

Gaus Jordan

Definición

El método de Gaus Jordan es una técnica utilizada para resolver sistemas de ecuaciones lineales, encontrar la inversa de una matriz y calcular determinantes. Es una derivada del método de eliminación de Gauss, que transforma reducida por filas o forma escalonada reducida por filas o forma escalonada reducida mediante operaciones elementales por filas.

Antecedentes del método

El método fue desarrollada a partir de los trabajos del matemático Carl Fried Gauss quien introdujo el método de eliminación para resolver sistemas lineales.

• Más adelante, el matemático alemán Wilhelm Jordan propuso mejorar al método, llevándolo a la forma reducida para facilitar cálculos como la obtención de la matriz inversa.

• Este método se consolidó como una herramienta clave en el álgebra lineal y la computación numérica.

Métodos relacionados

Formula

$$AX=B$$

• Método de eliminación de Gauss

• Método de Matrices de Inversas

• Método de Cramer

• Descomposición LU

• Método iterativos

Para encontrar columnas desde la primera hasta la última.

Encontrar el pivote y colocarlo en la diagonal

Hacer que el pivote sea igual a 1

Hacer ceros en todas de las demás posiciones de esas columnas

Repetir para todas las columnas

El sistema queda resuelto cuando A se convierte en la identidad y B en la solución en la solución

Aplicación

Ingeniería: Para resolver sistemas de ecuaciones eléctricas, mecánicas, estructuras, etc.

Economía: Modelos de equilibrio de mercado o producción

Ciencias computacionales: Algoritmo de álgebra lineal para procesamiento de imágenes, inteligencia artificial y simulación.

Ejemplo

$$2x + 3y - z = 5$$

$$4x + y + 2z = 6$$

$$-2x + 5y + 2z = 7$$

Gaus

Paso 1

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \\ -2 & 5 & 2 & 7 \end{array} \right]$$

Paso 2

$$R_2 + R_1 \rightarrow R_2$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 8 & 1 & 12 \end{array} \right] \rightarrow$$

Paso 3

$$2R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 8 & 1 & 12 \end{array} \right]$$

Paso 4

$$5R_3 - 8R_2 \rightarrow R_3$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 8 & 1 & 28 \end{array} \right]$$

Paso 5

$$4R_1 - R_2 \rightarrow R_1$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & 7 & 0 & 16 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 37 & 28 \end{array} \right]$$

Paso 6

$$\frac{R_3}{37}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & 7 & 0 & 16 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array} \right]$$

Paso 7

$$4R_3 + R_2 \rightarrow R_2$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & 7 & 0 & 16 \\ 0 & 5 & 0 & \frac{260}{37} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array} \right]$$

Paso 8

$$7R_2 - 5R_1 \rightarrow R_1$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} -16 & 0 & 0 & \frac{770}{37} \\ 0 & 5 & 0 & \frac{260}{37} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array} \right]$$

Paso 9

$$\frac{R_1}{-40} \quad \frac{R_2}{5}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{57}{74} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-52}{37} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{37} \end{array} \right]$$

Respuesta

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{57}{74} = 0.77027 \\ y = \frac{-52}{37} = -1.406 \\ z = \frac{28}{37} = 0.75676 \end{array} \right.$$

Ejercicio

$$\begin{array}{lcl} 2x - y + 2z = 2 & x = 2 & \\ 3x - y - 2z = 9 & y = 1 & \\ -x + 2y + 5z = -5 & z = -1 & \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 1} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 9 \\ -1 & 2 & 5 & -5 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 2} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.5 & 0.5 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 3 & 11 & -5 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 3} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.5 & 0.5 & 1 \\ 0 & 2.5 & -3.5 & 6 \\ -1 & 2 & 5 & -5 \end{array} \right] \end{array}$$

$R_1 \left(\frac{1}{2}\right)$ $3R_1 - R_2 \rightarrow R_2$

$$\begin{array}{c} \text{Paso 4} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.5 & 0.5 & 1 \\ 0 & 2.5 & -3.5 & 6 \\ 0 & 1.5 & 5.5 & -4 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 5} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.5 & 0.5 & 1 \\ 0 & 1 & -1.4 & 2.4 \\ 0 & 1.5 & 1.5 & -4 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 6} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -0.2 & 2.2 \\ 0 & 1 & -1.4 & 2.4 \\ 0 & 1.5 & 5.5 & -7.6 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 7} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -0.2 & 2.2 \\ 0 & 1 & -1.4 & 2.4 \\ 0 & 0 & 7.6 & -7.6 \end{array} \right] \end{array}$$

$R_3 + R_1 \rightarrow R_3$ $R_2 \left(\frac{1}{2.5}\right) \rightarrow R_2$ $0.5 R_2 + R_1 \rightarrow R_1$ $1.5 R_2 - R_3$

$$\begin{array}{c} \text{Paso 8} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -0.2 & 2.2 \\ 0 & 1 & -1.4 & 2.4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 9} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1.4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Paso 10} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \end{array}$$

$R_3 \frac{1}{7.6} \rightarrow R_3$ $0.2 R_3 + R_1 \rightarrow R_1$ $1.4 R_3 + R_2 \rightarrow R_2$