Redes Bayesianas

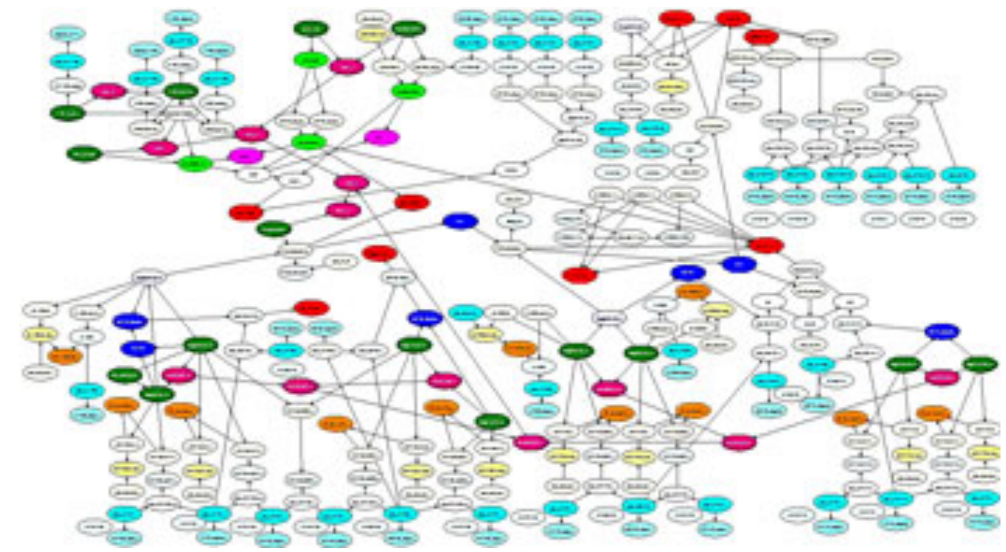
INF-390

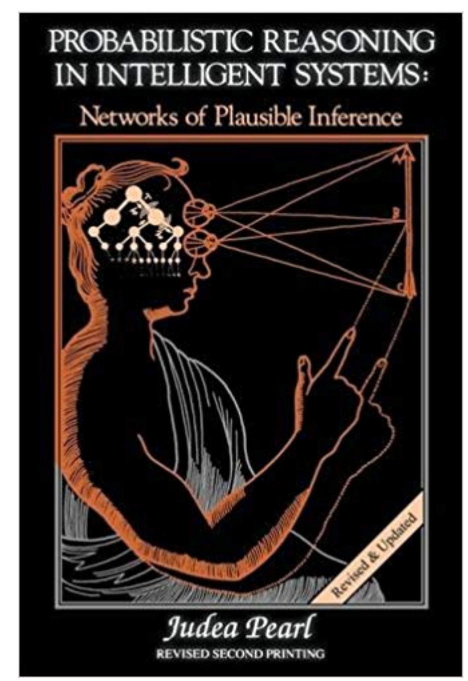
Prof: Juan G. Pavez S.

Redes Bayesianas

- Un método muy poderoso que está en el corazón de muchas aplicaciones prácticas modernas:
  - Diagnóstico Médico.
  - Genética.
  - Telecomunicaciones (3G,4G).
  - Clasificación de Documentos.
  - …

- Combina la una representación de grafos con la teoría de probabilidad.





Judea Pearl, Ganador del premio Turing el 2011 por su aporte fundacional en el área de redes bayesianas.

Redes Bayesianas

- **¿Qué son?**

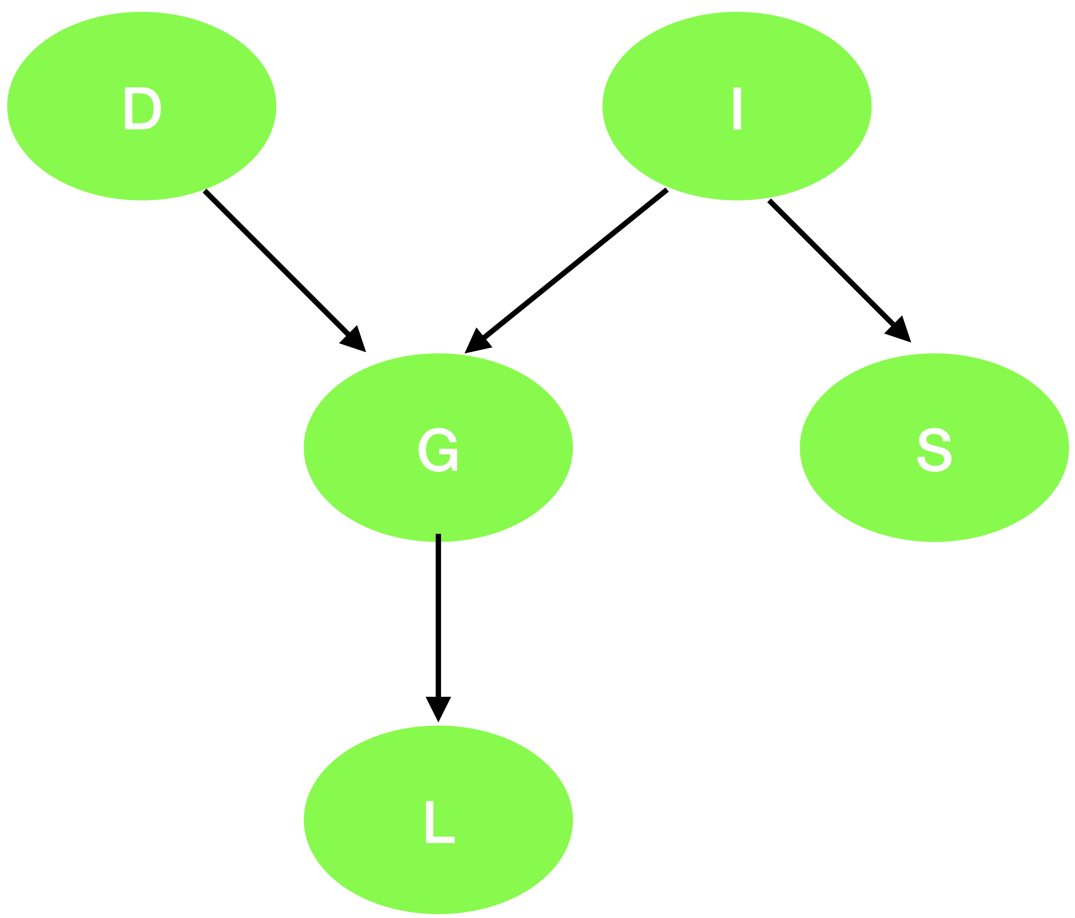
- Una estructura de dato que provee un esqueleto para representar una distribución conjunta de manera compacta y de forma factorizada.

- Una representación compacta de un conjunto independencias condicionales que se asumen en una distribución.

- $p(x_1, x_2, x_3) = p(x_3|x_2)p(x_2)p(x_1)$

Redes Bayesianas

- Intelligence(I): i0,i1
- Difficulty (D): d0,d1
- Grade(G): g1,g2,g3
- Student PSU(S): s0,s1
- Reference Letter(L): l0,l1

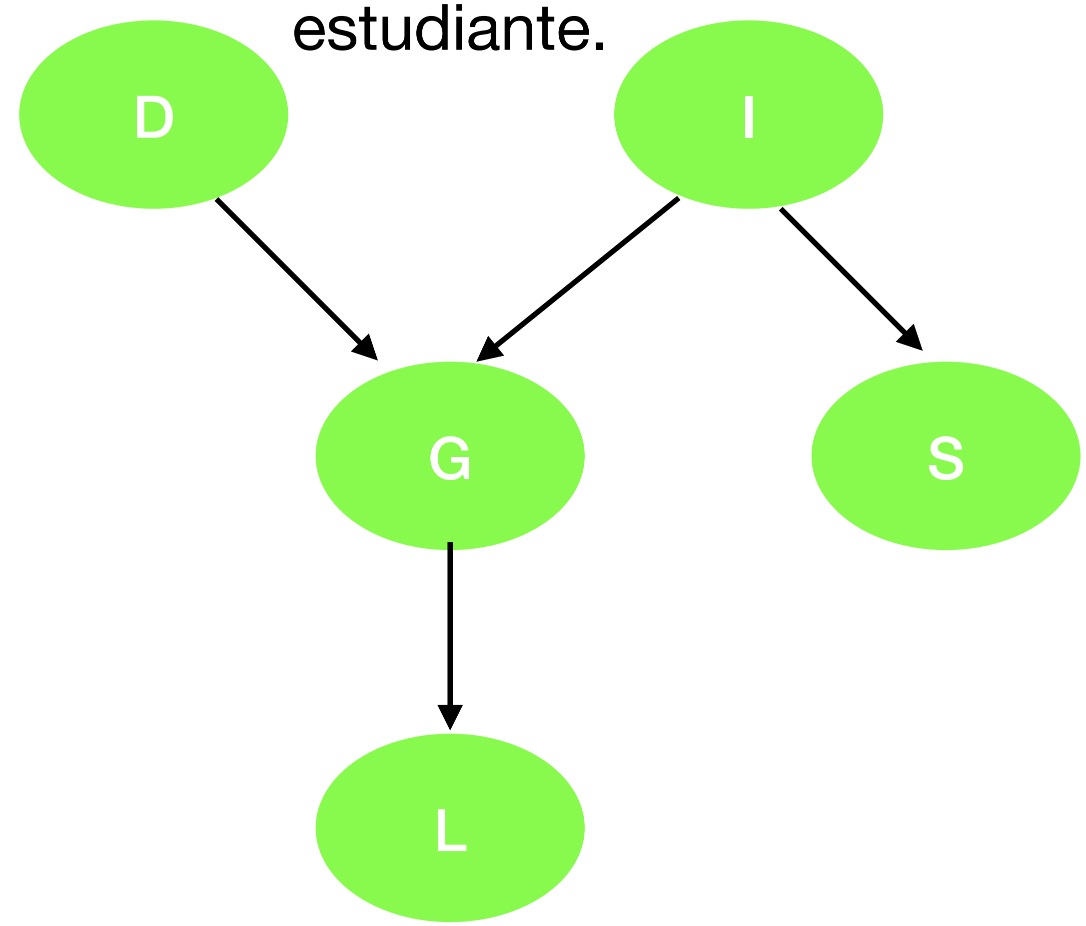


p(D,I,G,S,L)

Redes Bayesianas

- Intelligence(I): i0 (baja),i1 (alta)
- Difficulty (D): d0 (fácil),d1(difícil)
- Grade(G): g1(A),g2(B),g3(C)
- Student PSU(S): s0 (bajo),s1(alto)
- Reference Letter(L): l0 (mala),l1(buena)

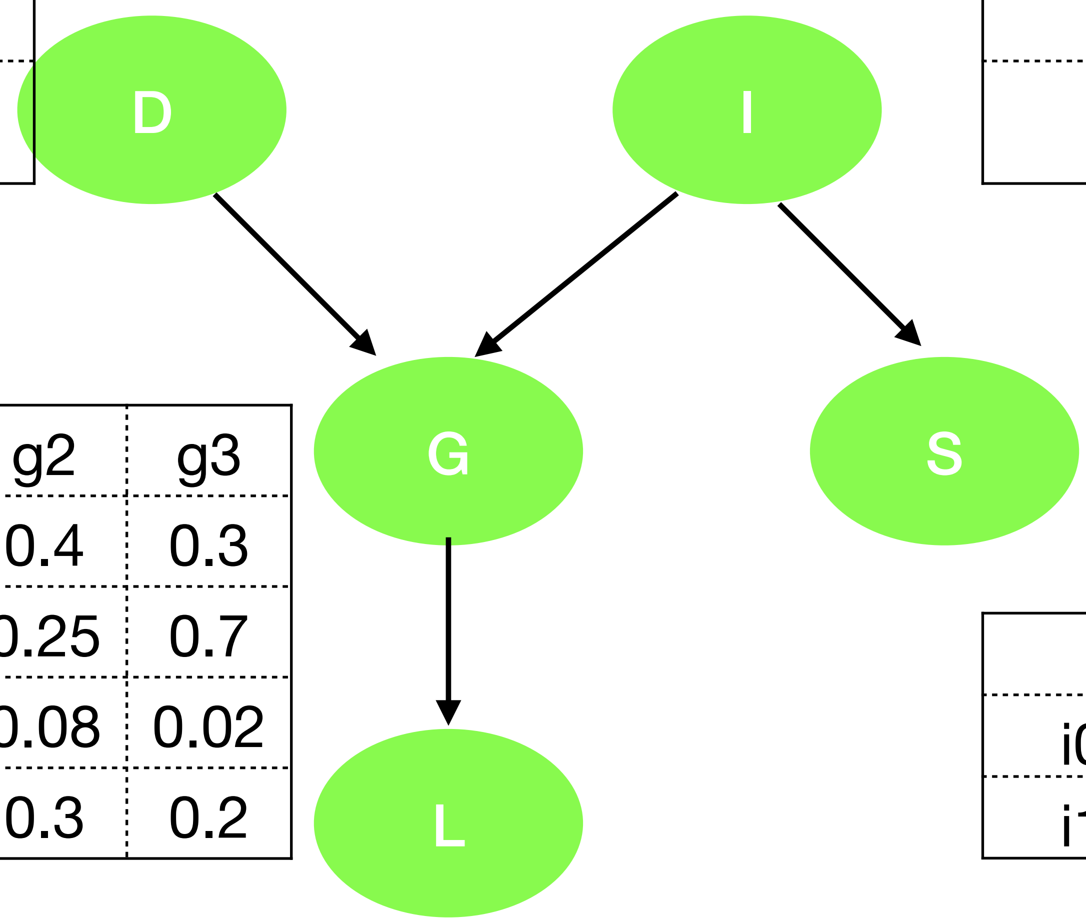
La dificultad del curso no afecta la PSU del estudiante.



Redes Bayesianas

d0	d1
0.6	0.4

i0	i1
0.7	0.3

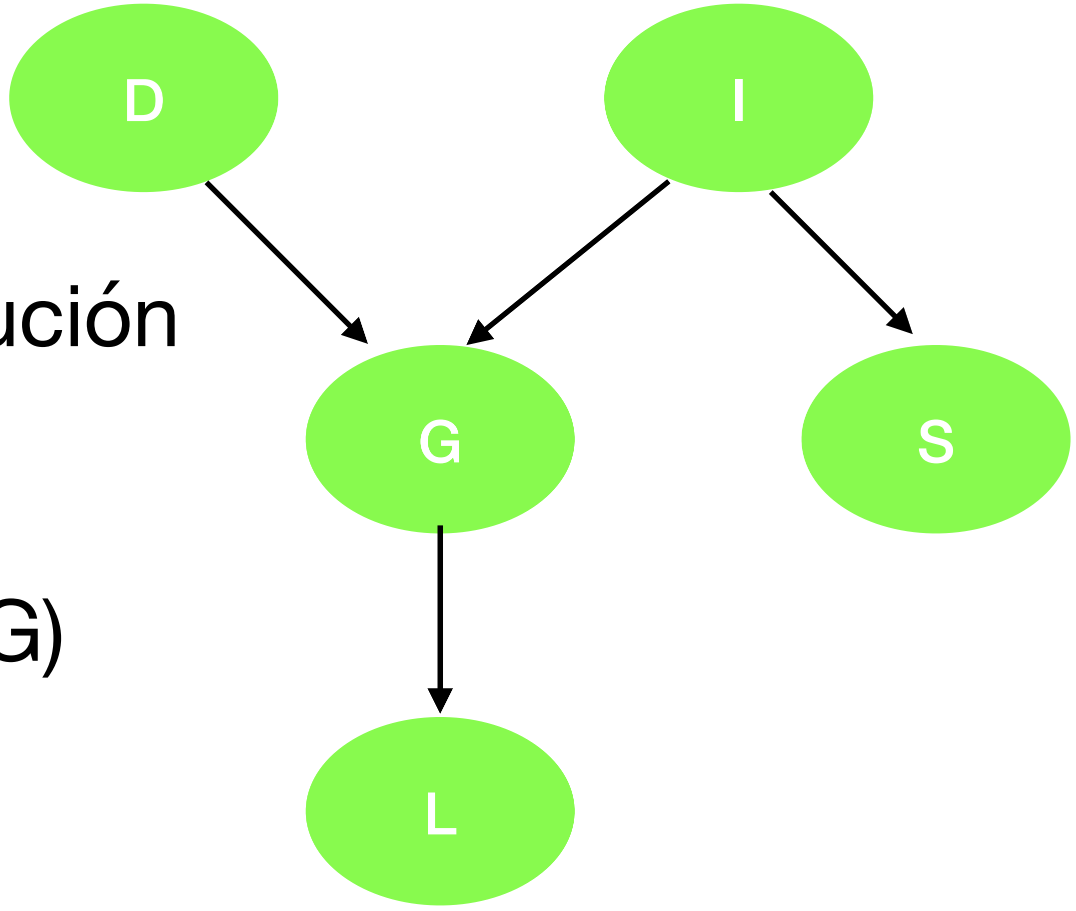


	g1	g2	g3
i0,d0	0.3	0.4	0.3
i0,d1	0.05	0.25	0.7
i1,d0	0.9	0.08	0.02
i1,d1	0.5	0.3	0.2

	s0	s1
i0	0.95	0.5
i1	0.2	0.8

	l0	l1
g1	0.1	0.9
g2	0.4	0.6
g3	0.99	0.01

Redes Bayesianas



- El grafo por si sólo nos dice mucho acerca de la factorización de la distribución conjunta.

- P(D,I,G,S,L) = P(D)P(I)P(G|I,D)P(S|I)P(L|G)

- Podemos calcular por ejemplo P(d0,i1,g3,s1,l1) = 0.6 x 0.3 x 0.02 x 0.8 x 0.01

Redes Bayesianas

- Formalizando, una red bayesiana es
  - Un grafo dirigido acíclico (DAG) G, cuyos nodos representan variables aleatorias $X_1, \ldots, X_n$
  - Para cada nodo X_i hay una distribución condicional de probabilidades (CPD) $P(X_i \mid Pa_G(X_i))$ donde $Pa_G(X_i)$ denota los padres de X_i en G.
  -

Redes Bayesianas

- La BN (por Bayesian Network) representa una distribución de probabilidad que factoriza por la **regla de la cadena** para BN como

$$P(X_1, \ldots, X_n) = \prod_i P(X_i \,|\, Pa_G(X_i))$$

- La red bayesiana es una distribución de probabilidad legal, es decir es mayor que 0 y suma 1.

Redes Bayesianas

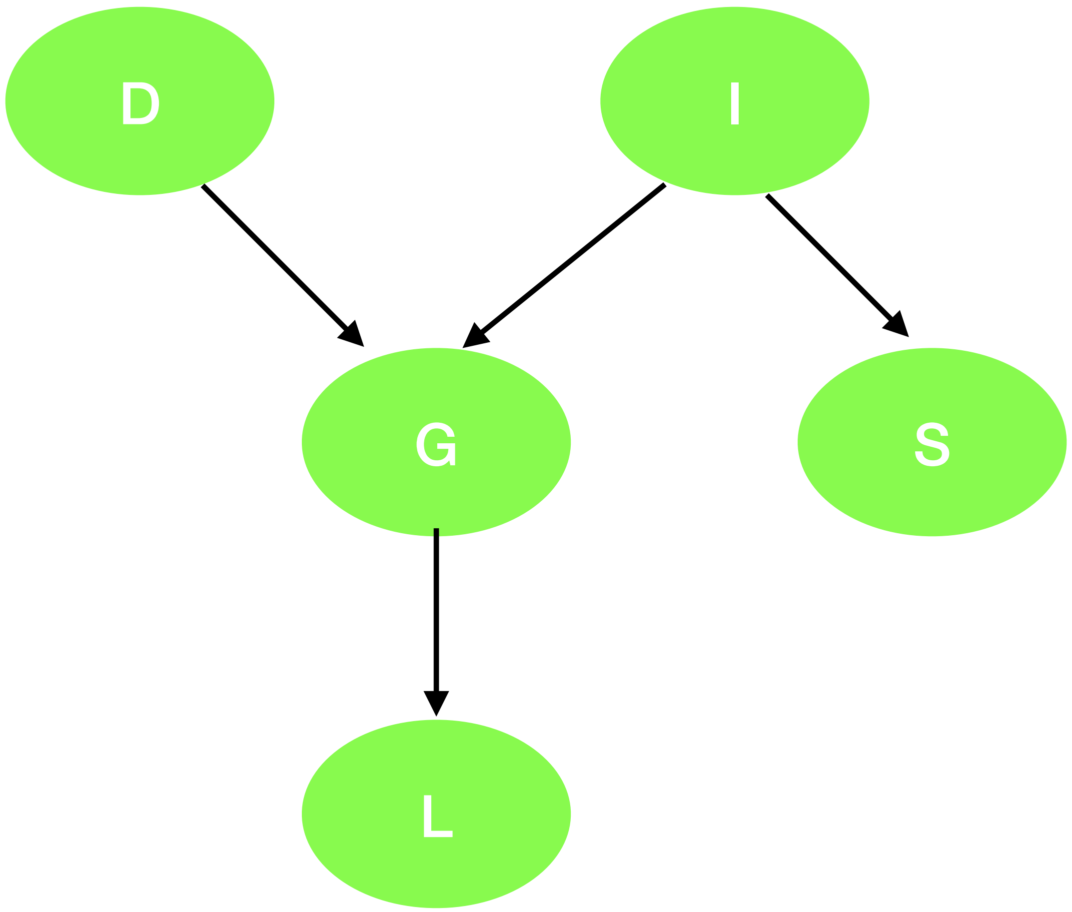
- **Demostración:**
  - $P(X_1, \ldots, X_n) \geq 0$ debido a que es el producto de CPD que son no-negativas.

  - $\sum P(X_1, \ldots, X_n) = 1$

$$\sum_{D,I,G,S,L} P(D, I, G, S, L) =$$

Redes Bayesianas

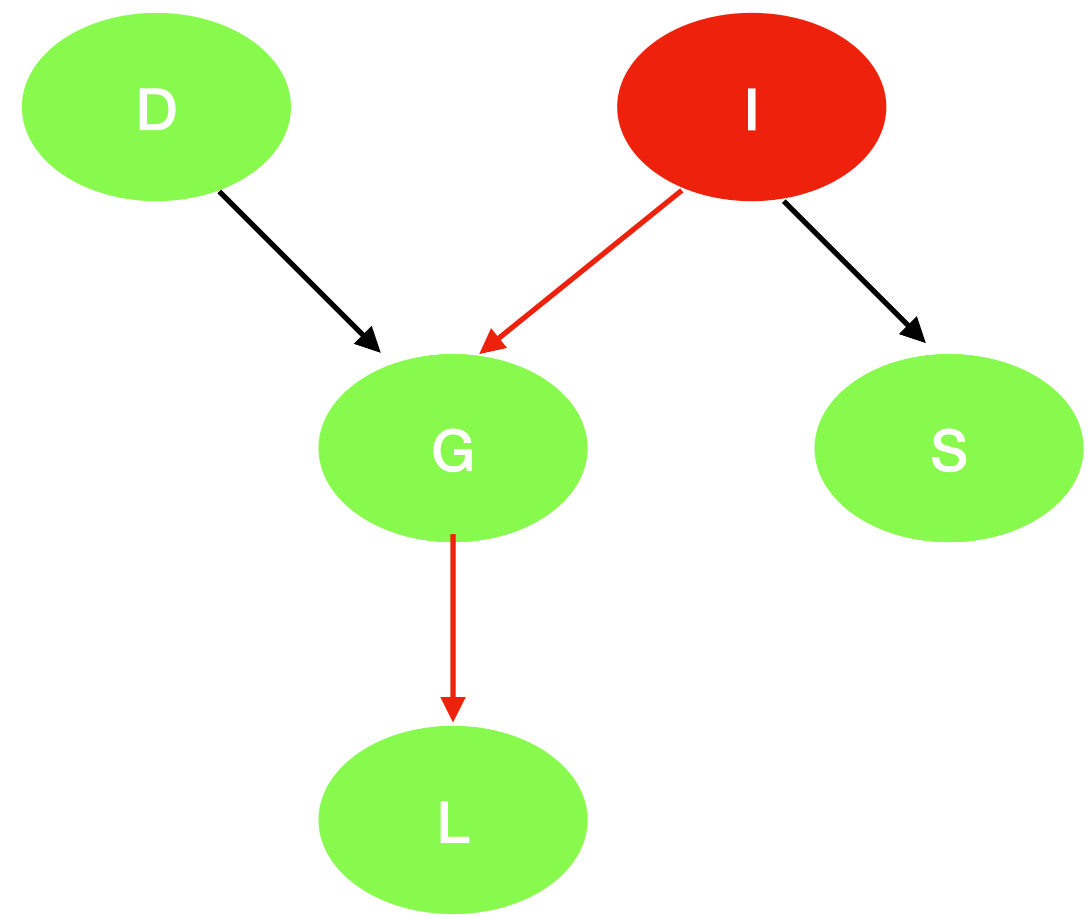
- Patrones de razonamiento
- $P(I1) \sim 0.5$



Redes Bayesianas

- Patrones de razonamiento
- $P(l1) \sim 0.5$
- $p(l1|i0) \sim 0.39$

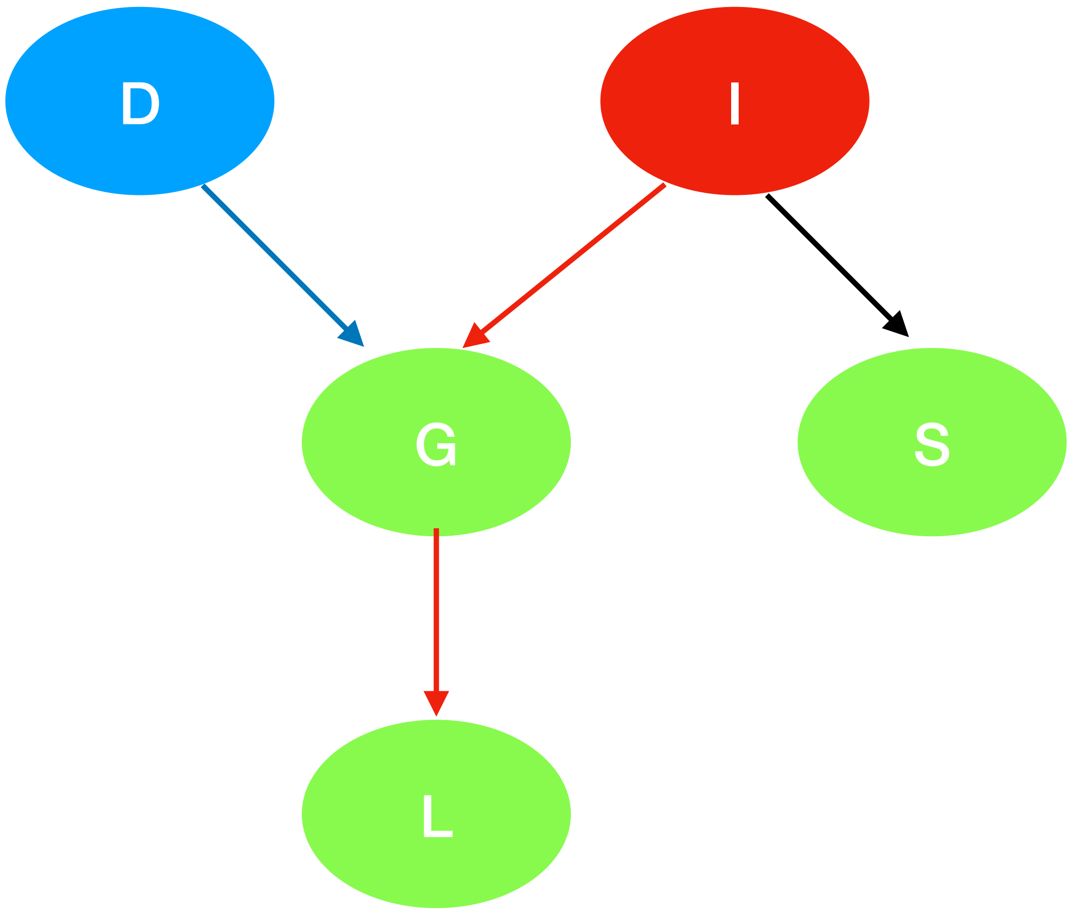
Causal Reasoning



Redes Bayesianas

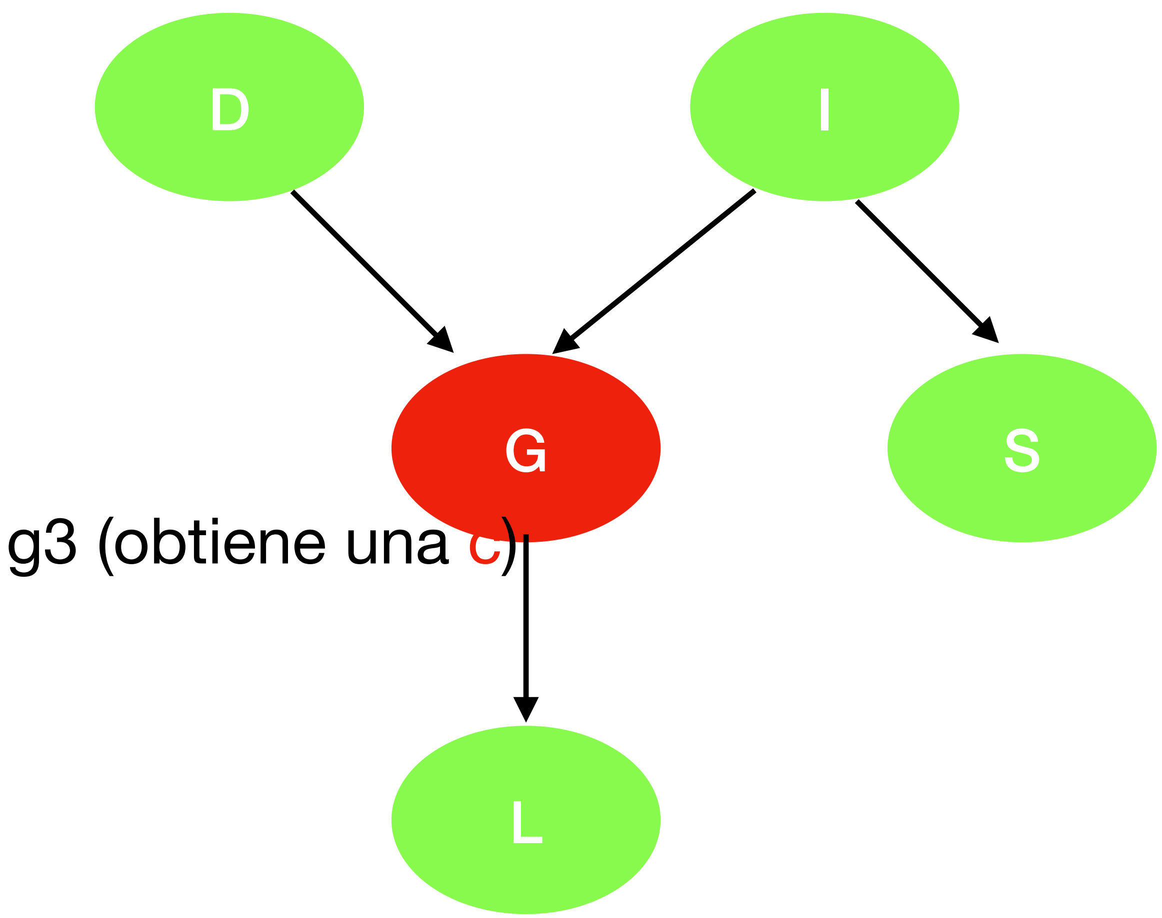
- Patrones de razonamiento
- $P(l1) \sim 0.5$
- $p(l1|i0) \sim 0.39$
- $p(l1|i0,d0) \sim 0.51$

Causal Reasoning



Redes Bayesianas

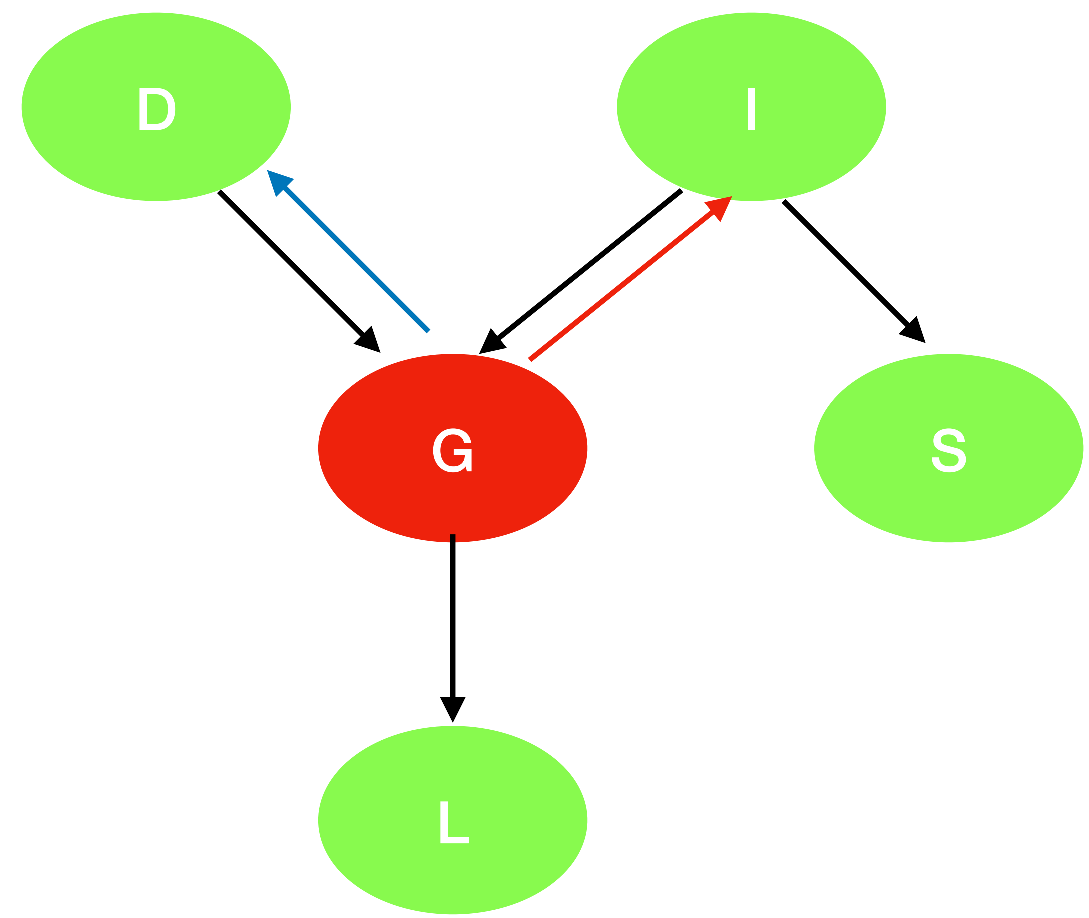
- Patrones de razonamiento
- P(I1) = 0.3
- p(d1) = 0.4
- p(d1|g3) = ?
- p(i1|g3) = ?



Redes Bayesianas

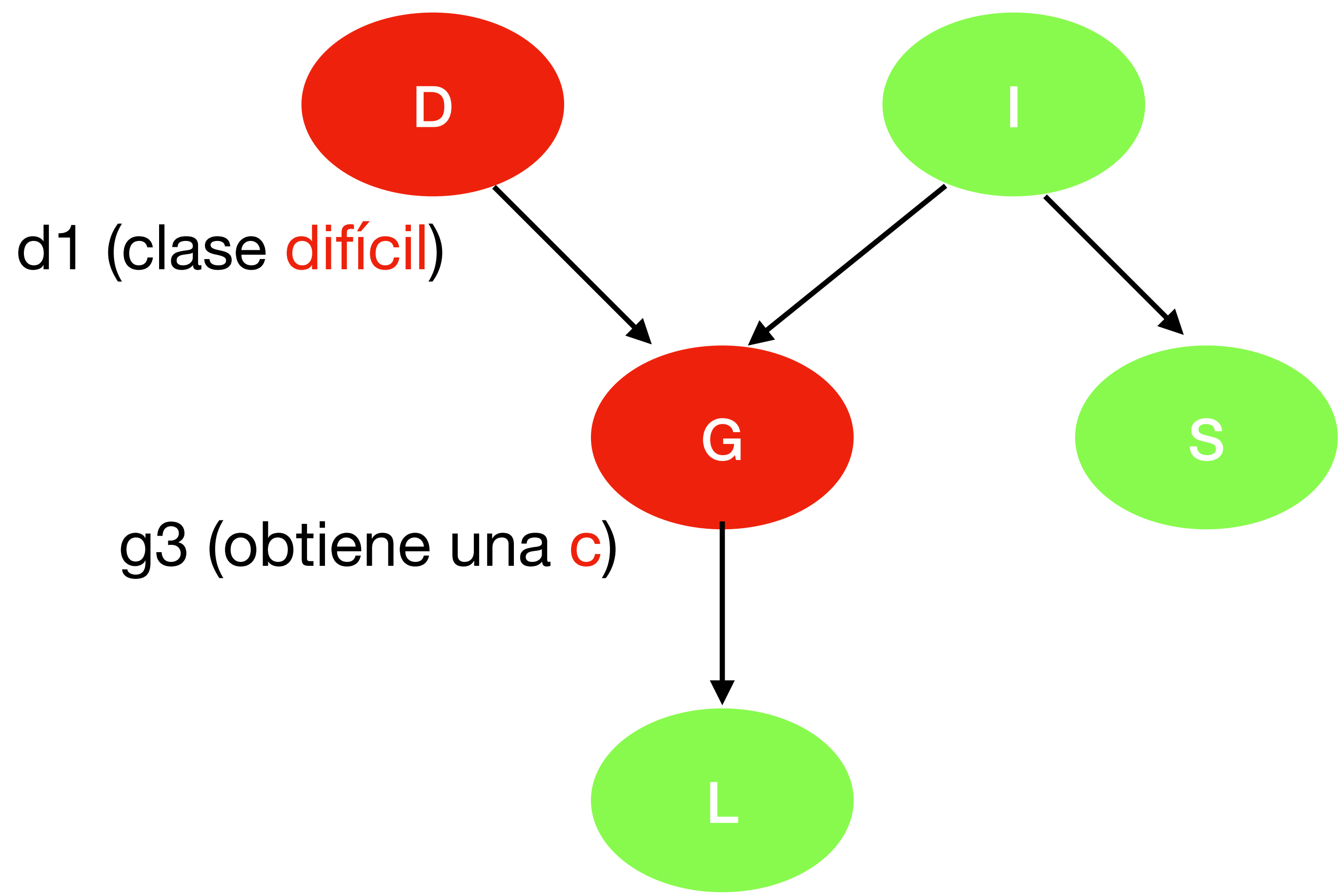
- Patrones de razonamiento
- $P(I1) = 0.3$
- $p(d1) = 0.4$
- $p(d1|g3) \sim 0.63$
- $p(i1|g3) \sim 0.08$

Evidential Reasoning



Redes Bayesianas

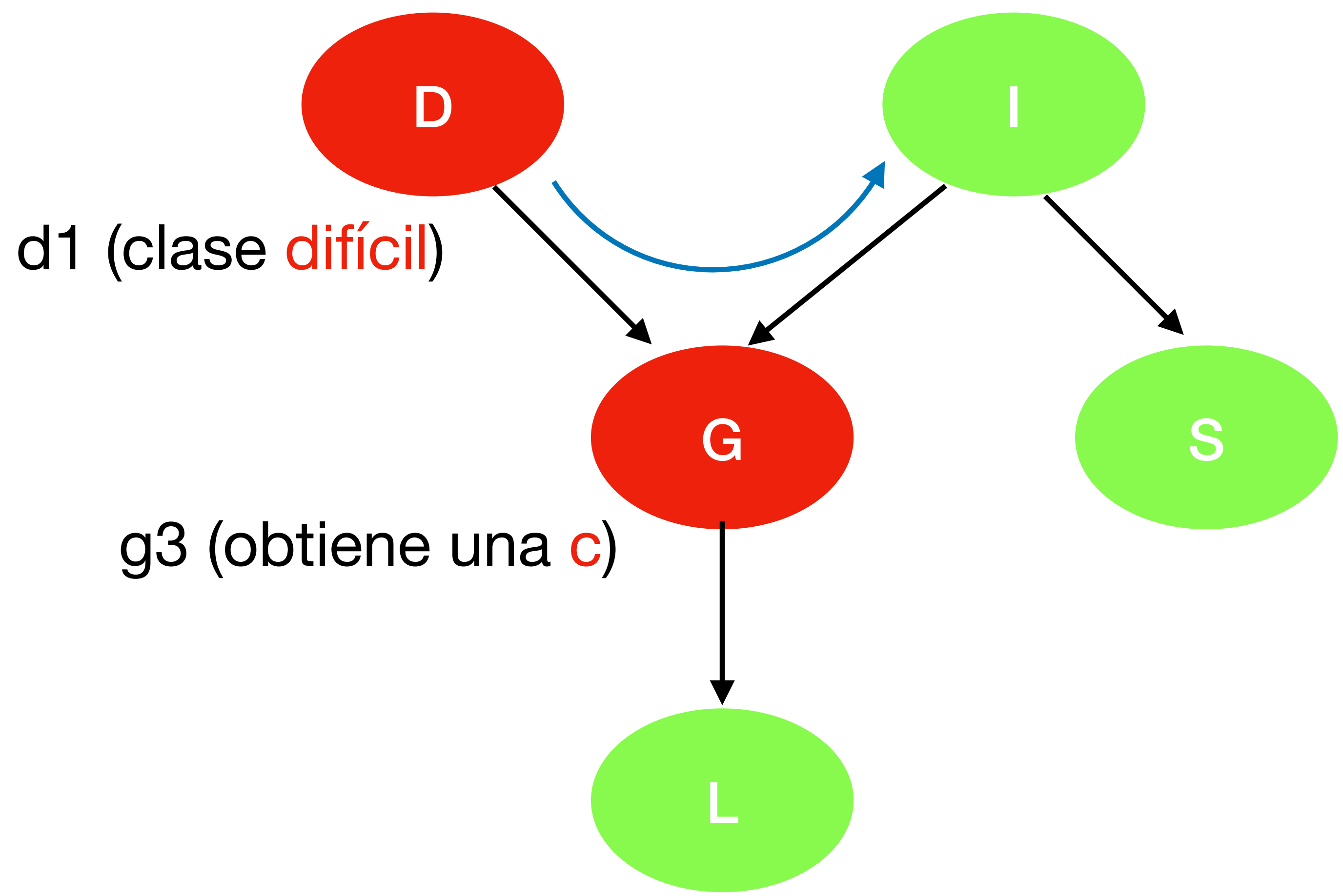
- Patrones de razonamiento
- $P(I1) = 0.3$
- $p(d1) = 0.4$
- $p(d1|g3) \sim 0.63$
- $p(i1|g3) \sim 0.08$
- $p(i1|g3,d1) = ?$



Redes Bayesianas

- Patrones de razonamiento
- P(I1) = 0.3
- p(d1) = 0.4
- p(d1|g3) $\sim$ 0.63
- p(i1|g3) $\sim$ 0.08
- p(i1|g3,d1) $\sim$ 0.11

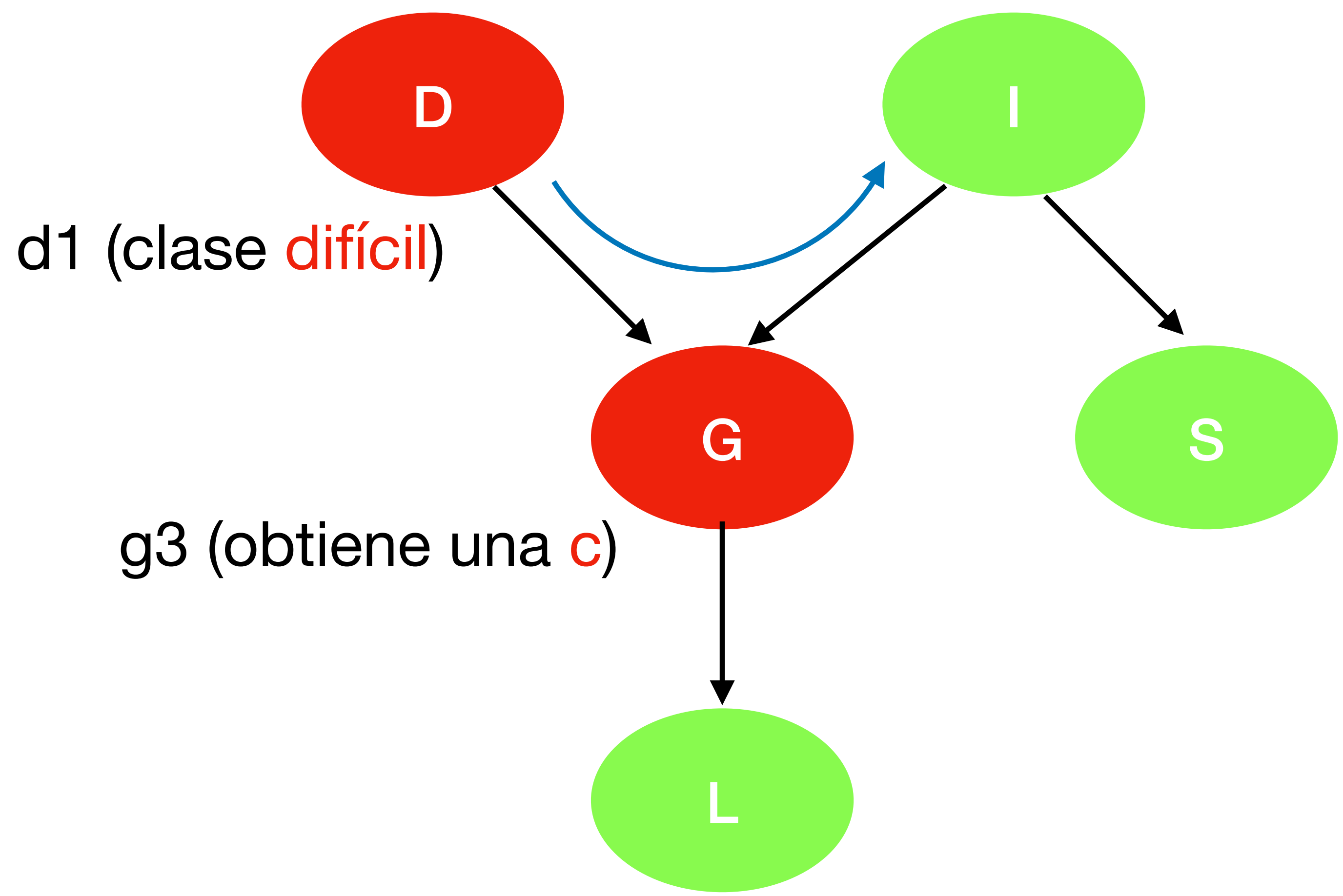
Intercausal Reasoning



Redes Bayesianas

- Patrones de razonamiento
- P(I1) = 0.3
- p(d1) = 0.4
- p(d1|g3) ~ 0.63
- p(i1|g3) ~ 0.08
- p(i1|g3,d1) ~ 0.11

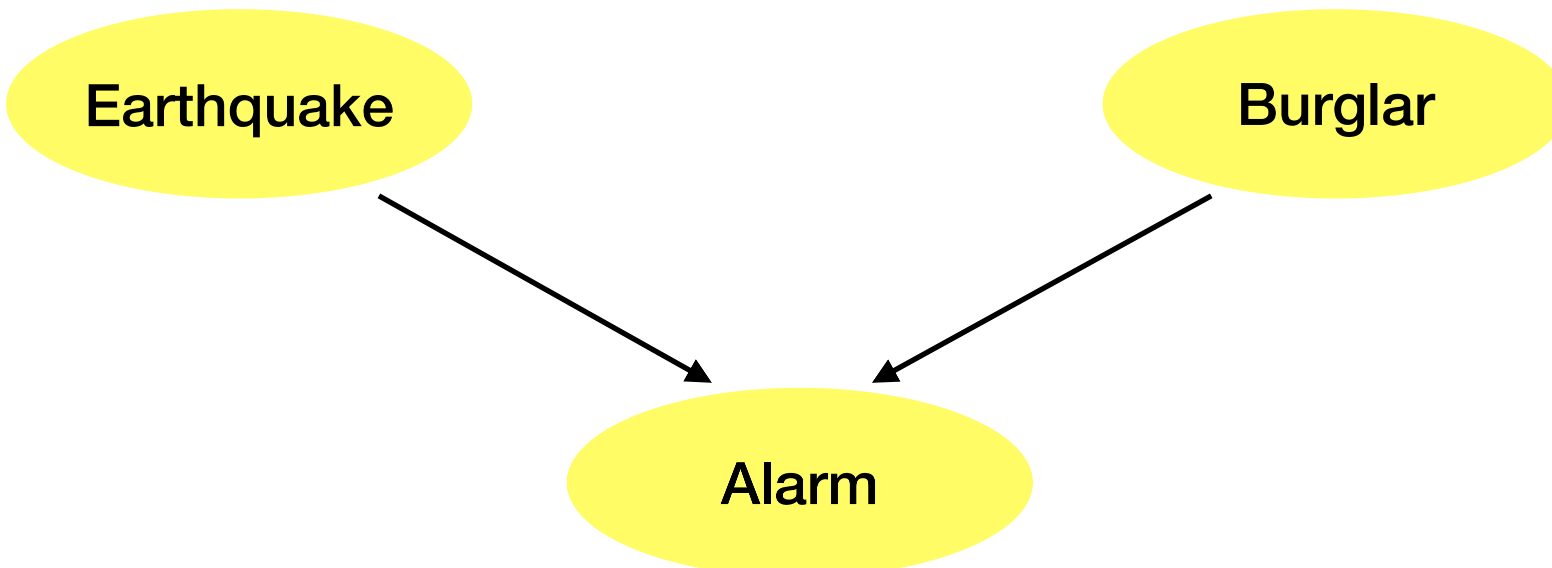
Intercausal Reasoning



Explaining Away

Redes Bayesianas

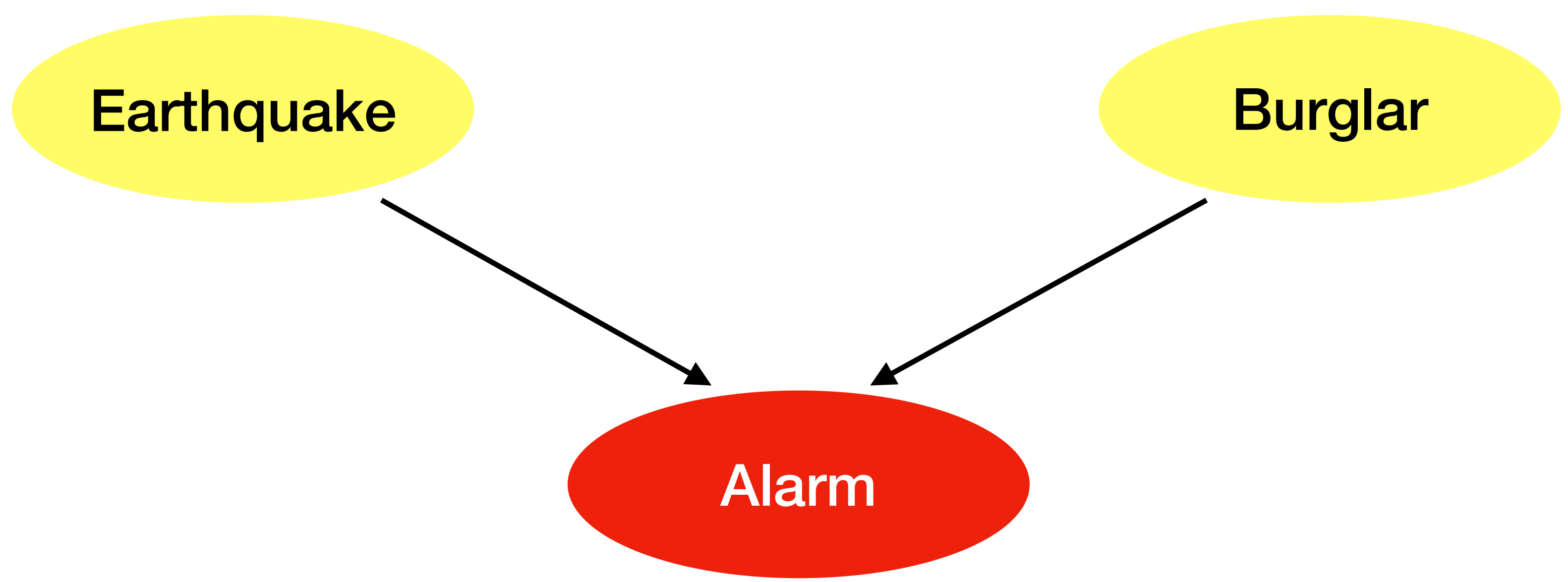
- Razonamiento Inter-causal (Explaining Away):



- Una alarma puede activarse si un ladrón entra y si ocurre un terremoto.

Redes Bayesianas

- Razonamiento Inter-causal(Explaining Away):

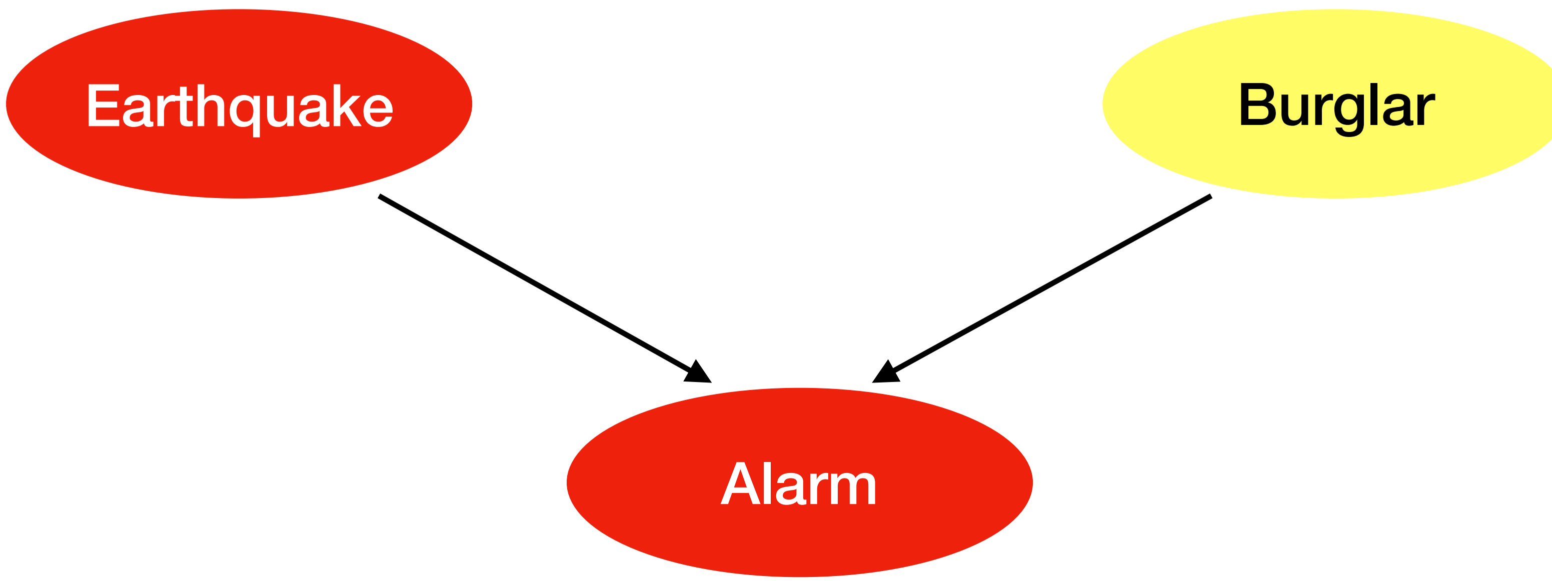


- Una alarma puede activarse si un ladrón entra y si ocurre un terremoto.

- Si sabemos que la alarma se activó, seguramente pensaremos que un ladrón entró, debido a que el terremoto es mucho menos probable.

Redes Bayesianas

- Razonamiento Inter-causal (Explaining Away):



- Pero si además sabemos que hubo un terremoto, eso explica (explain away) la razón de la alarma activándose.

- La probabilidad de que un ladrón haya entrado también es mucho menor.

Redes Bayesianas

- Algunas definiciones:

- Un evento α es independiente de β en P, lo que se denota como: $P \models \alpha \perp \beta$ sí $P(\alpha \mid \beta) = P(\alpha)$

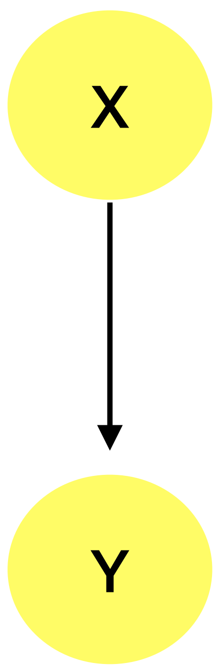
  - P cumple que $(\alpha \perp \beta)$ sí y solo sí $P(\alpha, \beta) = P(\alpha)P(\beta)$

- Sean X,Y, Z variables aleatorias. X es condicionalmente independiente de Y, dado Z para la distribución P, si P cumple
$$(X = x \perp Y = y \mid Z = z)$$
Para todos los valores de X, Y y Z. Se dice que Z es observado.

- La distribución P cumple $(X \perp Y \mid Z)$ sólo sí
$$P(X, Y \mid Z) = P(X \mid Z)P(Y \mid Z)$$

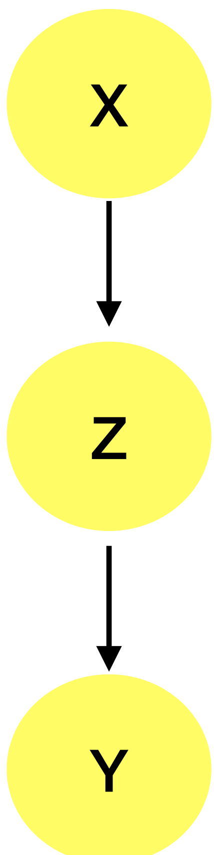
Redes Bayesianas

- Flujos de influencia probabilistica
- En este caso simple, puede X influenciar Y?
    - Sí (influencia caual)
- Puede Y influenciar X?
    - Sí (influencia evidencial)



Redes Bayesianas

Camino causal, Camino evidencial

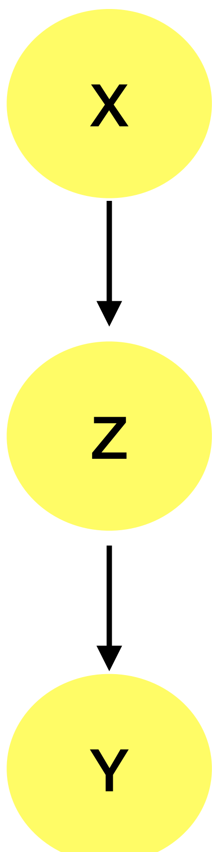


Puede X influenciar Y?:
- **Sí**

Puede Y influenciar X?:
- **Sí.**

Redes Bayesianas

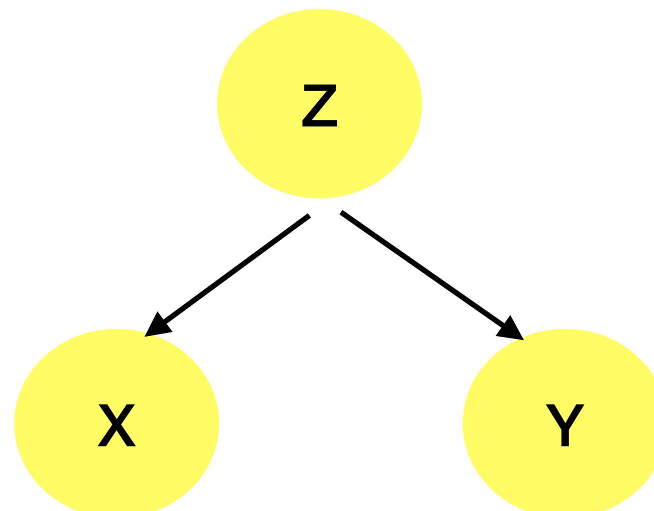
Camino causal, Camino evidencial



Puede X influenciar Y?:
- **Sí**

Puede Y influenciar X?:
- **Sí**.

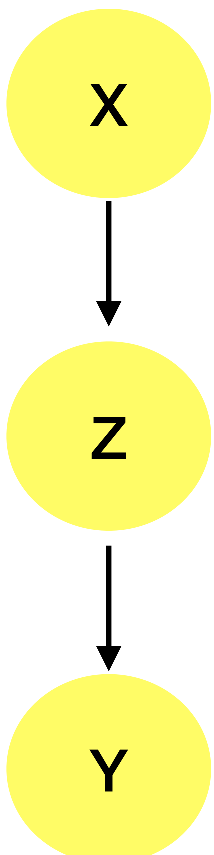
Causa común



Puede X influenciar Y?:

Redes Bayesianas

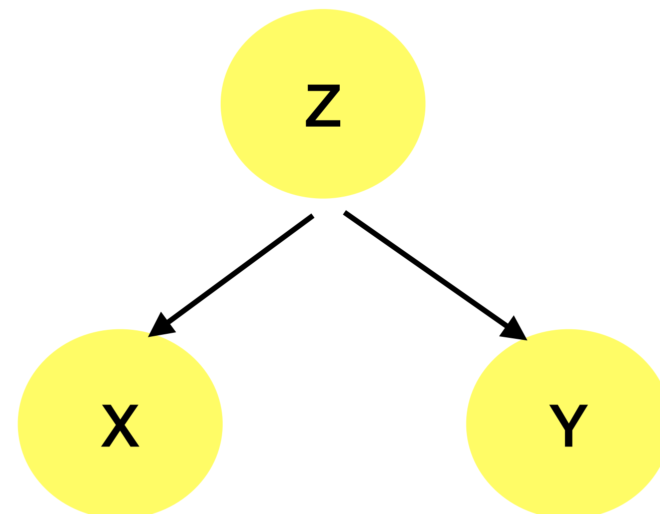
Camino causal, Camino evidencial



Puede X influenciar Y?:
- **Sí**

Puede Y influenciar X?:
- **Sí.**

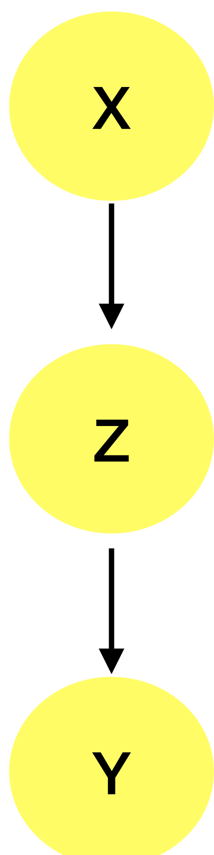
Causa común



Puede X influenciar Y?:
- **Sí**

Redes Bayesianas

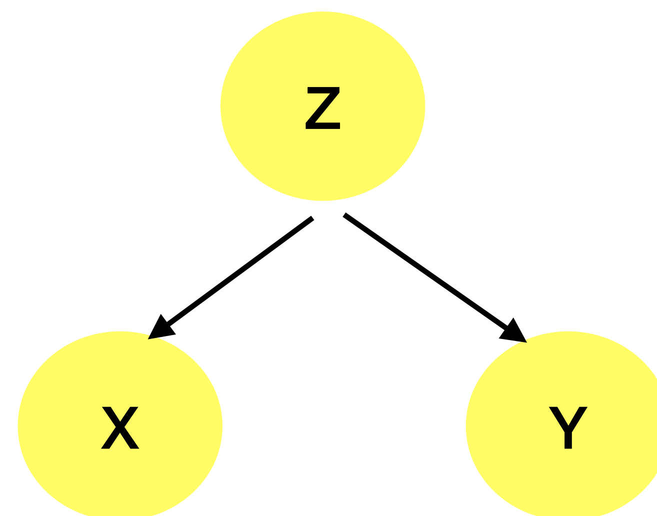
Camino causal, Camino evidencial



Can X influence Y?:
- **Yes.**

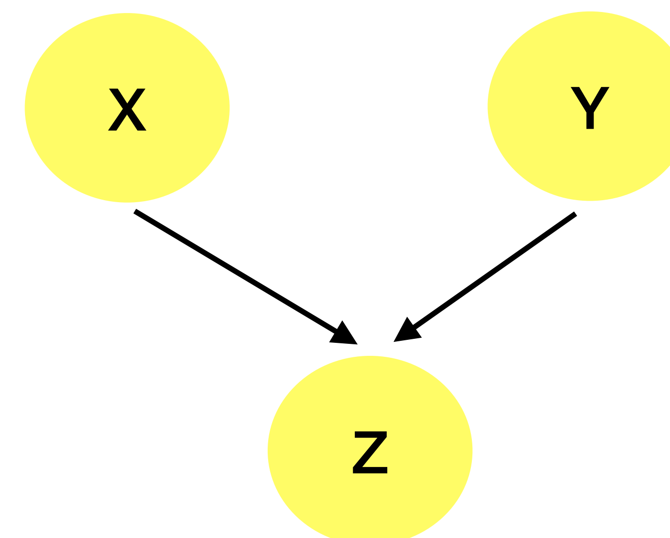
Can Y influence X?:
- **Yes.**

Causa común



Puede X influenciar Y?
- **Sí**

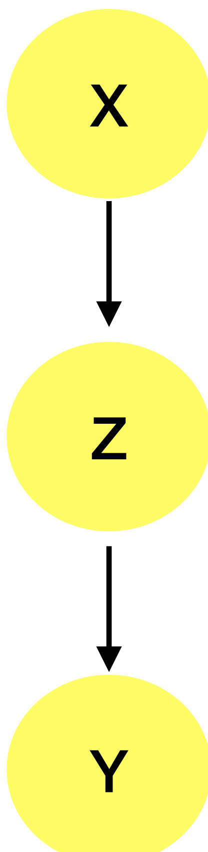
Efecto común
v-structure



Puede X influenciar Y?:

Redes Bayesianas

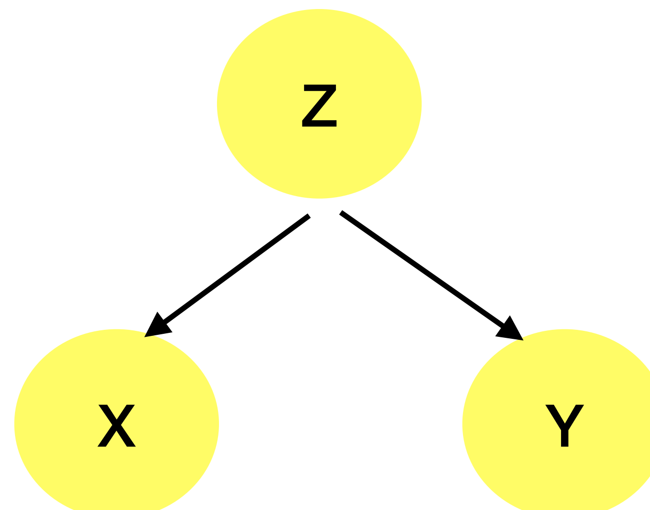
Camino causal, Camino evidencial



Can X influence Y?:
- **Yes.**

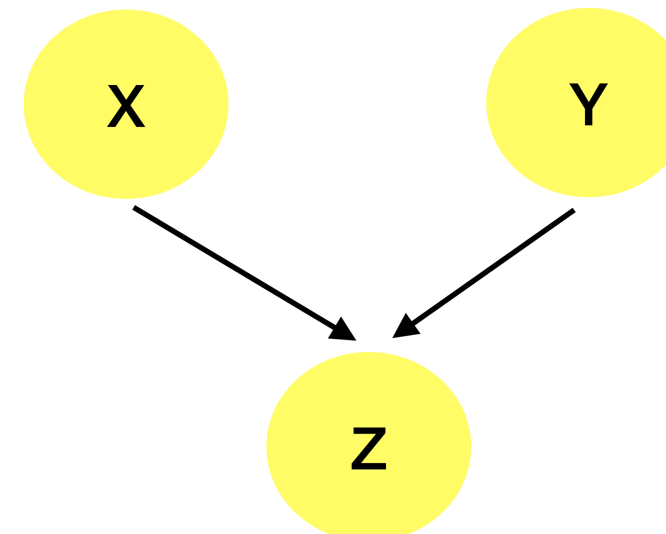
Can Y influence X?:
- **Yes.**

Causa común



Puede X influenciar Y?
- **Sí**

Common effect or v-structure

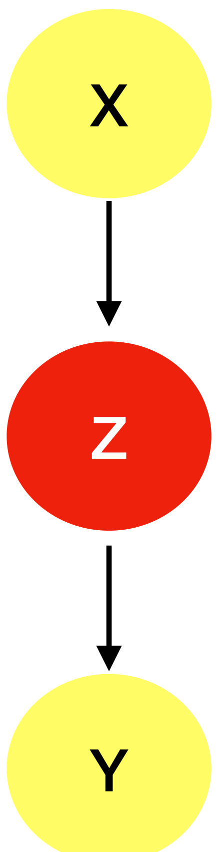


Puede X influenciar Y?
- **No**

Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

Camino causal, Camino evidencial



Puede X influenciar Y dado E?:

-

Puede Y influenciar X dado E?:

-

Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

Camino causal, Camino evidencial

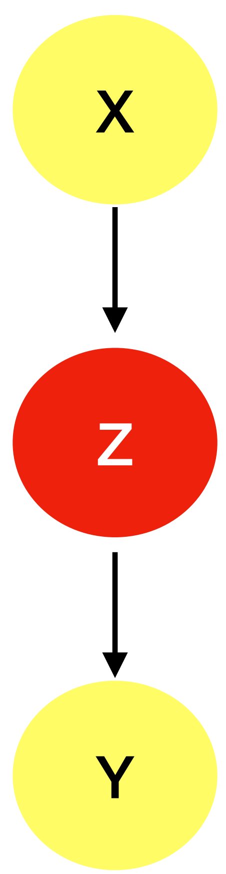
Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

Puede Y influenciar X dado E?:
- si Z en E: **No**

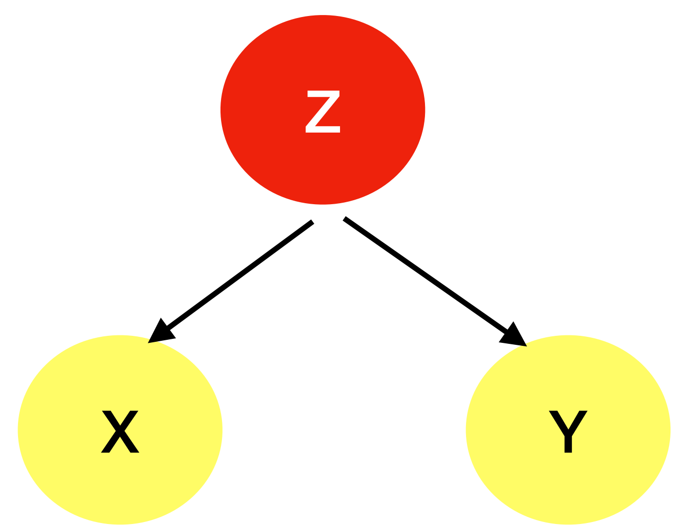
Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

Camino causal, Camino evidencial



Causa común



Puede X influenciar Y dado E?: Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

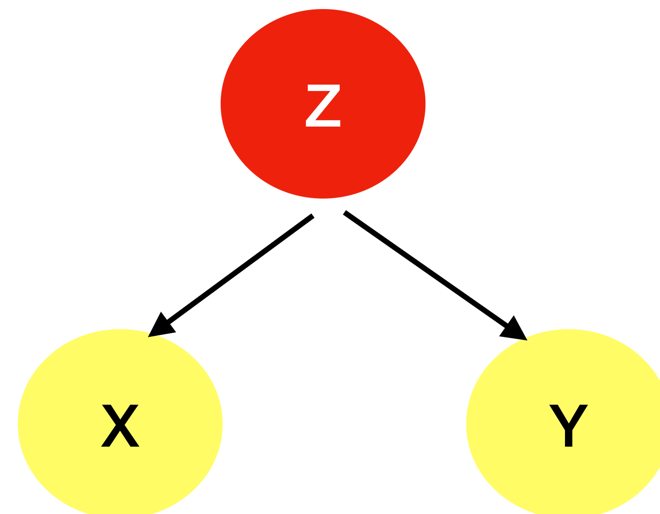
Puede Y influenciar X dado E?:
- si Z en E: **No**

Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

Camino causal, Camino evidencial

Causa común



Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

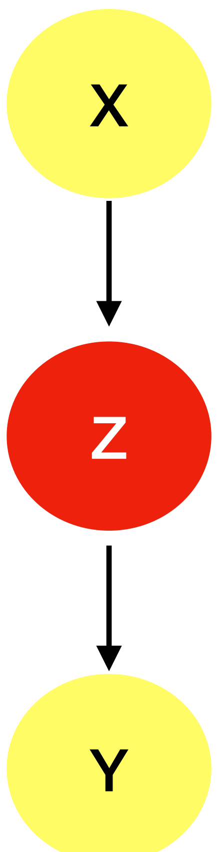
Puede Y influenciar X dado E?:
- si Z en E: **No**

Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

Camino causal, Camino evidencial



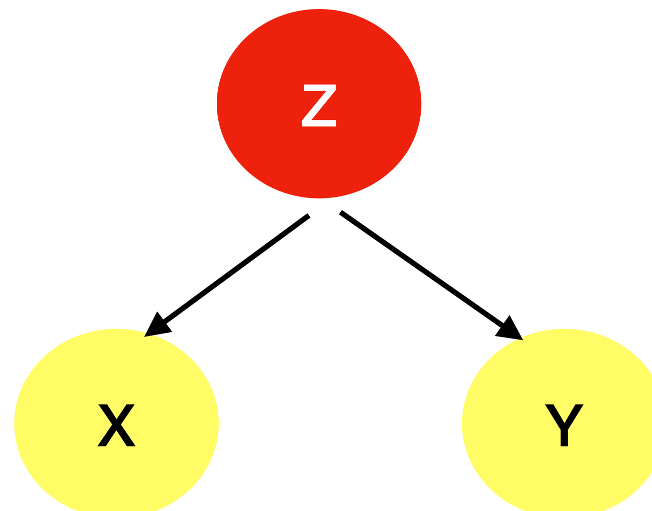
Puede X influenciar Y dado E?:

- si Z en E: **No**

Puede Y influenciar X dado E?:

- si Z en E: **No**

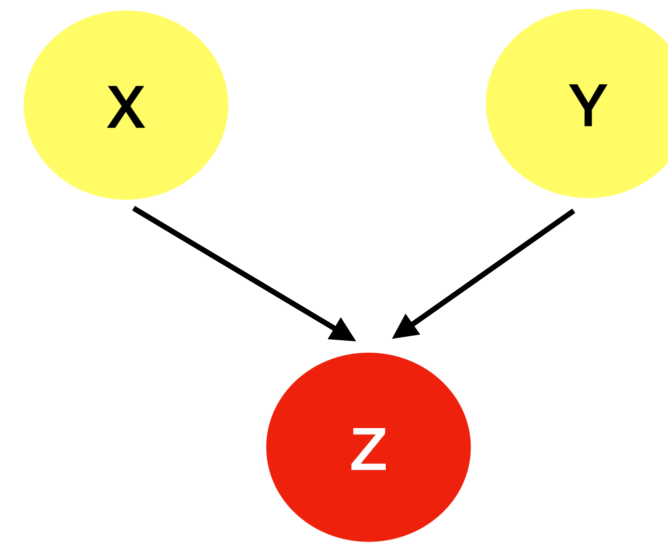
Causa común



Puede X influenciar Y dado E?:

- si Z en E: **No**

Efecto común o v-structure



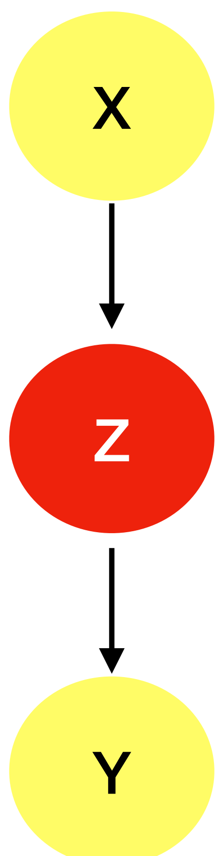
Puede X influenciar Y?:

-

Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

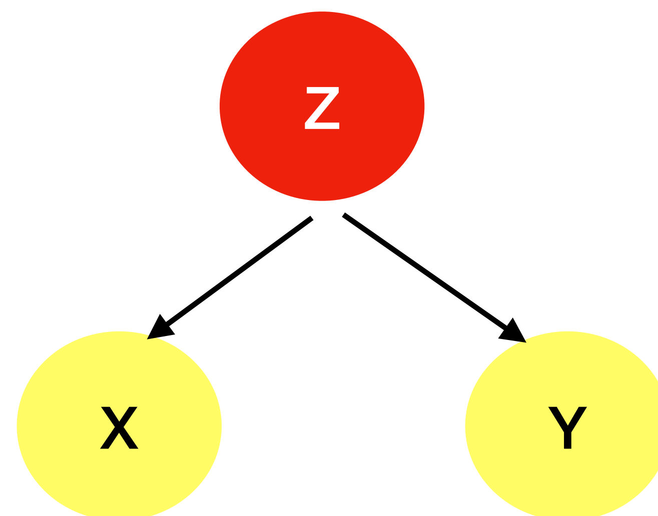
Camino causal, Camino evidencial



Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

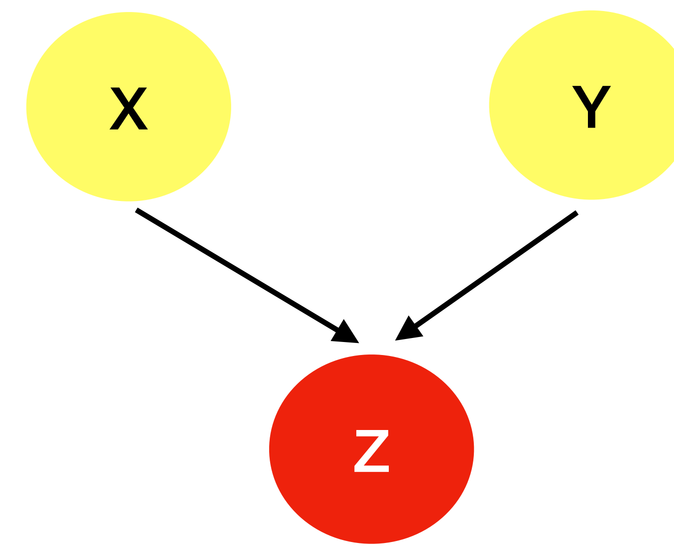
Puede Y influenciar X dado E?:
- si Z en E: **No**

Causa común



Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

Efecto común o
v-structure

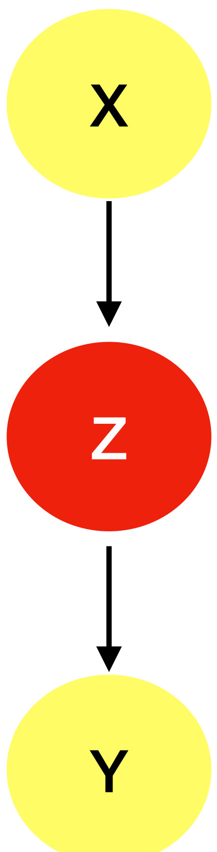


Puede X influenciar Y?:
- si Z en E: **Sí**

Redes Bayesianas

Now we observe some evidence **E**

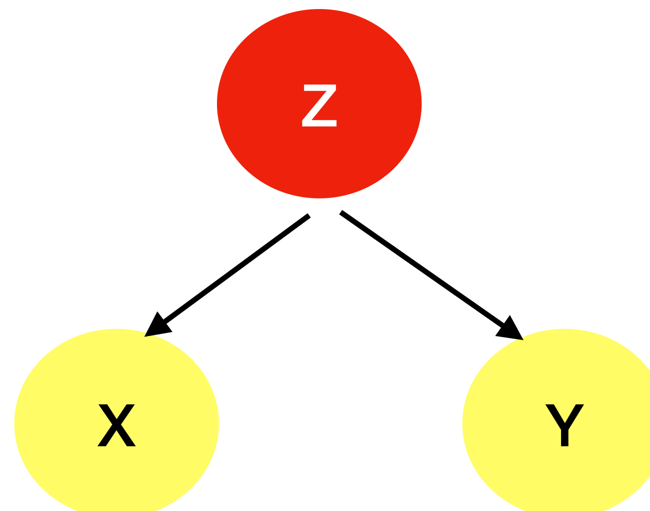
Camino causal, Camino evidencial



Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

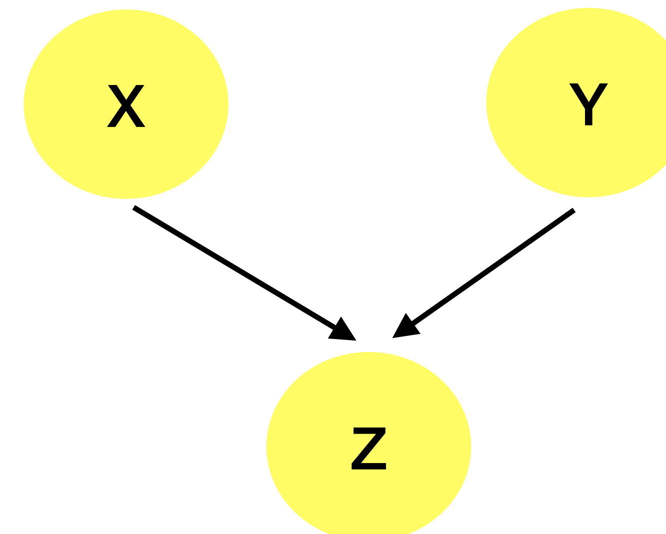
Puede Y influenciar X dado E?:
- si Z en E: **No**

Causa común



Puede X influenciar Y dado E?:
- si Z en E: **No**

Efecto común o
v-structure



Puede X influenciar Y?:
- si Z en E: **Sí**
- Si Z no en E y ninguno de sus descendientes **No**

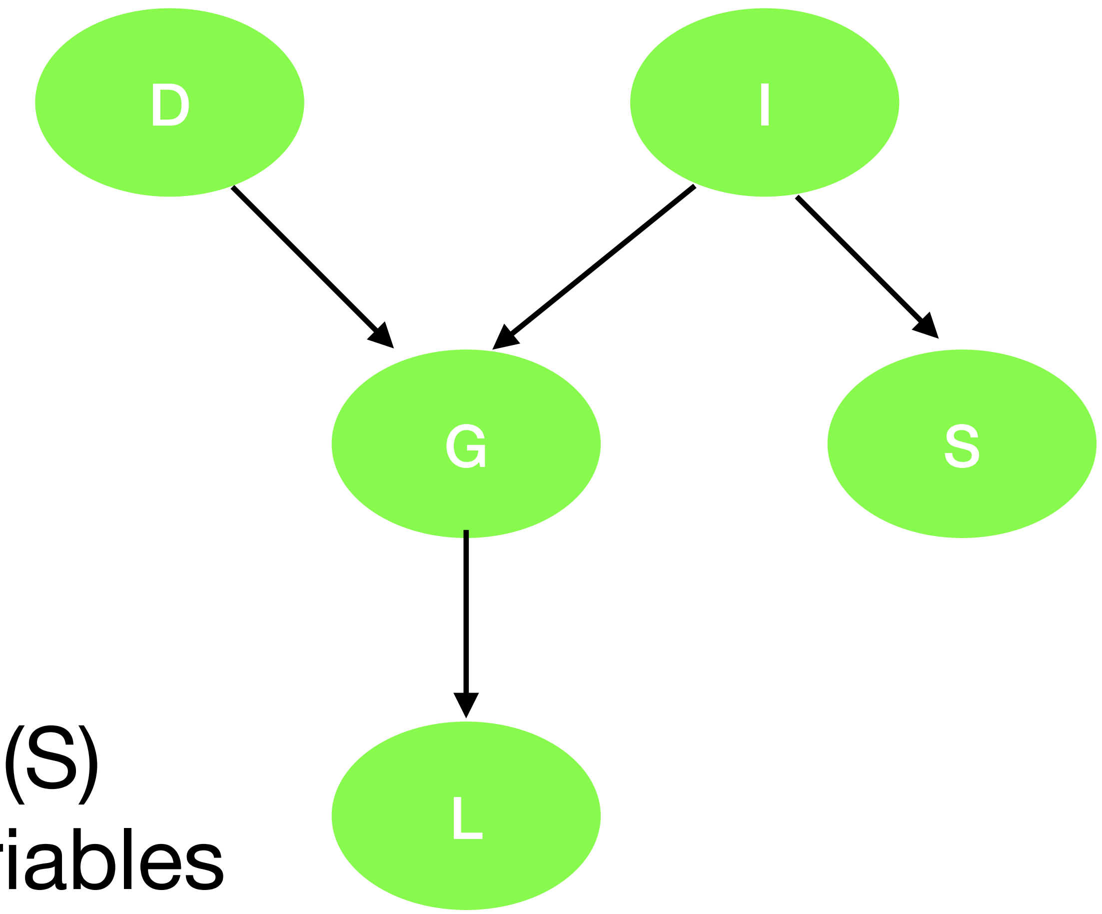
Redes Bayesianas

Alguna definiciones:

- Una Red Bayesiana G codifica el siguiente conjunto de supuestos de independencia, llamado independencias locales $\mathcal{I}_{\ell}(G)$
  - Para cada variable $X_i : (X_i \perp NonDescendants_{X_i} \,|\, Pa^G_{X_i})$

- Cada nodo es condicionalmente independiente de todos sus no descendientes dado sus padres.

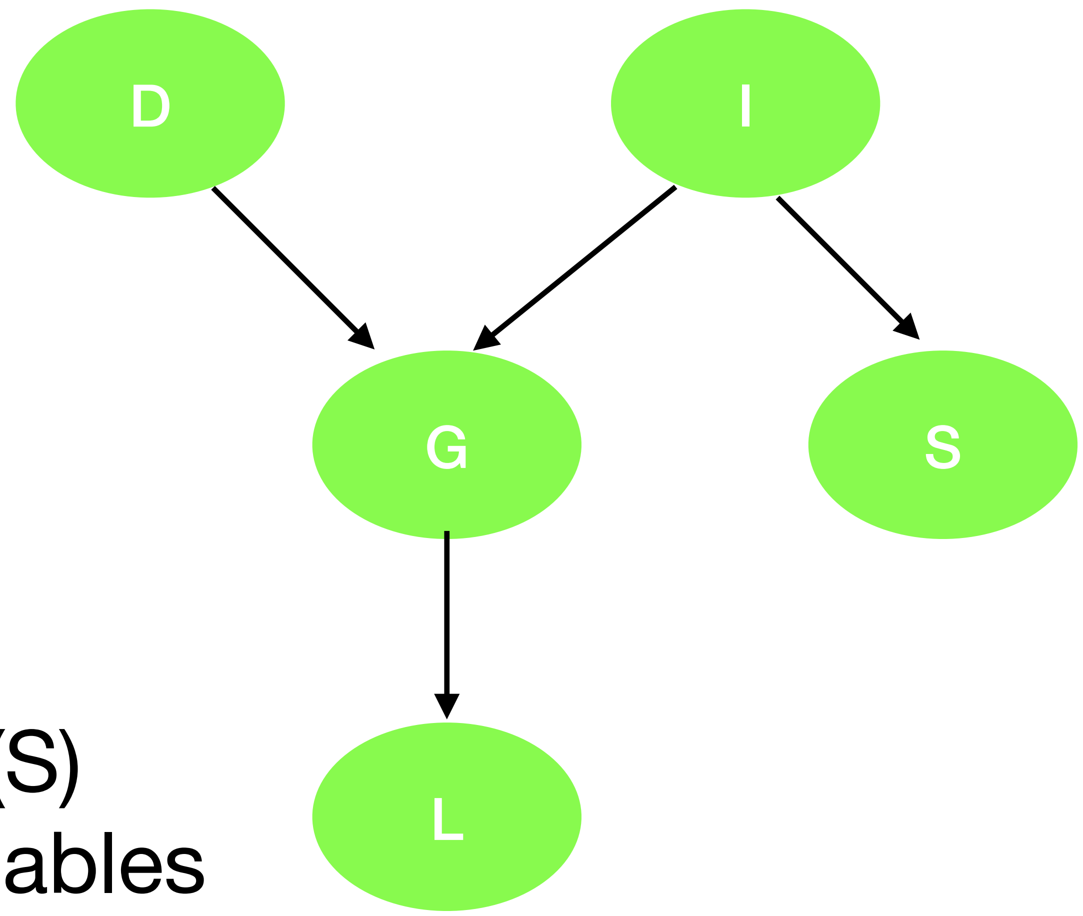
Redes Bayesianas



Algunas definiciones:

- $(L \perp I, D, S \mid G)$: La carta de recomendación (L) solo depende en el grado (G)
- $(S \perp D, G, L \mid I)$: El score PSU (S) es independiente de todas las variables dada la inteligencia.
- $(G \perp L \mid D, I)$?

Redes Bayesianas



Algunas definiciones:

- $(L \perp I, D, S \mid G)$: La carta de recomendación (L) solo depende en el grado (G)

- $(S \perp D, G, L \mid I)$: El score PSU (S) es independiente de todas las variables dada la inteligencia.

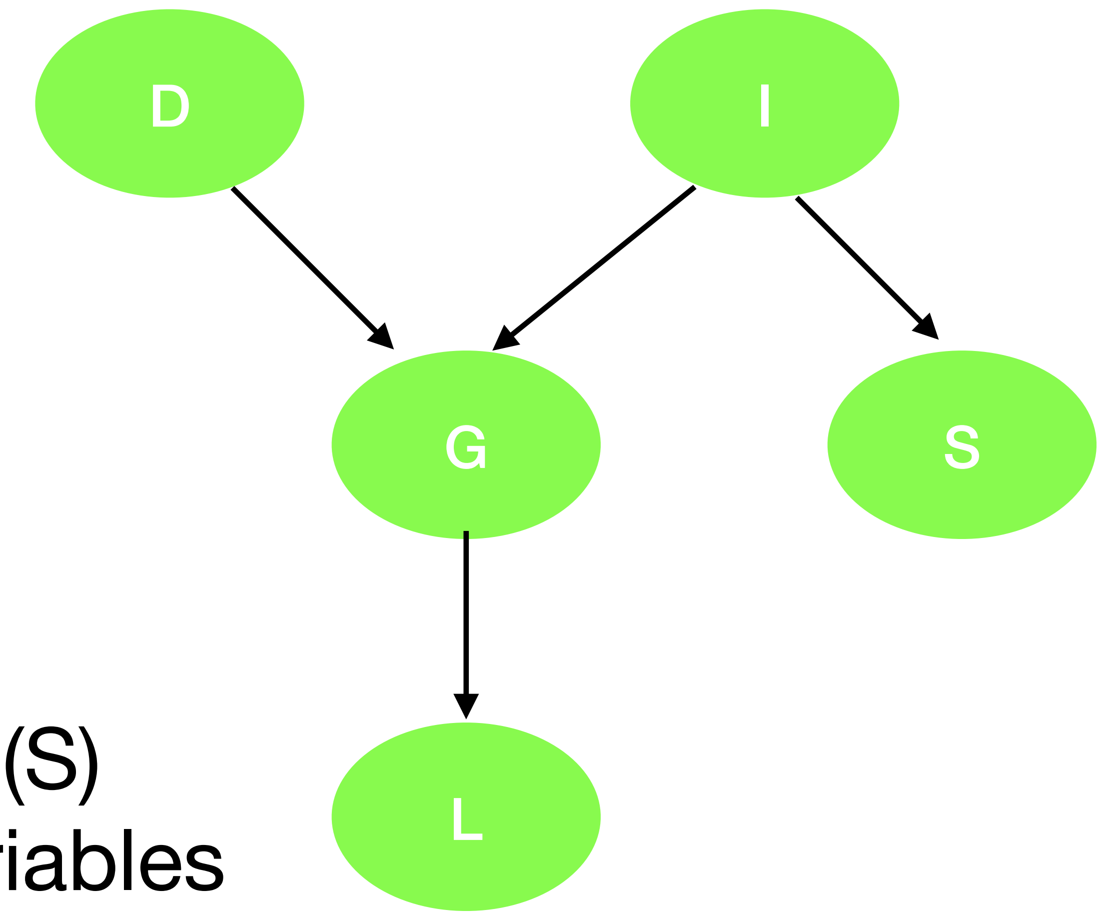
- $(G \perp L \mid D, I)$: Esto no se cumple

  $(G \perp S \mid D, I)$ $(I \perp D)$

  $(I \perp D \mid G)$

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:



- $(L \perp I, D, S \mid G)$: La carta de recomendación (L) solo depende en el grado (G)
- $(S \perp D, G, L \mid I)$: El score PSU (S) es independiente de todas las variables dada la inteligencia.
- $(G \perp L \mid D, I)$: Esto no se cumple
  $(G \perp S \mid D, I)$ $(I \perp D)$
- $(I \perp D \mid G)$: Esto no se cumple

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:

- Sea P una distribución sobre X. Definimos $\mathcal{I}(P)$ como el conjunto de independencias $(X \perp Y | Z)$ que se cumplen en P.

- Si P satisface el conjunto de independencias locales en G:

$$\mathcal{I}_{\ell}(G) \subseteq \mathcal{I}(P)$$

- Entonces G es un **I-map (independences map)** para P.

- Notar que P puede tener otras independencias que no son representadas en G.

Redes Bayesianas

Alguna definiciones:

- **I-Map a Factorización**:
  Sea G una BN sobre un conjunto de variables aleatorias X, y P una distribución conjunta sobre el mismo espacio. Sí G es un I-map para P, entonces P factoriza deacuerdo a G.

- **Factorización a I-Map:**
  Sea G una BN sobre el conjunto de variables aleatorias X, y sea P una distribución conjunta sobre el mismo espacio. Si P factoriza deacuerdo a G, entonces G es un I-map para P.

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:

- Como mencionamos, pueden haber otras independencias en P que no son representadas en $\mathscr{I}_{\ell}(G)$

- La pregunta es, ¿podemos leer desde G mas independencias que las definidas en la regla de la cadena para BN?

- O: Hay otras independencias que se cumplen para toda distribución P que factoriza sobre G?

Redes Bayesianas

- Definición:

- Cuando X puede influenciar Y (via Z) entonces el camino X - Z - Y está **activo**.

- Sea G una BN y $X_1 - X_2 - \ldots - X_n$ un camino en G. Sea Z el subconjunto de variables observadas. El camino está **activo** dado Z sí:

    - Cada vez que hay una v-structure $X_{i-1} \rightarrow X_i \leftarrow X_{i+1}$ entonces X_i o uno de sus descendientes están en Z.

    - No hay otros nodos en el camino en Z.

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:

- **D-separation:**
  Sea X, Y, Z tres conjuntos de nodos en G, X y Y son d-separated dado Z: $d - sep_G(X; Y | Z)$ si no hay un camino activo entre cualquier nodo de $x \in X, y \in Y$ dado Z.

- **Global markov independencies:**

$$\mathcal{I}(G) = \{(X \perp Y | Z : d - sep_G(X; Y | Z)\}$$

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:

- **Soundness de d-separation:**
  Si la distribución P factoriza acuerdo a G, entonces
  $$\mathscr{I}(G) \subseteq \mathscr{I}(P)$$
- Si probamos algo como $\mathscr{I}(P) \subseteq \mathscr{I}(G)$ eso significaría que nuestra BN G puede representar inequívocamente toda las independencias en P. Pero para eso debemos definir algunas cosas más:

Redes Bayesianas

Some definitions:

- **Distribución faithful (fiel?) P:**
  Una distribución es faithful a G, si se cada vez que $(X \perp Y | Z) \in \mathcal{I}(P)$ entonces $d - sep_G(X; Y | Z)$. Todas las independencias en P están reflejadas en las propiedades de d-separation de G.

- **Completeness (completitud) de d-separation:**
  Para cada distribución P que factoriza sobre G, tenemos que P es fiel a G. Entonces si X e Y no están d-separados dado Z en G, entonces X e Y son dependientes en toda distribución que factoriza sobre G.

Redes Bayesianas

Some definitions:

- **Distribución faithful P:**
  Una distribución es faithful a G, si se cada vez que $(X \perp Y | Z) \in \mathcal{I}(P)$ entonces $d - sep_G(X; Y | Z)$. Todas las independencias en P están reflejadas en las propiedades de d-separation de G.

- **Completeness (completitud) de d-separation:**
  Para cada distribución P que factoriza sobre G, tenemos que P es fiel a G. Entonces si X e Y no están d-separados dado Z en G, entonces X e Y son dependientes en toda distribución que factoriza sobre G.

Pero esto no se cumple :(

Redes Bayesianas

Some definitions:

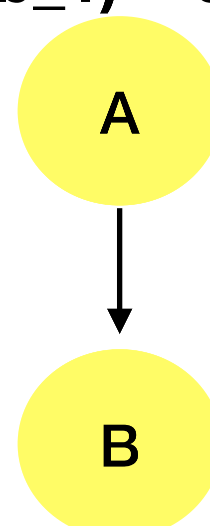
- **Completitud de d-separation:**
  Considerar el ejemplo

$P(B|A)=P(B)$

$p(b\_0) = p(b\_0|a\_0)p(a\_0) + p(b\_0|a\_1)p(a\_1)=0.4$

$p(b\_1) = 0.5\ p(b\_1|a\_0) + 0.5p(b\_1|a=1)=0.6$

a0	a1
0.5	0.5



	b0	b1
a0	0.4	0.6
a1	0.4	0.6

El grafo G es un I-map para la distribución P, pero todas las independencias en P, no siguen de la d-separation.

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:

- **Una completitud más debil:**
  Sí $(X \perp Y | Z) \in \mathcal{I}(P)$ en todas las distribuciones P que factorizan sobre G, entonces $d - sep_G(X; Y | Z)$ **=>** Si X e Y no están separadas dado Z en G, entonces X e Y son dependientes en alguna distribución P que factoriza sobre G.

- **Teorema:**
  Para todas las distribuciones P que factorizan sobre G, entonces para todas las distribuciones, excepto para un conjunto de medida cero en el espacio de parametrizaciones de CPD, tenemos que
  $\mathcal{I}(G) = \mathcal{I}(P)$

Redes Bayesianas

Algunas definiciones:

- **Una completitud más debil:**
  Sí $(X \perp Y | Z) \in \mathscr{I}(P)$ en todas las distribuciones P que factorizan sobre G, entonces $d - sep_G(X; Y | Z)$ **=>** Si X e Y no están separadas dado Z en G, entonces X e Y son dependientes en alguna distribución P que factoriza sobre G.

- **Teorema:**
  Para todas las distribuciones P que factorizan sobre G, entonces para todas las distribuciones, excepto para un conjunto de medida cero en el espacio de parametrizaciones de CPD, tenemos que
  $\mathscr{I}(G) = \mathscr{I}(P)$ **Aún muy fuerte! :o**

Redes Bayesianas

Ejemplo: Bonaparte:

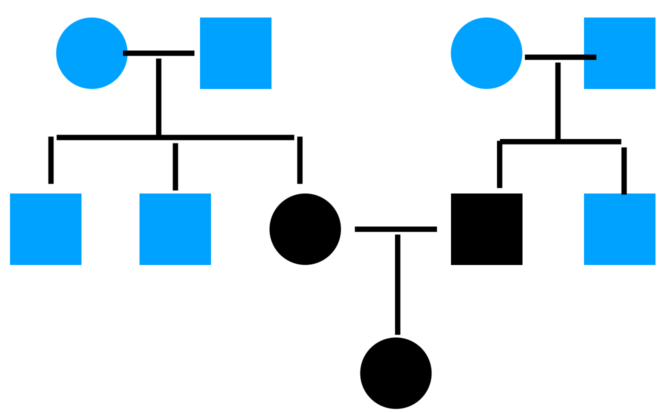
- En Julio del 17, 2015, el vuelo de Malasia Airlines 17 fue derribado por un misil Ruso.

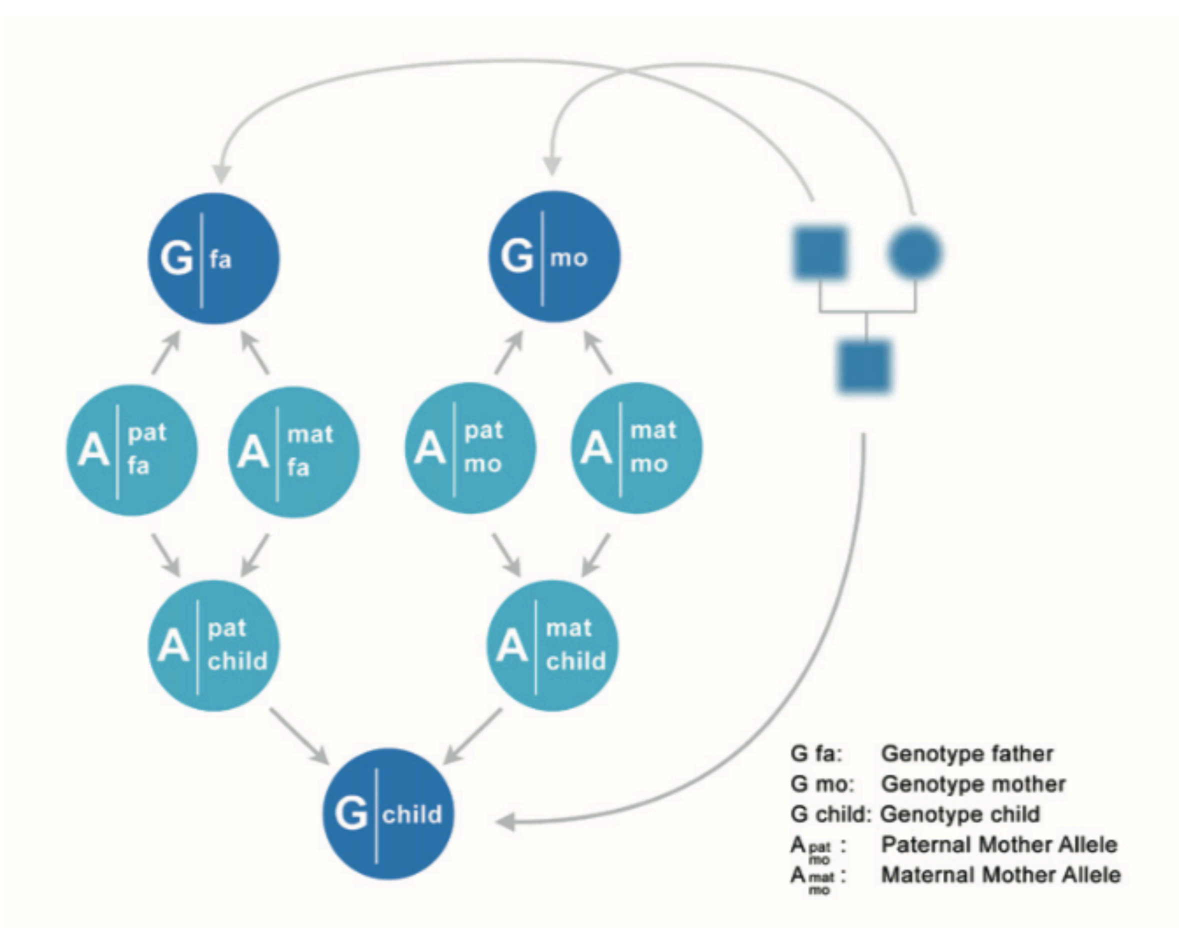
- 283 pasajeros y 15 miembros de la tripulación fueron asesinados.

- The Netherlands Forensic Institute (NFI) usó una Red Bayesiana para identificar rápidamente los restos de los fallecidos.

- 294 de 298 de las victimas fueron identificadas.

Redes Bayesianas





Ejemplo: Bonaparte:

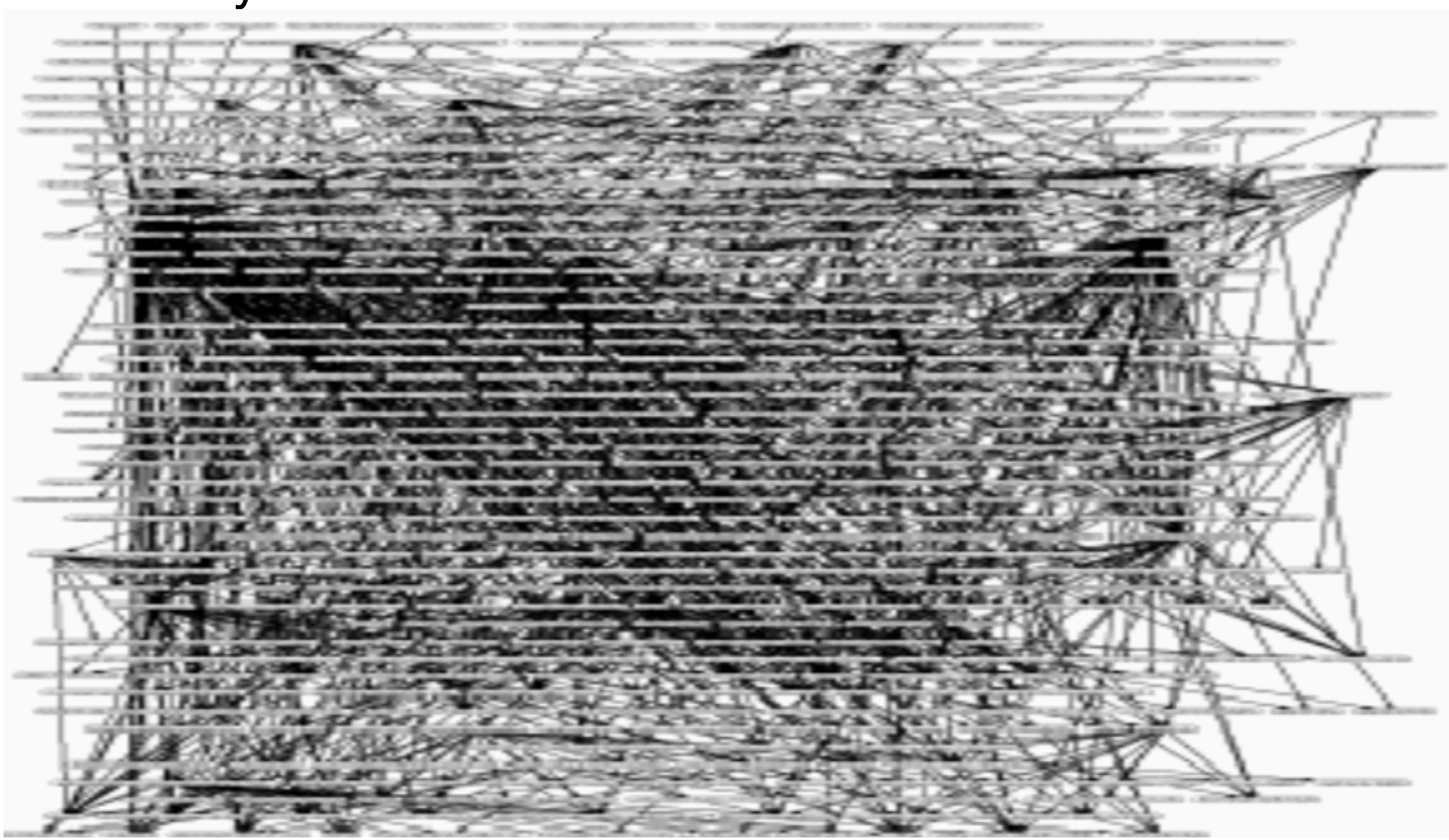
- El Genotipo de los individuos contiene contribuciones del padre y madre, pero no se puede saber cual. Estas son variables ocultas.
- *Inferir probabilidad de causa:* El gen de la victima para ojos azules viene del padre.
- *Dada la evidencia:* El tiene genes de ojos azules y oscuros y el primo por el lado de su padre tiene ojos azules.

Redes Bayesianas

Ejemplo: Medical Diagnose:

- CPCS (Computer-based Patient Case simulation system) construido en University of Pittsburgh.

- 422 nodos y 867 arcos.



Redes Bayesianas

Ejemplo: Fault Diagnosis:

- Microsoft troubleshooter.

Una introducción a Causalidad

- Las redes bayesianas son la base de una rama conocida cómo inferencia causal

- La causalidad siempre ha sido evitada en el estudio de las probabilidades

Correlación no implica causalidad

Una introducción a Causalidad

- Las redes bayesianas son la base de una rama conocida cómo inferencia causal

- La causalidad siempre ha sido evitada en el estudio de las probabilidades

Correlación no implica causalidad

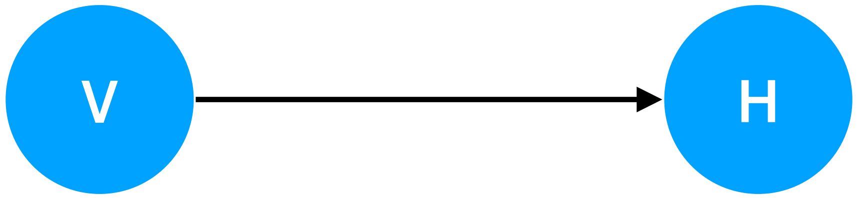
Pero a veces lo hace … ¿cuándo?

Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

V: Vacunado {0=>No vacunado, 1 => Vacunado}
H: Hospitalización {0=>No hospitalización, 1=>Hospitalización}

- Queremos saber, ¿cómo afecta la vacuna la probabilidad de hospitalización debido a covid?

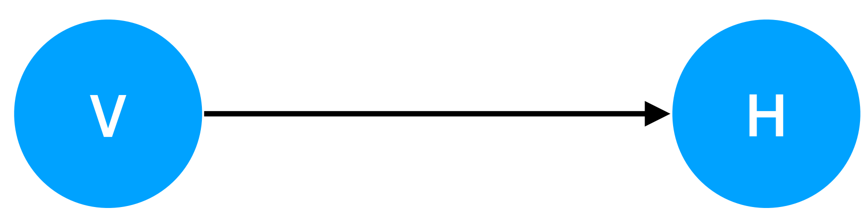


Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- Estudio observacional: Entrevistamos personas para saber si se vacunaron y si han sido hospitalizadas luego de la vacuna en un periodo x de tiempo. Luego calculamos

$$p(I = 1 \mid V = 0) - P(I = 1 \mid V = 0)$$

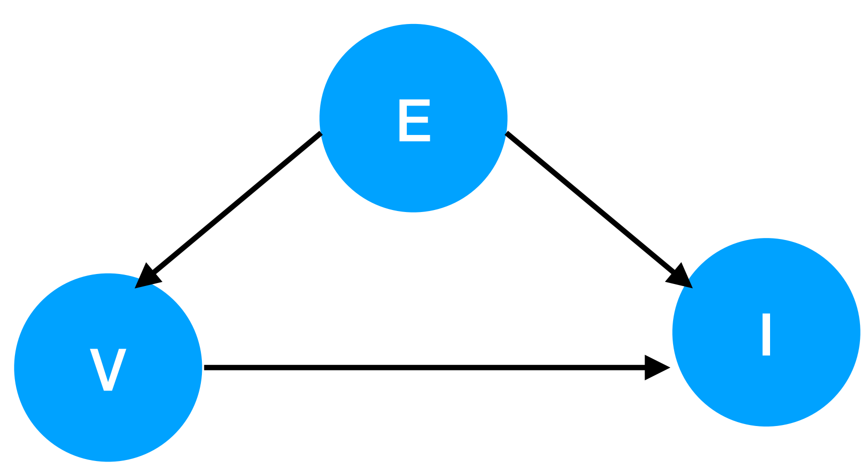


Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- Estudio observacional.

- Problema: E: Edad es un **cofounder,** mayor edad más probable vacunarse pero también más probable ser hospitalizado.
- **V afecta I por el camino directo pero también por el camino no bloqueado de E**.

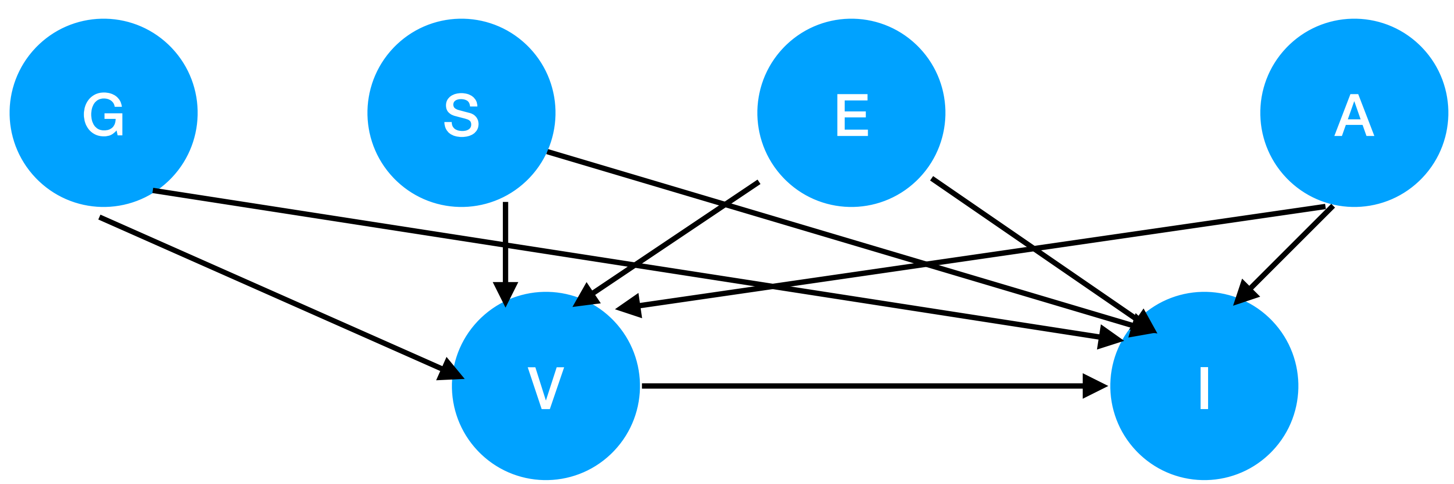


Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- Estudio observacional.

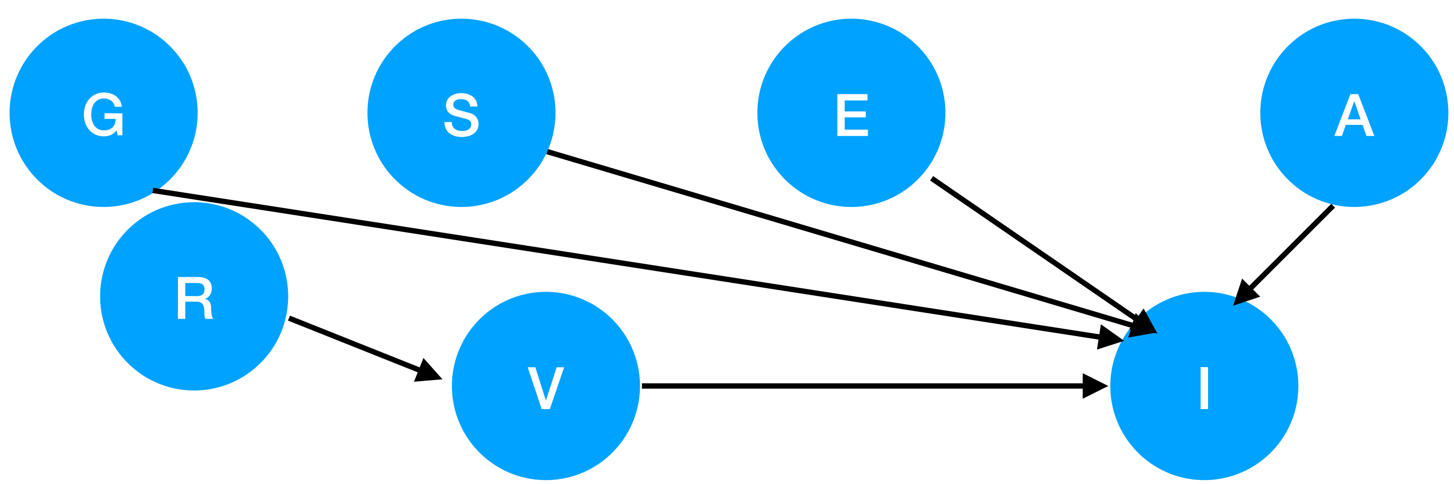
- Problema: E: Edad, G: Género, N: Nivel socioeconómico, D: Nivel académico



Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Estudio controlado aleatorizada (RCT):**
Treatment group: Personas vacunadas,
Control group: Personas no vacunadas
Cada persona es asignada **aleatoriamente** a cada uno de los grupos. **R**: Carta aleatoria para asignación de tratamiento

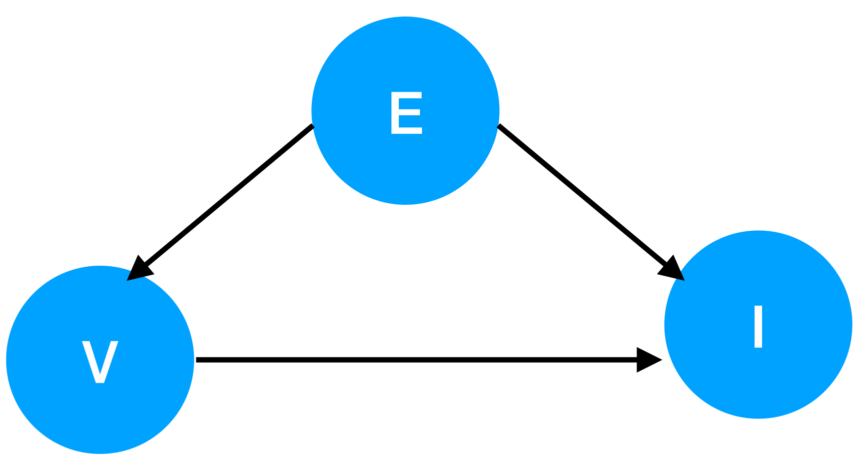


Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Red causal:**

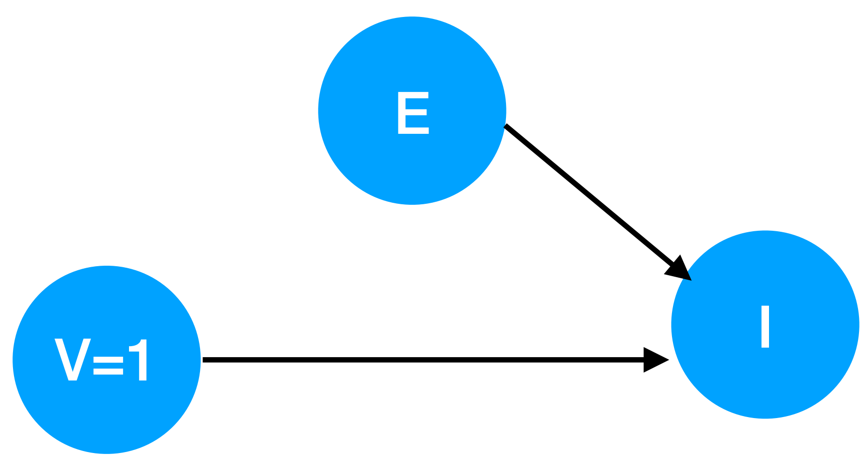
Operador do(X=x): El efecto de X en Y, o **P(Y|do(X=x))** se calcula cómo la probabilidad de Y calculada en el grafo G eliminando del modelo todas las flechas entrantes a X y substituyéndo el valor de X por X=x



Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Red causal:**
Operador do(X=x): El efecto de X en Y, o **P(Y|do(X=x))** se calcula cómo la probabilidad de Y calculada en el grafo G eliminando del modelo todas las flechas entrantes a X y substituyéndo el valor de X por X=x



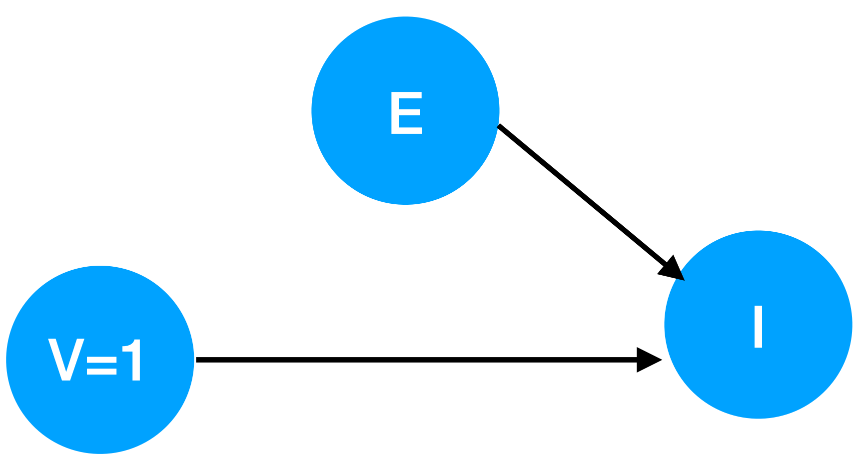
Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Red causal:**
Factorización truncada:

$$p(x_1, \ldots, x_n | do(X_i = x_i')) = \prod_{j \neq i} p(x_j | pa_j)$$

Si $X_i = x_i'$
0 de otra forma



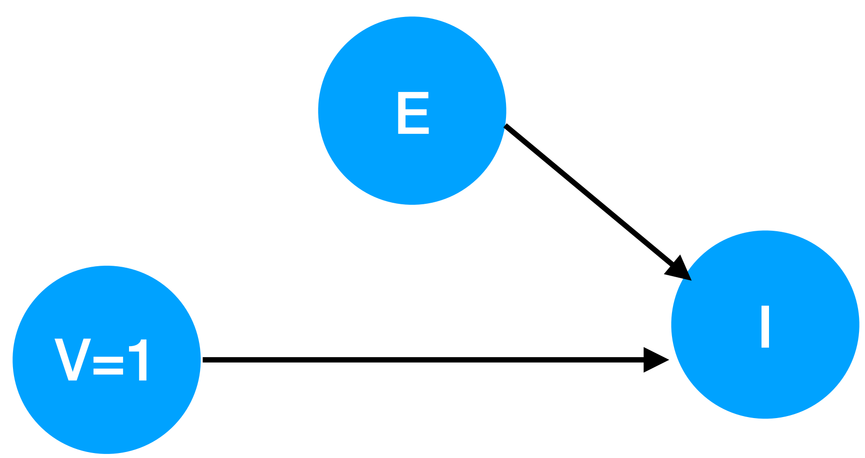
$$p(v, e, i) = p(v | e)p(i | v)p(i) \rightarrow p(v, e, i | do(i = 1)) = p(i | v = 1)p(i)$$

Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Red causal:**
Ajustando causas directas:

$$p(y \mid do(X_i = x_i')) = \sum_{pa_i} P(y \mid x_i', pa_i) P(pa_i)$$



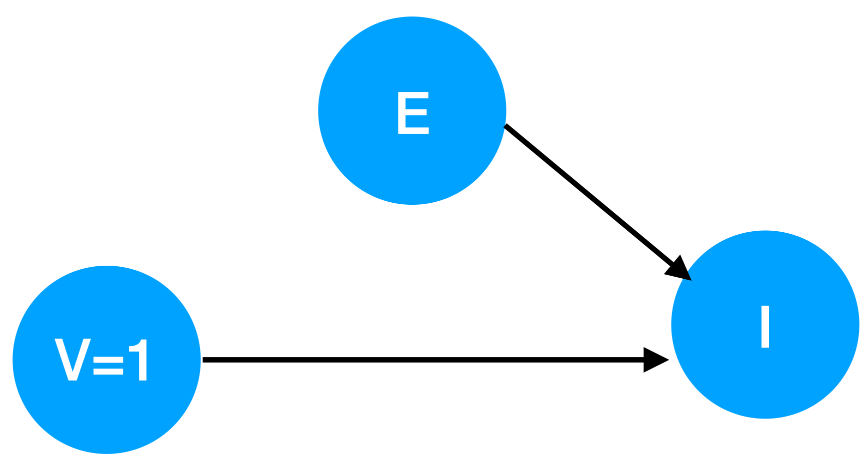
$$p(I \mid do(V = 1)) = \sum_{e} p(I \mid v = 1, e) p(e)$$

Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Red causal:**
Ajustando causas directas:

$$p(y \mid do(X_i = x_i')) = \sum_{pa_i} P(y \mid x_i', pa_i) P(pa_i)$$



$$p(I \mid do(V = 1)) = \sum_{e} p(I \mid v = 1, e) p(e)$$

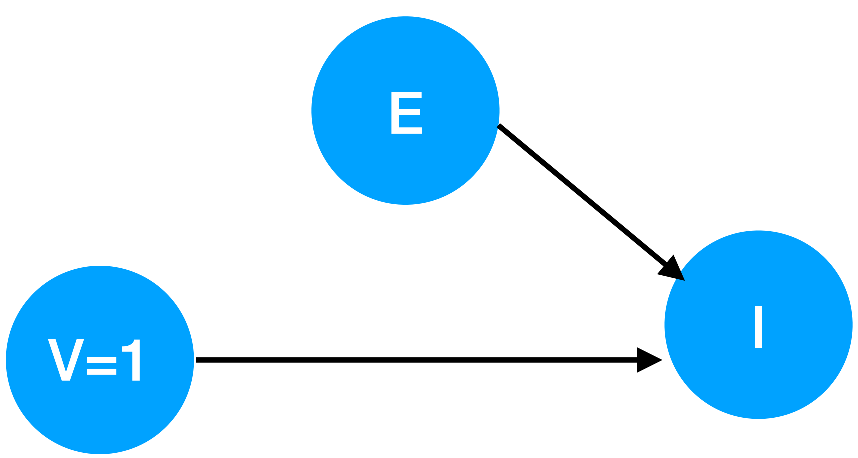
Criterio Back-door

Una introducción a Causalidad

- Considere el caso del estudio de la vacuna del covid

- **Red causal:**
ACE (averaged causal effect):

$$p(I = 1 \,|\, do(V = 1)) - p(I = 1 \,|\, do(V = 0))$$



Criterio Back-door

Redes Bayesianas

- **Lo que no vimos**

- Teniendo una red bayesiana y una lista de CPD, cómo calculo las probabilidades de manera **automatizada** de por ejemplo: Probabilidad de tener covid dado que la presión está alta, el PCR dio positivo y el paciente fuma P(COVID=1|P=1,PCR=1,F=1)

    - Algoritmos de inferencia: Eliminación de Variables (en la **tarea**).

- Tengo muchos datos, ¿cómo **descubro** el grafo que está detrás de la distribución de probabilidad que generó esos datos y cómo infiero las probabilidades?

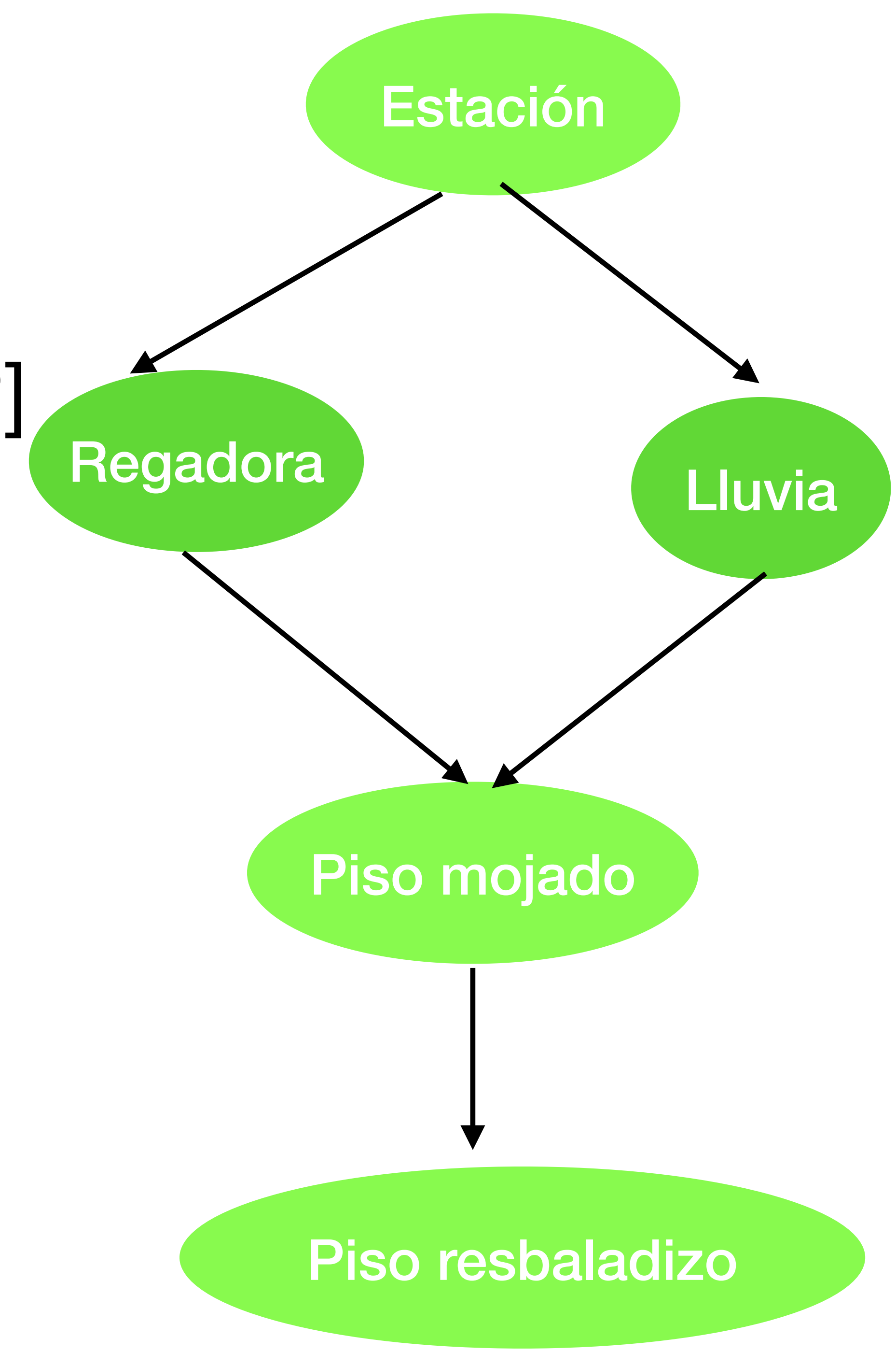
    - Causal Discovery: IC Algorithm, IC* Algorithm, PC Algorithm, … (en la **tarea**) Maximum likelihood para redes bayesianas (en la **tarea**)

- Cómo puedo derivar una formula para cualquier intervención causal en cualquier grafo: **Calculo causal** (en un futuro :( )

Redes Bayesianas

- Todas las independencias condicionales [3 puntos tarea 2]

- (E ind P | regadora, lluvia)



https://www.bayesserver.com/examples/networks/alarm