



Introducción y conceptos generales

Investigación de Operaciones 1

Ing. Eduardo López Sandoval

elopez@ulima.edu.pe

¿Qué es la investigación de operaciones (I.O.)?

- Disciplina que se ocupa de la aplicación de métodos matemáticos y analíticos para ayudar a tomar mejores decisiones.
- Dichos métodos, permite obtener una solución óptima –o casi óptima – en problemas de toma de decisiones complejas.
- La I.O. hace uso de modelos matemáticos de optimización.



¿Qué es un modelo matemático, y qué característica tiene un modelo matemático de optimización?

- Representación simplificada de una realidad, por medio de una serie de expresiones lógico – matemáticas.
 - Sistemas de ecuaciones.
 - Fórmulas matemáticas.
 - Funciones matemáticas, etc.

Modelo
matemático



- Aquellos que buscan **maximizar o minimizar una función objetivo**.
- Poseen infinitas soluciones, pero una de ellas es la mejor de todas: **Solución óptima**.

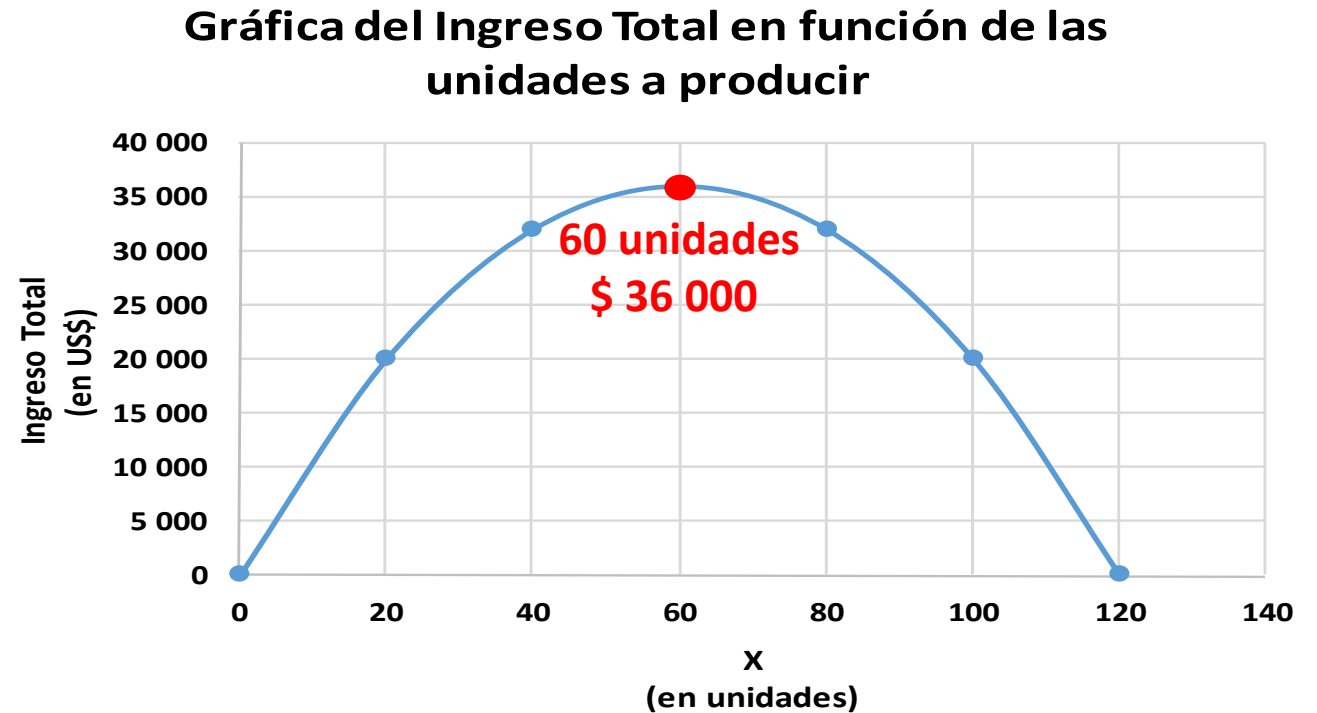
Modelo
matemático de
optimización



Hay muchas
soluciones... ¡Pero
una de ellas es la
mejor de todas!

Si un monopolista produce X unidades de un producto,
los clientes pagarán por unidad $(1200 - 10X)$ US\$

Sabiendo que todo lo que produce lo va a vender,
¿Cuántas unidades debe producir con el fin de
maximizar su ingreso total?



Algunas empresas peruanas que aplican Investigación de Operaciones.



Principales técnicas que emplea la investigación de operaciones

- Programación Lineal.
- Programación no lineal.
- Programación dinámica.
- Análisis de decisiones.
- Técnica de Montecarlo.
- Simulación de procesos.
- Teoría de juegos.
- Procesos de decisión de Markov.
- Teoría de colas.
- Teoría de inventarios.
- Metaheurística.
- Analítica.



$$\text{Max (Min) } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{cccccc} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & \dots & +a_{1n}x_n & \leq & b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & \dots & +a_{2n}x_n & \leq & b_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & \dots & +a_{mn}x_n & \leq & b_m \\ x_1, & x_2, & \dots & x_n & \geq & 0 \end{array}$$

¿Qué es la
programación lineal?

- Es una técnica de optimización matemática que busca maximizar o minimizar una función objetivo sujeta a ciertas restricciones; cuyas expresiones matemáticas son de 1° grado.

Ejemplo:

- Una empresa puede producir 3 tipos de alimentos balanceados: Para perros, para gatos y para conejos. El proceso productivo consiste en 3 actividades: Mezclado, Peletizado y Envasado.
- Las horas requeridas por lote en cada actividad del proceso productivo, depende del tipo de alimento que se esté produciendo.
- Sabiendo que todo lo que produzca lo va a vender,

¿Cuántos lotes de cada tipo de alimento debe producir?



El modelo de
P.L. es:

$$\text{Max } Z = 3000x_1 + 4000x_2 + 5000x_3$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 300$$

$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 400$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



Hay muchas
soluciones...

$$\begin{array}{l} x_1 = 20 \\ x_2 = 20 \\ x_3 = 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 20 \\ x_2 = 30 \\ x_3 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = 20 \\ x_3 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = 20 \\ x_3 = 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 100 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 60 \\ x_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 40 \\ x_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = 30 \\ x_3 = 10 \end{array}$$

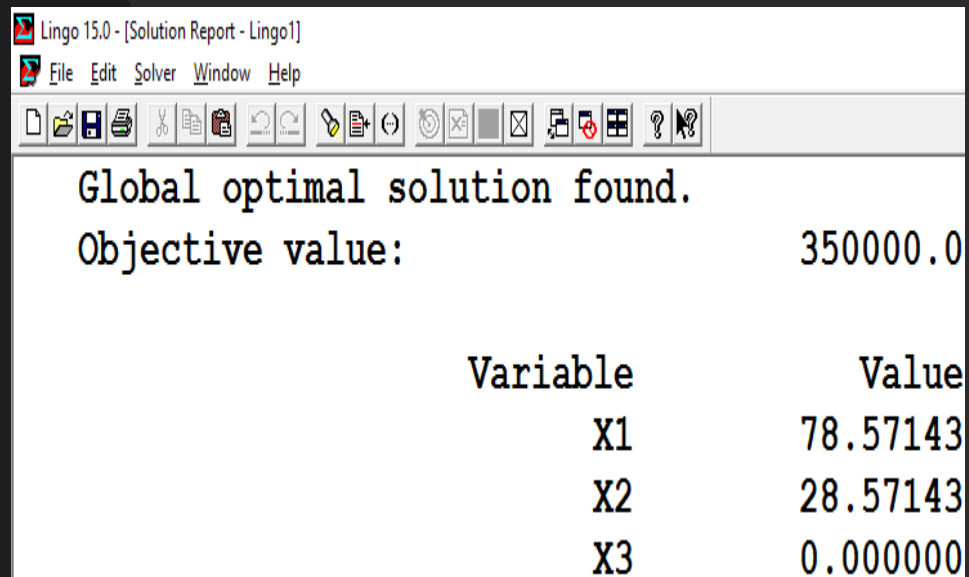
$$\begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 40 \\ x_3 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 40 \\ x_2 = 10 \\ x_3 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 50 \\ x_2 = 10 \\ x_3 = 10 \end{array}$$

etc., etc., etc.,...

Pero solo una es la mejor: Solución óptima



The screenshot shows the Lingo 15.0 interface with the 'Solution Report' window open. The window title is 'Lingo 15.0 - [Solution Report - Lingo1]'. The menu bar includes 'File', 'Edit', 'Solver', 'Window', and 'Help'. The toolbar contains various icons for file operations and solver functions. The main text area displays the following information:

Global optimal solution found.
Objective value: 350000.0

Variable	Value
X1	78.57143
X2	28.57143
X3	0.000000

Reporte en LINGO de la
solución óptima

Utilidad óptima: \$ 350 000
Plan óptimo de producción
(en lotes)

Producto	Producción
Alimento para perros	78.57
Alimento para gatos	28.57
Alimento para conejos	0

Informe administrativo
de la solución óptima

¿Por qué se llama *programación lineal*?

Programación:

- Porque la solución es precisamente un programa o un plan (plan de producción, plan de inventarios, plan de contratos y despidos, etc.)

Lineal:

- Porque las expresiones matemáticas de la función objetivo y de las restricciones son lineales (de grado 1).

Elementos de un modelo de programación lineal (PL)

Variables de decisión

- Incógnitas que componen la decisión, cuyos valores deben determinarse resolviendo el modelo.

Función objetivo

- Expresión matemática del criterio para elegir la mejor decisión.

Restricciones

- Ecuaciones o inecuaciones matemáticas que expresan las limitaciones de los recursos y de las variables de decisión.

Elementos de un modelo de PL

$$\text{Max } Z = 3000x_1 + 4000x_2 + 5000x_3$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 300$$

$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 400$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Función Objetivo

Restricciones

Restricciones de signo

Elementos de un modelo de PL

$$\text{Max } Z = 3000x_1 + 4000x_2 + 5000x_3$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 300$$

$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 400$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



Elementos de un modelo de PL

$$\text{Max } Z = 3000x_1 + 4000x_2 + 5000x_3$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 300$$

$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 400$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Coeficientes
de la función
objetivo

Coeficientes
tecnológicos

Lados
derechos

Principios de la programación lineal

Proporcionalidad:

La contribución de cada variable de decisión en la F.O. y en las restricciones es proporcional al valor de la variable.

Aditividad:

La contribución de cada variable de decisión en la F.O. y en las restricciones se realiza de manera independiente.

Divisibilidad:

Las variables de decisión pueden tomar valores fraccionarios.

Certeza:

Los parámetros del modelo son conocidos y son determinísticos; es decir, no son aleatorios.