Tarea 03

Rodrigo Hevia

10 de Octubre, 2015

1. Pregunta 1

1.1. Introducción

Se busca Integrar y graficar la ecuación de Van der Pol definida como:

$$d^2xdt^2 = -kx - \mu(x^2 - a^2)dxdt$$

Aplicando el siguiente cambio de variable:

$$x = ay$$
$$t = s/\sqrt{k}$$

obtenemos:

$$d^2yds^2 = -y - \mu^*(y^2 - 1)dyds$$

con lo cual ahora la ecuación sólo depende de un parámetro μ^*. Los datos para la integración son $\mu^* = 1{,}669$, periodo de integración $T = 20 * \pi$ y condiciones iniciales:

$$1)dyds = 0; y = 0{,}1$$
$$2)dyds = 0; y = 4{,}0$$

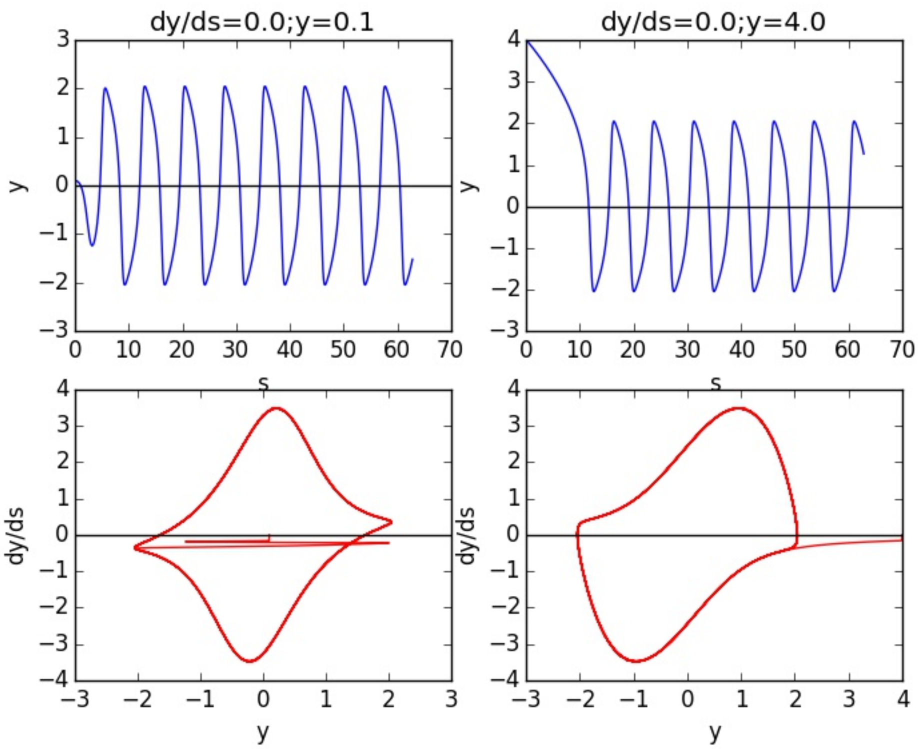
1.2. Procedimiento

Para realizar la integración implementaremos y utilizaremos el método de Runge-Kutta de orden 3 visto en clases. Como esta es una ecuación diferencial de segundo grado no podemos aplicar el método de manera directa, pero mediante un cambio de variable podemos bajar el grado de la ecuación y luego basta con resolver el sistema de ecuaciones resultante:

$$v = d^yds$$
$$d^vds = -y - \mu^*(y^2 - 1) * v$$

1.3. Resultados

Luego de implementar el código se obtuvieron los siguientes gráficos:



cada columna representa un conjunto de condiciones iniciales indicadas sobre estas.

1.4. Conclusiones

Como se aprecia en los gráficos y(s), cambios en las condiciones inicales solo conllevan a variaciones en el tiempo necesario para que el sistema se estabilice, mientras mayor sea la diferencia entre el valor absoluto de la posición inicial y el máximo en la oscilación una vez estabilizada, mayor será el tiempo necesario para que el sistema de relaje.
Por otro lado, como se aprecia en los gráficos (y,dy/ds), existe una relación cíclica entre estos parámetros una vez alcanzado el estado de relajo, esta relación puede variar según las condiciones iniciales.
Finalmente es rescatable la utilidad, potencia y simplesa del método de Runge-Kutta para la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales.

2. Pregunta 2

2.1. Introducción

En esta sección se busca plotear el Atractor de Lorenz, un caso particular del Sistema de Lorenz:

$$dxds = \sigma(y - x)$$
$$dyds = x(\rho - z) - y$$
$$dzds = xy - \beta z$$

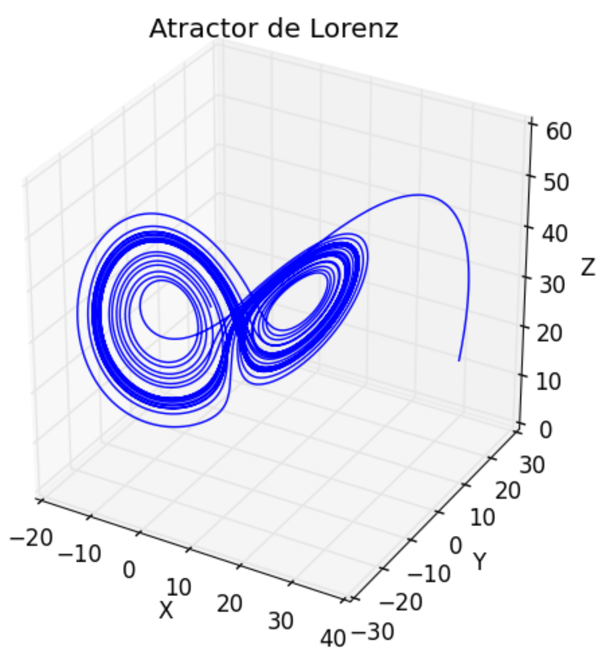
cuyas constantes vienen determinadas como $\sigma = 10$, $\beta = 8/3$ y $\rho = 28$.

2.2. Procedimiento

Primero es necesario integrar este sistema de ecuaciones, para esto utilizaremos el método de Runge-Kutta de orden 4 que ya se encuentra implementado scipy.integrate, una vez obtenidos lo valores de las coordenadas a plotear importamos Axes3D desde el repositorio mpl$_{t}oolkits.mplot3dygraficamos$

2.3. Resultados

Luego de implementar el código se obtiene el siguiente gráfico:



donde se aprecia claramente la característica ”mariposa”del Atractor de Lorenz.

2.4. Conclusiones

Existen sistemas complejos y dinámicos muy sensibles a cambios en las condiciones iniciales, como sucede con el Atractor de Lorenz, lo que puede conllevar a más problemas en la determinación de estas condiciones que al modelamiento mismo del problema. Pese a esto existe un sector acotado para las soluciones posibles en algunos sistemas, como el de nuestro caso. Finalmente se puede rescatar el valor de las herraientas gráficas tridimensionales para obtener información tanto cualitativa como cuantitativa de determinados problemas.