Filtrado Espacial

4.1.2 Filtro 2D en el dominio espacial

Los filtros espaciales tienen como objetivo modificar la contribución de determinados rangos de frecuencias de una imagen. El término espacial se refiere al hecho de que el filtro se aplica directamente a la imagen y no a una transformada de la misma, es decir, el nivel de gris de un pixel se obtiene directamente en función del valor de sus vecinos [1]. Los filtros espaciales pueden clasificarse basándose en su linealidad: filtros lineales y filtros no lineales. A su vez los filtros lineales pueden clasificarse según las frecuencias que dejen pasar: los filtros paso bajo atenúan o eliminan las componentes de alta frecuencia a la vez que dejan inalteradas las bajas frecuencias; los filtros paso alto atenúan o eliminan las componentes de baja frecuencia con lo que agudizan las componentes de alta frecuencia; los filtros paso banda eliminan regiones elegidas de frecuencias intermedias [1].

La convolución es una operación por la cual se lleva a cabo una acción de filtrado. Como veremos más adelante y como se ha visto en las propiedades de la Transformada de Fourier, existe una relación entre el filtrado espacial y el filtrado en el dominio de la frecuencia (con una restricción a tomar en cuenta). En general, el filtrado de señales posee tres categorías, según el resultado que se busque [1]:

Filtros Paso-Bajas: Son utilizados en la reducción de ruido; suavizan y aplanan un poco las imágenes y como consecuencia se reduce o se pierde la nitidez. En inglés son conocidos como Smoothing Spatial Filters.

Filtros Paso-Altas: Estos filtros son utilizados para detectar cambios de luminosidad. Son utilizados en la detección de patrones como bordes o para resaltar detalles finos de una imagen. Son conocidos como Sharpening Spatial Filters

Filtros Paso-Banda: Son utilizados para detectar patrones de ruido. Ya que un filtro paso-banda generalmente elimina demasiado contenido de una imagen casi no son usados. Sin embargo, los filtros paso-banda son útiles para aislar los efectos de ciertas bandas de frecuencias seleccionadas sobre una imagen. De esta manera, estos filtros ayudan a simplificar el análisis de ruido, razonablemente independiente del contenido de la imagen.

4.1.2.1 Concepto de filtro 2D

Para filtrar imágenes usando filtros 2D, se requiere una ventana de tamaño $(2k\text{-}1)\text{x}(2k\text{-}1)$, para $k=1,\ldots..N$. El ancho y el alto de la ventana es impar, es decir, la ventana tiene un centro.

Los tamaños más comunes de la ventana son 3x3, 5x5, 7x7, 11x11.

El filtrado 2D realiza alguna operación predeterminada dentro de la ventana y el resultado de la operación será entonces el nuevo valor del píxel que coincide con el centro de la ventana. La ventana hace un recorrido de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo de la imagen.

Ejemplo

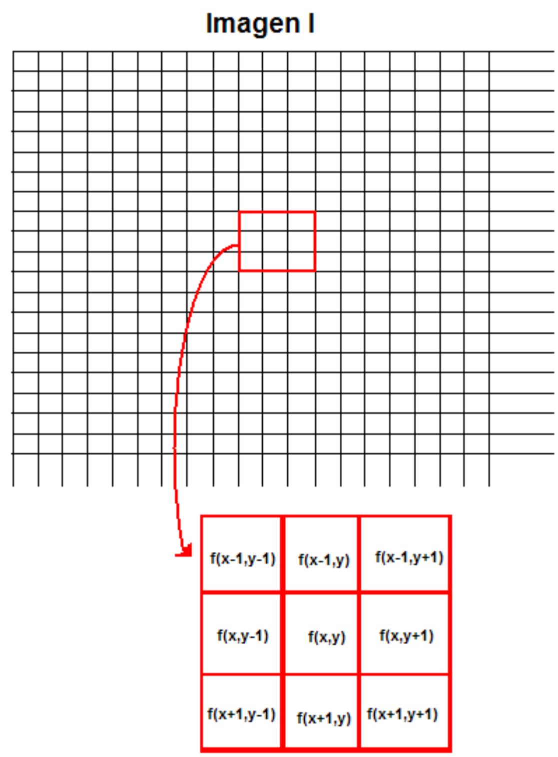
Tamaño de la ventana: 3x3

Operación : convolución

Contenido del filtro (coeficientes de filtro)

$$\begin{aligned}\tilde{f}(x,y) &= \sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1} f(x+i,y+j)\times w(i,j)\\ &= f(x-1,y-1)w(-1,-1)+f(x-1,y)w(-1,0)+\ldots..\\ &+f(x+1,y)w(1,0)+f(x+1,y+1)w(1,1)\end{aligned}$$

w(-1,-1)	w(-1,0)	w(-1,1)
w(0,-1)	w(0,0)	w(0,1)
w(1,-1)	w(1,0)	w(1,1)



Los coeficientes del filtro *W* definen el proceso del filtro.

Existen varios filtros para eliminar ruido en imágenes. El filtro que realiza una operación lineal se llama filtro lineal, mientras que un filtro que realiza una operación no-lineal, se llama filtro no-lineal. Existe la posibilidad que en vez de aplicar un filtro a toda la imagen, se pueda aplicar otro tipo de filtro más adecuado para cada región de la imagen, en este caso se tiene que construir un filtro de tipo adaptivo, dependiendo del tipo de ruido y las características de región de la imagen.

La máscara o kernel es la matriz que representa el filtro.

Al aplicar la convolución, el filtrado de cada pixel coincide con la posición del valor central de la máscara (mask)

El filtrado es función de los vecinos (bloque) alrededor del pixel central a filtrar

El filtrado corresponde a la suma de productos entre los valores de la máscara y los valores de los pixels para cada posición de la máscara

Las características de una máscara o kernel son:

- Sus valores se llaman coeficientes.
- Filtros paso-bajas o filtros paso-banda: La suma de sus coeficientes debe ser uno (1), es decir, se aplica un proceso de normalización a los valores del filtro.
- Filtros paso-altas : La suma de sus coeficientes debe ser cero (0)

4.1.2.2 Filtrado lineal

(1) Filtro para suavización

Los filtros paso-bajas son utilizados para difuminar y reducir ruido en las imágenes, a este proceso se le conoce en inglés como smoothing. El difuminado (blurring) es usado en etapas de preprocesamiento desde la eliminación de pequeños detalles hasta la extracción de objetos y rellenado de pequeños huecos en lineas y curvas. La reducción de ruido puede ser completada por el difuminado usando filtros lineales o bien con un filtrado no lineal [1].

a. Filtro de promedio

$$\frac{1}{9}\times\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\qquad \frac{1}{25}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{bmatrix}\qquad \frac{1}{49}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

Este filtro simplemente calcula el promedio de los valores dentro de una ventana de tamaño 3x3, 5x5 y 7x7. El valor promedio calculado se remplaza con el valor del centro de la ventana. Los filtros que tienen los mismos coeficientes se llaman ***filtros de caja*** o ***filtros de bloque*** (box filter). El ***filtro promedio*** es un filtro de caja. El proceso de filtraje usando el filtro promedio se puede expresar como

$$\tilde{f}(x,y)=\frac{1}{a^2}\sum_{i=-\left\lfloor \frac{a}{2}\right\rfloor}^{\left\lfloor \frac{a}{2}\right\rfloor}\sum_{j=-\left\lfloor \frac{a}{2}\right\rfloor}^{\left\lfloor \frac{a}{2}\right\rfloor} f(x+i,y+j) \tag{4.4}$$

donde a es el tamaño de la ventana. Los resultados de filtro promedio se muestran en las figura 4.11.

(a) (b) (c)

Fig. 4.11 (a) Imagen original (b) Imagen filtrada con una ventana de 3x3 (c) Imagen filtrada con una ventana de 5x5

Ejemplo de implementación en Matlab [2] de un filtro promedio:

Función ***conv2***

Y=conv2(X, B, ’shape’);

B: matriz que representa el filtro 2D
X: imagen original

Parámetro ‘shape’: Sirve para el manejo del borde de Y

A) ’same’ ---- El centro de la ventana recorre toda la imagen:

Tamaño de Y = Tamaño de X

B) ‘valid’ ---- Tomar solamente datos válidos

Tamaño de Y< tamaño de X

Si el tamaño de la imagen X es MxN, el tamaño de Y es (M-Vs+1)x(N-Vs+1)

C) ‘full’ ------ Regresar el tamaño completo de la convolución:

Tamaño de Y>tamaño de X (predeterminado)

Si el tamaño de la imagen X es MxN, el tamaño de Y es (M+2Vs-2)x(N+2Vs-2)

Ejemplo

» B=ones(3,3)/9; --- Filtro promedio de ventana 3x3
» Y=conv2(X,B);

Las figuras 4.12-4.14 muestran la eficiencia (o ineficiencia) del filtro promedio para eliminar ruido de tipo impulsivo, Gaussiano y multiplicativo respectivamente.

Fig. 4.12 Funcionamiento del filtro promedio para eliminar ruido impulsivo

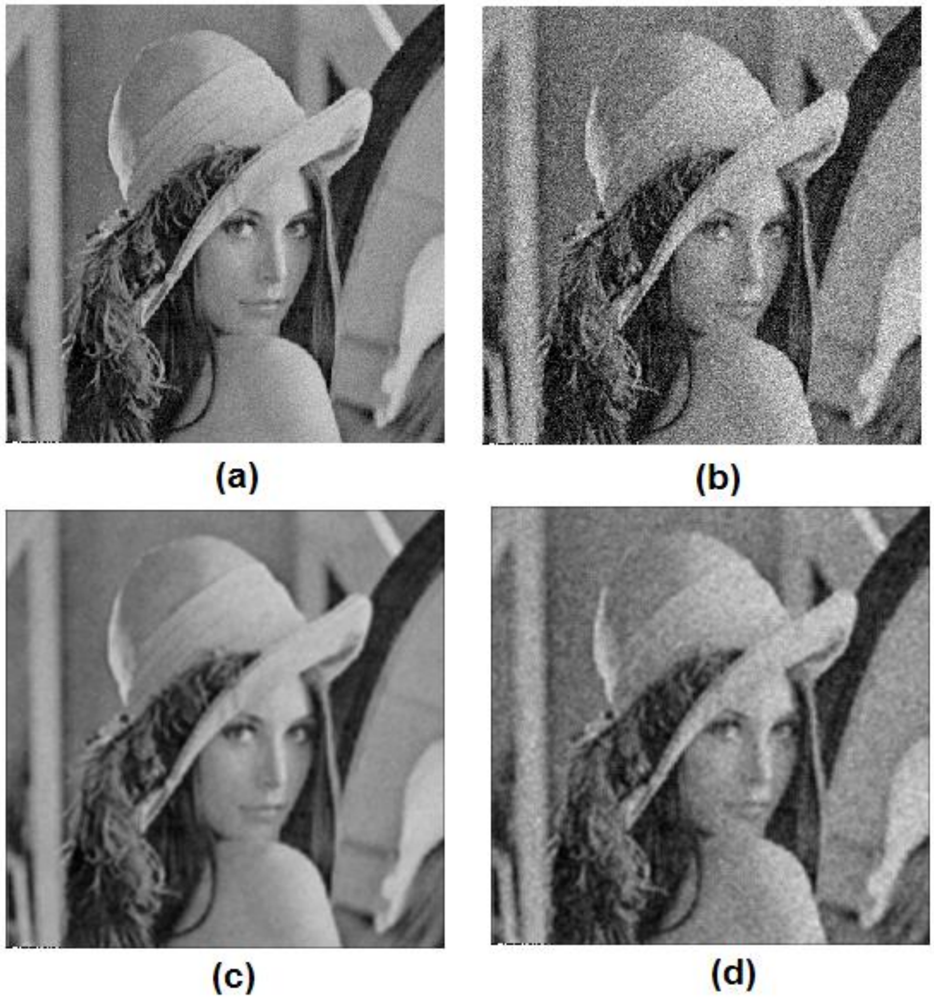


Fig. 4.13 Funcionamiento del filtro promedio para eliminar ruido Gaussiano

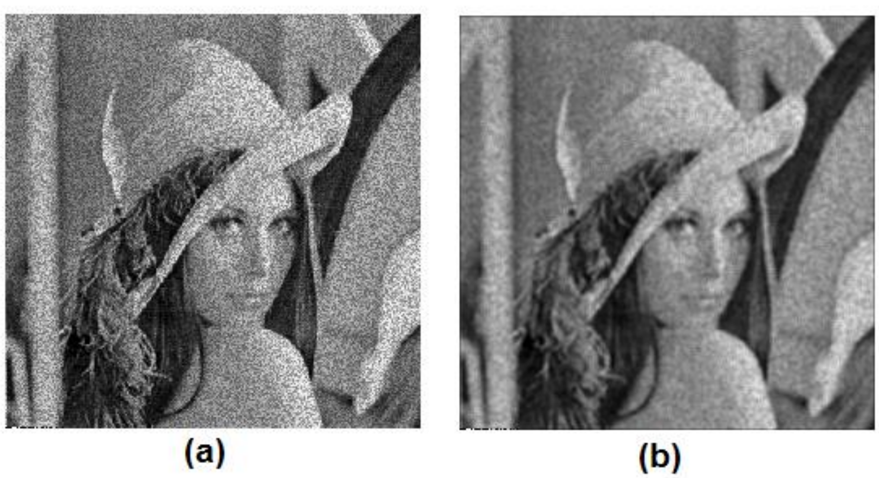


Fig. 4.14 Funcionamiento del filtro promedio para eliminar ruido multiplicativo

Como podemos observar de las imágenes procesadas, el filtro promedio no es eficiente para eliminación de ruido.

b. *Filtro paso-bajas*

En el diseño de los filtros es común que los kernels o máscaras sean generados a partir de ciertas funciones que tengan un comportamiento similar al deseado en el espacio continuo.

En el caso del filtrado paso-bajas es común hacer uso de la función Gaussiana la cual es aproximada en su forma discreta a través de los filtros binomiales obtenidos mediante la función binomial o de los coeficientes del triángulo de Pascal. La función Gaussiana tiene la siguiente expresión:

$$f(x) = ke^{-ax^2} \tag{4.5}$$

Donde

$$k = \frac{1}{2\sigma^2}$$

Los filtros binomiales de orden 0 se generan a partir de la función binomial o bien del triángulo de Pascal, como se muestra a continuación:

Caso discreto en 1D :

$$f_L(x) = C_L^x = \binom{L}{x} = \frac{L!}{x!(L-x)!} \qquad x = 0, 1, \ldots, L$$

Triángulo de Pascal :

$$f_2(x) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f_3(x) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

L									
					1				
1				1		1			
2			1		2		1		
3		1		3		3		1	
4	1		4		6		4		1

Algunas propiedades de los filtros binomiales de orden 0 son:

- Son separables en 2D : se aplica un filtro 1D en dirección x y después en dirección y
- La convolución de un filtro de tamaño L consigo mismo produce uno de tamaño $2L$:

$$f_2(x) \otimes f_2(x) = f_4(x)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Los filtros binomiales en 2D se obtienen como:

$$\left[f_L(x) \right]^{T} \times \left[f_L(x) \right]$$

Ejemplo:

Si L = 2, entonces:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Para no alterar la luminancia en la imagen, debido a la suma, se normalizan los filtros:

$$f_2(x,y) = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

A continuación se muestran los resultados de aplicar un filtro suavizador binomial a una imagen con ruido, y un comparativo de rendimiento con el filtro promedio.

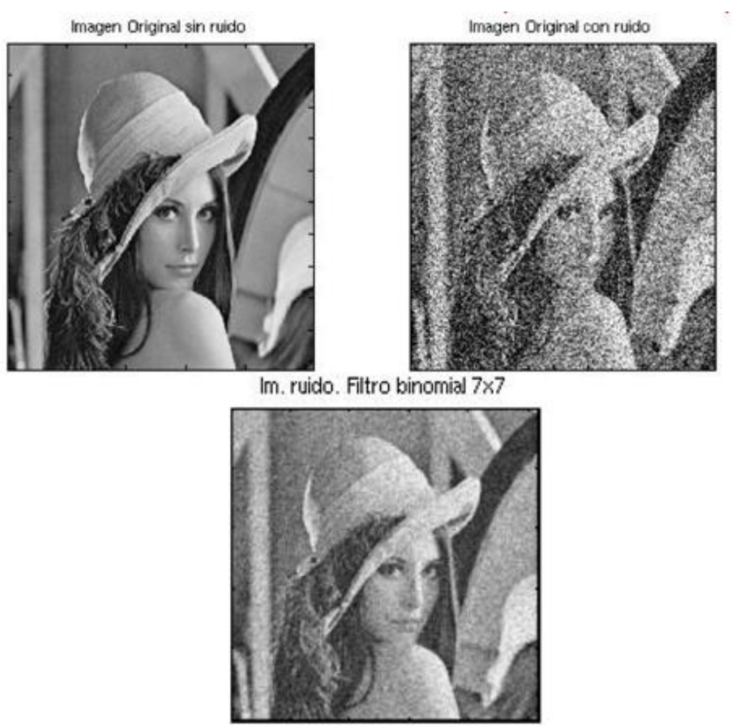


Fig. 4.15 Funcionamiento del filtro suavizador binomial para eliminar ruido Gaussiano

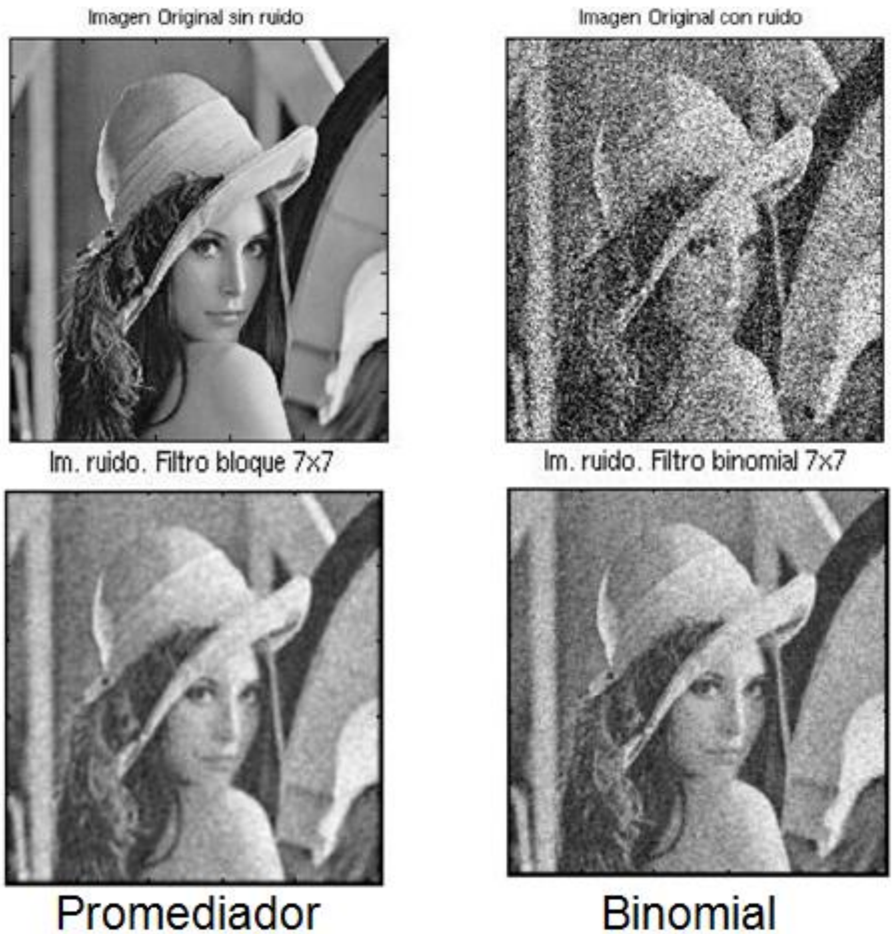


Fig. 4.16 Funcionamiento del filtro promedio y suavizador binomial para eliminar ruido Gaussiano

Referencias

[1] http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/conv2.html