

# Control 4: Investigación de Operaciones

Nombre: Rodrigo Cayazaya M.

Correo: [rodrigo.cayazaya@sansano.usm.cl](mailto:rodrigo.cayazaya@sansano.usm.cl)

Rol: 201773538-4

FORMA D

## Automatizando envíos

La empresa de encomiendas y envíos Chilexpress desea ofrecer un nuevo servicio automatizado de recibo de paquetes. Desde ahora, dispositivos autónomos (DACH) serán los encargados de recibir paquetes permitiendo un etiquetado y clasificación más veloz de los mismos. La idea consiste en que los clientes que lleguen a una sucursal y deseen enviar un paquete utilizarán uno de los 5 DACH disponibles, donde se debe introducir el paquete, añadir los datos del envío y realizar el pago de este mismo. Los encargados de diseñar el sistema estiman que a una sucursal llega un paquete cada  $t_1$  minutos. Además, se estima que ingresar los datos del paquete, realizar su pago y que cada dispositivo añada físicamente un tag RFID al paquete toma aproximadamente  $t_2$  minutos. Posteriormente, todos los paquetes salientes de los dispositivos DACH son unificados en una única cinta transportadora donde 4 máquinas de seguridad SEG realizan una rigurosa verificación. Aquí, durante  $t_3$  segundos por paquete, se descartan paquetes con contenido peligroso o ilegal (como explosivos o drogas por ejemplo). Luego, los paquetes vuelven a unificarse en una cinta transportadora, donde una máquina lee su tag RFID y lo redirige a una cinta según su destino. Esta máquina demora  $t_4$  minutos en leer el tag RFID, tomar el paquete y colocarlo en la cinta de destino final que corresponda. Además, el equipo de Chilexpress sabe que de todos los paquetes que llegan a una sucursal, aproximadamente el  $\alpha\%$  de estos paquetes son rechazados en los DACH por posible error en la transacción, o no se pudo añadir el tag RFID por problema de embalaje. Por otro lado, se sabe que solo un  $\beta\%$  de los paquetes pasan la verificación de las máquinas SEG, producto de la alta presencia de sustancias ilegales (estos paquetes son descartados y entregados a la policía).

1. Modele, dibuje y explique el sistema de Colas para los paquetes a enviar. Determine las tasas de llegada y servicio de cada etapa. Verificar que cada etapa se encuentre en estado estacionario. (10pts)

$$\begin{array}{lll}
 \lambda_1 = \frac{1}{t_1} & \lambda_2 = \lambda_1(1 - \alpha) & \lambda_3 = \lambda_2 \beta \\
 k_1 = 5 & k_2 = 4 & k_3 = 1 \\
 \frac{1}{\mu_1} = t_2 & \frac{1}{\mu_2} = \frac{t_3}{60} & \frac{1}{\mu_3} = t_4 \\
 = & = & = \\
 \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \\ \boxed{5} \end{array} & \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} & \boxed{1} \\
 \text{DACH} & \text{SEG} & 
 \end{array}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{k \cdot \mu}$$

$$\rho_1 = \frac{\frac{1}{1,4}}{5 \cdot \frac{1}{6,5}} = 0,93 \leq 1 \checkmark \checkmark = \boxed{\frac{13}{14}}$$

$$\rho_2 = \frac{\frac{1}{1,4} (1 - 0,25)}{4 \cdot \frac{60}{360}} = 0,80 \leq 1 \checkmark \checkmark = \boxed{\frac{45}{56}}$$

$$\rho_3 = \frac{\frac{1}{1,4} (1 - 0,25) 0,85}{1 \cdot \frac{1}{2}} = 0,97 \leq 1 \checkmark \checkmark = \boxed{\frac{51}{56}}$$

Son 3 colas Tandem, donde la primera tiene 5 servidores, la segunda 4 servidores y la tercera 1 servidor. La tasa de utilización de cada uno es menor a uno, por lo que se verifica el estado estacionario.

2. Determine el tiempo total (en minutos) que le toma a un paquete llegar a su cinta de destino final (desde que entra en la sucursal). (30pts)

①

$$P_0 = \frac{21952}{6676847} \approx 0,003 \text{ WOLFRAM}$$

Input interpretation:

$$\frac{1}{\sum_{n=0}^3 \frac{\left(\frac{13}{14} \times 5\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{13}{14} \cdot 5\right)^4}{4! \left(1 - \frac{13}{14}\right)}}$$

Result:

$$\frac{21952}{6676847} \approx 0.00328778$$

$$L_{q1} = \frac{\left(\frac{13}{14}\right)^6 5^4}{4! \left(1 - \frac{13}{14}\right)^2} \cdot 0,003 = 10,76 \approx \frac{269}{25}$$

$$W_{s1} = L_s / \lambda_1 = \frac{\frac{269}{25} + \left(\frac{13}{14}\right) \cdot 5}{\frac{1}{1,4}} \approx \boxed{21,57}$$

②

$$P_0 =$$

$$\frac{1}{\sum_{n=0}^2 \frac{\left(\frac{45}{56} \times 4\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{45}{56} \cdot 4\right)^3}{3! \left(1 - \frac{45}{56}\right)}}$$

Result:

$$\frac{4312}{161947} \approx 0.026626$$

$$L_{q2} = \frac{\left(\frac{45}{56}\right)^5 4^3}{3! \left(1 - \frac{45}{56}\right)^2} \cdot \frac{4312}{161947} \approx 2,47 \approx \frac{247}{100}$$

$$W_{s2} = \frac{\frac{247}{100} + \frac{45}{56} \cdot 4}{\frac{1}{1,4} (1 - 0,25)} \approx \boxed{10,61}$$

③

$$w_{s_3} = \frac{1}{\mu_3 - \lambda_3} = \frac{1}{\frac{1}{1,4} (1 - 0,25) \cdot 0,85 + \frac{1}{2}} \approx \boxed{22,4}$$

$$\therefore w_{s_1} + w_{s_2} + w_{s_3} = 54,58 \approx \boxed{55 \text{ (min)}}$$

El tiempo total es de 55 minutos.

3. ¿Cuánto es el tiempo (en minutos) que pasa esperando un paquete antes de llegar a la cinta de destino final? (15pts)

$$(3) \quad w_{q1} = \frac{L_{q1}}{\lambda_1} = \frac{\frac{269}{25}}{\frac{1}{1.4}} \approx 15,1$$

$$w_{q2} = \frac{L_{q2}}{\lambda_2} = \frac{\frac{247}{100}}{\frac{1}{1.4} (1-0,25)} \approx 4,6$$

$$w_{q3} = \frac{\lambda_3}{\mu_3(\mu_3 - \lambda_3)} = \frac{\frac{1}{1.4} (1-0,25) \cdot 0,85}{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{1.4} (1-0,25) \cdot 0,85 \right)} = 20,4$$

$$\therefore w_{q1} + w_{q2} + w_{q3} \approx \boxed{40 \text{ (min)}}$$

El tiempo que pasa esperando es de 40 minutos.

4. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete llegue a la estación de seguridad y que sea procesado por una máquina SEG sin esperar? (25pts)

④

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_0 = \frac{4312}{161947} \approx 0,027$$

$$P_1 = \left( \frac{45}{56} \cdot 4 \right)^1 \cdot \frac{4312}{161947} \approx 0,087$$

$$P_2 = \left( \frac{45}{56} \cdot 4 \right)^2 \cdot \frac{4312}{161947} \approx 0,14$$

$$P_3 = \left( \frac{45}{56} \cdot 4 \right)^3 \cdot \frac{4312}{161947} \approx 0,15$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 \approx \boxed{0,4}$$

La probabilidad de que un paquete no espere significa que no existen cola, esto equivale a la probabilidad de que sean menores a 4 (debido a que son 4 servidores). Esto significa  $P_0 + P_1 + P_2 + P_3$ , lo cual es 0.4.

5. ¿Cuál es la probabilidad de haya 1 cliente esperando a ser atendido por los DACH? (20pts)

$$P_6 = \frac{\left(\frac{13}{14}\right)^6 \cdot 5^5}{5!} = \frac{21952}{6676847} \approx 0,055$$

La probabilidad de que haya un cliente en la cola es equivalente a que haya 6 clientes, 1 por cada servidor más 1 esperando. Esto es  $P_6 = 0.055$ .