Mejoramiento de la Nitidez

4.2 Aclaración de imágenes usando filtrado paso alta

4.2.1 Operador Laplaciano

Las derivadas de primer y segundo orden en una imagen pueden aclarar la misma resaltando los bordes dentro de ella.

¿Por qué la operación derivada sirve para aclarar una imagen?

Para simplificar la explicación, consideraremos en principio el caso en 1D.

Una señal se puede representar mediante:

1. Un rango de intensidad constante.
2. Un punto de transición de intensidad.
3. Por una rampa (cambios constantes de la intensidad)
4. Por un escalón (cambio drástico de intensidad)

Por ejemplo, se tiene a siguiente señal en 1D:

6	**6**	**6**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**

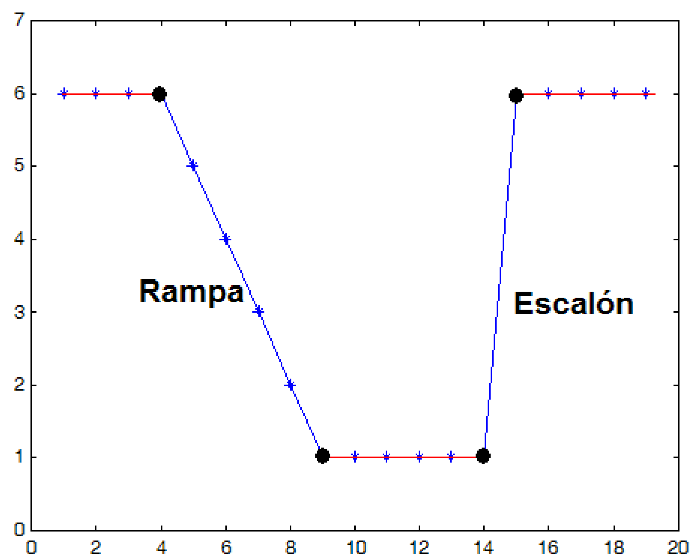

Fig. 4.29 Señal en 1D

Ahora se aplica la primera derivada a esta señal. Para ello, una definición básica de la derivada de primer orden para una señal 1D se puede expresar como:

$$\frac{df}{dx} = f(x+1) - f(x) \qquad (4.15)$$

De este modo, aplicando la primera derivada a la señal 1D se tiene:

6	6	6	6	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6
Primera derivada	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	

La definición de la derivada de segundo orden para una señal 1D es:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x) \qquad (4.16)$$

Aplicando la segunda derivada a la señal 1D se tiene:

6	6	6	6	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6
1ra derivada	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	
2da derivada	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5	-5	0	0	0	

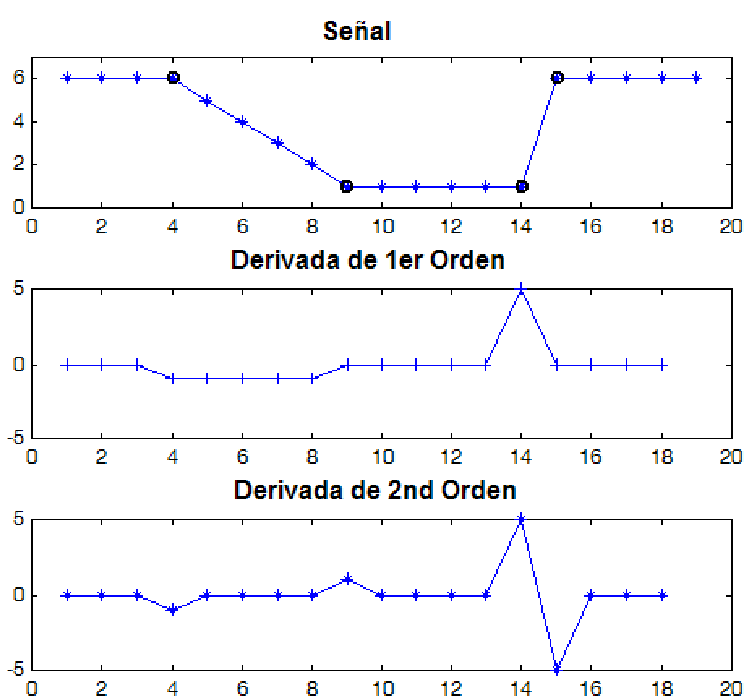

Fig. 4.30 Señal de entrada, la señal derivada en primer orden y la señal derivada en segundo orden.

Como se puede observar en la Fig. 4.30, los valores no ceros de la segunda derivada coinciden con los puntos de transición de intensidad de la señal de entrada. Si se realiza la siguiente operación de la ecuación 4.17, se puede obtener una señal con puntos de transición enfatizados, como se muestra en la Fig. 4.31.

$$g(x) = f(x) - 0.2 * \frac{d^2 f}{dx^2} \tag{4.17}$$

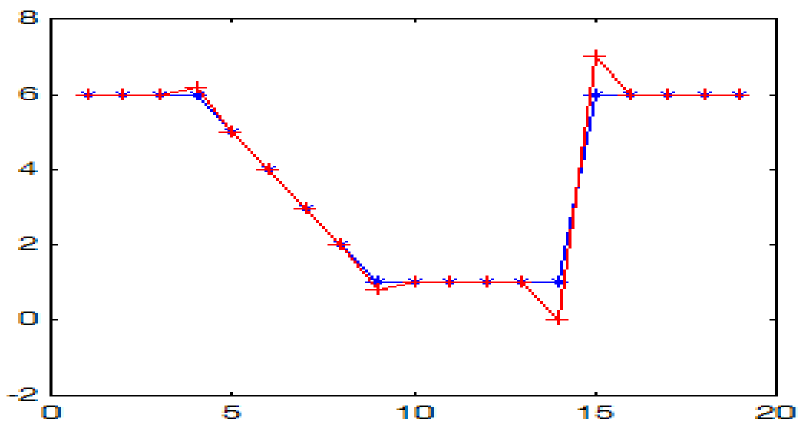

Fig. 4.31 Señal con puntos de transición enfatizados

Los puntos de transición de intensidad en una imagen representan discontinuidades, es decir, los bordes. La dirección que se debe analizar con las discontinuidades tiene que contemplar ambas direcciones.

Un operador llamado ***operador Laplaciano*** está basado en la segunda derivada y contempla ambas direcciones.

Operador Laplaciano : **Esta basado en segunda derivada**
Ambas direcciones (dirección- x, dirección-y)

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \tag{4.18}$$

Donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y) \end{aligned} \tag{4.19}$$

Substituyendo ec. (4.19) en la ec. (4.18), obtenemos

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y) \tag{4.20}$$

La ec. (4.19) equivale a aplicar un filtro de tamaño 3x3 en forma de la ec. (4.20) a la imagen.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

El operador Laplaciano original (**letra A**) no analiza discontinuidades en las direcciones diagonales. Se pueden incorporar las direcciones diagonales en la definición del Laplaciano, sumando dos términos más uno para cada dirección. Como cada término diagonal también contiene un $-2f(x,y)$, la forma total de términos diferenciables será: $-8f(x,y)$.

La máscara de este filtro es la de **letra C**, que da un resultado isotrópico para rotaciones con incrementos de 45°.

Los siguientes operadores son diferentes versiones del operador Laplaciano, dos de ellos (letras C y D) consideran la discontinuidad diagonal.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{C}=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{D}=\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

La figura 4.31 muestra resultados de filtraje usando los cuatros operadores Laplacianos.

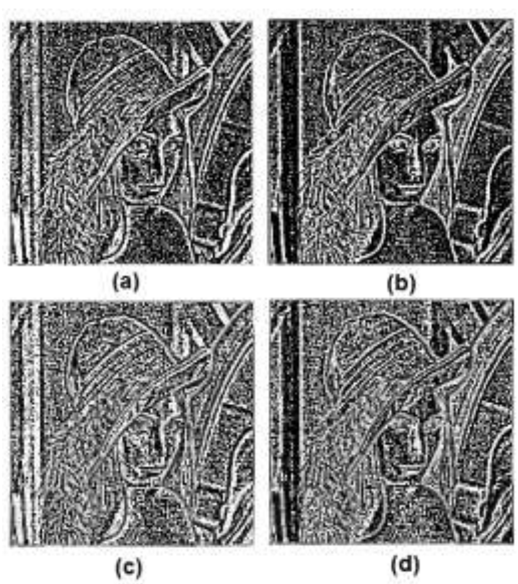

Fig. 4.32 Resultados de filtraje con operadores Laplacianos. (a) operador A, (b) operador B, (c) operador C y (d) operador D

Las dos máscaras denotadas con las ***letras B y D*** respectivamente, corresponden a la versión negativa de ***A y C***. Como tal, dan lugar a los mismos resultados pero diferentes en signo. Esta diferencia de signo debe ser considerada cuando se opere (a través de una suma o resta) una imagen filtrada con Laplaciano con otra imagen.

Usando el operador Laplaciano, se puede aclarar las imágenes tomando en cuenta la ec. 4.21.

$$g(x,y) = f(x,y) - c\nabla^2 f(x,y) \tag{4.21}$$

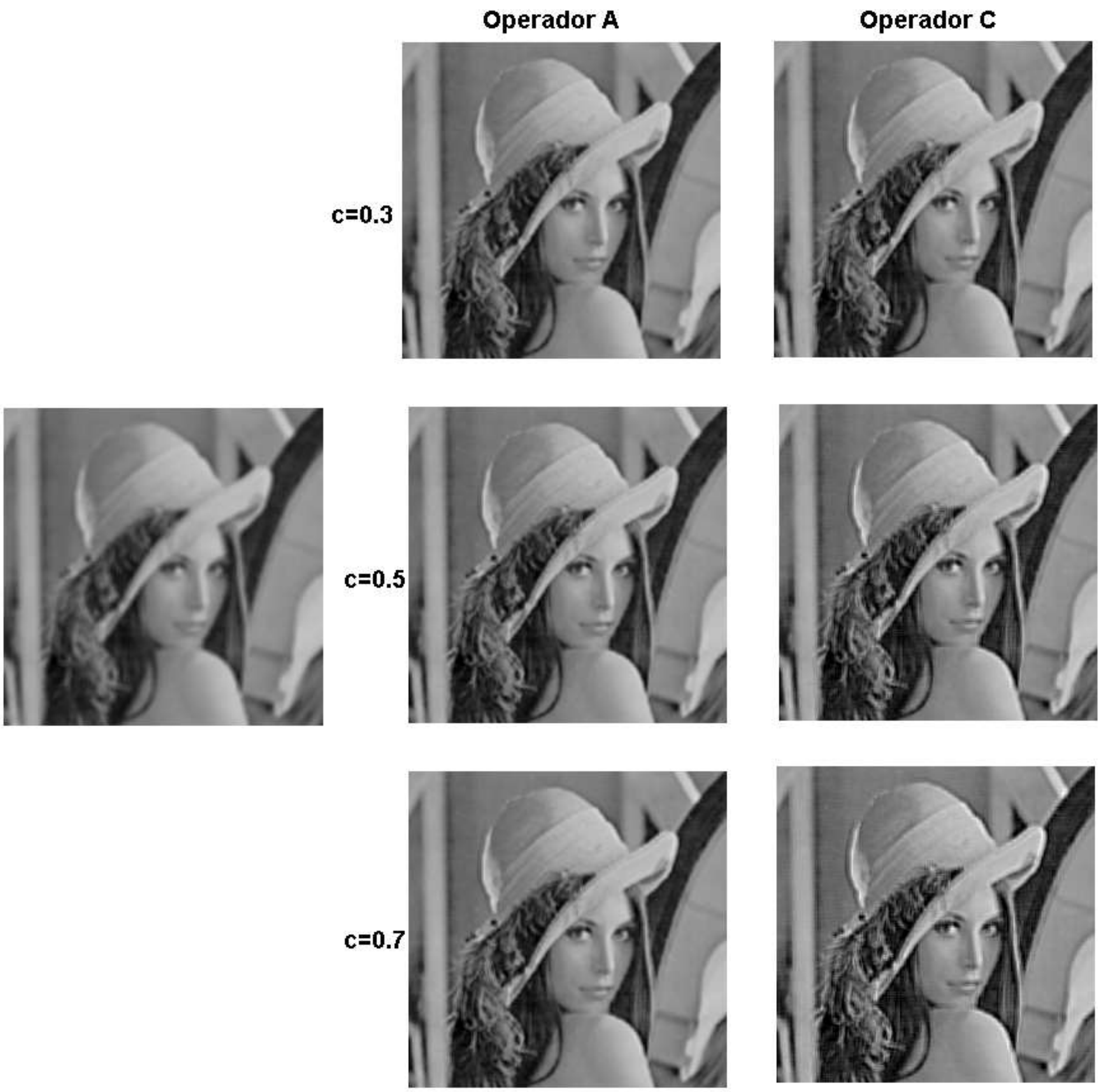

Fig. 4.33 Aclaración de imágenes

4.2.2 Enmascaramiento suavizado (Mascara "unsharp")

El método o proceso que han usado las compañías de impresión y publicidad para aclarar o "afilar" imágenes se llama ***enmascaramiento suavizado*** o ***mascara "unsharp"***, en el cual se resta la versión suavizada de una imagen borrosa (que se quiere aclarar) de la propia imagen.

El proceso de enmascaramiento suavizado contempla los siguientes pasos:

1. Suavizar la imagen (es decir, hacer borrosa la imagen)
2. Sustraer la imagen suavizada de la imagen original. La imagen resultante se llama máscara.
3. Agregar la máscara a la imagen original.

Considerando que $\overline{f}(x,y)$ es la versión suavizada de una imagen, el proceso de enmascaramiento suavizado se puede expresar como:

$$g_{mask}(x,y) = f(x,y) - \overline{f}(x,y) \qquad (4.22)$$

El enmascaramiento g_{mask} se agrega a la imagen original de la siguiente forma:

$$g(x,y) = f(x,y) + k \times g_{mask}(x,y) \qquad (4.23)$$

donde ***k*** es un peso.

Cuando ***k***=1, se realiza enmascaramiento suavizado.
Cuando ***k***>1, el proceso se refiere a un filtraje de tipo "high-boost" (levantar, aumentar)
Cuando ***k***<1, el efecto de enmascaramiento suavizado disminuye.

- ***k***=1 Enmascaramiento suavizado
- ***k***>1 High-boost (levantar, realzar)
- ***k***<1 Disminuye el efecto de enmascaramiento suavizado

La siguiente figura muestra una ilustración de operación de enmascaramiento suavizado en una señal 1D.

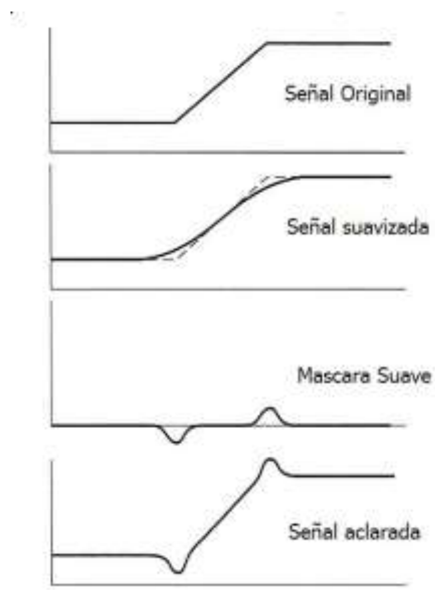

Figura 4.34 Enmascaramiento suavizado

La Figura 4.35 muestra un ejemplo del proceso de enmascaramiento suavizado.

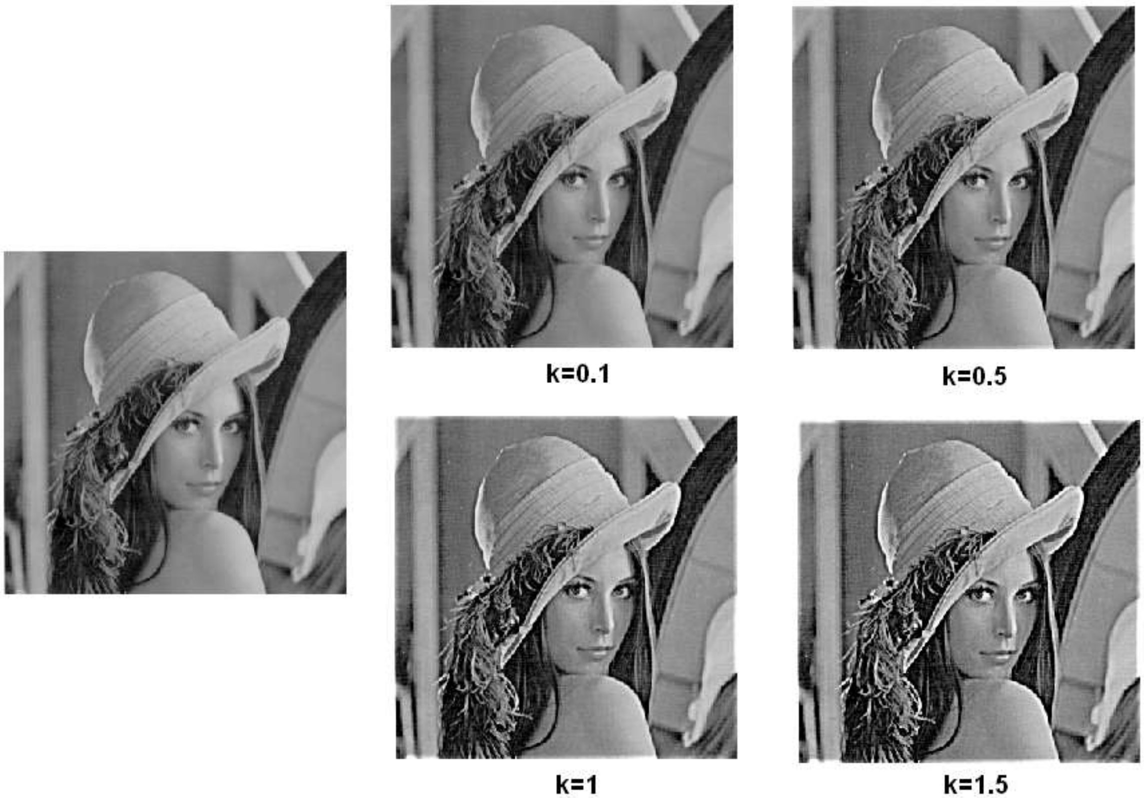

Fig. 4.35 Resultados de enmascaramiento suavizado con diferentes valores de ***k***.

4.2.3 Gradiente

Para una función $f(x,y)$, el gradiente de f en la coordenada (x,y) se define como

$$\nabla f \equiv grad(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

El gradiente muestra es un vector que apunta a una dirección que tenga mayor cambio.

La magnitud del vector ∇f se expresa como:

$$M(x,y) = mag(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \tag{4.25}$$

M(x,y) es el valor del vector de gradiente y tiene el mismo tamaño que la imagen. Esto se llama imagen de gradiente.

La magnitud mostrada en la ec. (4.25) es invariante en rotación (es decir, tiene propiedad de isotropía).

En algunas aplicaciones, resulta más conveniente usar la siguiente ecuación en lugar de la ec. (4.25) por razones de costo computacional.

$$M(x,y) \approx |g_x| + |g_y| \tag{4.26}$$

donde $g_x = \frac{\partial f}{\partial x}$, $g_y = \frac{\partial f}{\partial y}$

Esta expresión conserva el cambio relativo de intensidad de la imagen, sin embargo se pierde la propiedad de isotropía.

Considerando una ventana de 3x3:

Z1	Z2	Z3
Z4	Z5	Z6
Z7	Z8	Z9

A continuación se muestran 3 operadores basados en el gradiente:

a) **Aproximación más simple de gradiente** g_x, g_y

$$\begin{aligned} g_x &= (z_8 - z_5) \text{ y } g_y = (z_6 - z_5) \\ M(x,y) &= \left[(z_8 - z_5)^2 + (z_6 - z_5)^2 \right] \\ M(x,y) &\approx |z_8 - z_5| + |z_6 - z_5| \end{aligned} \tag{4.27}$$

Los operadores resultantes son $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

b) **Diferencia cruzada (Operador Robert). Robert cross-gradient operators**

$$\begin{aligned} g_x &= (z_9 - z_5) \text{ y } g_y = (z_8 - z_6) \\ M(x,y) &= \left[(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2 \right] \\ M(x,y) &\approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6| \end{aligned} \tag{4.28}$$

Los operadores Robert son: $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

c) **Aproximación usando ventana de 3x3 (Operador Sobel)**

$$
\begin{aligned}
g_x &= \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3) \\
g_y &= \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7) \\
M(x,y) &\approx \left|(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)\right| \\
&\quad + \left|(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)\right|
\end{aligned} \tag{4.29}
$$

Esta aproximación es equivalente a la aplicación de las siguientes matrices:

$$
\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Este operador se llama ***"Operador Sobel"*** que es usado para detección de bordes.

Los resultados de ***imagen de gradiente*** usando diferentes operadores son mostrados en las figuras 4.36- 4.38.

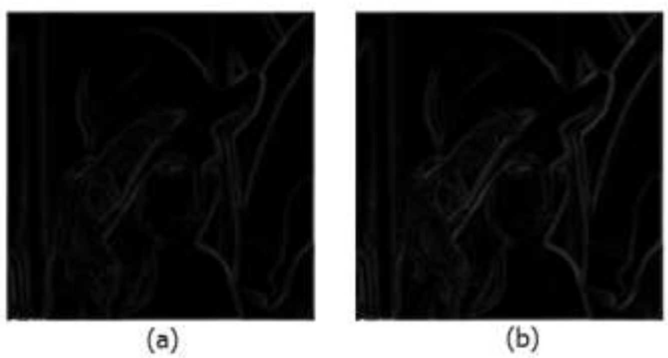

Fig. 4.36 Imagen de gradiente usando ***gradiente normal***. (a) Cálculo de raíz cuadrada, (b) Cálculo de valor absoluto.

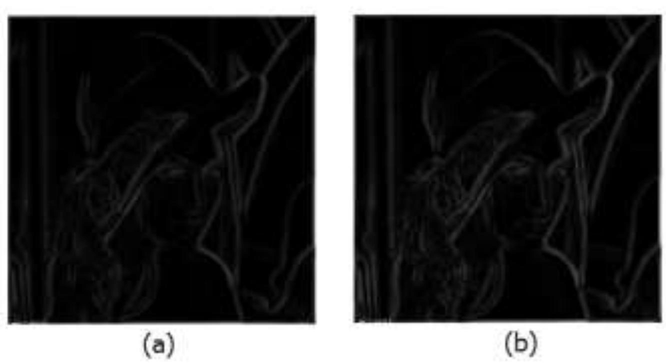

Fig. 4.36 Imagen de gradiente usando ***operador Robert*** (a) Cálculo de raíz cuadrada, (b) Cálculo de valor absoluto.

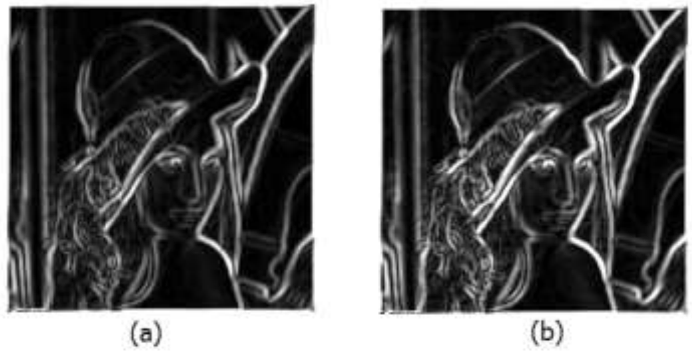

Fig. 4.37 Imagen de gradiente usando ***operador Sobel*** (a) Cálculo de raíz cuadrada, (b) Cálculo de valor absoluto.

La aplicación del gradiente para aclaración de imágenes está dada por:

$$\hat{f}(x,y) = f(x,y) + k \times (g_x(x,y) + g_y(x,y)) \tag{4.30}$$

Donde ***k*** es un factor que define el grado de aclaración en la imagen. Cuando $k \geq 1$ se produce una distorsión visible en la imagen.

Los resultados de aclaración de imágenes usando el gradiente se muestran en las Figuras 4.38-4.40.

Fig. 4.38 Aclaración de imagen usando ***gradiente normal***. (a) Imagen borrosa, (b) Imagen aclarada usando gradiente normal.

(a) (b)

Fig. 4.39 Aclaración de imagen usando ***operador Robert***. (a) Imagen borrosa, (b) Imagen aclarada usando operador Robert.

(a) (b)

Fig. 4.39 Aclaración de imagen usando ***operador Sobel***. (a) Imagen borrosa, (b) Imagen aclarada usando operador Sobel.