Parcial número 3

Metodo de trapecio

Metodos numericos

U-ERRE

Universidad Regiomontana

Nombre de alumnos:

Rodrigo Jimenez Torres / 736454

Monterrey, Nuevo León. México a de 18 julio del 2025

Definicion

El método del trapecio es una técnica numérica para aproximar el valor de una integral definida. Consiste en dividir el área bajo la curva de una función en un número de trapecios, calcular las áreas de esos trapecios y sumarlas. En un caso especial de las fórmula de Newton-Cortes para aproximar integrales.

Antecedentes del metodo

- Este método tiene raíces en la antigüedad, ya que los griegos y los babilonios ya usaban aproxmaciones geométricas para calcular áreas.
- Se formalizó más claramente durante los siglos XVII y XVIII con el desarrollo del cálculo integral.

Metodos en los que se relaciona

- La regla del punto medio
- La regla de Simpson
- Métodos de cuadratura en general

Formula

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)\right]$$

$x_0 = a$

$x_n = b$

$x_i = a + i \cdot h$, para $i = 1, 2, \ldots, n-1$

Algoritmo

1: Elegir el intervalo $[a,b]$ y el número de subintervalos n.
2: Calcular $h = (b-a)/n$
3: Calcular los puntos $x_i = a + i \cdot h$ para $i = 0, 1, \ldots, n$
4: Evaluar la funcion $f(x)$ en cada x_i
5: Calcular la suma: $S = f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)$
6: Multiplicar por $h/2$ para obtener la aproximación de la integral

¿Qué aplicacion tiene en la vida cotidana?

Ingenería: Para estimar áreas o volúmenes a partir de datos experimentales.

Economía: Para calcular integrales de funciones que representan ingresos, costosos o demanda.

Física: Para estimar trabajo realizado por una fuerza variable.

Estadística: Para aproximar probabilidades cuando se tiene distribuciones no estándar.

Computacion grafica: Para calcular áreas bajo cuervas en modelos y simulaciones

Ejemplo Calcular la integral definida de la funcion $f(x)=\frac{x}{x^4+1}$ en el intervalo $(1,3)$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx$$

$a=1$

$b=3$

$c=1$

$f(x)=\frac{x}{x^4+1}$

$f(a)=f(1)=\frac{(1)}{(1)^4+1}=\frac{1}{2}=0.5$

$f(b)=f(3)=\frac{3}{(3)^4+1}=\frac{3}{82}=0.0365$

$$\int_a^b f(x)\,dx=(b-a)\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}\right]$$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx=[3-1]\left[\frac{0.5+0.0365}{2}\right]\approx 0.5365$$

Trapecio compuesto $n\geq 1$

$$\int_a^b f(x)\,dx=\left[\frac{h}{2}\left[f(x_0)+2f(x_1)+2f(x_2)+\ldots 2f(x_{n-1})\ f(x_n)\right.\right.$$

$a=x_0=1$

$b=x_n=3$

$n=8$

$h=\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{8}=\frac{2}{8}$

$h=0.25$

$x_0=1$ $\quad f(x_0)=f(1)=\frac{1}{(1)^4+1}=\frac{1}{2}=0.5$

$x_1=1.25$ $\quad f(x_1)=f(1.25)=\frac{1}{(1.25)^4+1}=0.3632$

$x_2=1.50$ $\quad f(x_2)=f(1.50)=\frac{1.50}{(1.50)^4+1}=0.2474$

$x_3=1.75$ $\quad f(x_3)=f(1.75)=\frac{1.75}{(1.75)^4+1}=0.1686$

$x_4=2$ $\quad f(x_4)=f(2)=\frac{2}{(2)^4+1}=0.1176$

$x_5=2.25$ $\quad f(x_5)=f(2.25)=\frac{2.25}{(2.25)^4+1}=0.0844$

$x_6=2.50$ $\quad f(x_6)=f(2.50)=\frac{1.75}{(2.50)^4+1}=0.0624$

$x_7=2.75$ $\quad f(x_7)=f(2.75)=\frac{2.75}{(2.75)^4+1}=0.0472$

$x_8=3$ $\quad f(x_8)=f(3)=\frac{3}{(3)^4+1}=0.0365$

$$\left[\frac{0.25}{2}\right]\left[0.54+2(0.3632)+2(0.2474)+2(0.1686)+2(0.1176)+2(0.844)+2(0.624)+2(0.472)+(0.0365)\right.$$

$\approx(0.125)(2.7187)$

≈ 0.3397