

Pregunta 2: (50%): Eliminación de Variables

1. Estudie el método de eliminación de variables (Variable elimination) para inferencia exacta en redes bayesianas. Explíquelo con sus palabras.

La eliminación de variables utiliza evidencia para obtener las probabilidades esperadas de una variable de consulta. El algoritmo utiliza las tablas CPD para poder eliminar de manera indirecta las probabilidades que no tienen una dependencia directa con la variable consultada. Así logra crear una probabilidad entre la variable consultada y la evidencia dada.

2. Considere la siguiente red que modela la probabilidad de tener un ataque cardíaco antes de los 70 (alta o baja) dado diferentes factores: si fuma o no fuma, si ejercita o no ejercita, el nivel de colesterol (alto o bajo) y la presión sanguínea (alta o baja). Calcule las siguientes probabilidades utilizando el algoritmo de eliminación de variables, explique cada paso del algoritmo (debe resolverlo con lápiz y papel, sin utilizar código).

Se adjuntan las fotos del desarrollo en la página siguiente a la pregunta.

- (a) Dado que el paciente es fumador ¿Cuál es la probabilidad de que tenga un infarto?

Tener una probabilidad Alta de Ataque siendo fumador es del **57,5%**.

a) $P(A=A|F=V)$

Soin EXP

E	Prob	E F P	Prob
V	.4	V V A	.45
F	.6	V V B	.55
		V F A	.05
		V F B	.95
		F V A	.75
		F V B	.05
		F F A	.55
		F F B	.45

\Rightarrow

F	P	Prob
V	A	$0.45 \cdot 0.4 + 0.05 \cdot 0.6 = 0.175$
V	B	$0.55 \cdot 0.4 + 0.05 \cdot 0.6 = 0.225$
F	A	$0.05 \cdot 0.4 + 0.55 \cdot 0.6 = 0.325$
F	B	$0.95 \cdot 0.4 + 0.45 \cdot 0.6 = 0.675$

Soin (EXP) X A

E	P	Prob	P A	Prob
V	A	.75	A A	.75
V	B	.25	A B	.25
F	A	.35	B A	.05
F	B	.65	B B	.95

\Rightarrow

F	A	Prob
V	A	$0.75 \cdot 0.75 + 0.05 \cdot 0.25 = 0.575$
V	B	$0.25 \cdot 0.75 + 0.95 \cdot 0.25 = 0.425$
F	A	$0.75 \cdot 0.35 + 0.05 \cdot 0.65 = 0.295$
F	B	$0.25 \cdot 0.35 + 0.95 \cdot 0.65 = 0.705$

$P(A=A | F=V) = 0.575$

$P(A=B | F=V) = 0.425$

- (b) Dado que el paciente tuvo un infarto, ¿Cuál es la probabilidad de que tuviese la presión arterial alta?

La probabilidad de tener la Presión Alta dado que tuvo un infarto ($A = A$) es del **91%**.

$$b) P(P=A | A=A) \rightarrow f(P=A, A=A)$$

Join F x P

F	P	P _{res}	E	F	P	P _{res}		E	P	P _{res}
V	.75	X	V	V	A	.45	=>	V	A	$0.45 \cdot 0.15 + 0.05 \cdot 0.85 = 0.11$
V	.85		V	V	B	.55		V	B	$0.55 \cdot 0.15 + 0.95 \cdot 0.85 = 0.89$
			V	F	A	.05		F	A	$0.95 \cdot 0.15 + 0.55 \cdot 0.85 = 0.61$
			V	F	B	.95		F	B	$0.05 \cdot 0.15 + 0.45 \cdot 0.85 = 0.39$
			F	V	A	.95				
			F	V	B	.05				
			F	F	A	.55				
			F	F	B	.45				

Join (F x P) x E

E	P	P _{res}		E	P _{res}		P	P _{res}
V	A	.11		V	.4	=>	A	$0.11 \cdot 0.4 + 0.61 \cdot 0.6 = 0.41$
V	B	.89	X	F	.6		B	$0.89 \cdot 0.4 + 0.39 \cdot 0.6 = 0.59$
F	A	.61						
F	B	.39						

Multiplicação ((F x P) x E) · A

P	P _{res}	P	A	P _{res}		P	A	P _{res}
A	0.41	A	A	.75	=>	A	(A)	$0.75 \cdot 0.41 = 0.3075$
B	0.59	A	B	.25		A	B	$0.25 \cdot 0.41 = 0.1025$
		B	A	.05		B	(A)	$0.05 \cdot 0.59 = 0.0295$
		B	B	.95		B	B	$0.95 \cdot 0.59 = 0.5605$

Normalização: $P(P=A | A=A) = \frac{0.3075}{0.3075 + 0.0295} = 0.91$

(c) Dado que el paciente es fumador y tiene el colesterol alto, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga un infarto?

Que tenga probabilidad Alta de Ataque dado que es Fumador y tiene Colesterol Alto es del **63%**.

$$c) P(A=A | F=V, C=A) \rightarrow f(A=A, F=V, C=A)$$

Multiplication $E \cdot C$

$E P_{E B}$	$E C P_{E C}$	$E C P_{E C}$
V .4	V A .4	V A $0.4 \cdot 0.4 = 0.16$
F .6	V B .6	V B $0.6 \cdot 0.4 = 0.24$
	F A .8	F A $0.8 \cdot 0.6 = 0.48$
	F B .2	F B $0.2 \cdot 0.6 = 0.12$

Join $P \times (E \cdot C)$

E	F	P	P _{tot}			E	C	P _{tot}			F	P	C	P _{tot}
V	V	A	.45			V	A	.16			V	A	A	$0.45 \cdot 0.16 + 0.95 \cdot 0.48 = 0.528$
V	V	B	.55			V	B	.24	\Rightarrow		V	A	B	$0.45 \cdot 0.24 + 0.95 \cdot 0.12 = 0.222$
V	F	A	.05	X		F	A	.48			V	B	A	$0.55 \cdot 0.16 + 0.05 \cdot 0.48 = 0.112$
V	F	B	.95			F	B	.12			V	B	B	$0.55 \cdot 0.24 + 0.05 \cdot 0.12 = 0.138$
F	V	A	.95								F	A	A	$0.05 \cdot 0.16 + 0.55 \cdot 0.48 = 0.272$
F	V	B	.05								F	A	B	$0.05 \cdot 0.24 + 0.55 \cdot 0.12 = 0.078$
F	F	A	.55								F	B	A	$0.95 \cdot 0.16 + 0.45 \cdot 0.48 = 0.368$
F	F	B	.45								F	B	B	$0.95 \cdot 0.24 + 0.45 \cdot 0.12 = 0.282$

Join $(P \times (E \cdot C)) \times A$

F	C	P _{F C}		P	A	P _{P A}		F	C	A	P _{F C}	
V	A	A	.528		A	A	.75	V	A	A	0.528 · 0.75 + 0.112 · 0.95 = 0.4016	
V	A	B	.222		A	B	.25	V	A	B	0.528 · 0.25 + 0.112 · 0.95 = 0.2384	
V	B	A	.112	X	B	A	.05	V	B	A	0.222 · 0.75 + 0.138 · 0.95 = 0.1734	
V	B	B	.138		B	B	.95	V	B	B	0.222 · 0.25 + 0.138 · 0.95 = 0.1866	
F	A	A	.272					F	A	A	0.272 · 0.75 + 0.368 · 0.95 = 0.2224	
F	A	B	.078					F	A	B	0.272 · 0.25 + 0.368 · 0.95 = 0.4176	
F	B	A	.368					F	B	A	0.078 · 0.75 + 0.282 · 0.95 = 0.2726	
F	B	B	.282					F	B	B	0.078 · 0.25 + 0.282 · 0.95 = 0.2834	

Normalizando: $P(A=A|F=V, C=A) + P(A=B|F=V, C=A) = 1$

$$P(A=A|F=V, C=A) = \frac{0,4016}{0,4016 + 0,2384} = 0,63$$