Programa del Curso

1. Introducción.
2. Fundamentos de la imagen digital.
3. Realce de la imagen en el dominio espacial.
4. Realce de la imagen en el dominio de la frecuencia.
5. Restauración de la imagen.
6. Representación del color.
7. Compresión de imágenes.

4. Realce de la imagen en el dominio de la frecuencia

a) Antecedentes.
b) Introducción a la transformada de Fourier y al dominio de la frecuencia.
c) Filtros de suavizamiento en el dominio de la frecuencia.
d) Filtros de realce en el dominio de la frecuencia.
e) Notas para la implementación.

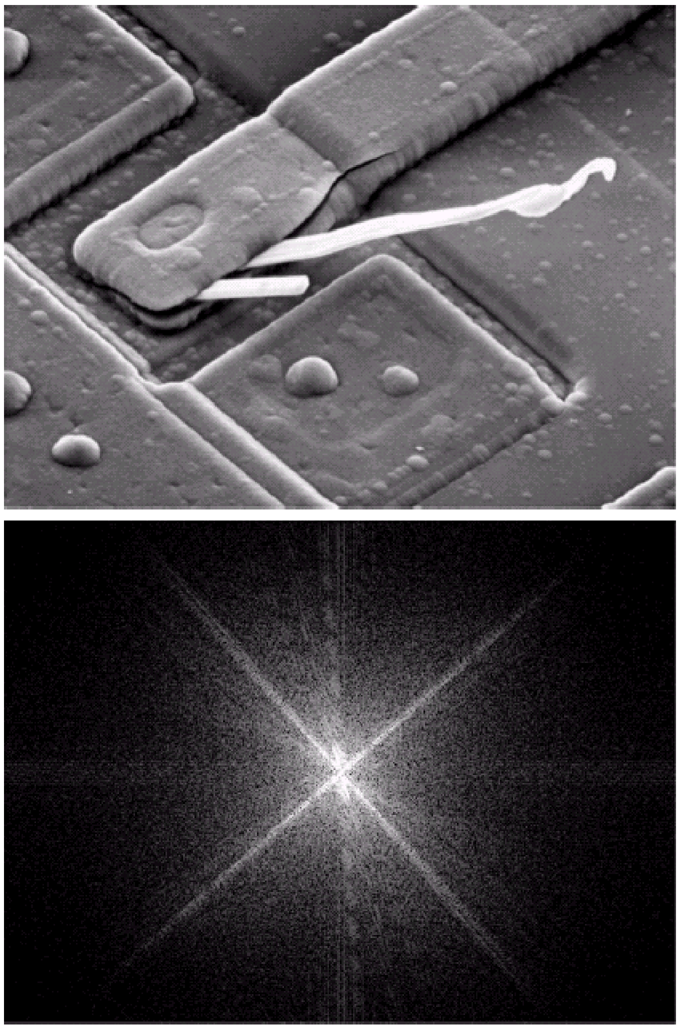
Filtrado en el dominio de la frecuencia

- Generalmente es *imposible* hacer *relaciones directas* entre los *componentes de los dominios del espacio* de la imagen y de la *frecuencia*. Sin embargo, *se pueden encontrar* algunas *relaciones entre los componentes de la frecuencia* y algunas *características de la imagen*.

Filtrado en el dominio de la frecuencia

- Por ejemplo, se pueden asociar las frecuencias de la transformada de Fourier con patrones de variación de las intensidades de la imagen. La frecuencia más baja ($u=v=0$) corresponde al promedio de los valores de gris de la imagen. Mientras nos alejamos del origen ,las frecuencias corresponden a variaciones suaves en los tonos de gris. Conforme nos alejamos más las frecuencias altas empiezan a corresponder a cambios rápidos o abruptos en los tonos de gris como son por ejemplo los bordes de los objetos y/o el ruido.

Dominio del espacio y de la frecuencia



a
b

FIGURE 4.4 (a) SEM image of a damaged integrated circuit. (b) Fourier spectrum of (a). (Original image courtesy of Dr. J. M. Hudak, Brockhouse Institute for Materials Research, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada.)

Imagen de microscopía electrónica de un circuito integrado (2500x)

Características:

1. Bordes bien marcados que corresponden con ángulos de ±45°. El espectro de Fourier muestra líneas muy claras en estas direcciones.
2. Falla de óxido sobresaliente. Sobre la línea vertical del espectro se ve una línea correspondiente a la falla.

Principios básicos del filtrado en el dominio de la frecuencia

- Filtrar en el dominio de la frecuencia consiste en los siguientes pasos:

1. Multiplicar la imagen de entrada por $(-1)^{x+y}$ para centrar la transformación.
2. Calcular, *F(u,v)*, la TDF de la imagen resultado de 1.
3. Multiplicar *F(u,v)* por la *función filtro H(u,v).*
4. Calcular la TDF *inversa* del resultado de 3.
5. Obtener la *parte real* del resultado de 4.
6. Multiplicar el resultado de 5 por $(-1)^{x+y}$.

Principios básicos del filtrado en el dominio de la frecuencia

- La razón por la cual *H(u,v)* se llama *filtro* (también se llama *filtro de función de transferencia*) es porque *suprime* ciertas frecuencias en la transformada y deja otras sin cambio.

- Sea *f(x,y)* la imagen de entrada y *F(u,v)* su transformada discreta de Fourier. La transformada de Fourier de la imagen de salida después de aplicar el filtro está dada por:

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)$$

donde la multiplicación de *H* por *F* involucra funciones bidimensionales y está definida elemento a elemento.

Principios básicos del filtrado en el dominio de la frecuencia

- La imagen filtrada se obtiene calculando la *transformada inversa* de Fourier de *G(u,v)*:

$$\text{Imagen Filtrada} = \mathfrak{I}^{-1}[G(u,v)]$$

- La imagen final se obtiene tomando la parte real de este resultado y multiplicándola por $(-1)^{x+y}$. La transformada inversa de Fourier es, en general, *compleja*. Sin embargo, cuando la *imagen de entrada* y la *función filtro* son *reales*, los componentes imaginarios de la transformada inversa deben ser cero. En la práctica éstos pueden ser muy cercanos a cero debido a errores de redondeo por lo que deben ignorarse.

Principios básicos del filtrado en el dominio de la frecuencia

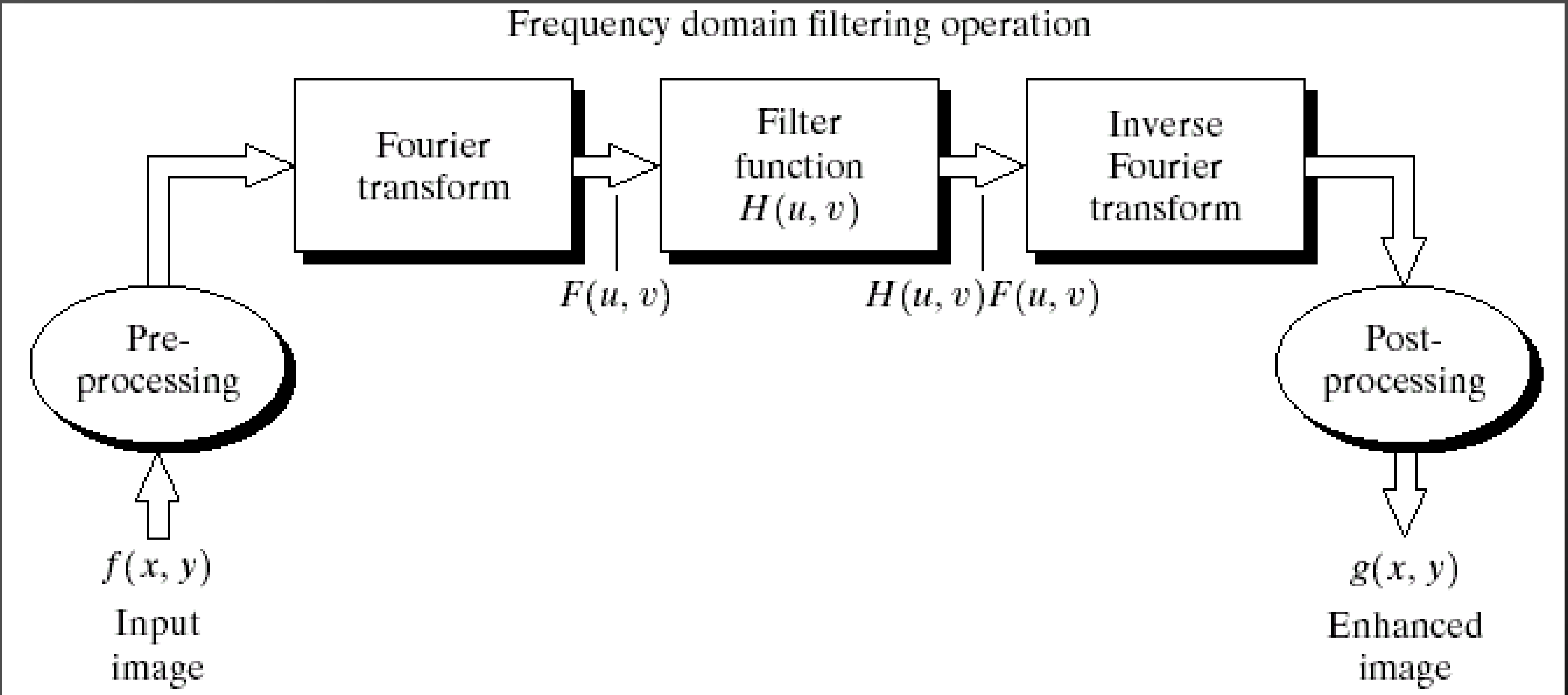


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

Algunos filtros básicos y sus propiedades

- Hasta este punto hemos dicho cuáles son los pasos para el filtrado en frecuencia. El paso natural ahora es ver *cómo se definen algunos filtros específicos* y ver *cómo afectan a las imágenes*.

- Suponga que queremos forzar que el *valor promedio* de una imagen sea igual a *cero*. Recordemos que el valor promedio de una imagen está dado por *F(0,0)*. Si ponemos este término igual a cero en el dominio de la frecuencia y luego calculamos su transformada inversa, entonces el *valor promedio de la imagen resultado sera igual a cero.*

Algunos filtros básicos y sus propiedades

- Si asumimos que la transformada ha sido centrada, podemos realizar la operación anterior multiplicando los valores de *F(u,v)* por la función filtro:

$$H(u,v)=\begin{cases}0, & \text{si } (u,v)=(M/2,N/2)\\ 1, & \text{de otra manera}\end{cases}$$

Este filtro pondrá a *F(u,v)=0*, la imagen procesada se obtendrá calculando la *transformada inversa* de *H(u,v)F(u,v).*

- A este filtro se le conoce como *filtro notch* (agujero), porque es una función constante con un hoyo en el origen.

Filtro *Notch* (agujero)

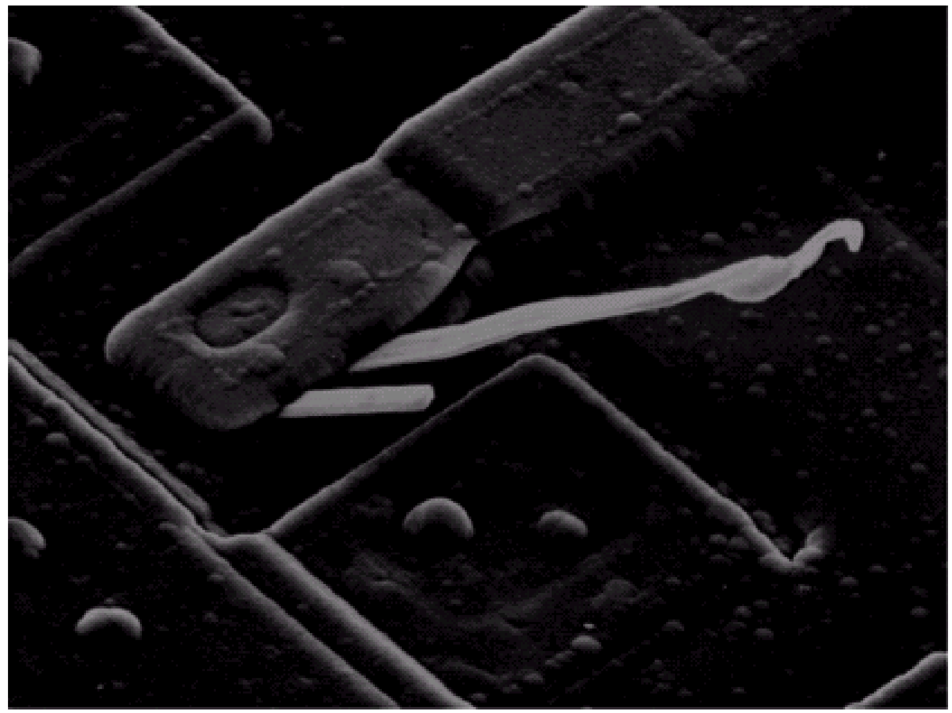


FIGURE 4.6 Result of filtering the image in Fig. 4.4(a) with a notch filter that set to 0 the $F(0, 0)$ term in the Fourier transform.

Note el cambio abrupto de los niveles de gris al hacer el promedio igual a cero. También note como los bordes de los objetos se realzan (en realidad el promedio de la imagen *desplegada* no puede ser cero porque la imagen debería tener valores negativos para que su promedio pudiera ser cero y el *desplegado* no puede manejar números negativos. La manera en que esta imagen se desplegó fue haciendo todos los valores negativos = 0 y el resto escalados hacia arriba (255).)

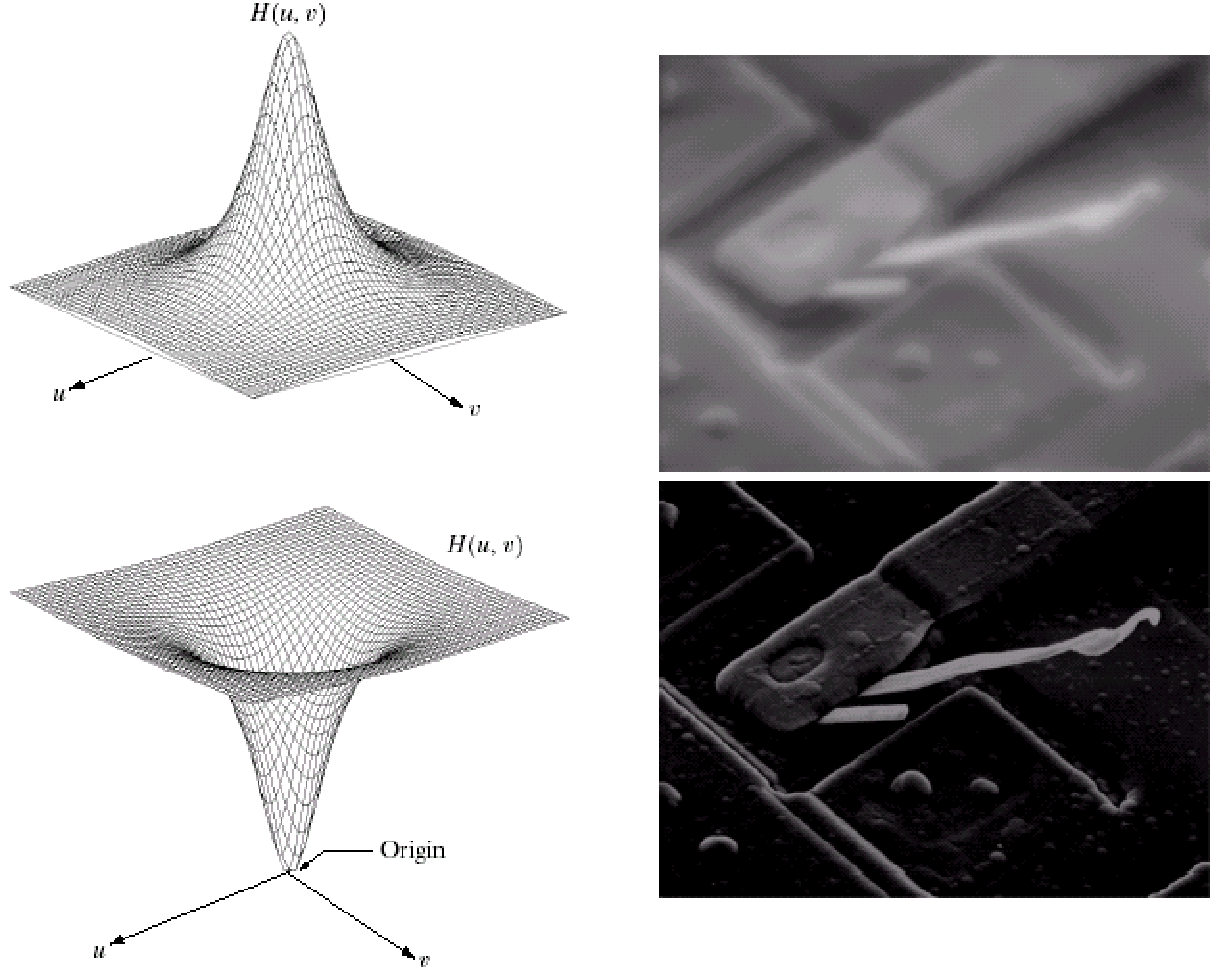
Algunos filtros básicos y sus propiedades

- Las frecuencias altas se eliminan con filtros llamados *pasa bajos.*

- Las frecuencias bajas se eliminan con filtros llamados *pasa altos.*

- Los filtros *H(u,v)* que se muestran a continuación son ejemplos de estos filtros, ambos son filtros circularmente simétricos.

Algunos filtros básicos y sus propiedades



a b
c d

FIGURE 4.7 (a) A two-dimensional lowpass filter function. (b) Result of lowpass filtering the image in Fig. 4.4(a). (c) A two-dimensional highpass filter function. (d) Result of highpass filtering the image in Fig. 4.4(a).

Filtro *pasa bajos*: esta imagen se ve borrosa.

Filtro *pasa altos*: esta imagen se ven los detalles finos realzados.

Correspondencia entre filtrado en el dominio del espacio y la frecuencia

- La relación más fundamental entre los dominios del espacio y la frecuencia está establecida a través del *teorema de convolución.*

- Formalmente, la convolución discreta de dos funciones *f(x,y)* y *h(x,y)* de tamaño *M* x *N* se denota por *f(x,y)*h(x,y)* y se define por la expresión:

$$f(x,y)*h(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f(m,n)h(x-m,y-n)$$

Correspondencia entre filtrado en el dominio del espacio y la frecuencia

- Sea $F(u,v)$ y $H(u,v)$ las transformadas de Fourier de $f(x,y)$ y $h(x,y)$, respectivamente, una mitad del teorema de convolución establece que $f(x,y)*h(x,y)$ y $F(u,v)H(u,v)$ constituyen un par de transformadas de Fourier. Formalmente:

$$f(x,y)*h(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)H(u,v)$$

La doble flecha significa que la expresión de la izquierda (convolución espacial) se obtiene calculando la transformada de Fourier *inversa* de la expresión de la derecha (multiplicación en el dominio de la frecuencia).

Correspondencia entre filtrado en el dominio del espacio y la frecuencia

- De manera análoga la convolución en el espacio de la frecuencia se reduce a la multiplicación en el dominio espacial:

$$f(x,y)h(x,y) \Leftrightarrow F(u,v) * H(u,v)$$

- Estos dos resultados comprenden el *teorema de convolución*

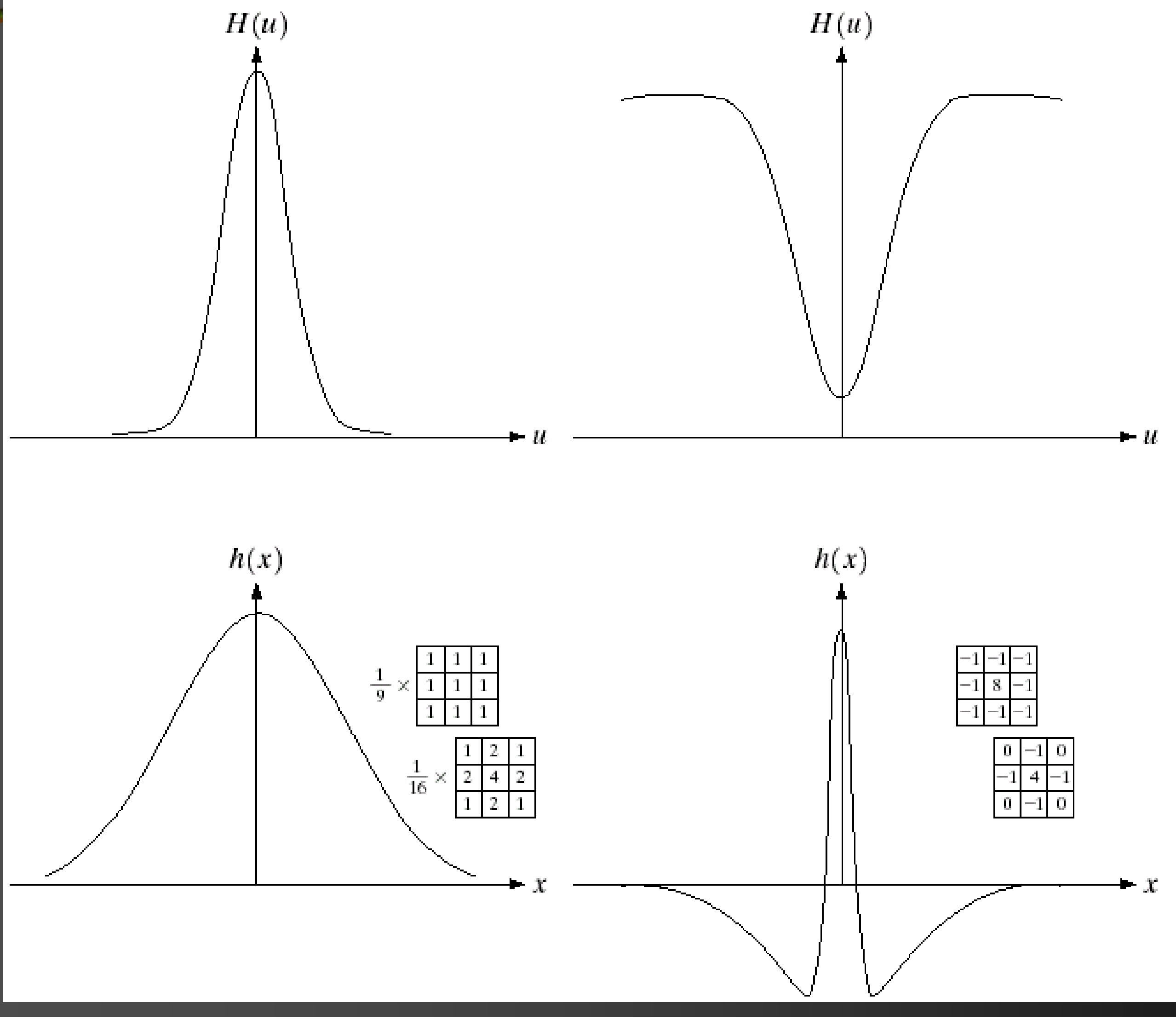
Correspondencia entre filtrado en el dominio del espacio y la frecuencia

- Del *teorema de convolución* podemos obtener los siguiente:

$$f(x,y) * h(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)H(u,v)$$
$$\delta(x,y) * h(x,y) \Leftrightarrow \Im[\delta(x,y)]H(u,v)$$
$$h(x,y) \Leftrightarrow H(u,v)$$

Lo cual nos dice que podemos especificar *filtros en el dominio de la frecuencia*, tomar su transformada *inversa* y luego utilizar este resultado como una guía de *filtro en el dominio espacial* para construir máscaras de filtros pequeños.

Correspondencia entre filtrado en el dominio del espacio y la frecuencia



a b
c d

FIGURE 4.9 (a) Gaussian frequency domain lowpass filter. (b) Gaussian frequency domain highpass filter. (c) Corresponding lowpass spatial filter. (d) Corresponding highpass spatial filter. The masks shown are used in Chapter 3 for lowpass and highpass filtering.