Parcial número 3

Metodo de diferencias divididas

Metodos numericos

Nombre de alumnos:

Rodrigo Jimenez Torres / 736454

Monterrey, Nuevo León. México a de 017 julio del 2025

Definicion

El método de diferencias divididas de Newton es un procedimiento para encontrar un polinomio de interpolar un conjunto de puntos dados $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$.
Este método utiliza el concepto de diferencias divididas, que son coeficientes calculados de forma recursiva a partir de los valores de la funciones y de las abscisas. Es escialmente útil cuando los puntos no estan igualmente espaciados

Antecedentes

El metodo fue desarrollado por Isacc Newton en el siglo XVII como parte su trabajo en analisis numérico. Esta estrechamente relacionado con otros métodos de interpolacion polinomial.

Metodos que se relaciona

- Interpolacion de Lagrange
- Metodo de diferencia finitas
- Interpolar spline.

Formula

$$P(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_1)(x - x_1 + \ldots + f[x_0, x_1, \ldots x_n](x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_n$$

$$f(x_0) = y_0$$

$$f[x_0, x_1] = \frac{f[x_1] - f[x_0}{x_1 - x_0}$$

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0 - x_1]}{x_2 - x_0}$$

Algoritmo

Colocar los puntos (x_i, y_i) en una tabla
Calcular las diferencias divididas de orden creciente
Construir el polinomio con los coeficientes obtenidos y los factores $(x - x_i)$

Aplicacion en la vida

Ingeneria: para aproximar funciones complejas cuando solo se conosen valores discretos
Fisica: Para interpolar mediciones experimentales y estimar valores intermedios

$P_n(x) = a_0 + a_1(X_1 + X_0) + a_2(X - X_0)(X - X_1) \ldots\ldots a_n(X - X_0)(X - X_1) \ldots\ldots (X - X_{n-1})$

x	f(x)
0	150
40	155
100	160

n = 3

Diferencia Divididas

$f(x_i, x_i + 1) = \frac{f(x_n+1) - f(x_i)}{x_i+1 - x_i}$ Primera diferencia dividida

$f(x_i, x_i+1, x_i+2) = \frac{f(x_i+1, x_i+2) - f(x_i, x_i+1)}{x_i+2 - x_i}$ Segunda diferencia dividida

Constante

$x_0 = 0$ $f(x_0) = 150$

$x_1 = 40$ $f(x_1) = 155$

$x_2 = 100$ $f(x_2) = 160$

i	xi	f(xi)	a_0	
0	0	150	no se puede	no se puede
1	40	155	$f(x_0, x_1) = a_1 = 0.125$	no se puede
2	100	160	$f(x_1, x_2) = 0.0833$	$f(x_0, x_1, x_2) = a_2 = -0.000417$

$P(x) = a_0 + a_1(X - X_0) + a_2(X - X_0)(X - X_1)$

$P(x) = 150 + (0.125)(X - 0) + (0.000417)(X - 0)(X - 40)$

$P(x) = 150 + 0.125x - 0.000417(x^2 - 40)x$

$P(x) = 150 - 0.000417x^2 + 0.14168x$

$P(x) = -0.000417x^2 + 0.14168x + 150$

x	P(x)
0	150
40	155
100	160
70	158
50	156

$f(x_0, x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{155 - 150}{40 - 0} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0.125$

$f(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{160 - 155}{100 - 40} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} = 0.0833$

$f(x_0, x_1, x_2) = \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0} = \frac{0.0833 - 0.125}{100 - 0} = -0.000417$