Fórmulas

domingo, 4 de julio de 2021 16:28

Medidas de Desempeño

DEMOSTRAR QUE ES UN MODELO ESTACIONARIO

$\boxed{\rho \leq 1}$ $\rho = \frac{\lambda}{k\mu}$

Las medidas de desempeño que estudiaremos serán:

- P_0: Probabilidad de que no hayan clientes en el sistema
- P_n: Probabilidad de que hayan n clientes en el sistema
- L_S: Cantidad promedio de personas en el sistema
- L_q: Cantidad promedio de personas en la cola
- W_S: Tiempo promedio que pasa un cliente en el sistema
- W_q: Tiempo promedio que pasa un cliente en la cola
- P_w: Probabilidad de que un cliente deba esperar cuando llegue al servicio
- ρ: Tasa de utilización del servidor

* TIEMPO DE ESPERA W_q

Modelo M/M/1

- Modelo que considera tanto llegadas como servicio Markoviano y con 1 servidor
- Requiere que el sistema esté en Estado Estacionario ($\frac{\lambda}{\mu} < 1$)
- Medidas de desempeño:

$$P_0 = 1 - \rho \tag{7}$$

$$P_n = (1-\rho)\rho^n \tag{8}$$

$$L_S = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{9}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{10}$$

$$W_S = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{11}$$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{L_q}{\lambda} \tag{12}$$

$$P_W = \frac{\lambda}{\mu} \tag{13}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{14}$$

Modelo M/M/1

Existen ciertas relaciones entre las medidas de desempeño

- Debido a que en M/M/1 hay un servidor

$$W_S = W_q + \frac{1}{\mu} \tag{15}$$

- Como ρ es la tasa de ocupación del servidor o la cantidad promedio de clientes que están siendo atendidos

$$L_S = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \tag{16}$$

Modelo M/M/k

- Modelo que considera tanto llegadas como servicio Markoviano y con k servidores
- Requiere que el sistema este en Estado Estacionario ($\frac{\lambda}{k * \mu} \leq 1$)
- Medidas de desempeño:

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{k-2} \frac{(\rho k)^n}{n!}\right] + \frac{(\rho k)^{k-1}}{(k-1)!(1-\rho)}} \tag{17}$$

$$P_n = \frac{(\rho k)^n}{n!} P_0 \text{ para n} \leq \text{k} \tag{18}$$

$$P_n = \frac{\rho^n k^k}{k!} P_0 \text{ para n} > \text{k} \tag{19}$$

Modelo M/M/k

$$L_q = \frac{\rho^{k+1} k^{k-1}}{(k-1)!(1-\rho)^2} P_0 \tag{20}$$

$$L_S = L_q + \rho k \tag{21}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \tag{22}$$

$$W_S = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{L_s}{\lambda} \tag{23}$$

$$P_W = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) P_0 \tag{24}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{k\mu} \tag{25}$$

TASA DE LLEGADAS	λ	TASA DE SERVICIO	μ
PROBABILIDAD DE k LLEGADAS EN t HORAS	$P(X=k) = \frac{(\lambda t)^k \cdot e^{-\lambda t}}{k!}$	PROBABILIDAD DE SERVIR k PERSONAS EN t HORAS	$P(X=k) = \frac{(\mu t)^k \cdot e^{-\mu t}}{k!}$
TIEMPO PROMEDIO ENTRE LLEGADAS	$\frac{1}{\lambda}$	TIEMPO PROMEDIO ENTRE SERVICIOS	$\frac{1}{\mu}$
PROBABILIDAD DE QUE OCURRA UNA LLEGADA EN t HORAS	$P(X \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$	PROBABILIDAD DE QUE EL SERVICIO SE COMPLETE EN t HORAS	$P(X \leq t) = 1 - e^{-\mu t}$
PROBABILIDAD DE QUE NO OCURRAN LLEGADAS EN LAS PRÓXIMAS t HORAS	$\cdot e^{-\lambda t}$	PROBABILIDAD DE QUE EL SERVICIO SE COMPLETE EN MÁS DE t HORAS	$\cdot e^{-\mu t}$