Parcial número 2
Metodo de interpolacion y lange
Metodos numericos

Nombre de alumnos:

Rodrigo Jimenez Torres / 736454

Monterrey, Nuevo León. México a de 28 junio del 2025

Rodrigo Jimenez Torres 736454

Metodo de Iterpolacion y Metodo de Lange

Metodo de Interpolación

Definicion

La interpolación es un método numérico que permite estimar el valor de una función para un punto no conocido, a partir de un conjunto de datos conocidos. En otras plabras, se utiliza para construir nuevos puntos dentro del rango de un conjunto discreto de puntos conocidos.

Antecedentes

El concepto de interpolación se remonta a tiempos antiguos. Fue formalizado en matemáticas con los trabajos de Newton y Gregory

métodos relacionados

- Interpolación lineal
- Interpolación polinomica Newton
- Splines
- Ajuste de curvas

Formula

$$y = y_1 + (x - x_1) \cdot ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1))$$

Algoritmo

Dado un punto x entre x_0 y x_1 calcular: $y = y_0 + \frac{(x - x_0)(y_1 - y_0)}{x_1 - x_0}$

Usar interpolación polinomica

Aplicaciones en la vida cotidiana

- Prevision meteorológica
- Generación de gráficos y visualizaciones
- Reconocimiento de voz e imágenes
- Ingeneria en la simulacion de valores intermedios

Metodo de interpolación de Lagrange

Definicion

El método de Lagrange es una técnica de interpolacion polinómica que permite encontrar un único polinomio de grado n que pase por n+1 puntos dados. No requiere resolver sistemas de ecuaciones.

Antecedentes

El metodo fue desarrollado por Joseph-Louis Lagrange en el siglo XVII

Método relacionado

- Interpolación de Newton
- Metodo de interpolacion polinómica
- Fórmula de cuadrante númerica.

Formula

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \cdot L_i(x)$$

$$L_i(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Algoritmo

- Se tienen n+1 puntos $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$
- Para cada punto i, construir $L_i(x)$
- Multiplicar cada $L_i(x)$ por y_i
- Sumar todo los términos para obtener $P(x)$

Aplicaciones en la vida cotidiana

- Restauración de imágenes
- Control automático
- Modelado económico
- Simulacion en física e ingeneria
- Procesamiento digital de señales.

$$n=3 \begin{cases} (0,1) \\ (1,3) \\ (2,0) \end{cases} \qquad P(x) = \sum^{n-1} f(x_i)\, L_i(x)$$

donde

$$L_i(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ j=i}}^{n-1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \qquad \begin{matrix} i = 0, 1, 2, \ldots\ n-1 \\ j = 0, 1, 2, \ldots\ n-1 \end{matrix}$$

$n=3$

$i = 0, 1, 2$

$j = 0, 1, 2$

$\underset{x\ y}{(0,1)}, \underset{x\ y}{(1,3)}; \underset{x\ y}{(2,0)}$

$x_0 = 0 \qquad f(x_0) = 1$

$x_1 = 1 \qquad f(x_1) = 3 \qquad y = f(x)$

$x_2 = 2 \qquad f(x_2) = 0$

Iteracion 1

$i = 0;\ j = 1, 2$

$$L_0 = \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} \cdot \frac{(x - x_2)}{(x_0 - x_2)}$$

$$L_0(x) = \frac{x - 1}{0 - 1} \cdot \frac{(x-2)}{0-2}$$

$$L_0(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{2}$$

$$L_0(x) = \frac{x^2 - x - 2x + 2}{2}$$

$$L_0(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2)$$

Iteracion 2

$i = 1,\ j = 0, 2$

$$L = \frac{(x - x_0)}{x_1 - x_0} \cdot \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)}$$

$$L_1 = \frac{(x-0)}{1-0} \cdot \frac{(x-2)}{1-2}$$

$$L_1(x) = \frac{x(x-2)}{-1}$$

$$L_1(x) = -x^2 + 2x$$

Iteracion 3

$i = 2;\ j = 0, 1$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_0)}{(x_2 - x_0)} \cdot \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-0)}{(2-0)} \cdot \frac{(x-1)}{2-1}$$

$$L_2(x) = \frac{x(x-1)}{2}$$

$$L_2(x) = \frac{1}{2}(x^2 - x)$$

Construir el polinomio

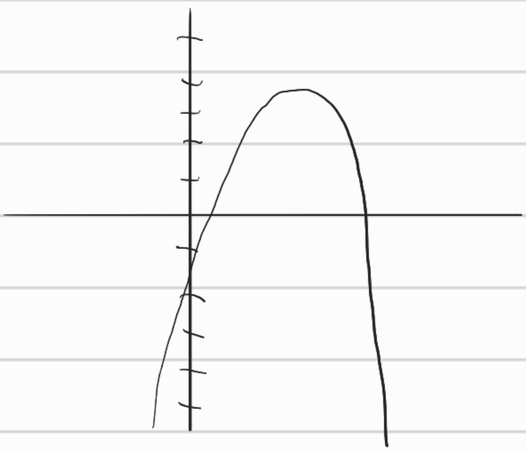
$$P(x) = \sum_{i=0}^{2} f(x_i)\, L_i(x)$$

$$P(x) = f(x_0) L_0(x) + f(x_1) L_1(x) + f(x_2) L_2(x)$$

$$P(x) = (1)\left[\frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2)\right] + (3)(-x^2 + 2x) + 0$$

$$P(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1 - 3x^2 + 6x$$

$$P(x) = -\frac{5}{2}x^2 + \frac{9}{2}x + 1$$



x	$P(x)$
-3	-35
-2	-18
-1	-6
0	1
1	3
2	0
3	-8

(1, 2)

(3, 4)

$L_1(x) = \frac{x-1}{3-1} = \frac{x-1}{2}$

$\frac{x-1}{3-1} = \frac{x-1}{2}$

$2\left(\frac{x-3}{2}\right) + 4\left(\frac{x-1}{2}\right) = -(x-3) + 2(x-1)$

$P(x) = -x + 3 + 2x - 2$

$(-x + 2x) + (3-2) = x + 1$