Gráficas y Juegos

01

8.9

1.9 Rodrigo André Decoir Fuentes

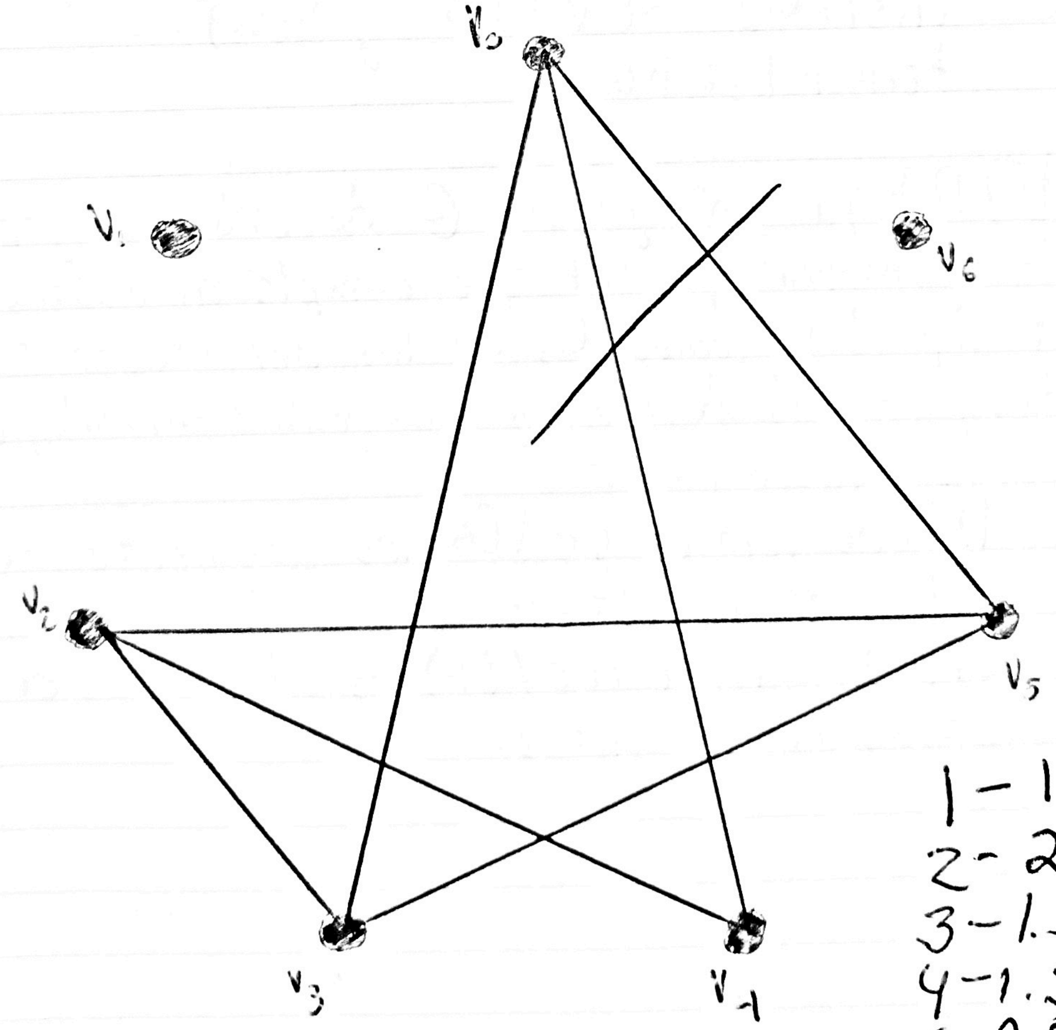
① Realiza lo que se indica.

(a) Considera la gráfica G con $V(G) = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

0.9 $A(G) = \{v_0v_5, v_5v_2, v_4v_0, v_2v_4, v_3v_2, v_3v_5, v_0v_3\}$.

Dibuja la representación geométrica de G y usa la notación vista en clase para resolver lo siguiente:

1) Determina el orden y tamaño de G.
2) Dar el conjunto de vecinos de cada vértice.
3) Dar el conjunto de vecinos del conjunto $S = \{v_1, v_3, v_5\}$
4) Dar el grado de cada vértice
5) Dar el grado máximo y el grado mínimo de G, indica qué vertices lo tienen.
6) Decir si G tiene vértices aislados o vértices terminales, indicar cuáles son.



1 - 1.9
2 - 2.0
3 - 1.5
4 - 1.5
5 - 2.0

8.9

un conjunto no es igual a su cardinalidad

a.1 $N(G) = 7$, $|\boxed{A(G)| = 6}$

el orden se denota con n_G

a.2 $N(V_0) = \{V_3, V_4, V_5\}$, $N(V_1) = \emptyset$

$N(V_2) = \{V_3, V_4, V_5\}$, $N(V_3) = \{V_0, V_2, V_5\}$

$N(V_4) = \{V_0, V_2\}$, $N(V_5) = \{V_0, V_2, V_3\}$

$N(V_6) = \emptyset$

no es 7

a.3 $S = \{V_1, V_3, V_5\}$ $N_G(S) = \{V_2, \cancel{V_5}, V_0, V_3\}$

a.4 $\delta(V_0) = 3$, $\delta(V_1) = 0$, $\delta(V_2) = 3$

$\delta(V_3) = 3$, $\delta(V_4) = 2$, $\delta(V_5) = 3$, $\delta(V_6) = 0$

a.5 $\Delta(G) = 3$ y lo alcanzan V_0, V_2, V_3 y V_5

$\delta(G) = 0$ y lo alcanzan V_1 y V_6

cuidado con la notación

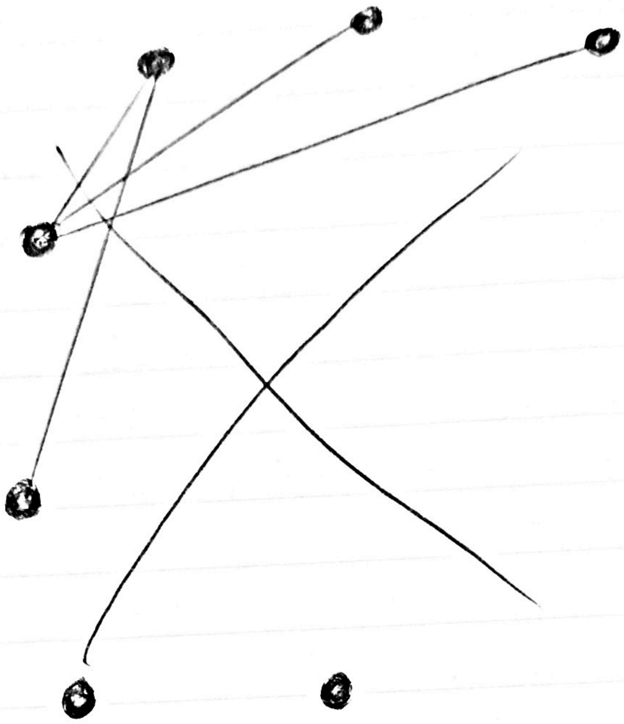
a.6 aislados: $S(V_1) = 0$ y $S(V_6) = 0$

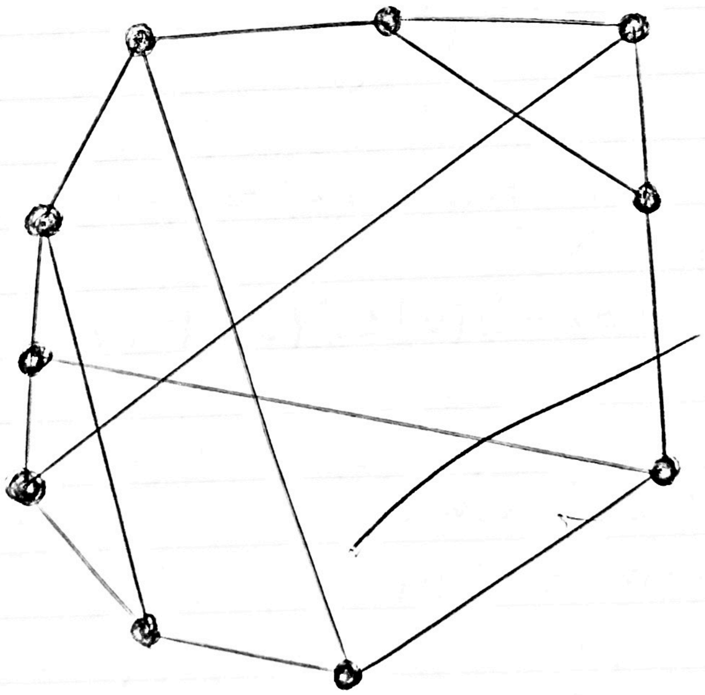
terminales: no hay

1 b) Dibuja una gráfica G de orden mayor que 8 y menor que 17 que cumpla al mismo tiempo las propiedades de los dos incisos siguientes, en caso de que no sea posible dibujarla, explica por qué no se puede.

1) Todo vértice $v \in V(G)$, es adyacente a otros tres vértices

2) Toda arista $a \in A(G)$ es adyacente a otras cuatro aristas.





2. Sea G una gráfica con orden $5n$, n vértices son de grado $n-2$, n vértices grado $n-1$, otros n vértices son de grado n, n vértices de grado $n+1$ y finalmente n vértices de grado $n+2$. Demuestra que n es par.

$$2m = \sum_{v \in V(G)} \delta(v) = \sum_{n-2} \delta(v) + \sum_{n-1} \delta(v) + \sum_{n} \delta(v) + \sum_{n+1} \delta(v) + \sum_{n+2} \delta(v)$$

Cuidado con la notación

$$= n(n-2) + n(n-1) + n(n) + n(n+1) + n(n+2)]$$

$$= n^2 - \cancel{2n} + n^2 - \cancel{n} + n^2 + n^2 + \cancel{n} + n^2 + \cancel{2n}$$

$$= 5n^2$$

$\Rightarrow 5n^2 = 2m \Rightarrow 5n^2$ es par, sup. $n = 2k+1$ p.a. $k \in \mathbb{Z}$ no usar

$\Rightarrow 5(4k^2+4k+1) = 20k^2+20k+5 = (2)(10k^2+10k+2)+1$ es impar (!) $\Rightarrow$ no usar

n es ~~par~~

3. Demuestra que para toda gráfica G orden n y tamaño m se cumple que $\delta(G) \leq \frac{2m}{n} \leq \Delta(G)$

$2m = \sum_{v \in V(G)} \delta(v)$; $\delta(G) \leq \delta(v) \leq \Delta(G)\ \forall v \in V(G)$; ¿por qué?

$$n\,\delta(G) \leq \sum_{v \in V(G)} \delta(v) \leq n\,\Delta(G) \ ?$$

$$n\,\delta(G) \leq 2m \leq n\,\Delta(G) \ ?$$

$$\delta(G) \leq \frac{2m}{n} \leq \Delta(G) \ ?$$

Debes escribir la justificación de cada paso.

En un zoológico planean transportar ocho animales hacia otra ciudad, por cuestiones de tiempo y puesto que el zoológico solo cuenta con una camioneta transportadora, debe llevar a los animales en la menor cantidad de viajes. Debido al tipo de alimentación y hábitos de los animales es imposible llevar a algunos de ellos juntos. Determina cuáles animales pueden ir en el mismo viaje e indica cuál es el mínimo número de viajes que deben hacerse. Usa la información siguiente y modela con una gráfica para decidir. Justifica tus respuestas.

- El animal a_1 no debe viajar con a_2, a_5 y a_8.
- El animal a_2 no debe estar junto a los animales a_1, a_3, a_5 y a_7.
- El animal a_3 no debe ser trasladado junto con los animales a_2, a_4 y a_7.
- El animal a_4 no soporta estar en el mismo viaje que a_3, a_6, a_7 y a_8.
- El animal a_5 no debe estar cerca de los animales a_1, a_2, a_6, a_7 y a_8.
- El animal a_6 debe evitar todo contacto con los animales a_1, a_4, a_5 y a_8.
- El animal a_7 siempre agrede a los animales a_2, a_3, a_4, a_5 y a_8.
- Finalmente el animal a_8 puede ser transportado con cualquiera, excepto con a_4, a_5, a_6 y a_7.

$a_1 \nrightarrow a_2, a_5, a_6$

$a_2 \nrightarrow a_1, a_3, a_5, a_7$

$a_3 \nrightarrow a_2, a_4, a_7$

$a_4 \nrightarrow a_3, a_6, a_7, a_8$

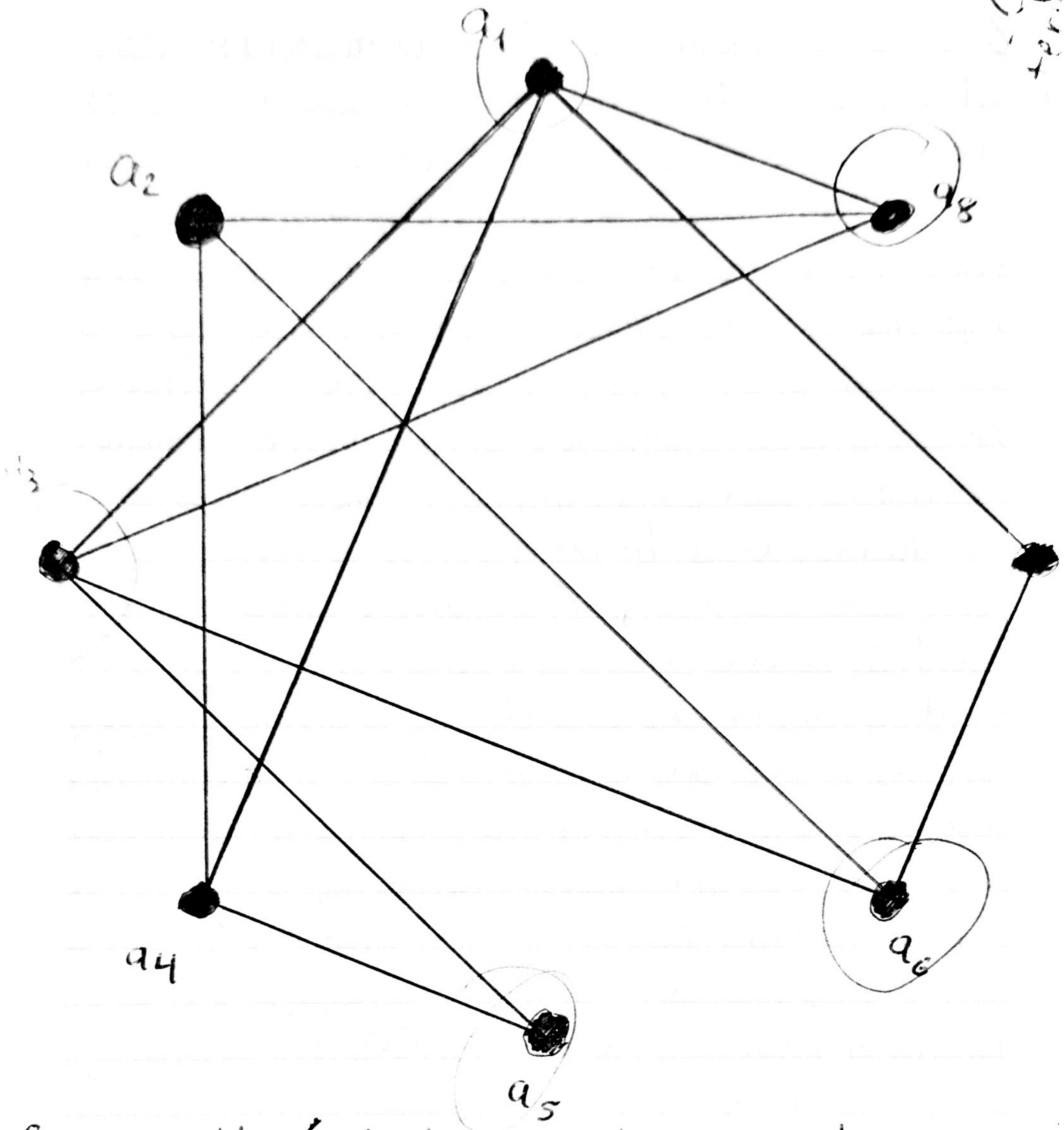
$a_5 \nrightarrow a_1, a_2, a_6, a_7, a_8$

$a_6 \nrightarrow a_1, a_4, a_5, a_8$

$a_7 \nrightarrow a_2, a_3, a_4, a_5, a_8$

$a_8 \nrightarrow a_4, a_5, a_6, a_7$

Gráfica de caminos posibles:



Caminos posibles (animales que pueden ir en el mismo viaje
(de acuerdo con la gráfica)

a_1 con a_3, a_4, a_7 y a_8
a_2 con a_4, a_6 y a_8
a_3 con a_1, a_5, a_6 y a_8
a_4 con a_1, a_2 y a_5
a_5 con a_3 y a_4
a_6 con a_2, a_3 y a_7
a_7 con a_1 y a_6
a_8 con a_1 y a_3

Verifica

Cerrado
a_5 no puede ir con a_1 ni a_5 con a_8

Mínimo número de viajes: 3

ej 1. a_1 con a_3, a_4, a_7 y a_8 + a_2 con a_6 + a_5 (solo)
ej 2. a_3 con a_1, a_5, a_6 y a_8 + a_2 con a_4 + a_7 solo

2) Considera el algoritmo visto en clase y determina si las siguientes sucesiones de enteros son graficables, en caso de serlo dibuja la gráfica correspondiente, de lo contrario explica por qué no son graficables.

a) 6, 4, 4, 4, 3, 2, 1

6, 4, 4, 4, 3, 2, 1   n=7

3, 3, 3, 2, 1, 0   n=6

2, 2, 1, 1, 0   n=5

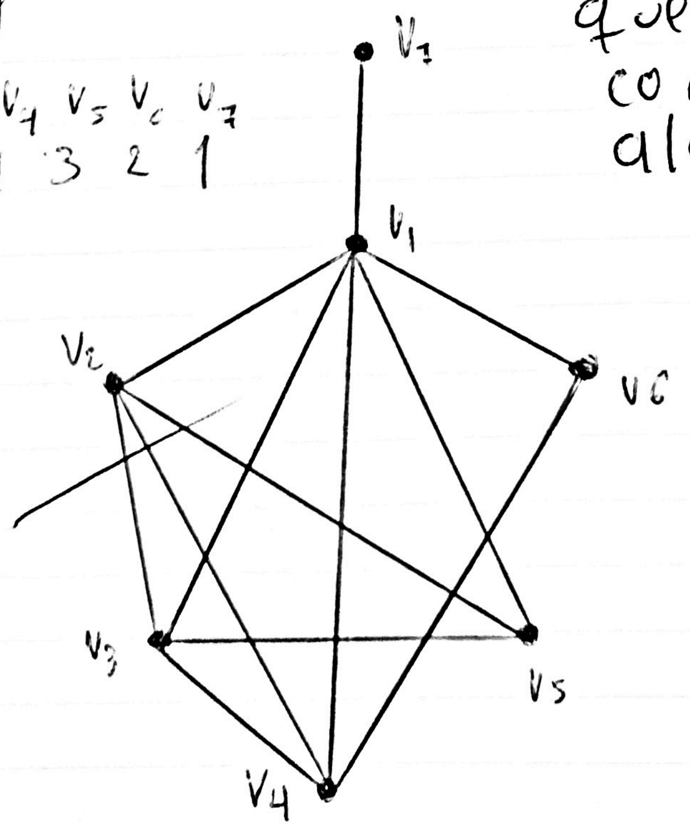
1, 0, 1, 0

1, 1, 0, ~~0~~   n=4

$\boxed{0, 0, 0}$

Si es graficables

V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
6	4	4	4	3	2	1



la gráfica se tenía que construir con el algoritmo

b) 7, 7, 7, 5, 5, 4, 3, 2

7, 7, 7, 5, 5, 4, 3, 2 $n=8$

6, 6, 4, 4, 3, 2, 1 $n=7$

5, 3, 3, 2, 1, 0 $n=6$

$\boxed{2, 2, 1, 0, \cancel{-1}}$

No es graficable, ya que s contiene enteros negativos, lo cual de acuerdo con el paso 1 del algoritmo implica que no es graficable.