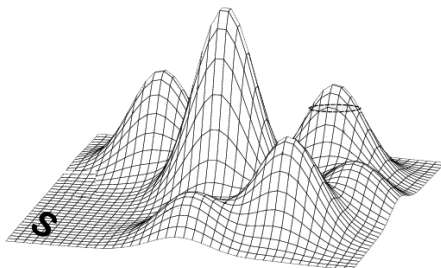
Espacio de Búsqueda (EDB)



Contiene todas las soluciones posibles para un problema, tanto factibles como infactibles, para un modelo determinado.

Espacio de Búsqueda

Espacio de Búsqueda (EDB)



Contiene todas las soluciones posibles para un problema, tanto factibles como infactibles, para un modelo determinado.

Un punto es: $X_1 = 0, X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = 1$

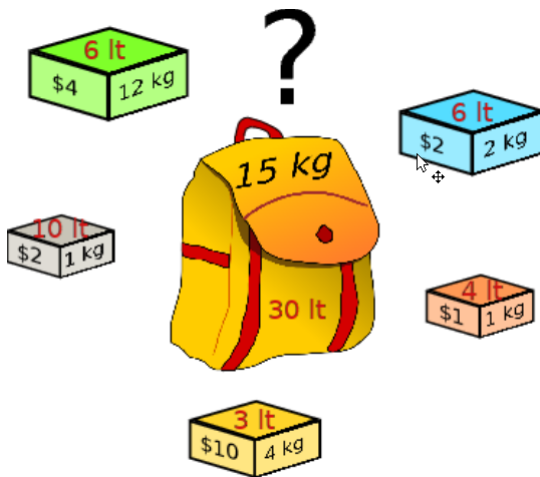
Espacio de Búsqueda

Explosión Combinatorial: crecimiento desmedido del tamaño del Espacio de Búsqueda al aumentar el tamaño del problema (tanto en cantidad de variables como en su dominio).

Tabla: Explosión Combinatorial - Ejemplo KP

#Variables	Tamano EDB
5	$2^5 = 32$
6	$2^6 = 64$
7	$2^7 = 128$
20	$2^{20} = 1.048.576$
50	$2^{50} = 1.12 * 10^{15}$
100	$2^{100} = 1,26 * 10^{30}$

Mochila con Múltiples Dimensiones



Modelos de Presupuesto [Mochila Multidimensional]

- El límite total de recursos disponibles consumidos por los proyectos seleccionados e inversiones en cada período de tiempo no deben exceder los recursos disponibles.

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{La actividad } i \text{ se realiza} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Las restricciones son:

$$6 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 1 \cdot x_7 + 4 \cdot x_9 + 5 \cdot x_{12} \leq 10 \quad (\text{Ene-Feb})$$

$$3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 5 \cdot x_5 + 8 \cdot x_7 + 5 \cdot x_9 + 8 \cdot x_{10} + 7 \cdot x_{12} + 1 \cdot x_{13} \leq 12 \quad (\text{Mar-Abr})$$

$$8 \cdot x_5 + 1 \cdot x_4 + 4 \cdot x_{10} + 2 \cdot x_{11} + 4 \cdot x_{13} + 5 \cdot x_{14} \leq 14 \quad (\text{Jun-Ago})$$

$$8 \cdot x_6 + 5 \cdot x_8 + 7 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{13} + 3 \cdot x_{14} \leq 14 \quad (\text{Sept-Dic})$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Modelos de Presupuesto [Mochila Multidimensional]

Restricciones en un Modelo de Presupuesto:

- Actividades mutuamente excluyentes
La actividad 4 no se puede realizar si se realiza la actividad 5 y viceversa

Modelos de Presupuesto [Mochila Multidimensional]

Restricciones en un Modelo de Presupuesto:

- Actividades mutuamente excluyentes
La actividad 4 no se puede realizar si se realiza la actividad 5 y viceversa
- Dependencia entre actividades
La actividad 11 requiere que la actividad 2 se realice

Modelos de Set Covering, Packing y Partitioning

Modelos de Set Covering, Packing y Partitioning

Trabajan con un conjunto de elementos, la idea es construir sub-conjuntos de elementos considerando diversos puntos de vista respecto a las restricciones:

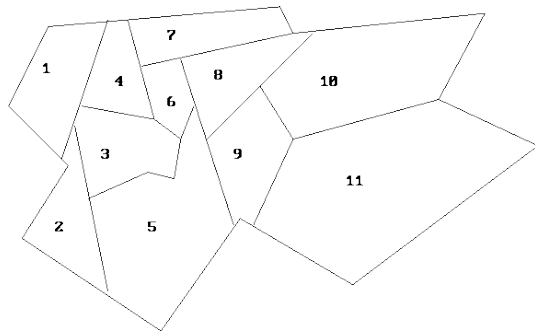
Set Covering Requieren que cada elemento pertenezca a **al menos** un sub-conjunto.

Set Packing Requieren que cada elemento aparezca en **a lo más** un sub-conjunto.

Set Partitioning Requieren que cada elemento aparezca en **exactamente** un sub-conjunto.

Set Covering

Instalar la menor cantidad de Estaciones de Bomberos de manera que puedan satisfacer las demandas de las 11 comunas de una ciudad. Se considera que una Estación de Bomberos es capaz de satisfacer las demandas de la comuna en la que se encuentra y de las inmediatamente adyacentes a dicha comuna.



Inteligencia Artificial

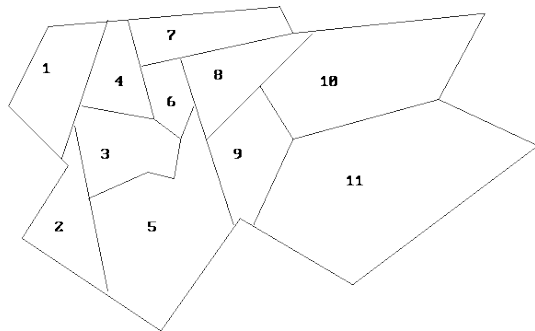
Problemas de Optimización

Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Set Covering

Instalar la menor cantidad de Estaciones de Bomberos de manera que puedan satisfacer las demandas de las 11 comunas de una ciudad. Se considera que una Estación de Bomberos es capaz de satisfacer las demandas de la comuna en la que se encuentra y de las inmediatamente adyacentes a dicha comuna.



Set Covering

Considere un conjunto S de personas:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Suponga que desea organizar dichas personas en varios equipos conocidos:

- El conjunto de equipos posibles es s
- Por ejemplo: $s = \{\{1, 2\}, \{4, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{1\}, \{3\}\}$
- Cada equipo tiene un costo c_j
- Se desea elegir los equipos que permiten tener ocupadas a **todas** las personas con un costo mínimo
 - No importa que la misma persona este en más de un equipo

Set Partitioning

Considere un conjunto S de personas:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Suponga que desea organizar dichas personas en varios equipos conocidos:

- El conjunto de equipos posibles es s
- Por ejemplo: $s = \{\{1, 2\}, \{4, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{1\}, \{3\}\}$
- Cada equipo tiene un costo c_j
- Se desea elegir los equipos que permiten que cada persona esté **exactamente en un equipo** con un beneficio máximo

Set Packing

Considere un conjunto S de personas:

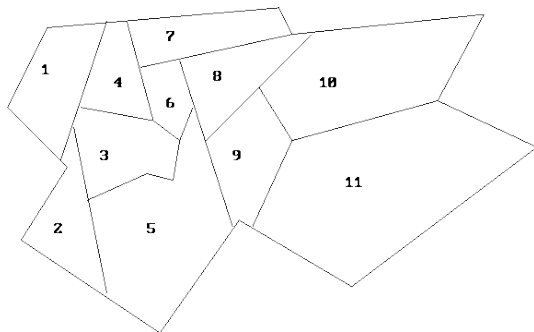
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Suponga que desea organizar dichas personas en varios equipos conocidos:

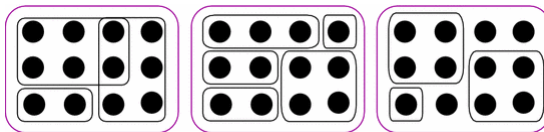
- El conjunto de equipos posibles es s
- Por ejemplo: $s = \{\{1, 2\}, \{4, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{1\}, \{3\}\}$
- Cada equipo tiene un beneficio b_j
- Se desea elegir los equipos que proporcionen el beneficio máximo **sin que se traslapen**.
 - Que las personas no se repitan entre equipos diferentes, no importa que una persona no esté en ningún equipo

Set Covering

Instalar dos Estaciones de Bomberos de manera que puedan satisfacer las demandas de las comunas más importantes de una ciudad. La importancia de la comuna viene dada por la cantidad de ciudadanos que viven en dicha comuna. Se considera que una Estación de Bomberos es capaz de satisfacer las demandas de la comuna en la que se encuentra y de las inmediatamente adyacentes a dicha comuna.



Sets



Generación de Columnas

Modelos de Generación de Columnas

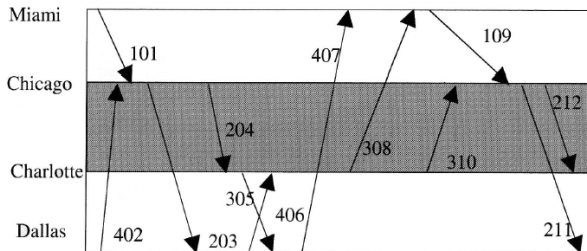
Generación de Columnas

Modelos de Generación de Columnas

- La generación de columnas se utiliza como una estrategia de dos pasos para enfrentar la resolución de problemas combinatorios altamente complejos.
- Consiste en la generación de todas las posibles columnas, donde cada columna representa una alternativa factible (en algunas de las restricciones del problema), siendo una parte posible de una solución

AA Crew Scheduling

- Problema: Encontrar la secuencia de vuelos para cada tripulación sobre un período de tiempo. Cada secuencia debe comenzar y terminar en la ciudad donde vive la tripulación. Se deben realizar TODOS los vuelos.
- Suponga la siguiente secuencia de viajes de American Airlines.



Nota: Números de vuelos: Miami (100), Chicago (200), Charlotte (300), Dallas (400)

Inteligencia Artificial

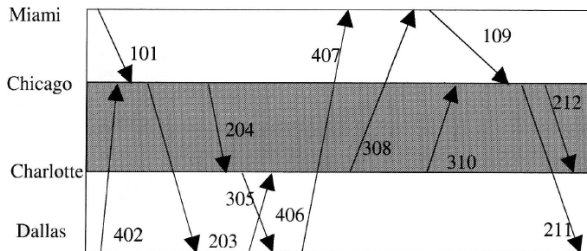
Problemas de Optimización

Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

AA Crew Scheduling

- Problema: Encontrar la secuencia de vuelos para cada tripulación sobre un período de tiempo. Cada secuencia debe comenzar y terminar en la ciudad donde vive la tripulación. Se deben realizar TODOS los vuelos.
- Suponga la siguiente secuencia de viajes de American Airlines.



Nota: Números de vuelos: Miami (100), Chicago (200), Charlotte (300), Dallas (400)

Generación de Columnas en AA Crew Scheduling

Paso 1:

Generación de secuencias de vuelos (columnas)

i	Secuencia de Vuelos	Costo
1	101 - 203 - 406 - 308	2900
2	101 - 203 - 407	2700
3	101 - 204 - 305 - 407	2600
4	101 - 204 - 308	3000
5	203 - 406 - 310	2600
6	203 - 407 - 109	3150
7	204 - 305 - 407 - 109	2550
8	204 - 308 - 109	2500
9	305 - 407 - 109 - 212	2600
10	308 - 109 - 212	2300
11	310 - 212	2000
12	402 - 203	2100
13	402 - 204 - 305	2400
14	402 - 204 - 310 - 211	2550
15	406 - 308 - 109 - 211	2750
16	406 - 310 - 211	2600
17	407 - 109 - 211	2550

Generación de Columnas en AA Crew Scheduling

Paso 2:

Resolver el problema como un Set [Covering/ Partitioning]

Variables:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{Si se elige la columna } i \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Constantes:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si el vuelo } j \text{ está en la columna } i \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

C_i = Costo de la columna i

Objetivo:

$$\text{Mín} \sum_{j=i}^{17} C_i \cdot x_i$$

Restricciones:

$$\sum_{i=1}^{17} a_{ij} \cdot x_i = 1 \quad \forall j$$

Solución $x_1 = x_9 = x_{14} = 1$ a un costo total de 8050

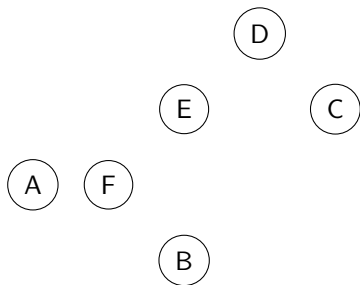
Generación de Columnas

- La selección del conjunto óptimo de alternativas se resuelve mediante un set Partitioning (o Covering)
- Ventaja: Flexibilidad
- Desventaja: Dificultad para enumerar todas las columnas.
- ¿Podría ser útil para United Airlines?, considerando que tienen 4500 vuelos diarios app.

Problema del vendedor viajero

Problema del vendedor viajero

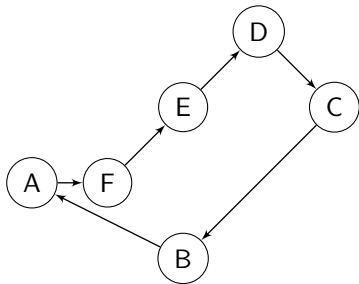
El problema del vendedor viajero (Traveling Salesman Problem (TSP)) consiste en encontrar un circuito de costo mínimo que pase una sola vez por cada ciudad que debe visitar el vendedor y que le permita volver a su ciudad de origen al final del día.



- Problema simétrico versus asimétrico

Problema del vendedor viajero

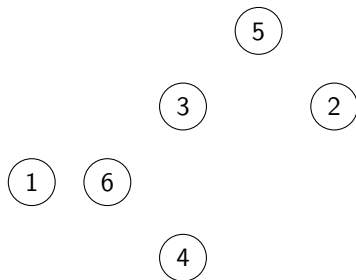
El problema del vendedor viajero (Traveling Salesman Problem (TSP)) consiste en encontrar un circuito de costo mínimo que pase una sola vez por cada ciudad que debe visitar el vendedor y que le permita volver a su ciudad de origen al final del día.



- Problema simétrico versus asimétrico

Problema del vendedor viajero

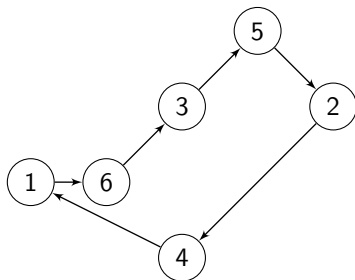
El problema del vendedor viajero (Traveling Salesman Problem (TSP)) consiste en encontrar un circuito de costo mínimo que pase una sola vez por cada ciudad que debe visitar el vendedor y que le permita volver a su ciudad de origen al final del día.



- Problema simétrico versus asimétrico

Problema del vendedor viajero

El problema del vendedor viajero (Traveling Salesman Problem (TSP)) consiste en encontrar un circuito de costo mínimo que pase una sola vez por cada ciudad que debe visitar el vendedor y que le permita volver a su ciudad de origen al final del día.



- Problema simétrico versus asimétrico

Inteligencia Artificial

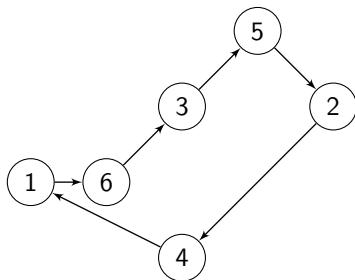
Problemas de Optimización

Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Problema del vendedor viajero

El problema del vendedor viajero (Traveling Salesman Problem (TSP)) consiste en encontrar un circuito de costo mínimo que pase una sola vez por cada ciudad que debe visitar el vendedor y que le permita volver a su ciudad de origen al final del día.



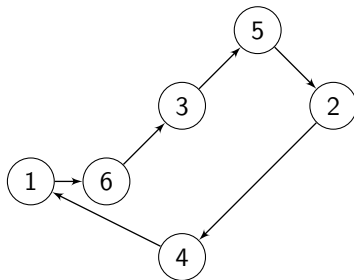
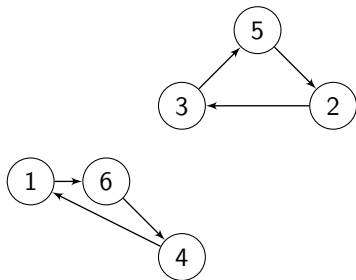
- Problema simétrico versus asimétrico

Problema del vendedor viajero: Modelo 1 (2/2)

Para evitar ciclos:

- Subconjuntos:

$$\sum_{i \in \mathcal{U}} \sum_{j \in \mathcal{U}} x_{ij} \leq \text{Card}(\mathcal{U}) - 1 \quad \forall \mathcal{U} \text{ tal que } 2 \leq \text{Card}(\mathcal{U}) \leq n - 2$$



Problema del vendedor viajero: Modelo 1 (2/2)

Para evitar ciclos:

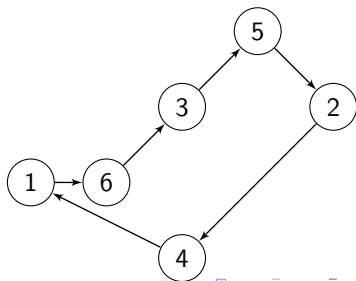
- Secuencia: u_i = orden en que se visita la ciudad i

$$u_i \neq u_j \quad \forall i \neq j$$

$$2 \leq u_i \leq n \quad \forall i \neq 1$$

$$u_1 = 1$$

$$u_j - u_i \leq 1 + (n-1) \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall i \neq 1, \forall j \neq 1$$



Complejidad Computacional

Problema del vendedor viajero

Problema de Optimización: TSP

Datos: Dado un grafo G de orden n , completo y valorizado con valores positivos

Objetivo: Determinar el largo mínimo de un ciclo hamiltoniano en G

Problema de reconocimiento/decisión: RTSP

Datos: Dado un entero k , dado un grafo G de orden n , completo y valorizado con valores positivos

Pregunta: ¿Existe en el grafo un ciclo hamiltoniano de largo inferior o igual a k ?

RTSP permite resolución en tiempo polinomial ssi TSP también lo permite

Problemas P versus NP

Problema P

Un problema se dice polinomial si existe un algoritmo de complejidad polinomial que permite responder la pregunta del problema cualquiera sea el dato de éste. La clase P es el conjunto de todos los problemas de reconocimiento polinomiales.

Problemas NP (No-determinístico polinomiales)

Un problema de reconocimiento está en la clase NP si, para toda instancia de ese problema, en un tiempo polinomial con respecto al tamaño de la instancia, se puede verificar una solución propuesta o adivinada (“sí”)

$P \subseteq NP$

No existe certeza si las clases P y NP coinciden o si la inclusión de la clase P en NP es estricta.

Problemas NP-completos

Transformación polinomial

Dados dos problemas de reconocimiento: D_1 y D_2 , $D_1 \preceq D_2$ ssi:

- Existe una aplicación f que transforme cualquier instancia I de D_1 en una instancia $f(I)$ de D_2 , y un algoritmo polinomial, con respecto al tamaño de I para calcular $f(I)$.
- Hay una equivalencia entre los dos enunciados " D_1 acepta la respuesta "sí" para la instancia I " y " D_2 acepta la respuesta "sí" para la instancia $f(I)$ ".

Si $D_1 \preceq D_2$ y existe un algoritmo polinomial para resolver D_2 , luego existe un algoritmo polinomial para resolver D_1 .

Además se cumple que si $D_1 \preceq D_2$ y $D_2 \preceq D_3$, entonces $D_1 \preceq D_3$.

NP-completitud

Un problema Q se dice NP-completo si pertenece a la clase NP y si, para todo problema Q' de la clase NP, se tiene que $Q' \preceq Q$.

Consecuencias de la NP-completitud

¿Por qué demostrar la NP-completitud?

- Evitar perder tiempo buscando un algoritmo polinomial que resuelva el problema
- Justificar el uso de heurísticas para el problema que entreguen resultados cercanos al óptimo.

Problemas NP-difíciles

Aquí el interés no se centra sólo en los problemas de reconocimiento.

NP-difícil

Sea O un problema de optimización. Si el problema de reconocimiento asociado a O es NP-completo, entonces O es NP-difícil.

El RTSP es NP-completo y el TSP es NP-difícil.

Modelos de Asignación, redes y ruteo de vehículos

Modelos de Problema de Asignación

- Encontrar la mejor asignación (máquina-trabajo, personal-cliente) para minimizar costos

<i>Máquina</i>	<i>Tiempo (horas)</i>			
	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
1	14	5	8	7
2	2	12	6	5
3	7	8	3	9
4	2	4	6	10

Modelos de Problema de Asignación

- Variables:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si } i \text{ esta asignado a } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- Constantes:

C_{ij} = Costo de asignar i a j

$$\text{Mín } \sum_i \sum_j C_{ij} * x_{ij}$$

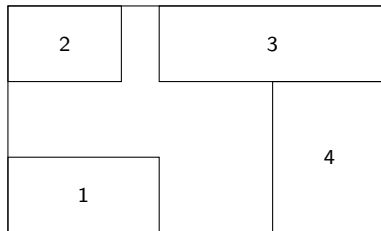
$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j$$

Modelos de Problema de Asignación Cuadrática

Ejemplo: Mall Layout

Se tienen 4 posibles ubicaciones para departamentos en un shopping mall. Se conocen las distancias (en metros) entre las ubicaciones. Se conoce además el número de clientes a la semana que desearían visitar los diferentes pares de departamentos. Por ejemplo, se proyecta que 500 clientes a la semana visitarían la tienda de ropa (Tienda 1) y computación (Tienda 2). El objetivo del problema es determinar la ubicación de las tiendas minimizando la molestia de los clientes.



Inteligencia Artificial

Problemas de Optimización

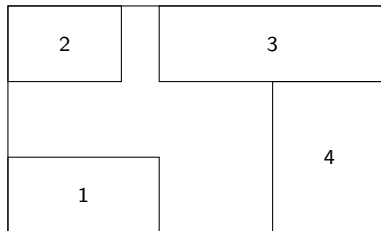
Nicolás Rojas-Morales
nicolas.rojasm@usm.cl

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Modelos de Problema de Asignación Cuadrática

Ejemplo: Mall Layout

Se tienen 4 posibles ubicaciones para departamentos en un shopping mall. Se conocen las distancias (en metros) entre las ubicaciones. Se conoce además el número de clientes a la semana que desearían visitar los diferentes pares de departamentos. Por ejemplo, se proyecta que 500 clientes a la semana visitarían la tienda de ropa (Tienda 1) y computación (Tienda 2). El objetivo del problema es determinar la ubicación de las tiendas minimizando la molestia de los clientes.



Job-Shop

- Planificación óptima para una colección dada de trabajos. Cada uno de dichos trabajos requiere una secuencia de procesadores, los cuales pueden realizar sólo un trabajo a la vez.
- Suponga tres trabajos a realizar: W_1 , W_2 y W_3 .

W_1	
p_2	3
p_3	3
p_4	3
...	...
p_8	2

W_2	
p_3	7
p_1	2
...	...
p_9	6

W_3	
p_7	5
p_6	9
p_3	2
p_5	1
...	...
p_{10}	5

Problema de ruteo de vehículos

El problema de ruteo de vehículos (Vehicle routing problem (VRP)) busca satisfacer la demanda de un conjunto de clientes utilizando una flota de vehículos. Los bienes son despachados desde un almacén central a todos los consumidores. El objetivo consiste en construir las rutas que deben realizar los vehículos de la flota de modo de minimizar los costos de entrega (tiempo, bencina).

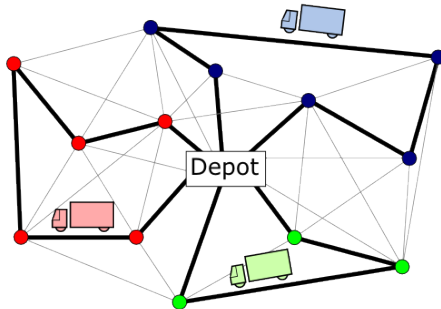


Figura: <http://www.liacs.nl/~ftakes/vrp/>

Glosario

- Optimización
- Variable, Dominio, Restricción, Función Objetivo
- Problema Combinatorial
- Modelo
- Instancia
- Fuerza Bruta - Generate and test
- Solución Factible / Infactible
- Espacio de Búsqueda
- Tamaño Espacio de Búsqueda
- Explosión Combinatorial
- Set Covering, Partitioning, Packing
- Generación de Columnas
- Problemas P, NP, Transformación, NP-Completo, NP-Difícil