CARRERA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

### Ingeniería de Datos Introducción a operaciones formales de Algebra Relacional.

INGENIERÍA DE DATOS

ÁREA DE INGENIERÍA DE SOFTWARE



### Agenda

- Introducción Algebra Relacional
- Algebra Relacional
- Operadores del Algebra Relacional
- Ejercicios

### Introducción

Los lenguajes relacionales son lenguajes formales y se basan en el carácter conjuntista de una relación.

### Introducción

El álgebra relacional es un conjunto de operaciones que describen paso a paso como calcular una respuesta sobre las relaciones, como son definidas en el modelo relacional. Denominada de tipo procedimental, a diferencia del Cálculo relacional que es de tipo declarativo.

Describe el aspecto de la manipulación de datos. Estas operaciones se usan como una representación intermedia de una consulta a una base de datos y, debido a sus propiedades algebraicas, sirven para obtener una versión más optimizada y eficiente de dicha consulta.

### Algebra relacional

El álgebra relacional *es un lenguaje procedimental* para la manipulación de relaciones:

 En esta se especifica paso por paso la respuesta a una consulta de los datos contenidos en una relación.

El cálculo relacional es un lenguaje aprocedimental:

 En el cálculo relacional una consulta se resuelve en un solo paso.

El Algebra Relacional fue desarrollada en 1970-72 y el cálculo relacional en 1971 por Codd.

### Lenguajes relacionales

Tanto el álgebra y el cálculo relacional proveen una forma teórica de manipular una base de datos relacional.

Codd demostró que el álgebra relacional y el cálculo relacional son *lógicamente equivalentes*.

El álgebra relacional es importante por que contribuyó a establecer un vocabulario común que encontramos en los lenguajes de bases de datos comerciales, tales como SELECT, PROJECT, etc

El cálculo relacional es importante porque está basado en lógica de predicados.

### Operadores del Algebra relacional

#### Colección de operadores :

- Operadores tradicionales sobre conjuntos
  - unión
  - intersección
  - diferencia
  - producto cartesiano
    - Los operandos son relaciones, y NO conjuntos arbitrarios
    - operaciones adaptadas a relaciones (tipo especial de conjuntos)
- Operadores relacionales especiales
  - restricción
  - proyección
  - reunión ( join )
  - división

### Clausura relacional

# "El resultado de cualquier operación del álgebra relacional es otra relación "

### Unión compatible

#### Compatibilidad de tipos

- En matemáticas, A∪B = { e / e∈A y-o e∈B }
- Relación = conjunto de tuplas
   ⇒ es posible hacer la unión de dos relaciones R y S
- R∪S = { t / t∈R y-o t∈S }
  - Conjunto de todas las tuplas que están en R y/o en S
  - Sin embargo...
     PELICULA ∪ DIRECTOR es un conjunto, pero no es una relación

Las relaciones deben ser homogéneas: no pueden contener mezcla de tuplas de distintos tipos

- Ha de mantenerse la Propiedad de Clausura:
   el resultado de la operación DEBE ser una relación
- Las relaciones de entrada deben ser de tipos compatibles

### Compatibilidad de tipos

Sean R (r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>,..., r<sub>n</sub>), S (s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, ..., s<sub>n</sub>) Relaciones R y S compatibles en tipo si tienen el "mismo" esquema, es decir:

• Igual número de atributos:

$$grado(R) = grado(S) = n$$

Atributos correspondientes definidos sobre el mismo dominio:

$$dom(r_i) = dom(s_i) ,, i = 1, 2, ..., n$$

Ejemplo: DIRECTOR y DIR\_FOTOGRAFICO son de tipos compatibles

- Los operadores de unión, intersección, diferencia necesitan operandos compatibles en tipo.
- El producto cartesiano no necesita compatibilidad de tipo en sus operandos.

# Algebra relacional Unión de relaciones

Rus con Ry S compatibles on tipe 4

RUS, con R y S compatibles en tipo, es una **relación** tal que:

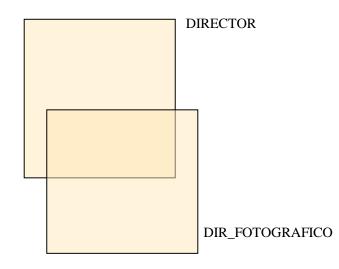
Esquema: el de R (o S)

Estado: conjunto de tuplas que están en R, en S o en ambas

Las tuplas repetidas se eliminan (por definición)

Ejemplo:

DIRECTOR ∪ DIR\_FOTOGRAFICO



### Unión

#### $R = E \cup P$

E	código	Nombre
	9.644.667	Pedro Pérez
	10.133.212	Gabriel Mendoza
	11.332.334	Luis Colina
	12.562.884	Andrés Rojas
	20.126.112	Gilberto Zapata

Р	código Nombre		
	8.347.223	Hector Redondo	
	9.644.667	Pedro Pérez	
	10.133.212	Gabriel Mendoza	
	11.332.334	Luis Colina	
	12.123.231	Diego Dávila	



R



Se realiza una operación de unión de conjuntos. Se eliminan las tuplas repetidas

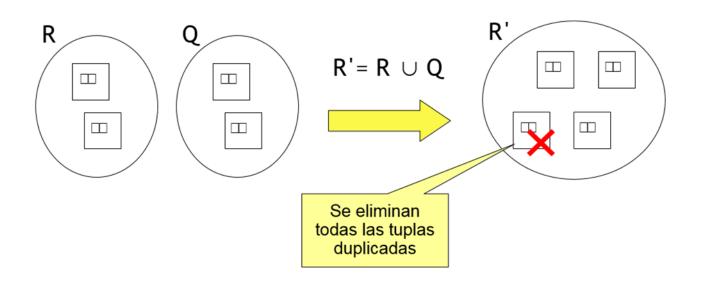
codigo	Nombre	
8.347.223	Hector Redondo	
9.644.667	Pedro Pérez	
10.133.212	Gabriel Mendoza	
11.332.334	Luis Colina	
12.123.231	Diego Dávila	
12.562.884	Andrés Rojas	
20.126.112	Gilberto Zapata	

Las relaciones usadas como operandos deben ser compatibles entre si

\* Se eliminan todas las tuplas duplicadas

### Union

### El resultad es todas las tuplas de ambas relaciones



# Algebra relacional Intersección de relaciones

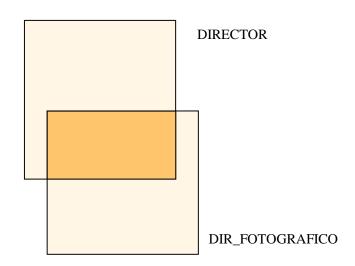
Ros, con R y S compatibles en tipo, es una **relación** tal que:

Esquema: el de R (o S)

Estado: conjunto de tuplas que están a la vez en R y en S

Ejemplo:

DIRECTOR ∩ DIR\_FOTOGRAFICO



#### Intersección

$$R = E \cap P$$

E	código	Nombre
	9.644.667	Pedro Pérez
	10.133.212	Gabriel Mendoza
	11.332.334	Luis Colina
	12.562.884	Andrés Rojas
	20.126.112	Gilberto Zapata

Р	código	Nombre	
	8.347.223	Hector Redondo	
	9.644.667 Pedro Pérez		
	10.133.212 Gabriel Mendo		
	11.332.334	Luis Colina	
	12.123.231	Diego Dávila	

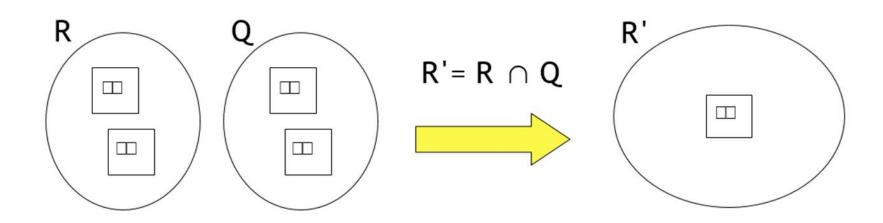




Las relaciones usadas como operandos deben ser compatibles entre si

### Intersección

Sólo se consideran las tuplas comunes en ambas relaciones.



# Algebra relacional Diferencia entre relaciones

R—S, con R y S compatibles en tipo, es una **relación** tal que:

Esquema: el de R (o S)

Estado: conjunto de tuplas que están en R, pero

NO en S

Ejemplo:

DIRECTOR — DIR\_FOTOGRAFICO

Secuencias de operaciones: La propiedad de clausura relacional permite aplicar una operación tras otra .

```
R \cap (S \cup T)

A \leftarrow S \cup T

B \leftarrow R \cap A
```

#### **Diferencia**

$$R = E - P$$

E	código	Nombre
	9.644.667	Pedro Pérez
	10.133.212	Gabriel Mendoza
	11.332.334	Luis Colina
	12.562.884 Andrés Rojas	
	20.126.112	Gilberto Zapata

Р	código	Nombre
	8.347.223	Hector Redondo
	9.644.667	Pedro Pérez
	10.133.212	Gabriel Mendoza
	11.332.334	Luis Colina
	12.123.231	Diego Dávila





Las relaciones usadas como operandos deben ser compatibles entre si

# Algebra relacional Asignación de relación

No sólo permite darle nombre a una relación sino también cambiar el nombre de sus atributos :

R2 (nom\_nuevo1, nom\_nuevo2) ← R1

#### Donde:

- R1 tiene atributos nombre1 y nombre 2
- nombre1 y nom\_nuevo1 están definidos sobre el mismo dominio
- nombre2 y nom\_nuevo2 están definidos sobre el mismo

# Algebra relacional Asignación de relación

 Por defecto, los atributos de la relación resultado de una operación heredan los nombres de los del operando más a la izquierda

DIR ← DIRECTOR ∪ DIR\_FOTOGRAFICO

\* Los atributos de DIR tienen los mismos nombres que los de DIRECTOR

 Se puede indicar una lista con nuevos nombres para los atributos de la relación resultado:

 $DIR(codDir,nomDir,apeDir,nacDir,fechaNac,pelic) \leftarrow DIRECTOR \cup DIR_FOTOG$ 

# Algebra relacional Renombrar relación

No sólo permite renombrar el nombre de la relación sino también el nombre de sus atributos:

#### **Donde:**

- R es el nombre de la relación original.
- S es el nuevo nombre de la relación.
- B1, B2, ..., Bn son los nuevos nombres de los atributos. Si los atributos de R son (A1, A2, ..., An) en ese orden, entonces cada Ai se renombra como Bi .

# Algebra relacional Producto cartesiano

En matemáticas,  $A \times B = \{ (a,b) / a \in A y b \in B \}$ 

**Relación** = conjunto de tuplas,

es posible el producto cartesiano entre relaciones R y S

$$R X S = \{ (t_R, t_S) / t_R \in R \ y \ t_S \in S \}$$

- Conjunto de pares ordenados de tuplas de R y S
- Debe de conservarse la Propiedad de Clausura

# Algebra relacional Producto cartesiano entre Relaciones

R X S, con R y S cualesquiera, es una **relación** tal que:

Esquema: combinación (unión) de los esquemas de R y S

Estado: conjunto de todas las tuplas formadas por las posibles combinaciones de cada tupla de R con cada tupla de S

Ejemplo: PELICULA X DIRECTOR

Obtiene un conjunto de tuplas tales que cada una es la combinación de una tupla de PELICULA y otra de DIRECTOR

Es una Operación sin demasiada importancia práctica:

- No se tiene más información a la salida que a la entrada
- pero es necesaria para definir la operación Reunión (JOIN)

# Algebra relacional Producto cartesiano entre Relaciones

El esquema de la relación resultante de R X S debe estar bien formado (nombres de atributos únicos)

Si R y S tienen atributos con igual nombre, R X S tendría ¡dos atributos nombrados igual!

ACTOR X AGENCIA ⇒ "colisión" de nombres en atributo "nombre"

#### **Soluciones posibles:**

- Renombrar atributos de una relación, antes del producto AGENCIA\_2(codAge, nomAge, direccion, telefono) ← AGENCIA RESULTADO ← ACTOR X AGENCIA\_2
- Prefijar atributos con el nombre de su tabla, en la tabla resultado RESULTADO(codA, ACTOR.nombre, nomreal,..., codAg, AGENCIA.nombre, ...) ← ACTOR X AGENCIA

#### **Producto Cartesiano**

#### Carro = $R \times Q$

R	<u>placa</u>	marca
	ADA89A	Fiat
	LBF78G	Toyota
	XSA67D	Ford

Q	marca	modelo	color
	Fiat	siena	gris
	Toyota	corollaXL	blanco
	Ford	Ka	rojo



No es relevante para el producto cartesiano, pero es notable, que en algunas tuplas marcaR = marcaQ

Carro	<u>placa</u>	marcaR	marcaQ	modelo	color
	ADA89A	Fiat	Fiat	siena	gris
	ADA89A	Fiat	Toyota	corollaXL	blanco
	ADA89A	Fiat	Ford	Ka	rojo
<b>X</b>	LBF78G	Toyota	Fiat	siena	gris
	LBF78G	Toyota	Toyota	corollaXL	blanco
	LBF78G	Toyota	Ford	Ka	rojo
	XSA67D	Ford	Fiat	siena	gris
	XSA67D	Ford	Toyota	corollaXL	blanco
	XSA67D	Ford	Ford	Ka	rojo

### Propiedades de los operadores relacionales

R, S, T relaciones de tipos compatibles

#### Asociativa

$$(R \cup S) \cup T \equiv R \cup (S \cup T) \equiv R \cup S \cup T$$
  
 $(R \cap S) \cap T \equiv R \cap (S \cap T) \equiv R \cap S \cap T$   
 $(R \times S) \times T \equiv R \times (S \times T) \equiv R \times S \times T$ 

#### Conmutativa

$$R \cup S \equiv S \cup R$$
  
 $R \cap S \equiv S \cap R$   
 $R \times S \equiv S \times R$ 

\* La diferencia no cumple ninguna de estas propiedades

# Algebra relacional **Selección** σ

Obtiene un subconjunto de las tuplas de una relación para las cuales se satisface una condición de selección

- Resultado: Relación (conjunto de tuplas) con atributos de <relación>
- <condición> es una expresión booleana...
  - Especificada en términos de atributos de <relación>
  - Compuesta por una o más cláusulas, del tipo:

<nomAtrib> <opComp> <cte> o bien <nomAtrib> <opComp> <nomAtrib>

- <opComp> operador de comparación  $\in \{=, <, \leq, >, \geq, \neq\}$
- <cte> valor constante ∈ dominio del atributo <nomAtrib>
- Cláusulas conectadas por operadores booleanos AND, OR, NOT

# Algebra relacional **Selección** σ

#### **Ejemplos:**

\* Tuplas de actores representados por la agencia número 2

$$\sigma_{\text{agencia=2}}$$
 (ACTOR)

\* Actores cuyo sueldo se mayor a 30000

$$\sigma_{\text{sueldo}>30000}$$
 (ACTOR)

\* Actores representados por la agencia número 2, cuyo sueldo no llega a los 25000, o bien por la agencia 4 y con sueldo superior a 35000

**σ**<sub>(agencia=2 AND sueldo<25000) OR (agencia=4 AND sueldo>35000)</sub> (ACTOR)

# Algebra relacional **Selección** σ

La operación de selección es conmutativa

$$\sigma_{\text{cond1}}(\sigma_{\text{cond2}}(R)) \equiv \sigma_{\text{cond2}}(\sigma_{\text{cond1}}(R))$$

Esto permite ...

- Secuencia de restricciones (selecciones) en cualquier orden
- Combinación de una secuencia de restricciones en una única restricción con una condición conjuntiva:

### Selección o

$$R = \sigma_{\text{marca='Ford'}}(Carro)$$

Carro	<u>placa</u>	marca	color
	MBO34L	Ford	verde
	LDA75K	Toyota	blanco
	ADA89A	Fiat	gris
	LBF78G	Toyota	blanco
	XSA67D	Ford	rojo



R	placa	marca	color
	MBO34L	Ford	verde
	XSA67D	Ford	rojo

$$R = \sigma_{\text{marca='Ford' } \Lambda \text{ color='rojo'}}(Carro)$$

Carro	<u>placa</u>	marca	color
	MBO34L	Ford	verde
	LDA75K	Toyota	blanco
	ADA89A	Fiat	gris
	LBF78G	Toyota	blanco
	XSA67D	Ford	rojo



R	<u>placa</u>	marca	color
	XSA67D	Ford	rojo

### Algebra relacional Proyección ∏

Sólo interesan algunos atributos de una relación, Se **proyecta** la relación sobre esos atributos.

 Resultado: Relación (conjunto de tuplas) cuyos atributos son sólo los de statrib> y en ese orden
 statrib> lista de nombres de atributos de <relación>

#### Selección vs. Proyección:

- ♂ selecciona algunas **tuplas** de la relación y desecha otras
- ∏ selecciona ciertos **atributos** y desecha los demás

Ejemplo :Obtener el código, nombre y el sueldo de todos los actores

$$\prod_{\text{codA, nombre, sueldo}} (ACTOR)$$

### Algebra relacional Proyección ∏

Si listAtrib> **no** contiene atributos clave produce tuplas repetidas.

\* Obtener la agencia y la nacionalidad de todos los actores

$$\prod_{\text{agencia, nacionalidad}} (ACTOR)$$

**Grado**(Relación Resultado) = Nº atributos(<listAtrib>)

Nº Tuplas(Relación Resultado) ≤ Nº Tuplas(Relación Origen) y es igual (=) si listAtrib> contiene una clave candidata

### Algebra relacional Proyección ∏

• La operación proyección no es conmutativa

$$\Pi_{\text{lista1}}(\Pi_{\text{lista2}}(R)) \neq \Pi_{\text{lista2}}(\Pi_{\text{lista1}}(R))$$

Además, siempre que lista1 ⊆ lista2, entonces...

$$\prod_{\text{lista1}} \left( \prod_{\text{lista2}} (R) \right) = \prod_{\text{lista1}} (R)$$

# Algebra relacional Reunión o Join

- condición de reunión>
  - Expresión booleana especificada en términos de atributos de A y B
  - Evaluada para cada combinación (par) de tuplas:
     Si la cumplen, forman una nueva tupla de la relación resultado
  - Es de la forma:

<condición> AND <condición> AND... AND <condición> donde:

<condición> tiene la forma **ai**  $\theta$  **bj** (condición de reunión general), y

- ai es un atributo de A; bj es un atributo de B,
- Dominio(ai) = Dominio(bj),
- $\theta$  (theta) cumple que  $\theta \in \{=, <, \le, >, \ge, \ne\}$

# Algebra relacional Reunión o Join

La reunión más común es la que implica comparación de igualdad ( $\theta \equiv =$ )  $\Rightarrow$  EQUI-REUNIÓN (o REUNIÓN)

Ejemplo: Actores y agencias que los representan

Problema de colisión de nombres de atributos

- Existen atributos nombrados igual en ACTOR y AGENCIA
- Resultado con varios atributos de igual nombre

**Soluciones** alternativas posibles:

- Previo renombramiento de atributos de una relación AGENC(codAg, nomAg, dirAg, tel) ← AGENCIA R← ∏<sub>nombre, nomAg</sub> (ACTOR ⋈ agencia=codAg AGENC)
- 2. **Prefijar** atributos con el nombre de su tabla  $R \leftarrow \prod_{ACTOR.nombre,AGENCIA.nombre} (ACTOR)$  agencia=codAq AGENCIA)

# Algebra relacional Reunión o Join

- Las tuplas cuyos atributos de reunión son nulos, NO aparecen en la relación resultado
  - Los actores que se auto-representan tienen NULL en atributo agencia
- Las tuplas de una relación que no encuentran correspondencia en la otra, tampoco aparecen en la relación resultado
  - Los actores que no han actuado en ninguna película, no aparecen en ninguna tupla de la tabla ACTUA\_EN

# Algebra relacional Reunión o Join

En general, sea A con n<sub>A</sub> tuplas y B con n<sub>B</sub> tuplas, entonces

$$R \leftarrow A \bowtie_{condición de reunión>} B$$
 cumple que  $0 \le n_R \le n_A * n_B$ 

- Si ninguna combinación de tuplas de A y B cumple la <condición de reunión>, entonces
  - Relación Resultado = Relación vacía (cero tuplas)
- Si NO se especifica < condición de reunión>, entonces
  - la <condición de reunión> es TRUE para todas las tuplas, y
  - $\bowtie$   $\equiv$  X (REUNIÓN  $\equiv$  PROD. CARTESIANO  $\equiv$  REUNIÓN CRUZADA)

# Algebra relacional Reunión o Join

- Combina las tuplas relacionadas de dos relaciones en una sola tupla
- Permite procesar vínculos entre relaciones

**Ejemplo** : Datos de **películas** junto con los de **su director** correspondiente

- Es necesario combinar cada tupla de PELÍCULA, p, con la tupla
   DIRECTOR, d, tal que el valor de codDir en d coincida con el de director en p
- Se consigue aplicando la operación REUNIÓN a las dos relaciones

# Algebra relacional Reunión o Join

PELICULA (codP, título, año, genero, guión, director, directorFotog, distrib, nacio, estreno, numOscar, taquilla )
DIRECTOR (codDir, nombre, apellido, nacio, fechaNacim, óperaPrima )

**Ejercicio:** Obtener los Títulos de películas junto con nombre y apellido de su director

- Se consigue aplicando la operación REUNIÓN a las dos relaciones
- Y proyectando el resultado sobre los atributos requeridos

$$R2 \leftarrow \prod_{\text{titulo,nombre,apellido}} (PELICULA) \bowtie_{\text{director=codDir}} DIRECTOR)$$

R2	titulo	nombre	apellido
	La caja 507	Enrique	Urbizu
	Mensaka	Salvador	Gª Ruiz
	El viaje de Carol	Imanol	Uribe
	Airbag	Juanma	Bajo Ulloa

#### Reunión o Join

$$R = Prof \bowtie_{dni=dni\_jefe} Dpto$$

Profesor	Dni	NombreP	CodigoDpto
	6274445	José Mendez	01
	7422114	Juán Zapata	01
	8347223	Hector Redondo	02
	9644667	Pedro Pérez	02
	11332334	Luis Colina	
	12123231	Diego Dávila	03

Dpto	Código	NombreD	Dni_jefe
	01	Computación	6274445
	02	Investigación	
	03	Control	12123231



R	Dni	NombreP	CódigoDpto	Código	NombreD	Dmi_Jefe
	6274445	José Mendez	01	01	Computación	6274445
	12123231	Diego Dávila	03	03	Control	12123231

¿Dónde están los demás profesores? ¿Dónde está el departamento de Investigación?

# Algebra relacional Reunión natural \*

### A\*B

- Caso particular de reunión, quizá el más importante
- No «necesita» especificar condición de reunión,
- Igual todos los pares de atributos con igual nombre en A y B
  - Es una EQUI-REUNIÓN + eliminación de atributos superfluos
    - \* Sólo conserva un atributo de reunión
- La definición estándar de reunión natural exige que los:
  - atributos de reunión deben tener nombre idéntico en ambas relaciones operando, si no es así, aplicar antes un renombramiento de atributos.
  - atributos deben tener el mismo dominio

### Reunión natural

R	а	b	С
	10	1	100
	20	თ	100
	30	5	300

S	b	d
	3	-4
	1	-5

$$T1 \leftarrow R \bowtie_{R.b=S.b} S$$
, tiene el esquema  $T1 \stackrel{\frown}{(a, R.b, c, S.b, d)}$ 

T1	а	R.b	С	S.b	d
	10	1	100	1	-5
	20	3	100	3	-4

$$T2 \leftarrow R + S$$
, tiene el esquema  $T2$  (a, b, c, d)  $T2$ 

2	а	b	С	d
	10	1	100	-5
	20	3	100	-4

# Algebra relacional Reunión natural \*

#### **Ejemplos:**

1. Título de todas las películas junto con el título y resumen de su guión

GUIO(guion, titGuion, resumen, nomAutorPpal, fechaFin, fechaEntrega)  $\leftarrow$  GUION RESUMEN  $\leftarrow \prod_{\text{titulo, titGuion, resumen}}$  (PELICULA \* GUIO)

2. Títulos de películas junto con el nombre y apellidos de su director

DIREC(director, nombre, apellidos, nacio, fechaNacim, operaPrima)  $\leftarrow$  DIRECTOR PELI\_DIRE  $\leftarrow \prod_{\text{titulo, nombre, apellidos}}$  (PELICULA \* DIREC)

3. Nombre de actores y de las agencias que los representan

AGENC(agencia, nomAg, direccion, telefono)  $\leftarrow$  AGENCIA ACT\_AGEN  $\leftarrow \prod_{\text{nombre. nomAg}} (\text{ACTOR } * \text{AGENC})$ 

# Algebra vs Cálculo

Cálculo Relacional	vs. Álgebra Relacional
- Expresiones <b>Declarativas</b> (lenguaje no procedimental)	- <b>Secuencias</b> de Operaciones
<ul> <li>» No se indica CÓMO evaluar la consulta, sino QUÉ se desea obtener</li> <li>» Describe la información deseada sin dar un procedimiento específico para obtenerla</li> </ul>	<ul> <li>» Aunque se anidan para formar una sola expresión, siempre se indica explícitamente cierto orden de las operaciones</li> <li>» Estrategia parcial de evaluación de la consulta (≈ lenguaje procedimental de alto nivel )</li> </ul>

### Funciones de Agregado $\mathcal{F}$

$$R = \underset{\text{nacionalidad}}{\text{macionalidad}} \mathcal{F}_{\text{avg(edad), count}}(P)$$

Р	Nombre	Nacionalidad	Edad
	Pedro	Venezuela	45
	Gabriel	Venezuela	20
	Luis	Argentina	33
	Andrés	Colombia	20
	Miguel	Argentina	23
	Luis	Peru	34
	Gilberto	Colombia	15

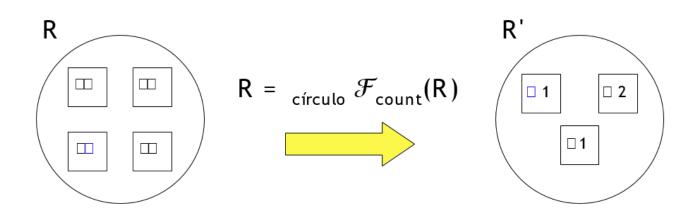
Posibles funciones de agregación: avg, sum, max, min, count, entre otras

Se agrupan los datos usando algún tipo de criterio y luego se calculan funciones sobre los datos agrupados

7			
R	R Nacionalidad		Count
	Venezuela	32,5	2
	Argentina	28	2
	Colombia	17,5	2
	Peru	34	1

### Funciones de Agregado ${\mathscr F}$

Se agrupan las tuplas en base al valor de cierto atributo y luego se pueden calcular funciones sobre atributos de las tuplas agrupadas



### Ordenar

 ASC<atributos de orden separados por coma>(RELACIÓN\_A\_ORDENAR)

**DSC**<atributos de orden separados por coma>(RELACIÓN\_A\_ORDENAR)

sucursal (nombre-sucursal, ciudad-sucursal, capital)
 cliente (nombre-cliente, calle-cliente, ciudad-cliente)
 cuenta (numero-cuenta, nombre-sucursal, saldo)
 prestamo (numero-prestamo, nombre-sucursal, cantidad)
 cliente-cuenta (nombre-cliente, número-cuenta)
 cliente-prestamo (nombre-cliente, numero-prestamo)

Encontrar todos los prestamos de más de 1200

 Encontrar el numero-préstamo para todos los prestamos de una cantidad superior a 1200

$$\Pi_{numero-prestamo} (\sigma_{cantidad > 1200} (prestamo))$$

 Cuáles son los nombres de los clientes que tiene un préstamo, una cuenta (o ambos)

 $\Pi_{nombre\_cliente}$  (cliente-prestamo)  $\cup \Pi_{nombre\_cliente}$  (cliente-cuenta)

 Cuales son los nombres de los clientes que tienen una cuenta y un préstamo

 $\Pi_{nombre-cliente}$  (cliente-prestamo)  $\cap \Pi_{nombre-cliente}$  (cliente-cuenta)

• Encontrar los nombres de todos los clientes que tienen un préstamo en la sucursal molina.

```
\Pi_{nombre-cliente} (\sigma_{nombre-sucursal}="molina" (\sigma_{c-prestamo.numero-prestamo}= prestamo.numero-prestamo (cliente-prestamo x prestamo)))
```

 Nombres de los clientes que tienen un préstamo en la sucursal Molina pero no tienen una cuenta en dicha sucursal.

```
\begin{split} &\Pi_{nombre-cliente}\left(\sigma_{nombre-sucursal} = \text{``molina''} \quad (\sigma_{c\text{-}prestamo.numero-prestamo} = \text{prestamo.numero-prestamo} = \text{prestamo.numero-prestamo} \right) \\ &- \prod_{nombre-cliente}\left(\sigma_{nombre-sucursal} = \text{``Molina''} \right) \\ &- \prod_{nombre-sucursal}\left(\sigma_{nombre-sucursal} = \text{``Molina''} \right) \\ &- \prod_{nombre-sucursal}\left(\sigma_{nombre-sucursal} = \text{``Molina''} \right) \\ &- \prod_{nombre-sucursal}\left(\sigma_{nombre-sucursal} = \text{``Molina''} \right) \\ &- \prod_{nombre-sucursal}\left(
```

 Nombre de todos los clientes que tienen un préstamo en la sucursal Molina.

#### Solución 1

```
\Pi_{\text{nombre-cliente}}(\sigma_{\text{nombre-sucursal}} = \text{``Molina''}(\sigma_{\text{cliente-prestamo.numero-prestamo}} = \text{prestamo.numero-prestamo})))
```

#### Solución 2