

Metodo de newton raphson

Definicion

Es un método cuyo enfoque numérico es el que se utiliza para encontrar raíces de funciones, es decir, valores x tales que $f(x)=0$. Pero de lo que lo que lo caracteriza es que es un método que no trabaja sobre un intervalo, sino que basa su fórmula en un proceso iterativo.

Relacion con otros metodos

Bisección: Ambos buscan raíces ambos buscan raíces

Falsa posición: Similar a bisección, pero más eficiente

Método de punto fijo: Se puede usar como base para análisis de convergencia.

Secante Derivada del metodo Newton-Raphson

Formula

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Aplicación de la vida cotidiana

Sirve en situaciones como en el desarrollo para calcular cuánto combustible queda en el tanque de un auto, y la relación entre el nivel del sensor y el volumen de combustible

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \cos - x \\ x_0 = 0.5 \\ \text{error } 1\% \end{array} \right\} \text{excel}$$

$$f(x) = \frac{1}{e^x} - x$$

$$x_0 = 0$$

$$\text{error } 1\%$$

Iteración 1 $A=0$

$$\text{Paso 1 } f(x) = e^{-x} - x$$

$$f'(x) = -e^{-x} - 1$$

$$\text{Paso 2: Evaluar } f(x_0) \text{ y } f'(x_0)$$

$$f(0) = e^{-0} - 0 = 1$$

$$f'(0) = -e^{-0} - 1 = -2$$

$$\text{Paso 3 } \text{Aplicar Newton Raphson}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$x_1 = 0 - \frac{1}{-2} = 0.5$$

$$\text{Paso 4 } \text{error} = \left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_{n+1}} \right| \cdot 100$$

$$\text{error} = \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| \cdot 100$$

$$\text{error} = \left| \frac{0.5 - 0}{0.5} \right| \cdot 100$$

$$\text{error} = 100\%$$

Iteración 2

$$n=1$$

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 0.5$$

$$\text{Paso 2 } \text{Evaluar } f(x_1) \text{ y } f'(x_1)$$

$$f(0.5) = e^{-(0.5)} - (0.5)$$

$$f(0.5) = 0.1065$$

$$f'(0.5) = -e^{-(0.5)} - 1$$

$$f'(0.5) = -1.6065$$

$$\text{Paso 3}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0.5 - \frac{0.1065}{-1.6065}$$

$$x_2 = 0.5662$$

$$\text{Paso 4}$$

$$\text{error} = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \right| \cdot 100$$

$$= \left| \frac{0.5662 - 0.5}{0.5662} \right| \cdot 100$$

$$= 11.64\%$$

Iteración 3

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 0.5$$

$$x_2 = 0.5662$$

$$\text{Paso 2}$$

$$f(x_2) = e^{-(x_2)} - (x_2)$$

$$f(x_2) = 0.0014$$

$$f'(x_2) = -e^{-0.5662} - 1$$

$$f'(x_2) = -1.5676$$

$$\text{Paso 3}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$x_3 = 0.5662 - \frac{-0.0014}{(-1.5676)}$$

$$x_3 = 0.5671$$

$$\text{Paso 4}$$

$$\text{error} = \left| \frac{x_3 - x_2}{x_3} \right| \cdot 100$$

$$\text{error} = \left| \frac{0.5671 - 0.5662}{0.5671} \right| \cdot 100$$

$$\text{error} = 0.15\%$$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}	error
0	0	1	-2	0.5	100%
1	0.5	0.1065	-1.6065	0.5662	11.64%
2	0.5662	0.0014	-1.5676	0.5671	0.15%

$$f(x_3) = e^{-x_3} - x_3$$

$$f(0.5671) = e^{-0.5671} - 0.5671$$

$$f(0.5671) = 0.00066$$