1,35
99

Ejercicios - Semana 3 y 4

Ejercicios
Sistemas de ecuaciones con solución única.

$$\begin{aligned}
x_1+x_2-x_3+x_4+x_5&=10\\
-2x_1+x_2+x_4-x_5&=7\\
x_1+x_2+x_3+x_4&=9\\
4x_1-x_2+x_3-x_5&=7\\
x_2+x_3-x_4-x_5&=10
\end{aligned}
\longleftrightarrow
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&1&10\\
-2&1&0&1&-1&7\\
1&1&1&1&0&9\\
4&-1&1&0&-1&7\\
0&1&1&-1&-1&10
\end{array}\right)
\xrightarrow[\substack{F_1-F_3\to F_3\\4F_1-F_4\to F_4}]{2F_1+F_2\to F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&1&10\\
0&3&-2&3&1&27\\
0&0&-2&0&1&1\\
0&5&-5&4&5&33\\
0&1&1&-1&-1&10
\end{array}\right)
\xrightarrow[3F_5-F_2\to F_5]{-3F_4+5F_2\to F_4}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&1&10\\
0&3&-2&3&1&27\\
0&0&-2&0&1&1\\
0&0&5&3&-10&36\\
0&0&5&-6&-4&3
\end{array}\right)
\xrightarrow[2F_5+5F_3\to F_5]{2F_4+5F_3\to F_4}$$

$\to 2$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&1&10\\
0&3&-2&3&1&27\\
0&0&-2&0&1&1\\
0&0&0&6&-15&77\\
0&0&0&-12&-31&11
\end{array}\right)
\xrightarrow{2F_4+F_5\to F_5}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&1&10\\
0&3&-2&3&1&27\\
0&0&-2&0&1&1\\
0&0&0&6&-15&77\\
0&0&0&0&-33&165
\end{array}\right)
\xrightarrow{\frac{F_5}{-33}}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&1&10\\
0&3&-2&3&1&27\\
0&0&-2&0&1&1\\
0&0&0&6&-15&77\\
0&0&0&0&1&-5
\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\substack{F_2-F_5\to F_2\\F_1-F_5\to F_1}]{\substack{15F_5+F_4\to F_4\\F_3-F_5\to F_3}}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&0&15\\
0&3&-2&3&0&22\\
0&0&-2&0&0&6\\
0&0&0&6&0&2\\
0&0&0&0&1&-5
\end{array}\right)
\xrightarrow[\frac{F_4}{-2}]{\frac{F_3}{2}}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&1&-1&1&0&15\\
0&3&-2&3&0&22\\
0&0&-1&0&0&3\\
0&0&0&3&0&1\\
0&0&0&0&1&-5
\end{array}\right)
\xrightarrow[3F_1-F_4\to F_1]{F_2-F_4\to F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}
3&3&3&0&0&44\\
0&3&-2&0&0&21\\
0&0&-1&0&0&3\\
0&0&0&3&0&1\\
0&0&0&0&1&-5
\end{array}\right)
\xrightarrow[F_1+3F_3\to F_1]{-2F_3+F_2\to F_2}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
3&3&0&0&0&35\\
0&3&0&0&0&25\\
0&0&-1&0&0&3\\
0&0&0&3&0&1\\
0&0&0&0&1&5
\end{array}\right)
\xrightarrow{F_1-F_2\to F_1}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}
3&0&0&0&0&10\\
0&3&0&0&0&25\\
0&0&-1&0&0&3\\
0&0&0&3&0&1\\
0&0&0&0&1&5
\end{array}\right)
\xrightarrow[\frac{F_2}{3}\ \frac{F_4}{3}]{\frac{F_1}{3}\ \frac{F_3}{-1}}
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1&0&0&0&0&\frac{10}{3}\\
0&1&0&0&0&\frac{25}{3}\\
0&0&1&0&0&-3\\
0&0&0&1&0&\frac{1}{3}\\
0&0&0&0&1&5
\end{array}\right)$$

$\therefore$ $x_1=10/3$

$x_2=25/3$

$x_3=-3$

$x_4=-1/3$

$x_5=-5$ //

$$\begin{array}{cccccc} u & v & w & x & y & z \end{array}$$

$$6x_1-3x_2+6x_3-4x_4+5x_5-x_6=19$$
$$4x_1-x_2+x_3-x_4+6x_5+x_6=20$$
$$x_1+x_3-x_4+x_6=12$$
$$-x_1+x_2+x_5-10x_6=-14$$
$$x_1+x_2+4x_3-x_4+5x_6=9$$
$$x_1-x_3-x_5-x_6=25$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccccc|c} 6 & -3 & 6 & -4 & 5 & -1 & 19 \\ 4 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 20 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 12 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -10 & -14 \\ 1 & 1 & 4 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 25 \end{array}\right) \xrightarrow{F_5 \leftrightarrow F_1}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 4 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 4 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 20 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 12 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -10 & -14 \\ 6 & -3 & 6 & -4 & 5 & -1 & 19 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 25 \end{array}\right) \begin{array}{l} 4F_1-F_2 \to F_2 \\ F_1-F_3 \to F_3 \\ \longrightarrow \\ F_1+F_4 \to F_4 \\ 6F_1-F_5 \to F_5 \\ F_1-F_6 \to F_6 \end{array} \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 15 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 4 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & +1 & -1 & +5 & +5 \\ 0 & 9 & 18 & -2 & -5 & 31 & 35 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 1 & 6 & -16 \end{array}\right) \begin{array}{l} 5F_3-F_2 \to F_3 \\ \longrightarrow \\ 2F_2-5F_4 \to F_4 \\ 9F_2-5F_5 \to F_5 \\ F_2-5F_6 \to F_6 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -6 & -1 & +31 \\ 0 & 0 & -10 & +1 & +17 & -63 & -57 \\ 0 & 0 & 45 & -17 & -29 & 16 & -31 \\ 0 & 0 & -10 & 2 & -11 & -11 & 96 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_4} \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & 17 & -63 & -57 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -6 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 45 & -17 & 29 & 16 & -31 \\ 0 & 0 & -10 & 2 & -11 & -11 & 96 \end{array}\right) \begin{array}{l} -10F_5+45F_3 \to F_5 \\ \longrightarrow \\ F_6-F_3 \to F_6 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & 17 & -63 & -57 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -6 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 0 & -125 & 1055 & -1135 & -2875 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 & -10 & 153 \end{array}\right) \xrightarrow{-1F_5/5 \to F_5} \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & 17 & -63 & -57 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -6 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 0 & -25 & 211 & -235 & 575 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 & -10 & 153 \end{array}\right) \begin{array}{l} -25F_4+3F_5 \to F_5 \\ \longrightarrow \\ 3F_6+F_4 \to F_6 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & 17 & -63 & -57 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -6 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 0 & -0 & 783 & -1580 & 950 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -21 & -31 & 887 \end{array}\right) \xrightarrow{783F_6+21F_5 \to F_5} \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & -3 & -6 & 19 & 16 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & 17 & -63 & -57 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -6 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 783 & -1580 & 950 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -57453 & 714471 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow x_6 = -\frac{714471}{+57453} = -7.62 \longrightarrow$$

Despejando las demás variables

$x_1 = 38.92$ $\quad x_4 = 29.33$

$x_2 = 12.43$ $\quad x_5 = -18.56$ //

$x_3 = 25.06$

a) $x_1 + x_2 - x_3 = 10$
$-4x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$
$-3x_1 + 3x_2 + 0x_3 = 15$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 10 \\ -4 & 2 & 1 & 6 \\ -3 & 3 & 0 & 15 \end{array}\right) \xrightarrow[F_2 \leftrightarrow F_3]{F_3/3 \to F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 10 \\ -1 & 1 & 0 & 5 \\ -4 & 2 & 1 & 5 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[4F_1 + F_3 \to F_3]{F_1 + F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 10 \\ 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & 6 & -3 & 45 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3/3 \to F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & 2 & -1 & 15 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - F_3 \to F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_1 + F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 25 \\ 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{3F_2 - 2F_1 \to F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_2/2 \to F_2]{F_1/2 \to F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{15}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow x_1 = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\lambda_1$
$x_2 = \frac{15}{2} + \frac{1}{2}\lambda_1$
$x_3 = \lambda_1$ //

b) $x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 8$
$2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 12$
$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 24$
$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 36$

$$\xleftrightarrow{F_3/3 \to F_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 8 \\ 5 & 2 & 2 & -2 & 36 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 - F_3 \to F_3}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 2 & -2 & 36 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 12 \\ 5 & 2 & 2 & -2 & 36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[5F_1 - F_3 \to F_3]{2F_1 - F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & 3 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_2 - F_3 \to F_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & 3 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{3F_1 - F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 3 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow x_1 = \frac{20}{3}$, $x_3 = \lambda_1$, $x_4 = \lambda_2$, $x_2 = 4/3 - \lambda_1 + \lambda_2$ //

un departamento de pezca y caza del estado proporciona 3 tipos de comida a un lago que alberga a 3 especies de peces. Cada pez de la especie 1 consume cada semana 1 unidad del alimento 1, 1u del alimento 2 y 2u del alimento 3. Cada pez de la especie 2 consume c/semana 3 unidades del alimento 1, 4 del 2 y 5 del 3. Para un pez de la especie 3, consume 2u del 1, 1 del 2 y 5 del 3. Cada semana se proporciona al lago 25,000u del alimento 1, 20,000u del alimento 2 y 55000 del 3. Si suponemos que se comen todo el alimento ¿cuantos peces de c/ especie pueden coexistir en el lago?

Sea x_1 = especie 1, x_2 = especie 2, x_3 = especie 3

$$\begin{cases} \overset{x}{x_1} + 3\overset{y}{x_2} + 2\overset{z}{x_3} = 25{,}000 \quad \text{---} \; i) \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 2900 \quad \text{---} \; ii) \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 55{,}000 \quad \text{---} \; iii) \end{cases}$$

utilizando el programita, tenemos:

$x_1 = 40{,}000 - 5\lambda_1$ | ∴ Si coexisten significa que almenos
$x_2 = -5{,}000 + \lambda_1$ | hay 1 pez de c/ especie en el estanque,
$x_3 = \lambda_1$ | entonces: $x_1, x_2, x_3 \neq 0$

$\therefore 5000 < x_3 < 8000$ //

*Suponga que se suministran 15000u del alimento 1, 10,000u del 2 y 35,000 del 3. Suponga que todo el alimento se consume. ¿Qué población de las 3 especies puede coexistir en el lago? ¿Existe una unica solución?

Modificamos el sistema a:

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 15{,}000$$
$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 10{,}000$$
$$2x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 35{,}000$$

utilizando el programita:

$$x_1 = 30{,}000 - 5\lambda_1$$
$$x_2 = -5000 + \lambda_1$$
$$x_3 = \lambda_1$$

Entonces $\lambda_1 = x_3 \in (5{,}000, 6{,}000)$ //

Modelo de leontief. Suponga que las demandas externas en un sistema económico con tres industrias son 10, 25, 20 respectivamente. Suponga que $a_{11} = 0.2$, $a_{12} = 0.5$, $a_{13} = 0.15$, $a_{21} = 0.4$, $a_{22} = 0.1$, $a_{23} = 0.3$, $a_{31} = 0.25$, $a_{32} = 0.5$, $a_{33} = 0.15$. Encuentre la producción de las industrias de manera que la oferta sea igual a la demanda

Tenemos entonces:

$$0.2x_1 + 0.5x_2 + 0.15x_3 + 10 = x_1$$
$$0.4x_1 + 0.1x_2 + 0.3x_3 + 25 = x_2$$
$$0.25x_1 + 0.5x_2 + 0.15x_3 + 20 = x_3$$

Simplificando el sistema

$$-0.8x_1 + 0.5x_2 + 0.15x_3 = -10$$
$$0.4x_1 - 0.9x_2 + 0.3x_3 = -25$$
$$0.25x_1 + 0.5x_2 - 0.85x_3 = -20$$

Resolviendo del programa:

$x_1 = 110.31$
$x_2 = 118.74$
$x_3 = 125.82$ //

* Suponga que se tienen 3 industrias. Suponga $e_1 = 10$, $e_2 = 15$, $e_3 = 30$, $a_{11} = 1/3 = 0.33333$, $a_{12} = 1/2 = 0.5$, $a_{13} = 1/6$, $a_{21} = 1/4$, $a_{22} = 1/4$, $a_{23} = 1/8$, $a_{31} = 1/12$, $a_{32} = 1/3$ y $a_{33} = 1/6$. Encuentre la producción de c/industria tal que la oferta sea igual a la demanda

$$\tfrac{1}{3}x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{6}x_3 + 10 = x_1$$
$$\tfrac{1}{4}x_1 + \tfrac{1}{4}x_2 + \tfrac{1}{8}x_3 + 15 = x_2$$
$$\tfrac{1}{12}x_1 + \tfrac{1}{3}x_2 + \tfrac{1}{6}x_3 + 30 = x_3$$

Simplificando el sistema

$$-\tfrac{2}{3}x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{6}x_3 = -10$$
$$\tfrac{1}{4}x_1 - \tfrac{3}{4}x_2 + \tfrac{1}{8}x_3 = -15$$
$$\tfrac{1}{12}x_1 + \tfrac{1}{3}x_2 - \tfrac{5}{6}x_3 = -30$$

Pasándolo a decimales:

$$\begin{cases} -0.66666x_1 + 0.5x_2 + 0.16666x_3 = -10 \\ 0.25x_1 - 0.75x_2 + 0.125x_3 = -15 \\ 0.08333x_1 + 0.33333x_2 - 0.83333x_3 = -30 \end{cases}$$

→ utilizando el programita para resolver

$x_1 = 72.65$
$x_2 = 55.10$
$x_3 = 65.31$ //

- Problemas de aplicación

Un viajero que acaba de regresar de Europa gastó ₵30 diarios en Inglaterra, ₵20 diarios en Francia y ₵20 diarios en España por concepto de hospedaje. ₵20 en Inglaterra, ₵30 en Francia, ₵20 en España por comida y ₵10 en gastos adicionales en el país. Los registros del viajero indican que gastó ₵340 de hospedaje, ₵320 en comida y ₵140 en gastos adicionales. Calcular el número de días que pasó el viajero en el país

Sea:

i = Inglaterra, f = Francia y e = España

$$\begin{cases} 30i + 20f + 20e = 340 \text{ — i)} \\ 20i + 30f + 20e = 340 \text{ — ii)} \\ 10i + 10f + 10e = 140 \text{ — iii)} \end{cases}$$

Solución

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 30 & 20 & 20 & 340 \\ 20 & 30 & 20 & 320 \\ 10 & 10 & 10 & 140 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{F_2/10 \to F_2 \\ F_3/10 \to F_3}]{\frac{F_1}{10} \to F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & 34 \\ 2 & 3 & 2 & 32 \\ 1 & 1 & 1 & 14 \end{array}\right) \xleftrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 14 \\ 2 & 3 & 2 & 32 \\ 3 & 2 & 2 & 34 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[-3F_1 + F_3 \to F_3]{-2F_1 + F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -1 & -8 \end{array}\right) \xrightarrow{-F_3 \to F_3} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \end{array}\right) \xrightarrow{-2F_2 + F_3 \to F_3} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_3 \to F_1 \to F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 6 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 - F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

∴ 6 días en Inglaterra
4 días en Francia
4 días en España //

Un inversionista le afirma a su corredor de bolsa que todas sus acciones son de 3 compañías: Delta Airlines, Hilston Hotels y Mc Donalds y que hace 2 días su valor bajó a $350, pero ayer aumentó $600. El corredor sabe que hace dos días las acciones de D-A bajaron $1 por acción, H-H bajó $1.5 y McD. subió $0.5. También sabe que ayer el precio de D-Ai subió $1.5, Hilton bajó $0.5 y McD subió $1 ¿Cuántas acciones tiene el inversionista? Puede tener 200 acciones de McD? Si es el caso ¿Cuántas acciones tendría de las otras?

x_1 - DAi, x_2 = HH, x_3 = McD

$$\begin{cases} -x_1 - 1.5x_2 + 0.5x_3 = -350 \text{ — i)} \\ 1,5 - 0,5x_2 + x_3 = 600 \text{ — ii)} \end{cases}$$

usando el programita, tenemos:

$x_1 = 390.90 - 0.45\lambda_1$ Donde $\lambda_1 = x_3 =$ McDonalds
$x_2 = -27.27 + 0.64\lambda_1$

$\therefore$ Las acciones que tenga de DA y de HH dependen de las de McD //

Si tiene 200 de McD
$\Rightarrow x_1 = 390.90 - 0.45(200)$ $x_2 = -27.27 + 0.64(200)$
$x_1 = 300.9 \approx 300$ $x_2 = 100.73 \approx 100$

Entonces con: McD=200 $\rightarrow$ DAi = 30, HH = 100 //

Un agente secreto sabe que 60 equipos aereos que consisten en aviones de combate y bombarderos, estan estaccionados en cierto campo secreto. El agente quiere determinar cuantos de los 60 equipos son aviones de combate y cuantos bombardero. Exist un tipo de cohete que lleva ambos aviones; el de combate lleva 6 de ellos y el bombardero 2. El agente averigua que se requieren 250 cohetes para armar a todos los aviones del campo aereo. Aún mas escucha que se tienen el doble de aviones de combate que bombarderos en la base (es decir, el numero de aviones menos dos veces los bombardero es igual a 0). Calcular el numero de aviones de combate y bombardero en el campo áereo, o mueste que la información del agente debe ser incorrecta ya que es inconsistente.

a = aviones
b = bombardero

$$\begin{cases} a + b = 60 \\ 6a + 2b = 250 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \longleftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ 6 & 2 & 250 \\ 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2/2 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ 3 & 1 & 125 \\ 1 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[F_1 - F_3 \to F_3]{3F_1 - F_2 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ 0 & 2 & 55 \\ 0 & 3 & 60 \end{array}\right) \xrightarrow{3F_2 - 2F_3 \to F_3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ 0 & 2 & 55 \\ 0 & 0 & 45 \end{array}\right)$$

• observamos que $R(A^*) \neq R(A)$

$\Rightarrow$ El sistema no tiene solución
$\therefore$ Información inconsistente //

- Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones a la Ingeniería.

1.- Balancee la ecuación química para cada reacción

a) $x Fe S_2 + y O_2 \rightarrow z(Fe_2O_3) + t SO_2$ — i)

b) $CO_2 + H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + O_2$ — ii)

c) $C_7H_6O_2 + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$ — iii)

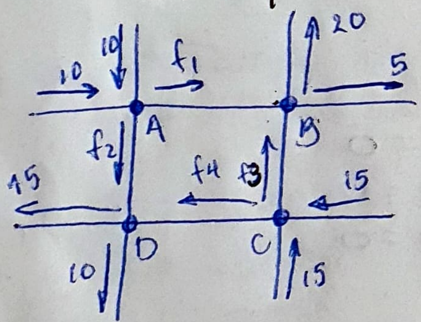
2.- En una ciudad se tiene el siguiente sentido y flujo de vehículos, los números representan la cantidad promedio por minuto que entran y salen.

a) Establezca un sistema para hallar los flujos posibles f_1, f_2, f_3, f_4

b) Si el tráfico se regula tal que $f_4 = 10$ ¿Cuáles serán los otros flujos promedio?

c) ¿Cuales son los flujos max y min?

d) ¿Qué pasaría si todas las direcciones se invirtieran?



i) Fe $\rightsquigarrow$ $x = 2z$

S $\rightsquigarrow$ $2x = t$

O $\rightsquigarrow$ $2y = 3z + 2t$

$$\longleftrightarrow \begin{cases} 0t + x + 0y - 2z = 0 & \text{— i)} \\ -t + 2x + 0y + 0z = 0 & \text{— ii)} \\ 2t + 0x - 2y + 3z = 0 & \text{— iii)} \end{cases}$$

Utilizando el programita tenemos que tiene soluciones infinitas, donde:

$x(FeS_2) + y(O_2) \rightarrow z(Fe_2O_3) + t(SO_2)$

$t = 4\lambda_1$ | Como $x, y, t, \lambda_1 \in \mathbb{N}$ proponemos λ_1 para dar una solución

$x = 2\lambda_1$ |

$y = 5.5\lambda_1$ | con $\lambda_1 = 2 = z$

$t = 8, x = 4, y = 11$

Ec Balanceada: $4(FeS_2) + 11O_2 \rightarrow 2(Fe_2O_3) + 8(SO_2)$ //

ii) $w(CO_2) + x(H_2O) \longrightarrow y(C_6H_{12}O_6) + z(O_2)$

$\Rightarrow$ $C \rightarrow w = 6y$

$O \rightarrow 2w + x = 6y + 2z \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} w + 0x - 6y + 0z = 0 & \text{— i)} \\ 2w + x - 6y - 2z = 0 & \text{— ii)} \\ 0w + 2x - 12y + 0z = 0 & \text{— iii)} \end{cases}$

$H \rightarrow 2x = 12y$

Con el programita, tenemos

$w = \lambda_1$ | sabemos que $w, x, y, z \in \mathbb{N}$, entonces hacemos

$x = \lambda_1$ |

$y = 0.16666\lambda_1$ | $1 = 0.16666\lambda_1 \longrightarrow \lambda_1 = 6$

$z = \lambda_1$ | $\Rightarrow w = 6, x = 6, y = 1, z = 6$

$\therefore$ La ec. balanceada: $6(CO_2) + 6(H_2O) \longrightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2$ //

iii) $w(C_7H_6O_2) + x(O_2) \longrightarrow y(H_2O) + z(CO_2)$

$C \rightarrow 7w = z$

$H \rightarrow 6w = 2y \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} 7w + 0x + 0y - z = 0 \\ 6w + 0x - 2y + 0z = 0 \\ 2w + 2x - y - 2z = 0 \end{cases}$

$O \rightarrow 2w + 2x = y + 2z$

utilizando el programita:

$w = 1/7\lambda_1$ | Entonces proponemos $\lambda_1 = 14$

$x = 15/14\lambda_1$ | $\Rightarrow w = 2$; $z = 14$

$y = 3/7\lambda_1$ | $x = 15$

$z = \lambda_1$ | $y = 6$

$\therefore$ Ec. balanceada:

$2(C_7H_6O_2) + 15O_2 \longrightarrow 6(H_2O) + 14O_2$ //

Prob 2

a) $f_1 + f_2 = 20$
$f_1 + f_3 = 25$
$f_3 + f_4 = 30$
$f_2 + f_4 = 25$

b) Con $f_4 = 10$
$f_1 + f_2 = 20$ — i)
$f_1 + f_3 = 25$ — ii)
$f_3 = 20$
$f_2 = 15$

Sust $f_2 = 15$ en i)
$f_1 = 5$

Sust $f_3 = 20$ en ii)
$f_1 = 5$

$\therefore f_1 = 5,\ f_2 = 15,\ f_3 = 20,\ f_4 = 10$ //

c) Sea $f_1 = w$, $f_2 = x$, $f_3 = y$, $f_4 = z$

$$\Rightarrow \begin{cases} w + x + 0y + 0z = 20 & \text{— i)} \\ w + 0x + y + 0z = 25 & \text{— ii)} \\ 0w + 0x + y + z = 30 & \text{— iii)} \\ 0w + x + 0y + z = 25 & \text{— iv)} \end{cases}$$

Utilizando el programita, tenemos que el sistema tiene una infinidad de soluciones.

$w = -5 + \lambda$
$x = 25 - \lambda$
$y = 30 - \lambda$
$z = \lambda$

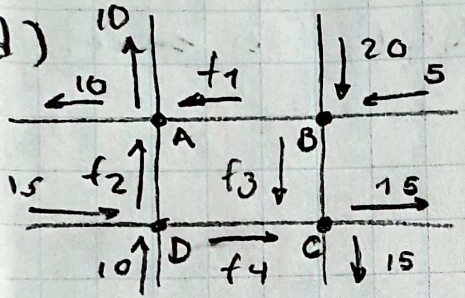
Para hallar el flujo mínimo en w, será cuando vale 0
$\therefore \lambda = 5$
- Al restarle la menor cantidad posible a x & y ($\lambda = 5$) tendremos su flujo max.

- Cuando λ vale lo menos posible, tendremos z min.

$\therefore$ Cuando $\lambda = 5 \rightarrow$
$w = f_1 = 0$ — w mín
$x = f_2 = 20$ — x máx
$y = f_3 = 25$ — y máx
$z = f_4 = 5$ — z mín //

- Para hallar $\lambda = z$ máx debemos asegurarnos que $w, x, y \in [0, \infty)$, por lo tanto λ puede valer máximo 25
- Con esta condicion podemos hallar x, y mín y w máx

$\Rightarrow$ Cuando $\lambda = 5$:
$w = f_1 = 20$ máx, $x = f_2 = 0$ mín, $y = f_3 = 5$ mín, $z = 25 = f_4$ máx //

d) 

$$f_1+f_2=20$$
$$f_1+f_3=25$$
$$f_3+f_4=30$$
$$f_2+f_4=25$$

Tenemos que el sistema se conserva porque seguimos aplicando:

$$\sum \text{Entradas} = \sum \text{salidas}.$$

Una bióloga colocó 3 cepas de bacterias (denominadas I, II, III) en un tubo de ensayo, donde se alimentaron de 3 alimentos (A, B, C). Cada día 2300 u de A, 800 u de B y 1500 u de C se colocaron en el tubo de ensayo y c/ bacteria consume cierto número de unidades de c/alimento por día, como se muestra en la tabla. ¿Cuántas bacterias de c/ cepa pueden coexistir en el tubo de ensayo y consumir todo el alimento?

	Bacteria I	Bacteria II	Bacteria III
Alimento A	2	2	4
Alimento B	1	2	0
Alimento C	1	3	1

Sea x_1 - Bacteria I
x_2 - Bacteria II
x_3 - Bacteria III

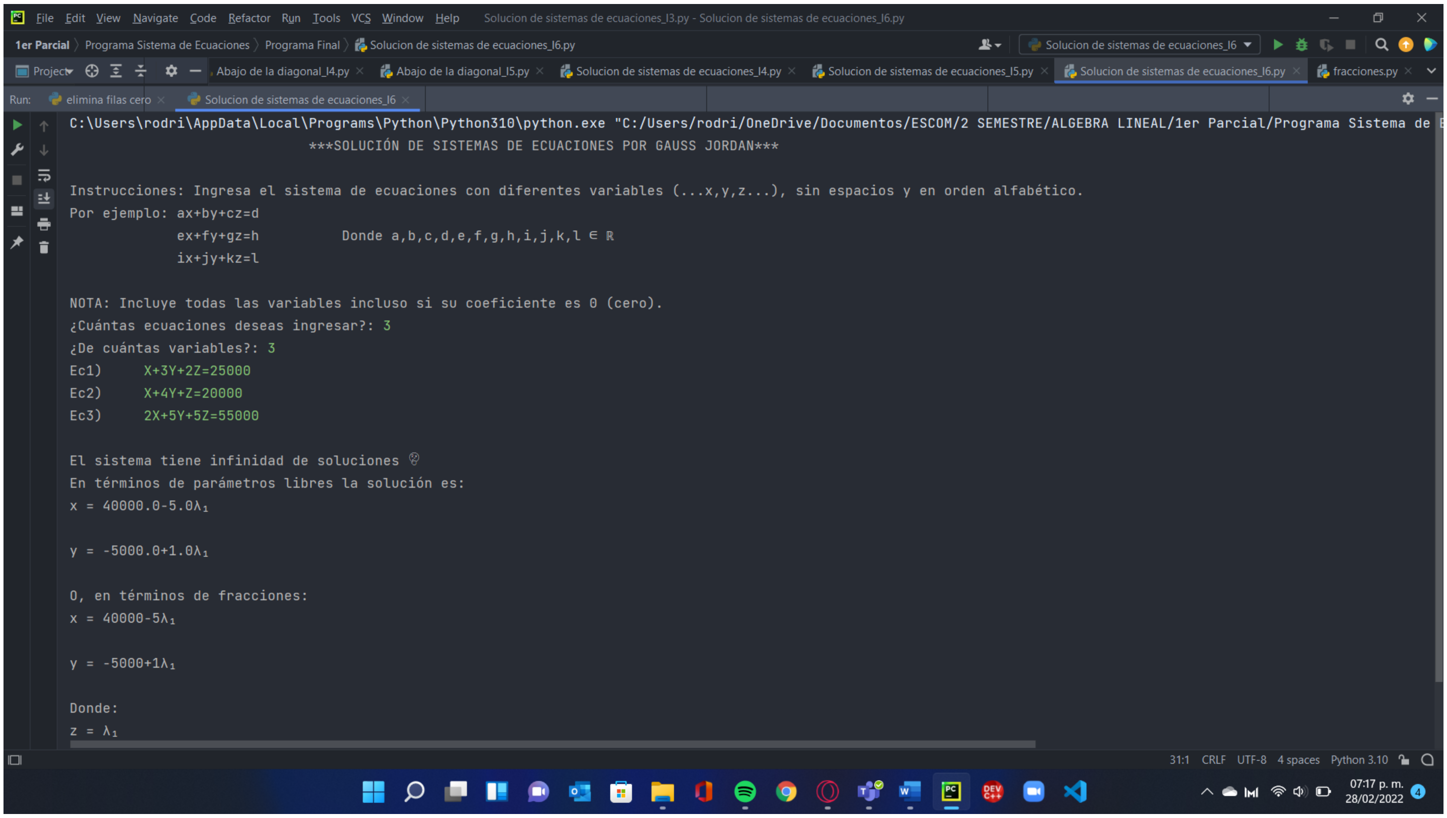
Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+4x_3=2300 & \text{— i)} \\ x_1+2x_2+0x_3=800 & \text{— ii)} \\ x_1+3x_2+x_3=1500 & \text{— iii)} \end{cases}$$

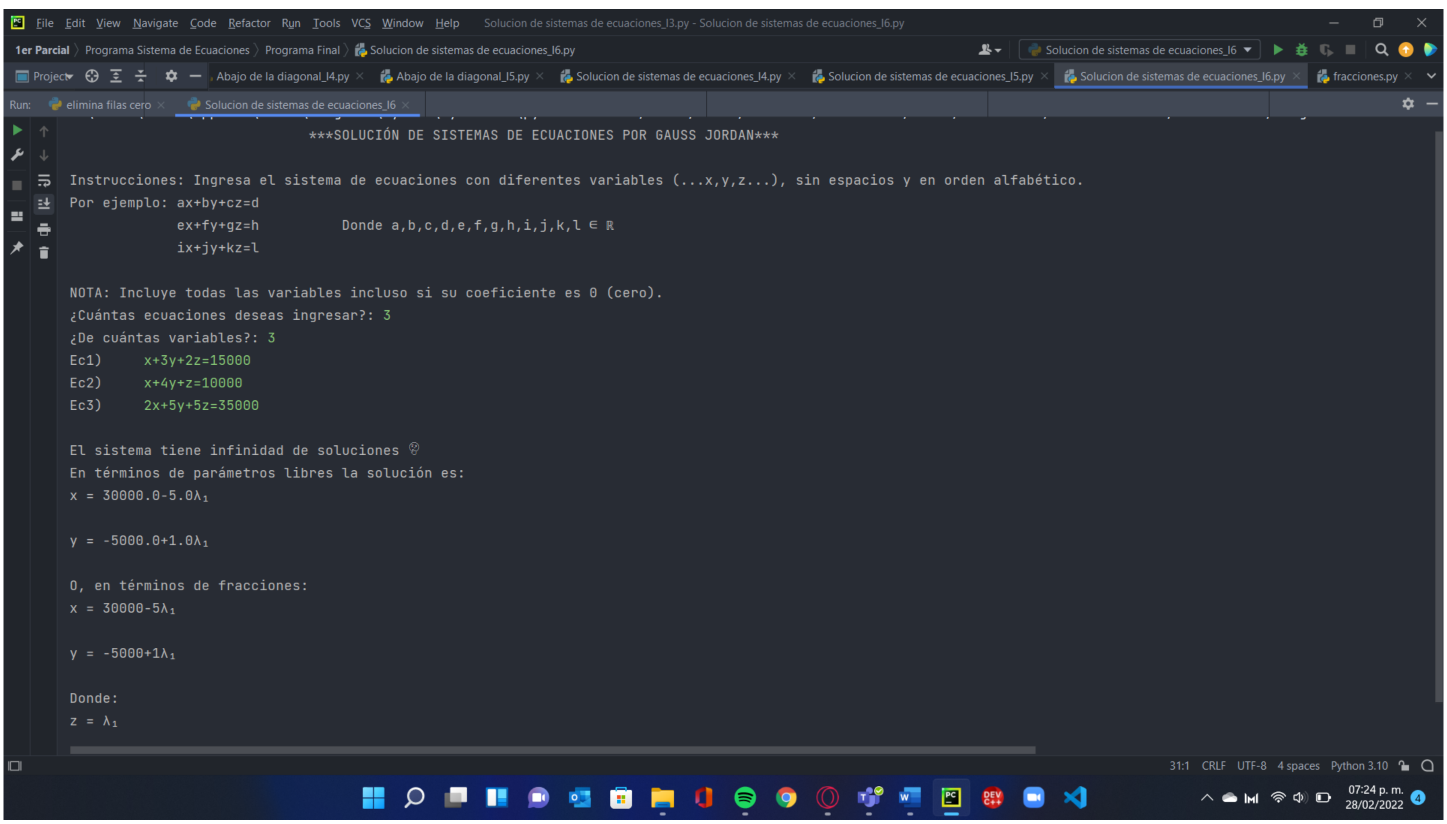
Utilizando el programita, tenemos

$x_1 = 100$ = Bacterias I
$x_2 = 350$ = Bacterias II
$x_3 = 350$ = Bacterias III //

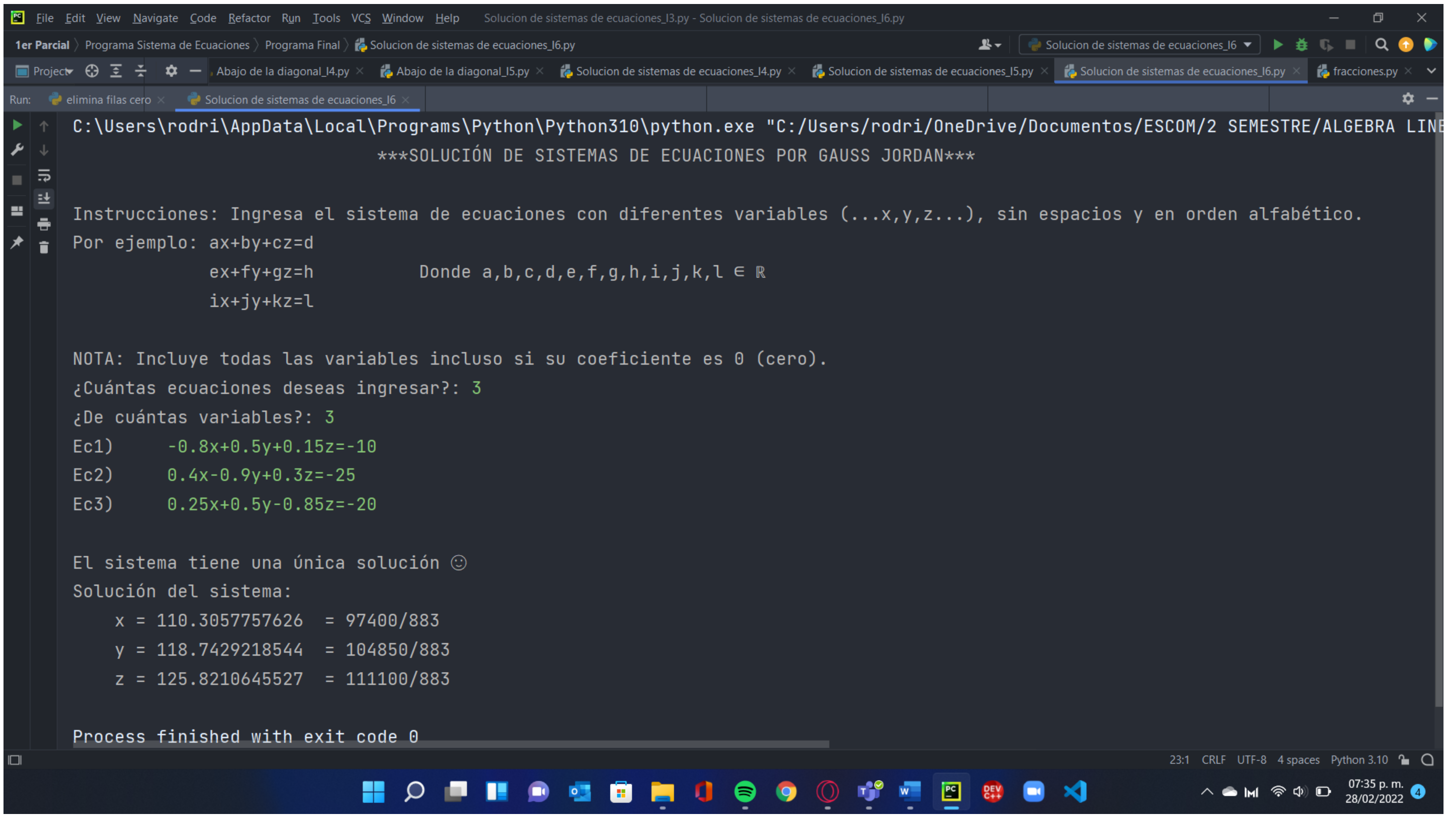
PROBLEMA DEL ALIMENTO A LOS PECES



Variante *

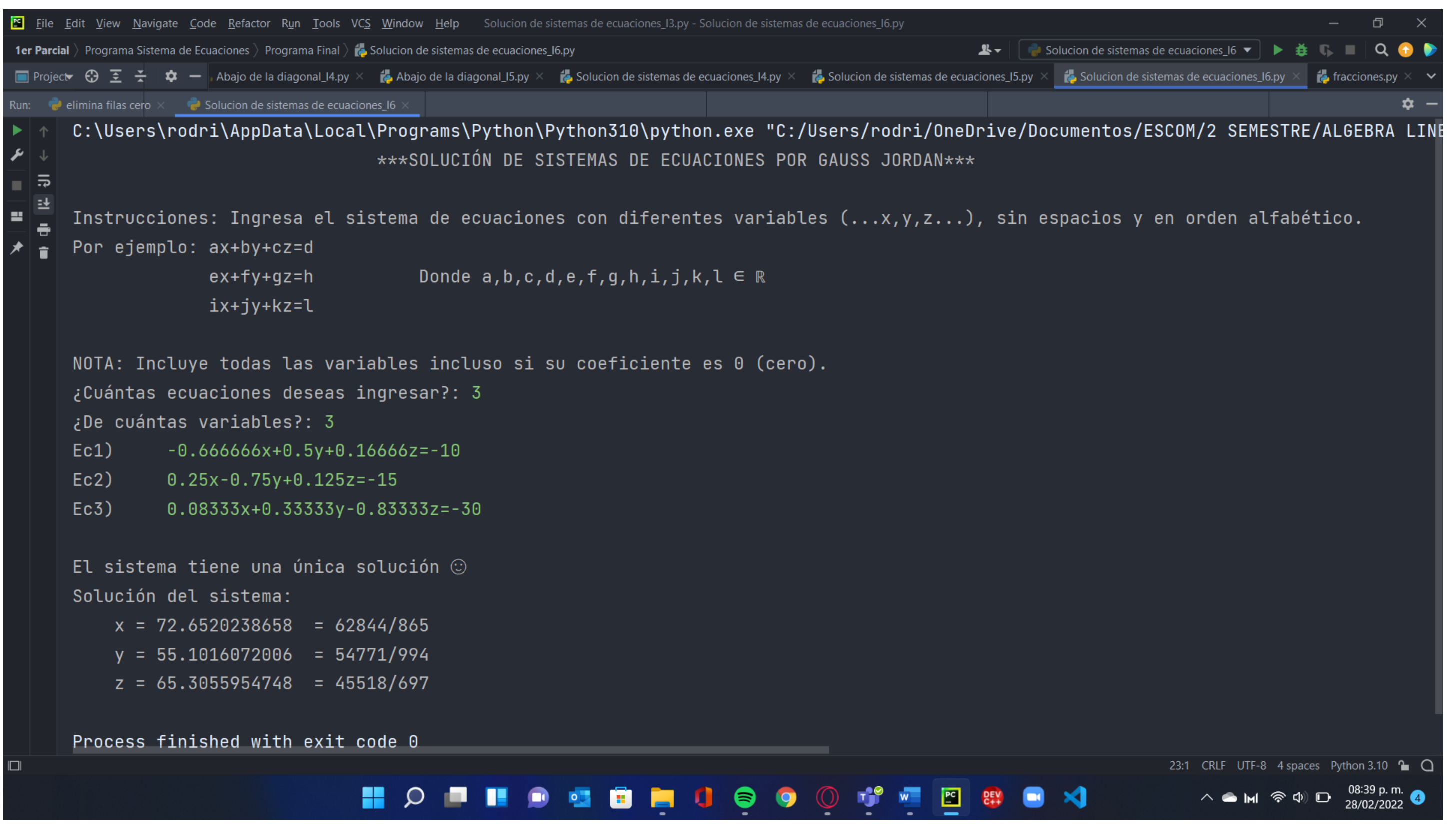


MODELO DE LEONTIEF



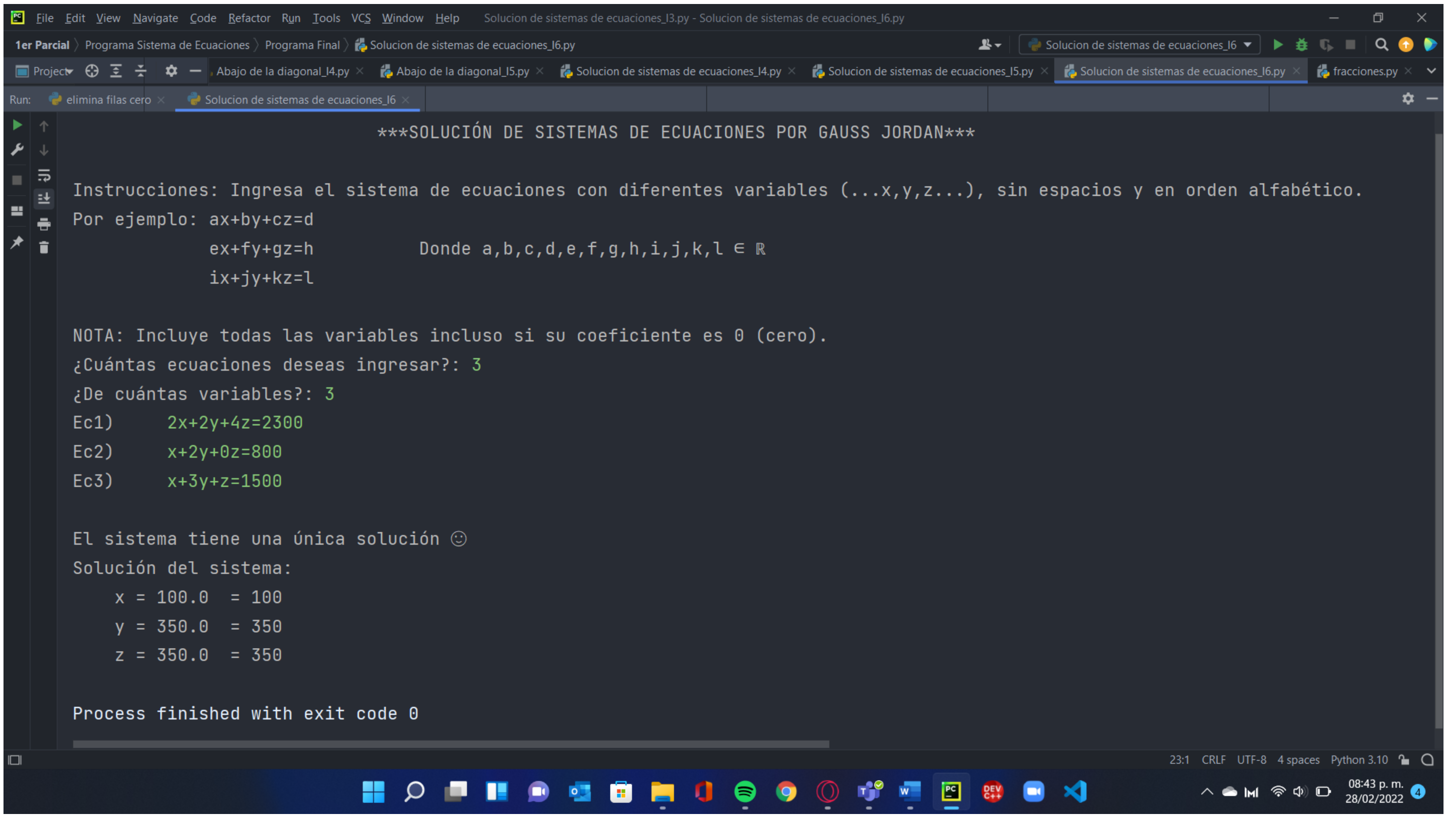
```
C:\Users\rodri\AppData\Local\Programs\Python\Python310\python.exe "C:/Users/rodri/OneDrive/Documentos/ESCOM/2 SEMESTRE/ALGEBRA LIN
                                             ***SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES POR GAUSS JORDAN***

Instrucciones: Ingresa el sistema de ecuaciones con diferentes variables (...x,y,z...), sin espacios y en orden alfabético.
Por ejemplo: ax+by+cz=d
             ex+fy+gz=h          Donde a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l ∈ ℝ
             ix+jy+kz=l

NOTA: Incluye todas las variables incluso si su coeficiente es 0 (cero).
¿Cuántas ecuaciones deseas ingresar?: 3
¿De cuántas variables?: 3
Ec1)     -0.8x+0.5y+0.15z=-10
Ec2)     0.4x-0.9y+0.3z=-25
Ec3)     0.25x+0.5y-0.85z=-20

El sistema tiene una única solución ☺
Solución del sistema:
    x = 110.3057757626  = 97400/883
    y = 118.7429218544  = 104850/883
    z = 125.8210645527  = 111100/883

Process finished with exit code 0
```

Variante *

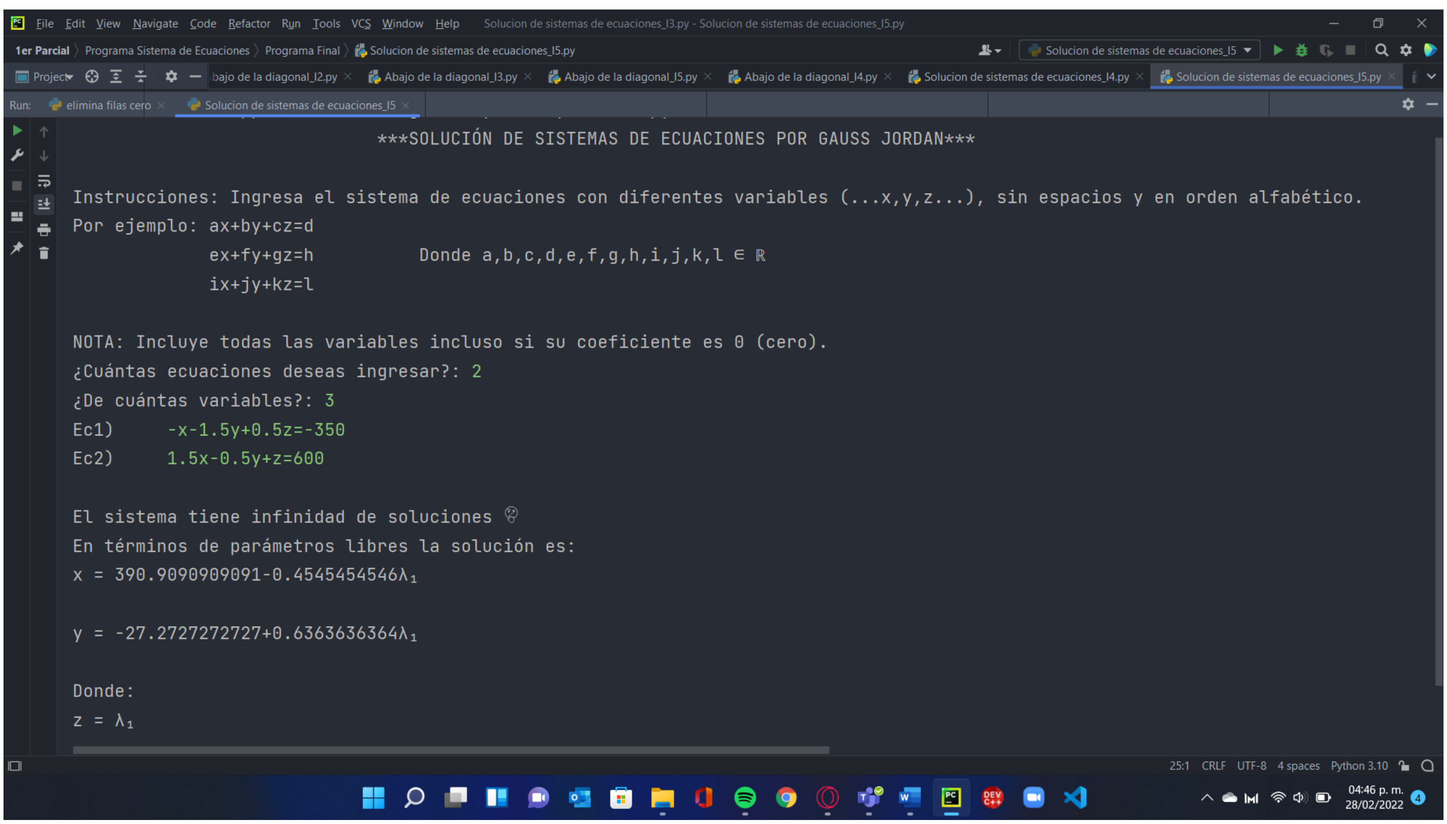


```
C:\Users\rodri\AppData\Local\Programs\Python\Python310\python.exe "C:/Users/rodri/OneDrive/Documentos/ESCOM/2 SEMESTRE/ALGEBRA LIN
                                             ***SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES POR GAUSS JORDAN***

Instrucciones: Ingresa el sistema de ecuaciones con diferentes variables (...x,y,z...), sin espacios y en orden alfabético.
Por ejemplo: ax+by+cz=d
             ex+fy+gz=h          Donde a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l ∈ ℝ
             ix+jy+kz=l

NOTA: Incluye todas las variables incluso si su coeficiente es 0 (cero).
¿Cuántas ecuaciones deseas ingresar?: 3
¿De cuántas variables?: 3
Ec1)     -0.666666x+0.5y+0.16666z=-10
Ec2)     0.25x-0.75y+0.125z=-15
Ec3)     0.08333x+0.33333y-0.83333z=-30

El sistema tiene una única solución ☺
Solución del sistema:
    x = 72.6520238658  = 62844/865
    y = 55.1016072006  = 54771/994
    z = 65.3055954748  = 45518/697

Process finished with exit code 0
```

PROBLEMA DE LAS BACTERIAS

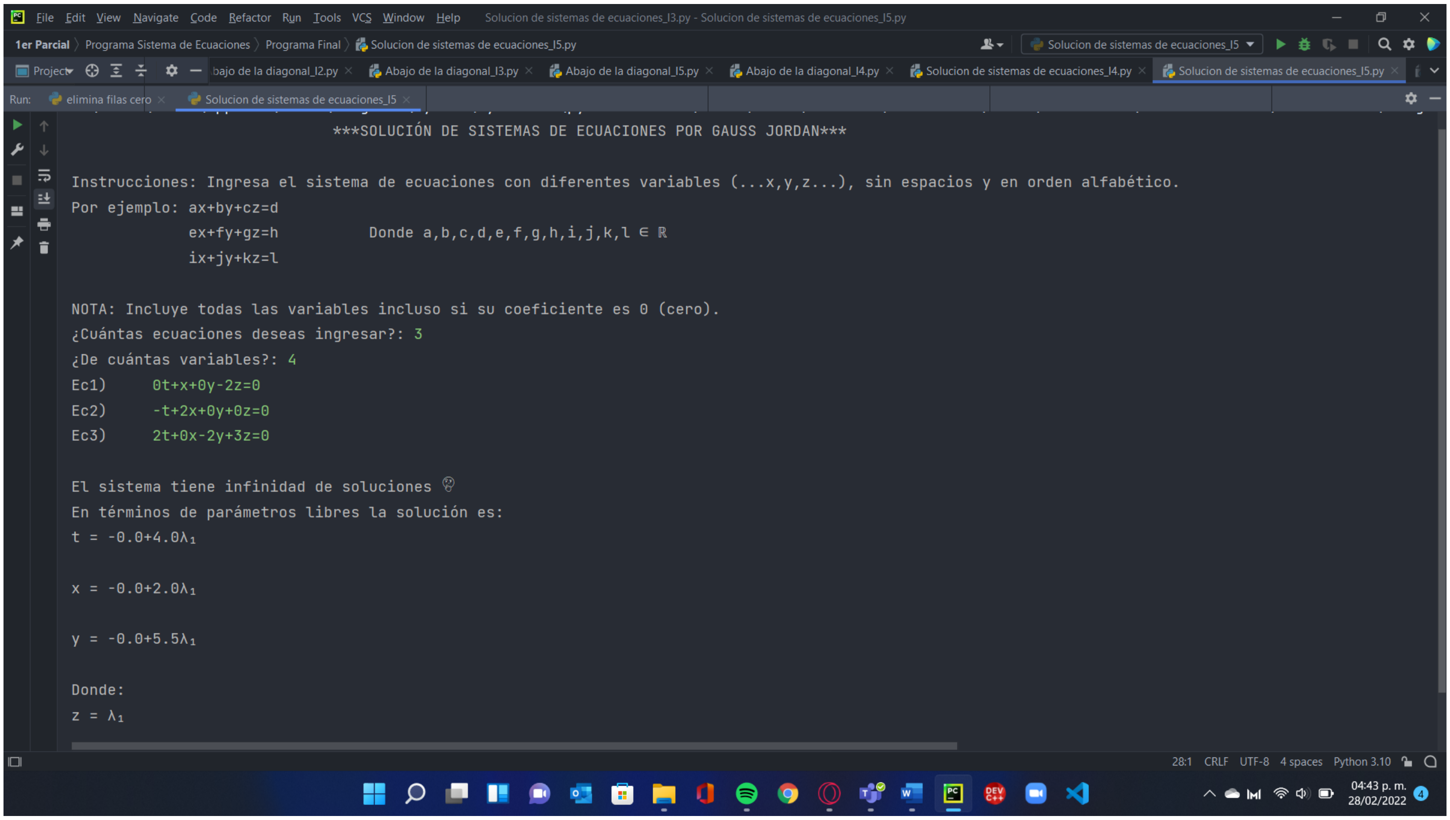


PROBLEMA DEL CORREDOR DE BOLSA

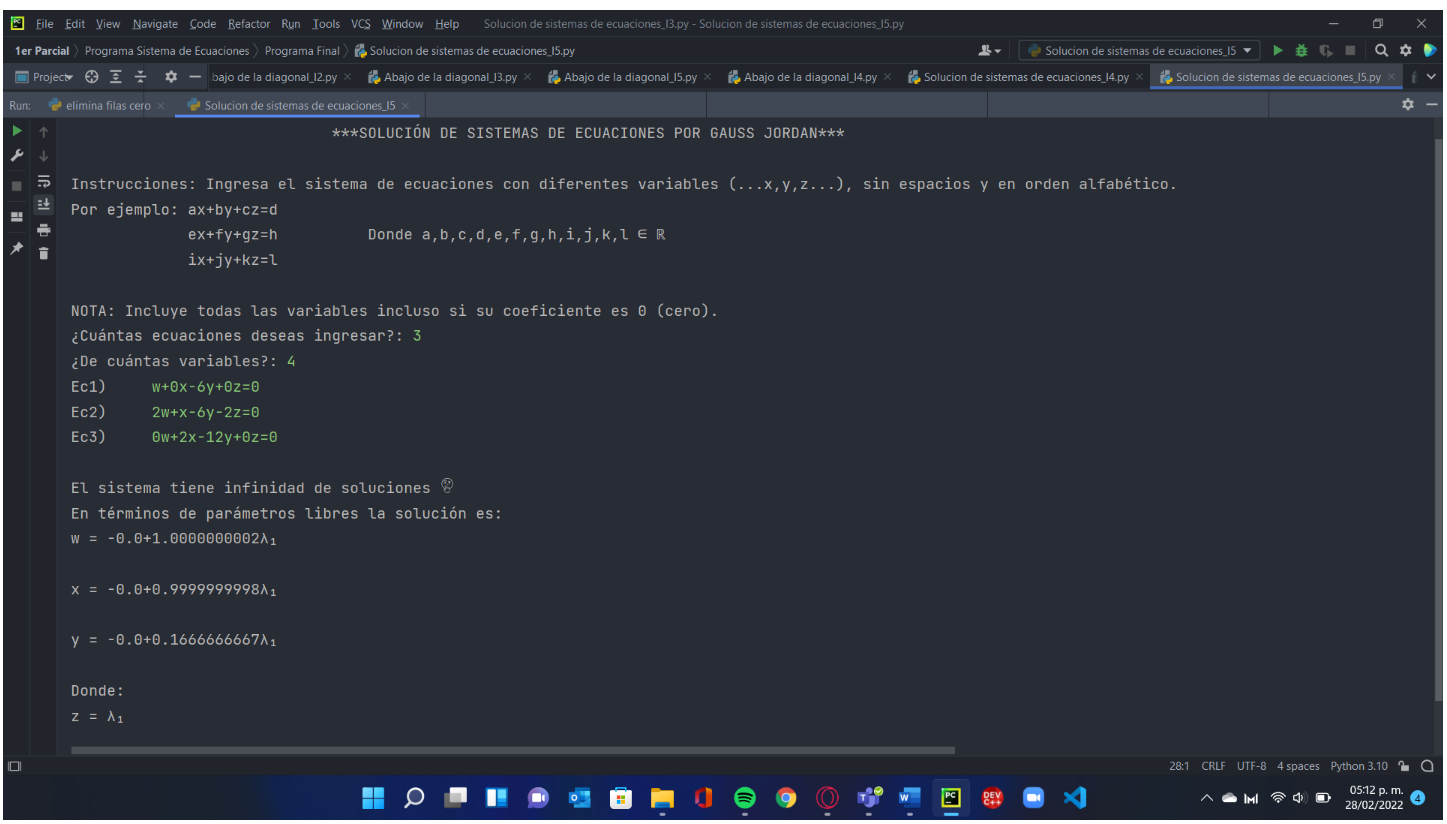


PROBLEMA DE BALANCEO DE ECUACIONES QUÍMICAS:

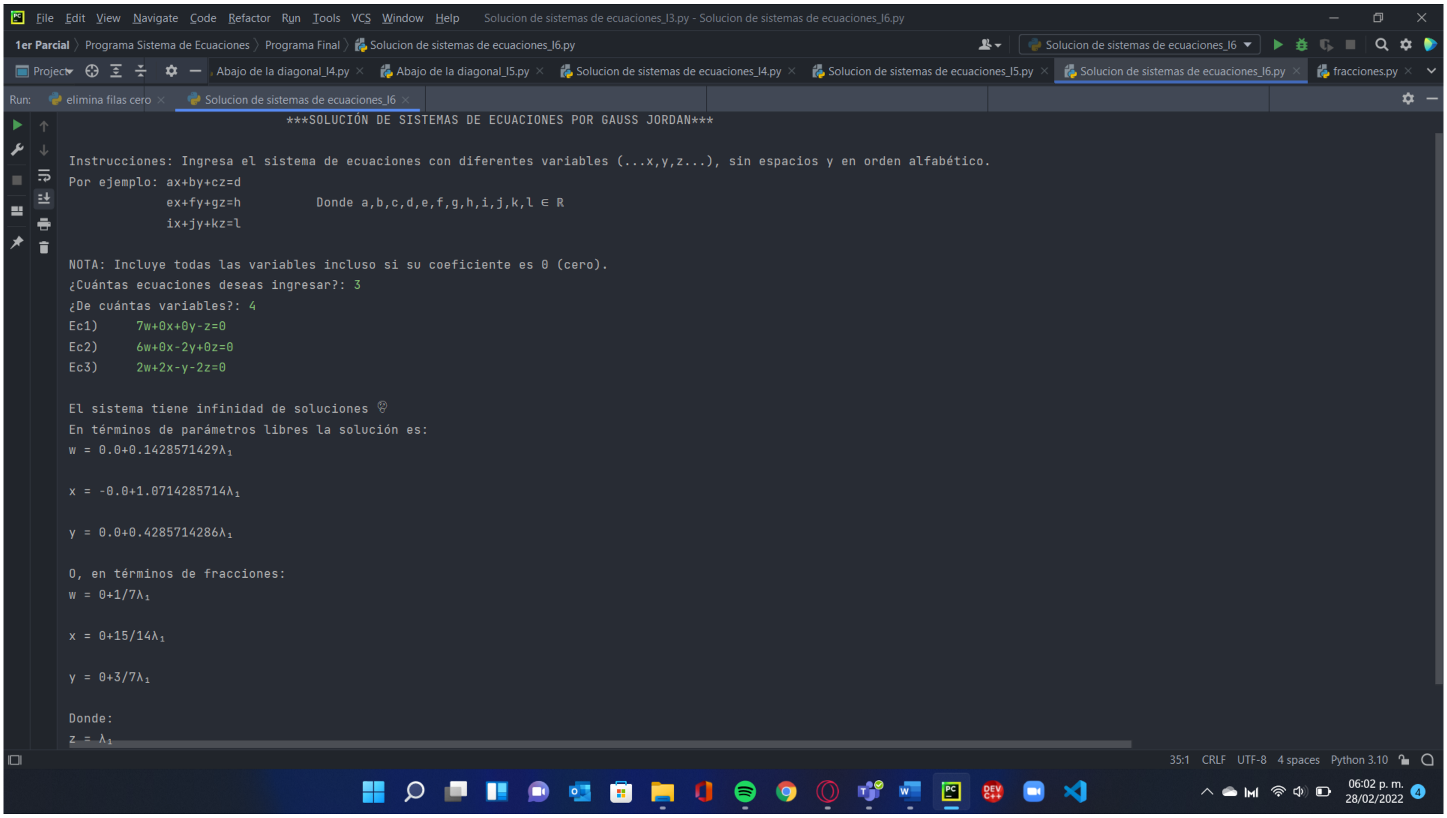
i)



ii)



iii)



PROBLEMA DE FLUJO DE TRÁFICO