Parcial número 3
Metodo de simpson
Metodos numericos

U-ERRE
Universidad Regiomontana

Nombre de alumnos:

Rodrigo Jimenez Torres / 736454

Monterrey, Nuevo León. México a de 24 julio del 2025

Definicion

El método de Simpson es una técnica de integración numerica que aproxima el valor de una integral definida usando polinomios interpolares.

- Simpson 1/3 usa un polinomio de segundo grado parábola para aproximar la curva de $f(x)$ en cada subintervalo.
- Simpson 3/8 usa un polinomio de tercer grado cubico para mejorar la aproximación en ciertos casos.

Antecedentes del metodo

Estos métodos derivan del trabajo de Thomas Simpson (1710-1761), aunque ya había sido descubiertos anteriormente por matemáticos como Newton y Cortes.

- Son extenciones más precisas que la regla del trapecio, que usa líneas rectas para aproximar

Metodos Relacionados

- Regla de trapecio
- Metodo de Romberg y cuadratura de Gaus
- Método de integracion adaptativa

Formula 1/3

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0)+4\sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i)+2\sum_{i=2,4,6}^{n-2} f(x_i)+f(x_n)\right] \qquad h=\frac{b-a}{n},\quad x_i=a+ih$$

Simpson 3/8

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{3h}{8}\left[f(x_0)+3\sum_{i \bmod 3 \neq 0} f(x_i)+2\sum_{i=3,6}^{n-3} f(x_i)+f(x_n)\right] \qquad h=\frac{b-a}{n},\quad x_i=a+ih$$

Algoritmo

Para Simpson 1/3

1: Dividir el intervalo $[a,b]$ en un número para n de subintervalos

2: Calcular $h=(b-a)/n$

3: Evaluar $f(x)$ en los puntos $x_0, x_1, \ldots, x_n$

4: Aplicar la fórmula del metodo 1/3

5: Sumar los terminos y multiplicar por $h/3$

Para Simpson 3/8

1: Dividir el intervalo $[a,b]$ en un número para n de subintervalos multiplo de 3

2: Calcular $h = (b-a)/n$

3: Evaluar $f(x)$ en los puntos $x_0, x_1, \ldots, x_n$

4: Aplicar la fórmula del metodo 3/8

5: Sumar los terminos y multiplicar por $3h/8$

Aplicaciones en la vida Diaria

- Calculo de áreas o volúmenes cuando la funcion no tiene una primitiva sencilla.
- Ingeneria Civil: para calcular áreas bajo curvas de esfuerzo-deformacion o de caudales en ríos.
- Fisica: Para estimar trabajo realizado cuando la fuerza varia no linealmente.
- Economía: Para calcular áreas bajo curvas de costo o ingresos.
- Ciencia ambiental: Para estimar el área cubierta por una especie en un ecosistema.

$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx$ $\qquad \int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left[f(x_0)+4f(x_1)+2f(x_2)+4f(x_3) \dots\dots f(x_n)\right]$

$a=1$

$b=3$

$n=4$

$h=\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{4}$

$h=\frac{2}{4}=0.5$

i	x_i	$f(x_i)=\frac{x}{x^4+1}$
0	1	$f(x_0)=\frac{1}{1^4+1}=\frac{1}{2}$
1	1.5	$f(x_1)=\frac{1.5}{(1.5)^4+1}=0.2474$
2	2	$f(x_2)=\frac{2}{(2)^4+1}=0.1176$
3	2.5	$f(x_3)=\frac{2.5}{(2.5)^4+1}=0.0624$
4	3	$f(x_4)=\frac{3}{(3)^4+1}=0.0365$

$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx=\frac{0.5}{3}\left[\frac{1}{2}+4(0.2474)+2(0.1176)+4(0.0625)+(0.0365)\right]$

$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1} \approx 0.3412$

Simpson $\frac{3}{8}$

$\int_a^b f(x)\,dx=\frac{3h}{8}\left[f(x_0)+3f(x_1)+2f(x_2)\right]$

$a=1$

$b=3$

$n=3$

$h=\frac{3-1}{3}=\frac{2}{3}$

i	x_i	$f(x_i)=\frac{x}{x^4+1}$
0	1	$f(x_0)=\frac{1}{2}$
1	$\frac{5}{3}$	$f(x_1)=\frac{\frac{5}{3}}{(\frac{5}{3})^4+1}=0.1912$
2	$\frac{7}{3}$	$f(x_2)=\frac{\frac{7}{3}}{(\frac{7}{3})^4+1}=0.0767$
3	3	$f(x_3)=\frac{3}{(3)^4+1}=0.0365$

$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx \approx \frac{3\left(\frac{2}{3}\right)}{8}\left[\frac{1}{2}+3(0.1912)+3(0.0767)+(0.0365\right.$

$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx \approx 0.3346$